

ستوديو

الرياضيات

التوجيهي العلمي  
التكامل غير المحدود

2020

الجزء الأول



مع الأسناد



عمار البوايزة

ستوديو الرياضيات – الأستاذ: عمار البوايزة

نقدم مادة الفصل الثاني بكافة أفكارها وبشمولية تامة

لطلابنا الأعزاء في مرحلة التوجيهي

(العلمي والأدبي) وباقي الفروع

انضم الي مجموعتنا (ستوديو الرياضيات أونلاين)

على الفيسبوك لتحمل أهم الملفات وتتابع أي جديد

الأستاذ عمار البوايزة	وحدة ( التكامل وتطبيقاته )			ستوديو الرياضيات أ. عمار البوايزة
رقم الصفحة ( ١ )	الفرع : العلمي	التكامل غير المحدود الجزء الأول	الرياضيات	

## قواعد التكامل غير المحدود:

$$\int P \cdot f(x) \cdot dx = \int P \cdot f(x) \cdot dx \quad \text{ثابت : } P$$

جد التكاملات الآتية :

$$\int (x^3 - \frac{3}{x^2}) \cdot dx \quad (1)$$

$$= \int (x^3 - \frac{3}{x^2}) \cdot dx$$

$$= \int (x^3 - 3x^{-2}) \cdot dx$$

$$= \int x^3 \cdot dx - \int 3x^{-2} \cdot dx$$

$$= \frac{x^{3+1}}{3+1} - \frac{3x^{-2+1}}{-2+1} + C$$

$$= \frac{x^4}{4} - \frac{3x^{-1}}{-1} + C$$

$$= \frac{x^4}{4} + 3x^{-1} + C$$

$$\int \frac{x^3 - 1}{x^5} \cdot dx \quad (2)$$

$$= \int (\frac{x^3}{x^5} - \frac{1}{x^5}) \cdot dx$$

$$= \int (x^{-2} - x^{-5}) \cdot dx$$

$$= \int x^{-2} \cdot dx - \int x^{-5} \cdot dx$$

$$= \frac{x^{-2+1}}{-2+1} - \frac{x^{-5+1}}{-5+1} + C$$

$$= \frac{x^{-1}}{-1} - \frac{x^{-4}}{-4} + C$$

$$= -\frac{1}{x} + \frac{1}{4x^4} + C$$

$$\int P \cdot f(x) \cdot dx = P \cdot \int f(x) \cdot dx$$

ثابت : P

$$\int \frac{1+x}{1+x} \cdot dx = \int 1 \cdot dx$$

ثابت : 1

$$\int \frac{1+x^2}{1+x^2} \cdot dx = \int 1 \cdot dx$$

ثابت : 1


$$\int \frac{(u+u^2) \cdot du}{(1+u)^2} = \int \frac{(u+u^2) \cdot du}{(1+u)^2}$$

ثابت : 1

$$\int f(x) \cdot g(x) \cdot dx = \int f(x) \cdot g(x) \cdot dx$$

ثابت : 1



<b>الأستاذ</b> <b>عمار البوايزة</b>	<b>وحدة ( التكامل وتطبيقاته )</b>			<div style="text-align: center;">   <b>الرياضيات</b>  <b>أ. عمار البوايزة</b> </div>
<b>رقم الصفحة</b> <b>( ٣ )</b>	<b>الفرع : العلمي</b>	<b>التكامل غير المحدود</b> <b>الجزء الأول</b>	<b>الرياضيات</b>	

ستوديو الرياضيات .. أ. عمار البوايزة

$$③ \quad \left[ \left( \frac{3}{x^4} - \frac{2}{x^3} - \frac{1}{x} \right) \cdot x \right] =$$

$$= \left[ (x^3 - 2x^2 - x) \cdot x \right] =$$

$$= \left[ x^4 - 2x^3 - x^2 \right] =$$

$$= \frac{x^4}{1+4} - \frac{2x^3}{1+3} - \frac{x^2}{1+2} =$$

$$= \frac{x^4}{5} - \frac{2x^3}{4} - \frac{x^2}{3} =$$

$$= \frac{x^4}{5} - \frac{x^3}{2} - \frac{x^2}{3} =$$

$$= \frac{x^4}{5} + \frac{x^3}{2} + \frac{x^2}{3} =$$

$$④ \quad \left[ (x^3 + 4x^2) \cdot x \right] =$$

$$= \left[ (x^4 + 4x^3) \cdot x \right] =$$

$$= \left[ x^5 + 4x^4 \right] =$$

$$= \left[ x^5 + 4x^4 \right] =$$

$$= \frac{x^5}{1+5} + \frac{4x^4}{1+4} =$$

$$= \frac{x^5}{6} + \frac{4x^4}{5} =$$

$$= \frac{x^5}{6} + \frac{4x^4}{5} =$$

$$⑤ \quad \left[ (x^3 + 4x^2) \cdot x \right] =$$

$$= \left[ (x^4 + 4x^3) \cdot x \right] =$$

$$= \left[ x^5 + 4x^4 \right] =$$

$$= \left[ (x^3 + 4x^2) \cdot x \right] =$$

$$= \left[ (x^4 + 4x^3) \cdot x \right] =$$

$$= \frac{x^4}{1+4} + \frac{4x^3}{1+3} =$$

$$= \frac{x^4}{5} + \frac{4x^3}{4} =$$

$$⑥ \quad \left[ \frac{x^2 + 1}{x^4} \cdot x \right] =$$

$$= \left[ \left( \frac{x^2}{x^4} + \frac{1}{x^4} \right) \cdot x \right] =$$

$$= \left[ \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} \right) \cdot x \right] =$$

$$= \left[ \left( x^{-2} + x^{-4} \right) \cdot x \right] =$$

$$= \left[ x^{-1} + x^{-3} \right] =$$

$$= \left[ x^{-1} + x^{-3} \right] =$$

$$= \frac{x^{-1}}{1-1} + \frac{x^{-3}}{1-3} =$$

$$= \frac{x^{-1}}{0} + \frac{x^{-3}}{-2} =$$

$$= \frac{x^{-1}}{0} + \frac{x^{-3}}{-2} =$$

$$⑦ \quad \left[ \frac{x^3 + 1}{x^4} \cdot x \right] =$$

$$= \left[ \left( \frac{x^3}{x^4} + \frac{1}{x^4} \right) \cdot x \right] =$$

$$= \left[ \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{x^4} \right) \cdot x \right] =$$

$$= \frac{1}{1-1} + \frac{1}{1-4} =$$



الأستاذ عمار البوايزة	وحدة ( التكامل وتطبيقاته )			<div>ستوديو</div> <div>الرياضيات</div> <div>أ.عمار البوايزة</div>
رقم الصفحة ( ٣ )	الفرع : العلمي	التكامل غير المحدود الجزء الأول	الرياضيات	

$$⑧ \quad \left[ \sin^4 \left( \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \right]$$

$$= \left[ \sin^4 \left( \frac{\pi}{6} \times \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \times \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \right] =$$

$$= \left[ \sin^4 \left( \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \right] =$$

$$= \left[ \sin^4 \left( \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin - \sin^4 \left( \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \right] =$$

$$= \frac{1+\pi}{1+\pi} - \frac{1+\pi}{1+\pi} =$$

$$= \frac{1+\pi}{1+\pi} - \frac{1+\pi}{1+\pi} =$$

$$= \frac{1+\pi}{1+\pi} - \frac{1+\pi}{1+\pi} =$$

$$⑩ \quad \left[ \sin^4 \left( \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \right]$$

$$= \left[ \sin^4 \left( \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \right] =$$

$$= \left[ \sin^4 \left( \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \right] =$$

$$= \frac{1+\pi}{1+\pi} - \frac{1+\pi}{1+\pi} =$$

$$= \frac{1+\pi}{1+\pi} + \frac{1+\pi}{1+\pi} =$$

$$= \frac{1+\pi}{1+\pi} + \frac{1+\pi}{1+\pi} =$$

$$⑪ \quad \left[ \sin^4 \left( \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \right]$$

$$= \left[ \sin^4 \left( \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \right] =$$

$$= \left[ \sin^4 \left( \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \right] =$$

$$= \frac{1+\pi}{1+\pi} + \frac{1+\pi}{1+\pi} =$$

$$⑫ \quad \left[ \sin^4 \left( \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \right]$$

$$= \left[ \sin^4 \left( \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \right] =$$

$$= \left[ \sin^4 \left( \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \right] =$$

$$= \left[ \sin^4 \left( \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \right] =$$

$$= \frac{1+\pi}{1+\pi} + \frac{1+\pi}{1+\pi} + \frac{1+\pi}{1+\pi} =$$

$$= \frac{1+\pi}{1+\pi} + \frac{1+\pi}{1+\pi} + \frac{1+\pi}{1+\pi} =$$

مع أطيب تحيات الأستاذ عمار البوايزة - خاص بـ ستوديو الرياضيات



وحدة ( التكامل وتطبيقاته )

الأستاذ  
عمار البوايزة

الرياضيات

التكامل غير المحدود  
الجزء الأول

الفرع : العلمي

رقم الصفحة  
( ٤ )

$$\left[ \left( \frac{1}{x^0} - \frac{8x}{x^4} - \frac{1}{x^6} \right) \right] =$$

$$\left[ \left( x^0 - \frac{8}{x^3} - \frac{1}{x^5} \right) \right] =$$

$$\frac{1+0-}{1+0-} - \frac{1+4-}{1+4-} - \frac{1+\frac{1}{5}-}{1+\frac{1}{5}-} =$$

$$- \frac{8}{x^3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^6}{6} =$$

$$- \frac{8}{x^3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^6}{6} =$$

١٣

$$\left[ (1+x)^2 (1+x) \right] =$$

$$\left[ (1+x)(1+x^2+x^4) \right] =$$

$$\left[ (1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6) \right] =$$

$$\left[ 1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6 \right] =$$

$$1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 =$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^6} =$$

١٥

$$\left[ \frac{x^2 - x - 12}{x^3 + 4x^2} \right] =$$

(نحل الكسور والكسوف)

$$\left[ \frac{(x-4)(x+3)}{x^3(x+4)} \right] =$$

$$\left[ \frac{x-4}{x^3} \right] =$$

$$\left[ \left( \frac{x}{x^3} - \frac{4}{x^3} \right) \right] =$$

$$\left[ \left( x^{-2} - 4x^{-3} \right) \right] =$$

$$\left[ -\frac{1}{2x} + \frac{4}{2x^2} \right] =$$

$$-\frac{1}{2x} + \frac{2}{x^2} =$$

١٤

$$\left[ \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \left( \frac{1}{x^4} - x \right) \right] =$$

$$\left[ \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \left( \frac{1}{x^4} - x \right) \right] =$$

$$\left[ \left( \frac{1}{x^4} - x + \frac{1}{x^5} - x^2 \right) \right] =$$

$$\left[ \frac{1}{x^4} - x + \frac{1}{x^5} - x^2 \right] =$$

$$\frac{1}{x^4} - x + \frac{1}{x^5} - x^2 =$$

١٥

$$\left[ \frac{1}{x} \left( \frac{1+8x}{x^4} - \frac{1}{x^6} \right) \right] =$$

$$\left[ \left( \frac{1+8x}{x^5} - \frac{1}{x^7} \right) \right] =$$



# وحدة ( التكامل وتطبيقاته )

الأستاذ  
عمار البوايزة

ستوديو

الرياضيات

أ. عمار البوايزة

رقم الصفحة  
( ٥ )

الفرع : العلمي

التكامل غير المحدود  
الجزء الأول

الرياضيات

$$= \left[ \sin(x) (x^2 + 4x + 4) \right]$$

$$= \left[ \sin(x) (x^2 + 4x + 4) \right]$$

$$= \frac{x^4}{4} + \frac{4x^3}{3} + 2x^2 + C$$

$$\textcircled{19} \left[ \frac{x^3(9+6x+x^2)}{5(3+x)} \right]$$

$$= \left[ \frac{x^3(2(3+x))}{5(3+x)} \right]$$

$$= \left[ \frac{x^7(3+x)}{5(3+x)} \right]$$

$$= \left[ \sin(x) (3+x) \right] = \left[ \sin(x) (3+x) \right]$$

$$= \left[ \sin(x) (3+x) \right]$$

$$= \frac{x^2}{3} + 3x + C$$

$$\textcircled{20} \left[ \sqrt[3]{0+2x} \right]$$

$$= \left[ \frac{1}{3} (0+2x) \right]$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \times 3 = 1$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \times 3 = 1$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \times 3 = 1$$

$$\textcircled{17} \left[ \frac{x^3 - x^2 + 1}{x^5} \right]$$

$$= \left[ \frac{x^3}{x^5} - \frac{x^2}{x^5} + \frac{1}{x^5} \right]$$

$$= \left[ x^{-2} - x^{-3} + x^{-5} \right]$$

$$= \left[ -\frac{1}{2x} + \frac{1}{3x^2} - \frac{1}{4x^4} \right]$$

$$= -\frac{1}{2x} + \frac{1}{3x^2} - \frac{1}{4x^4}$$

$$= -\frac{1}{2x} + \frac{1}{3x^2} - \frac{1}{4x^4}$$

$$= -\frac{1}{2x} + \frac{1}{3x^2} - \frac{1}{4x^4}$$

$$\textcircled{IV} \left[ \frac{x^2(1+x^3)}{x^3} \right]$$

$$= \left[ \frac{x^2(1+x^3)}{x^3} \right]$$

$$= \left[ \frac{x^2(1+x^3)}{x^3} \right]$$

$$= \left[ \frac{x^2(1+x^3)}{x^3} \right]$$

$$= \left[ \frac{x^2(1+x^3)}{x^3} \right]$$

$$= \left[ \frac{x^2(1+x^3)}{x^3} \right]$$

$$\textcircled{18} \left[ \frac{x^2(2+x)}{x^3} \right]$$

$$= \left[ \frac{x^2(2+x)}{x^3} \right]$$

$$= \left[ \frac{x^2(2+x)}{x^3} \right]$$

مع أطيب تحيات الأستاذ عمار البوايزة - خاص بـ ستوديو الرياضيات







وحدة ( التكامل وتطبيقاته )

الأستاذ  
عمار البوايزة

رقم الصفحة  
( ٧ )

الفرع : العلمي

التكامل غير المحدود  
الجزء الأول

الرياضيات

$$\begin{aligned} & \left[ \int (81 - 2 \times 9 \times 6 \sqrt{x} + 36x) dx \right] = \\ & \left[ \int (81 - 10.8 \sqrt{x} + 36x) dx \right] = \\ & 81x - \frac{10.8}{1 + \frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2} + 1} + \frac{36}{2} x^2 + C = \\ & 81x - 10.8 \times \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + 18x^2 + C = \\ & 81x - 7.2x^{\frac{3}{2}} + 18x^2 + C \end{aligned}$$

$$\left[ \int \sqrt{x} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{25}{x^3} \right) dx \right] \quad (28)$$

(توحيد مقامات)

$$\left[ \int \sqrt{x} \cdot \frac{1 + x + 25x^2}{x^3} dx \right] =$$

$$\left[ \int \frac{\sqrt{x} (1 + x + 25x^2)}{x^3} dx \right] =$$

$$\left[ \int \frac{\sqrt{x} (1 + x + 25x^2)}{x^3} dx \right] =$$

$$(لا تنسى أن  $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ )$$

$$\left[ \int (1 + x + 25x^2) x^{-\frac{5}{2}} dx \right] =$$

$$\left[ \int (1 + x + 25x^2) x^{-\frac{5}{2}} dx \right] =$$

$$\left[ \int (1 + x + 25x^2) x^{-\frac{5}{2}} dx \right] =$$

$$\left[ \int (1 - \sqrt{x})(1 - \sqrt{x}) dx \right] \quad (29)$$

$$\left[ \int (1 - \sqrt{x})^2 dx \right] =$$

$$\left[ \int (1 - 2\sqrt{x} + x) dx \right] =$$

$$\left[ \int (1 - 2x^{\frac{1}{2}} + x) dx \right] =$$

$$= \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 + \frac{1}{3}} - \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} - \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}} =$$

$$= \frac{7}{11} x^{\frac{1}{3}} - \frac{11}{3} x^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3} x^{\frac{3}{3}} + C$$

$$\left[ \int (x^{\frac{2}{3}} + 9 - 9x) dx \right] \quad (30)$$

$$\left[ \int (x^{\frac{2}{3}} + 9 - 9x) dx \right] =$$

$$= \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}} + \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}} - \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}} \times 9 =$$

$$= \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}} + \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}} - \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}} \times 9 =$$

$$= 18x^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3} x^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3} x^{\frac{3}{3}} - \frac{1}{3} x^{\frac{4}{3}} + C$$

$$\left[ \int (3 - \sqrt{x})^2 dx \right] \quad (31)$$

$$\left[ \int (3 - \sqrt{x})^2 dx \right] =$$

$$\left[ \int (9 - 6\sqrt{x} + x) dx \right] =$$

$$\left[ \int (9 - 6x^{\frac{1}{2}} + x) dx \right] =$$







سكوتديو

الرياضيات

أ.عمار البوايزة