الرياضيات

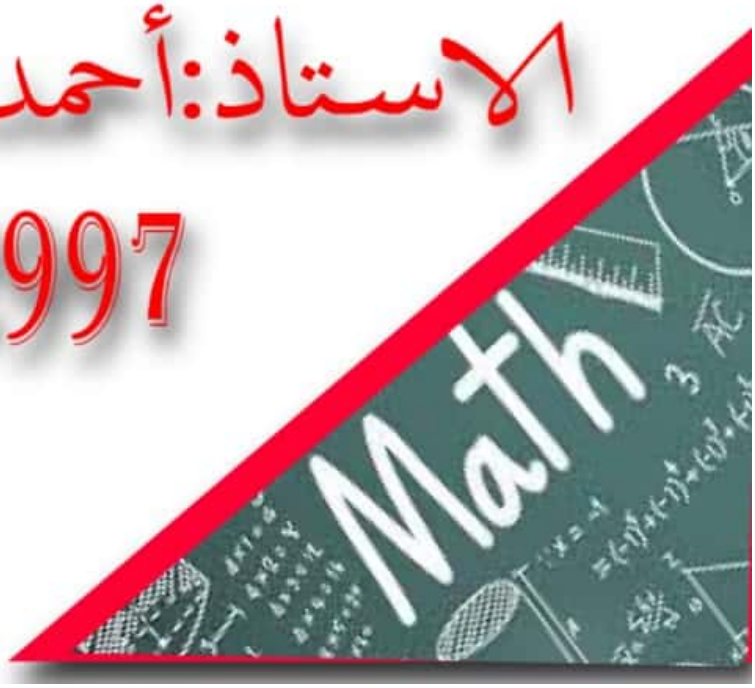
توجيهي - الأدبي والفندقي

النهايات والاتصال

مكتبة
ربوع الوحدات

الاستاذ: أحمد مصطفى مرعي

0798402997



Scanned by CamScanner

النهاية :

هي القيمة التي يقترب منها الاقتران $ه(س)$ كلما أقتربت $س$ من عدد معين ونرمز للنهاية بالرمز $(نهـا)$

طرق حساب النهاية :

يوجد ثلاثة طرق لحساب النهاية وهي :-

١ الجداول (محذوف)

٢ الرسم

٣ النظرية والتعويض المباشر.

ملاحظة :

$س \leftarrow ٢$ تعني أن $س$ تقترب من ٢

بشكل عام :

$$نهـا_{س \leftarrow P} ه(س) = ل$$

تعني أنه كلما أقتربت $س$ من P كلما أقتربت $ه(س)$ من $ل$

أنواع الاقتراب :

١ الاقتراب من جهة اليمين ونرمز له بالرمز

$$نهـا_{س \leftarrow P^+} ه(س)$$

٢ الاقتراب من جهة اليسار ونرمز لها بالرمز

$$نهـا_{س \leftarrow P^-} ه(س)$$

تعريف :-

١ اذا كانت $نهـا_{س \leftarrow P^+} ه(س) = ل$ وكانت $نهـا_{س \leftarrow P^-} ه(س) = ل$

أي أن

جواب اليمين = جواب اليسار

$\leftarrow نهـا_{س \leftarrow P} ه(س) = ل$ (موجودة)

٢ اذا كانت

$نهـا_{س \leftarrow P^+} ه(س) \neq نهـا_{س \leftarrow P^-} ه(س)$

أي أن

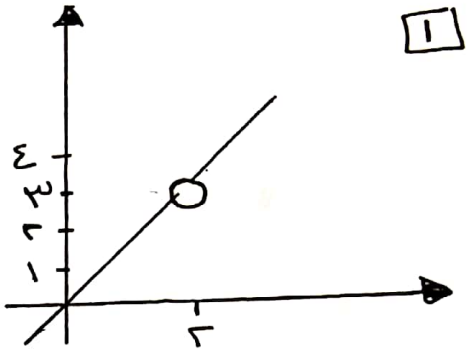
جواب اليمين $\neq$ جواب اليسار

$\leftarrow نهـا_{س \leftarrow P} ه(س)$ غير موجودة ($\nexists$)

Scanned by CamScanner

سؤال ١ : من الشكل جد كل من :-

١



جد :

① نهـا $_{س \to ٢^+}$ ق(س) = ٣

② نهـا $_{س \to ٢^-}$ ق(س) = ٣

ملاحظات هامة :-

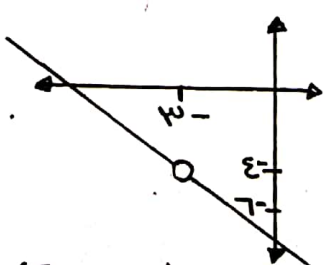
• صورة ✗ (لأنه لا يوجد لها يمين ويسار)
لا تصلح نهاية

نهاية ○ (مجوفة)
لا تصلح صورة

صورة ✓
نهاية ✓

صوص لإيجاد النهاية من الرسمة لأي عدد س → م نقوم بعمل خط متقطع عامودي فوق العدد وفي التلامس مع الخطوط المرسومة حدث من اليمين (+) ومن اليسار (-) وقيمة النهاية من محور ص.

٢



جد : ① نهـا $_{س \to -٣}$ ق(س) = -٣ (موجودة)

② نهـا $_{س \to -٣^+}$ ق(س) = -٤ ، نهـا $_{س \to -٣^-}$ ق(س) = -٣

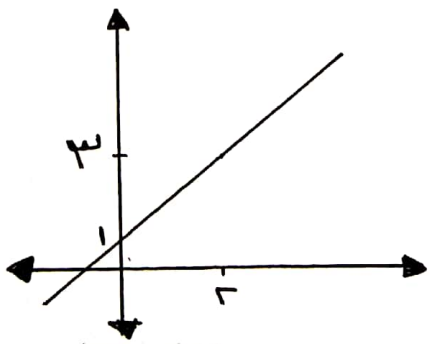
أ.أحمد مصطفى مرعي

ب : إذا لم يحدد الجهة نهـا $_{س \to م}$ ق(س)

من جهة اليمين: نهـا $_{س \to م^+}$ ق(س)

من جهة اليسار: نهـا $_{س \to م^-}$ ق(س)

٣



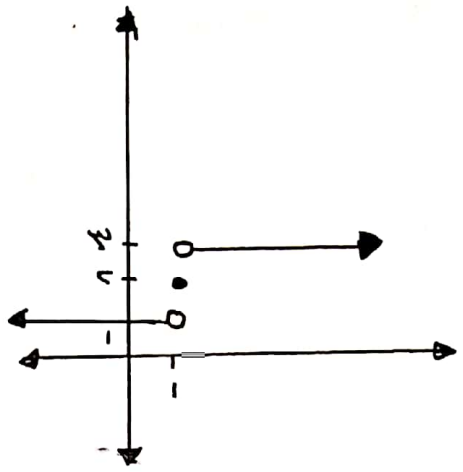
جد : ق(٢) = ٣ (معرفة)

نهـا $_{س \to ٢}$ ق(س) =

أ.أحمد مصطفى مرعي

Scanned by CamScanner

٤



جـ ٠

① نهـا هـ(س) =
س ← ١

② هـ (١) =

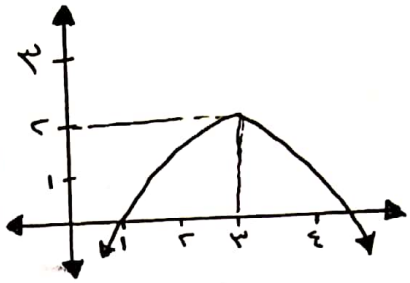
نتيجة هامة ٠

الصورة لا تتأثر بالنهاية

هـ(أ) صورة العدد أ

Scanned by CamScanner

٦ أعتمادا" على الشكل المجاور جد ٥

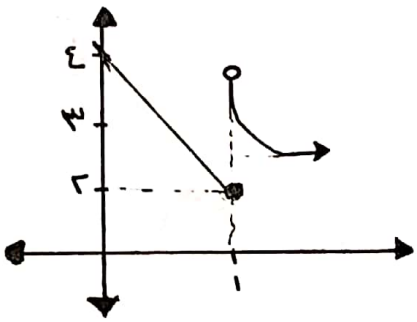


نها هـ(س) = ٢
س ← ٣+

نها هـ(س) = ٢
س ← ٣-

نها هـ(س) = ٢ (موجودة)
س ← ٣

٧ أعتمادا" على الشكل المجاور جد ٥



نها هـ(س) = ٤
س ← ١+

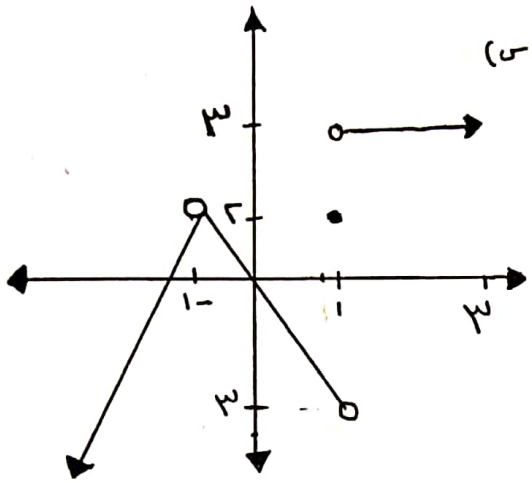
نها هـ(س) = ٢
س ← ١-

نها هـ(س) = غ.م
س ← ١

هـ(١) = ٢

(نبحث عن دائرة مغلقة عند الخط المتقطع)

٨ اعتمادا" على الشكل المجاور جد ٥



نها هـ(س)
س ← ١

الحل ٥
≈

نوجد النهاية من اليمين واليسار أولا"

نها هـ(س) = ٣
س ← ١+

نها هـ(س) = -٣
س ← ١-

نها هـ(س) = غ.م
س ← ١

هـ(١) = ٢

نها هـ(س) =
س ← -١+

نها هـ(س) =
س ← -١-

نها هـ(س) =
س ← ١

واجب

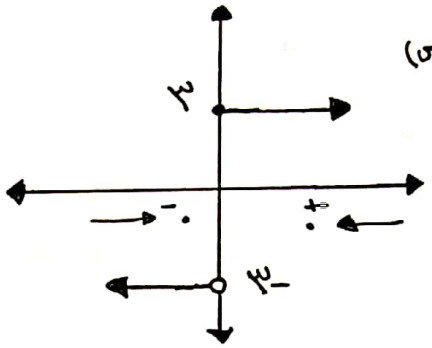
نها هـ(س) =
س ← ٢

Scanned by CamScanner

٩ بالاعتماد على الشكل التالي

أوجد

نهـا هـ(س)
س ← ٠



الحل:

نهـا هـ(س) = ٣
س ← ٠+

نهـا هـ(س) = -٣
س ← ٠-

∴ نهـا هـ(س) غ م٠
س ← ٠

نهـا هـ(س) = ١
س ← ٢-

⇐ نهـا هـ(س) = غ م٠
س ← ٢

٥ نهـا هـ(س)
س ← ٥

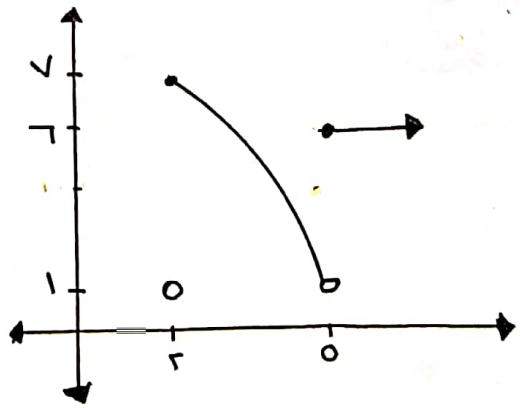
الحل:

نهـا هـ(س) = ٦
س ← ٥+

نهـا هـ(س) = ١
س ← ٥-

⇐ نهـا هـ(س) = غ م٠
س ← ٥

١٠ اعتمادا على الشكل المجاور جد:



٤ نهـا هـ(س)
س ← ٢

الحل:

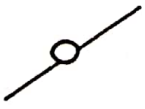
نهـا هـ(س) = ٧
س ← ٢+

نتيجة هامة

تكون النهاية غير موجودة عند كل قفزة

قفزة

قفزة



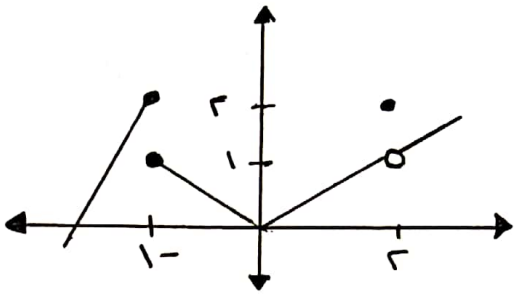
ليست قفزة

ليست قفزة

Scanned by CamScanner

١١ من الشكل المجاور ما هي قيم P التي عندها نهاية $ه(س)$ غير موجودة.

$س \to P$



الحل:

نهاية $ه(س) = 1$ عندما $س \to -1^+$

نهاية $ه(س) = 2$ عندما $س \to -1^-$

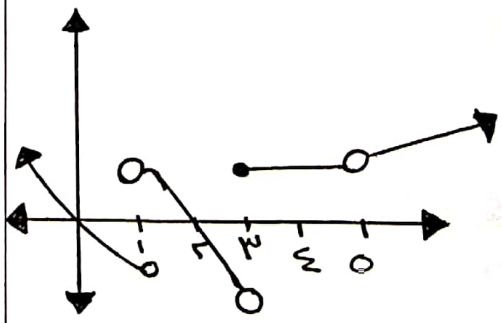
غير موجودة: نبحث عن القفزات

$\Leftarrow$ نهاية $ه(س)$ غير موجودة عندما $س \to -1$

$\Leftarrow P = -1$

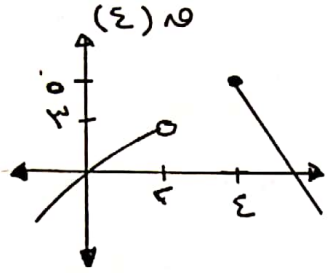
١٢ اعتماداً على الشكل المجاور جد مجموعة قيم P والتي تكون عندها نهاية $ه(س)$ غير موجودة

$س \to P$



١٣ اعتماداً على الشكل

جد $ه(٣)$، $ه(٤)$

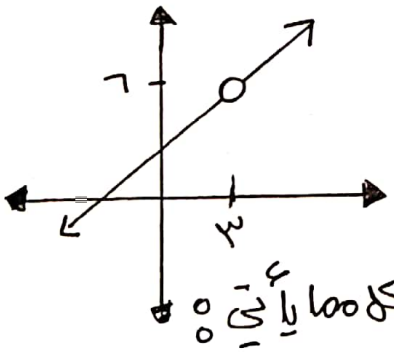


الحل:

$ه(٣) = 4$ معرفة

$ه(٤) = 5$

١٤ أعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل $ه(س) = \frac{س^2 - 9}{س - 3}$



جد قيمة كل مما يأتي إن وجدت:

١) $ه(٣)$ ٢) نهاية $ه(س)$ عندما $س \to 3$

الحل ١) $ه(٣)$ غير معرفة

٢) نهاية $ه(س) = 6$ عندما $س \to 3^+$

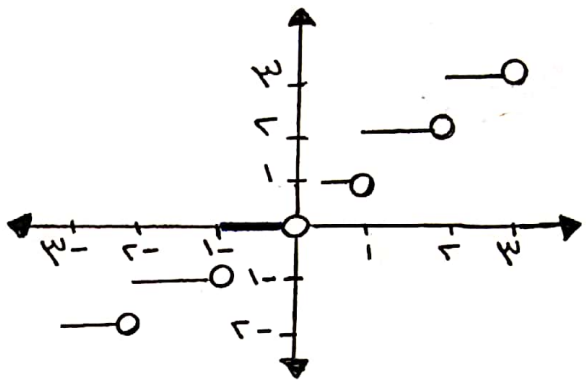
نهاية $ه(س) = 6$ عندما $س \to 3^-$

$\therefore$ نهاية $ه(س) = 6$ عندما $س \to 3$

Scanned by CamScanner

١٥ اعتماداً على الشكل المجاور

جد قيمة كل مما يلي :-



① $\lim_{س \to ٥^-} ه(س) = ١$

② $\lim_{س \to ٢^+} ه(س) = ٣$

③ $\lim_{س \to ٢^-} ه(س) = ٢$

④ $\lim_{س \to ٢} ه(س) =$ غير موجودة

⑤ $\lim_{س \to ٠^-} ه(س) =$

⑥ $\lim_{س \to ٣} ه(س) =$

⑦ $\lim_{س \to -٢^-} ه(س) =$

⑧ $\lim_{س \to -٣} ه(س) =$

قاعدة ٥- (الحالة العكسية)

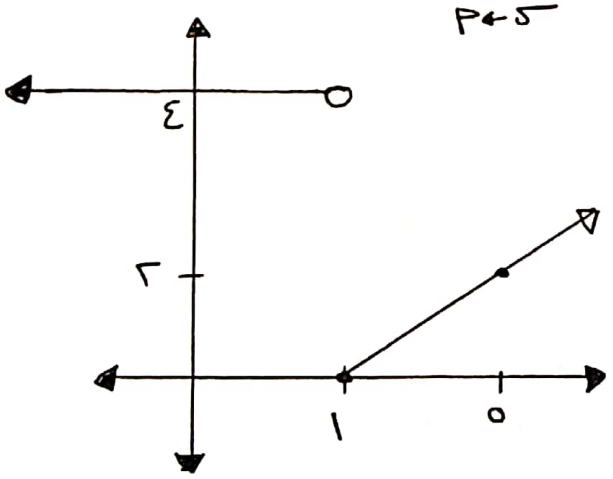
إذا أُعطيَ جواب النهاية وكانه المطلوب قيمة الاقتراب عندها نرسم خط أفقي عند الجواب المعطى ونقاط التقاطع مع منحنى الاقتران هي الجواب.

١٦ اعتماداً على الشكل المجاور

جد قيمة :

أ الثابت P حيث

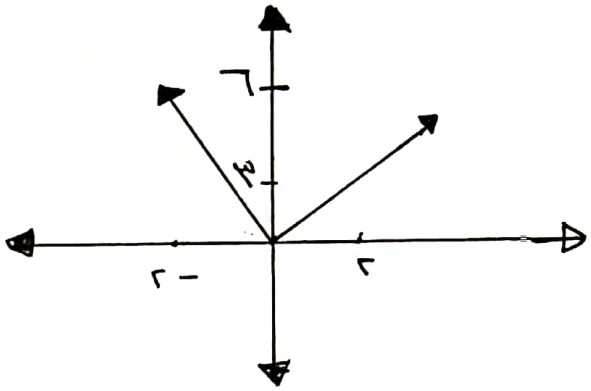
$\lim_{س \to P} ه(س) = ٣$



الحل $P = ٥$

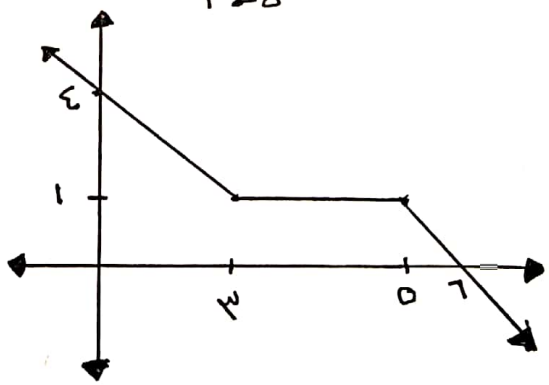
Scanned by CamScanner

ب) الثابت P حيث
نهاية ق(س) = ٣
س ← P



الحل :- P = {٢، -٢}

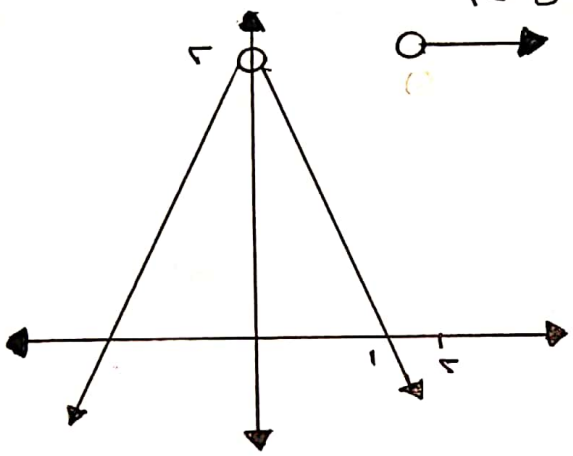
جـ) الثابت P والتي (مهم)
تكون عندها نهاية ق(س) = ١
س ← P



الحل :-
ق(س) = ١
ص = ١
مستقيم ① (٣، ٥)
② [٣، ٥]

* ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة :-

١٧) (اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق ما مجموعة قيم الثابت م حيث نهاية ق(س) غير موجودة. (٢٠١٩)
س ← م



أ) {صفر} ب) {٢}

جـ) {صفر، ٢} د) {-١، ١}

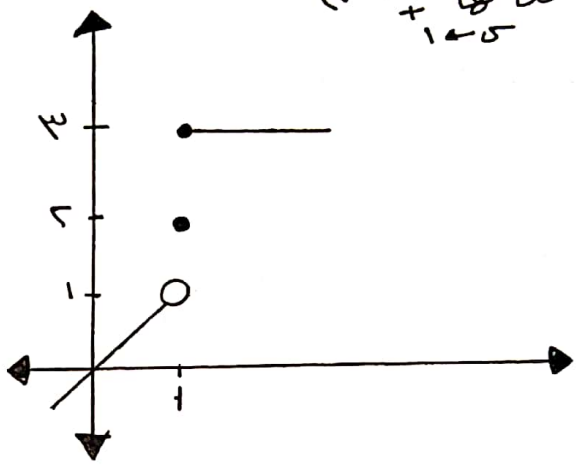
الحل :-
عند س = ٢
نهاية ق(س) غير موجودة
س ← ٢
ب) {٢}

Scanned by CamScanner

١٨ اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الدالة ق المعرف على ح

٢٠١٣ ص
٢٠١٢

ما نهاية ق(س) عندما س ← ١+



أ) ٢ ب) ٣

ج) ١ د) غير موجودة

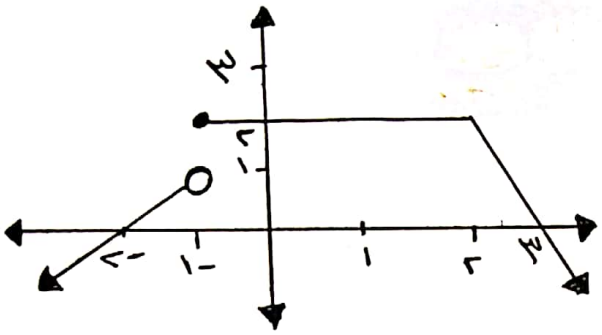
الحل:

نهاية ق(س) = ٣ عندما س ← ١+

الدالة جابة (ب)

١٩ اعتماداً على الشكل المجاور

جد قيمة كل مما يلي:



(١) نهاية ق(س) = ٢ عندما س ← ٢

(٢) نهاية ق(س) = ٢ عندما س ← ١

(٣) قيمة أ حيث نهاية ق(س) غير موجودة عندما س ← أ

الحل:

أ = -١

(٤) قيم ب حيث نهاية ق(س) = ٠ عندما س ← ب

الحل:

نهاية ق(س) = {٣، -٢} عندما س ← ب

Scanned by CamScanner

ثالثاً: التعويض المباشر

قاعدة:-

الأصل في النهاية التعويض المباشر.

وجد كل من النهايات التالية:-

٢٠) $\lim_{س \to ٢} (س^٢ + ٣س)$

الحل ≈ $= (٢)^٢ + ٣(٢)$

$= ٤ + ٦ = \boxed{١٠}$

٢١) $\lim_{س \to ١} (٥س^٣ + ٦س - ٣)$

الحل ≈ $= ٥ \times (١)^٣ + ٦ \times ١ - ٣$

$= ٥ + ٦ - ٣ = \boxed{٨}$

٢٢) $\lim_{س \to -٢} (س^٣ - ٥س)$

الحل:- $= (-٢)^٣ - ٥(-٢)$

$= -٨ + ١٠ = \boxed{٢}$

٢٣) $\lim_{س \to -١} (س^٢ + ٨س - ٣)$

الحل ≈ $= (-١)^٢ + ٨ \times -١ - ٣$

$= ١ - ٨ - ٣ = \boxed{-١٠}$

٢٤) $\lim_{س \to -١} (س^٣ - ٢)^٢$

الحل ≈ $= (-١^٣ - ٢)^٢$

$= (-١ - ٢)^٢ = (-٣)^٢ = \boxed{٩}$

٢٥) $\lim_{س \to -١} (س^٢ + ٥س)^٣$

الحل ≈

٢٦) $\lim_{س \to -٢} (٧س^٢ + ١٣س)(س^٢ + س)$

الحل ≈ $= (٧ \times (-٢)^٢ + ١٣(-٢))((-٢)^٢ + (-٢))$

$= (٧ \times ٤ + (-٢٦))(٤ - ٢)$

$= (٢٨ - ٢٦) \times ٢ = ٢ \times ٢ = \boxed{٤}$

٢٧) $\lim_{س \to ٠} (س^٣ + ٥س^٢ - ٧س - ٤)$

الحل ≈ $= ((٠)^٣ + ٥(٠)^٢ - ٧(٠) - ٤)$

$= ٠ + ٠ - ٠ - ٤ = \boxed{-٤}$

٢٨) $\lim_{س \to ٣} (\sqrt{٧ + ٣س} - ٥س + ١)$

الحل ≈ $= \sqrt{٧ + ٣ \times ٣} - ٥ \times ٣ + ١$

$= \sqrt{١٦} - ١٥ + ١$

$= ٤ - ١٥ + ١ = -١١ + ١ = \boxed{-١٠}$

٢٩) $\lim_{س \to -١} (\sqrt{١ - ٣س - ٩س} + \frac{س}{٢})$

الجواب: $\boxed{\frac{٢١}{٢}}$

٣٠) $\lim_{س \to -٣} (\sqrt[٣]{٢س^٢ - ٢} + ٤س + ١)$

الجواب: $\boxed{-١٣}$

Scanned by CamScanner

٣١ اذا كانت $هـ(س)=\frac{س^{٣}-٢س}{١-٤س}+\frac{س+١}{٢}+١$

أوجد $\lim_{س\to-١} هـ(س)$ مهم

الحل:

$\lim_{س\to-١} هـ(س)=\lim_{س\to-١}\left(\frac{س^{٣}-٢س}{١-٤س}+\frac{س+١}{٢}+١\right)$

$=\frac{(-١)^{٣}-٢(-١)}{١-٤(-١)}+\frac{-١+١}{٢}+١$

$=\frac{-١+٢}{١+٤}+\frac{صفر}{٢}+١$

$=\frac{١}{٥}+صفر=١+صفر=$

٣٢ اذا كانت $\lim_{س\to٢}(أ س^{٢}-٣س)=١٤$

أوجد قيمة الثابت أ ؟؟

الحل: تعويض المباشر

$أ(٢)^{٢}-٣(٢)=١٤$

$٤أ-٦=١٤$

$٤أ=١٤+٦$

$٤أ=٢٠$

$\frac{٤أ}{٤}=\frac{٢٠}{٤}\Leftarrow$ **أ = ٥**

أسئلة المجاهيل

٣٣ اذا كانت $\lim_{س\to أ}(-٣س+٣)=-١٨$ أوجد قيمة الثابت أ ؟؟

الحل: تعويض مباشر

$-١٨=-٣أ+٣$

$-١٨-٣=-٣أ$

$\frac{-٢١}{-٣}=\frac{-٣أ}{-٣}$

$أ=\frac{-٢١}{-٣}\Leftarrow$ **أ = ٧**

٣٤ اذا كانت $هـ(س)=-أس^{٢}-س+١$

وكانت $\lim_{س\to-٣} هـ(س)=١٥$ جد أ

واجب

Scanned by CamScanner

نهاية الاقتران المتشعب

هو الاقتران متعدد القواعد حيث يحتوي إقترانان أو أكثر وشكلة $هـ(س) = \begin{cases} \\ \end{cases}$

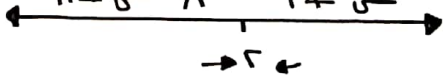
ملاحظة:

دائماً وابداً نقوم برسم الاقتران المتشعب على خط الاعداد.

٣٥ اذا كان $هـ(س) = \begin{cases} س^٢ + ١ ، س < ٢ \\ ٨س - ١١ ، س \geq ٢ \end{cases}$

جد $\lim_{س \to ٢} هـ(س)$ ؟؟

الحل: متشعب ← نرسم خط الأعداد.



نلاحظ أن ٢ نقطة تحول لذلك نوجد النهاية من اليمين واليسار

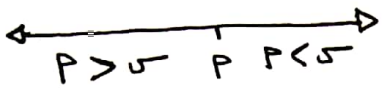
$\lim_{س \to ٢^+} هـ(س) = \lim_{س \to ٢^+} (س^٢ + ١) = (٢)^٢ + ١ = ٥$

$\lim_{س \to ٢^-} هـ(س) = \lim_{س \to ٢^-} (٨س - ١١) = ٨ \times ٢ - ١١ = ١٦ - ١١ = ٥$

$\Rightarrow \lim_{س \to ٢^+} هـ(س) = \lim_{س \to ٢^-} هـ(س) = ٥$

$\Rightarrow \lim_{س \to ٢} هـ(س) = ٥$ (موجودة)

تذكر



* إشارة ($<$) أكبر (يمين)
* إشارة ($>$) أصغر (يسار)
* $هـ(P) =$ عند المساواه

٣٦ اذا كانت $هـ(س) = \begin{cases} ٢س + ١ ، ٣ < س < ٦ \\ ٧ ، س = ٦ \\ ٥س + ٢ ، ٣ > س > ٦ \end{cases}$

أوجد

(١) $\lim_{س \to ٣} هـ(س)$

(٢) $\lim_{س \to ١} هـ(س)$

(٣) $\lim_{س \to ٤} هـ(س)$

(٤) $\lim_{س \to ٢} هـ(س)$

(٥) $\lim_{س \to ٠} هـ(س)$

(٦) $هـ(٣)$

Scanned by CamScanner

٣٧ إذا كانت

$$هـ(س) = \begin{cases} ١ & ، س < ٠ \\ ٢ & ، س = ٠ \\ -١ & ، س > ٠ \end{cases}$$

جد:

① $\lim_{س \to ٠} هـ(س)$

② $هـ(٠)$

واجب

① غ.م

② ٢

ملاحظة:

$\lim_{س \to ا} جـ = جـ$

أي أن

$\lim_{س \to ا} (الثابت) = الثابت نفسه$

توضيح:

أوجد كل من النهايات التالية:

① $\lim_{س \to ٢} (١) = ١$

② $\lim_{س \to ٠} (-٣) = -٣$

③ $\lim_{س \to ١} \left(\frac{٥}{٢}\right) = \frac{٥}{٢}$

④ $\lim_{س \to ٤} (ا^{٣}) = ا^{٣}$

٣٨ إذا كانت

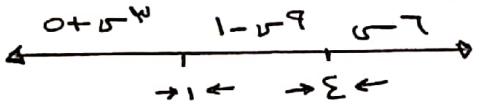
$$هـ(س) = \begin{cases} ٣س + ٥ & ، س \leq ١ \\ ٩س - ١ & ، ١ < س \leq ٤ \\ ٦ - س & ، س > ٤ \end{cases}$$

أوجد:

① $\lim_{س \to ١} هـ(س)$ ② $\lim_{س \to ٣} هـ(س)$

③ $\lim_{س \to ٤} هـ(س)$ ④ $\lim_{س \to ٥} هـ(س)$

الحل:



① $\lim_{س \to ١} هـ(س)$ نوجد اليمين واليسار

$\lim_{س \to ١^{+}} هـ(س) = \lim_{س \to ١^{+}} (٩س - ١) = ٩ \times ١ - ١ = ٨$

$\lim_{س \to ١^{-}} هـ(س) = \lim_{س \to ١^{-}} (٣س + ٥) = ٨$

$\Rightarrow \lim_{س \to ١^{+}} هـ(س) = \lim_{س \to ١^{-}} هـ(س) = ٨$

$\Leftarrow \lim_{س \to ١} هـ(س) = ٨$ موجودة

② $\lim_{س \to ٣} هـ(س) = \lim_{س \to ٣} (٩س - ١)$

$= ٩ \times ٣ - ١ = ٢٧ - ١$

$= ٢٦$

Home Work ③ + ④

Scanned by CamScanner

تذكير

إذا كانت

نهـا $ه(س)$ = موجودة
$س \to أ$

$\Leftarrow$ نهـا $ه(س)$ = نهـا $ه(س)$ = نهـا $ه(س)$
$س \to أ^+$ $س \to أ^-$ $س \to أ$

٣٩ إذا كانت

$$ه(س) = \begin{cases} ٣س^٢ - ٣ & ، س < ٢ \\ -٥س + ١ & ، س \geq ٢ \end{cases}$$

وكانت نهـا $ه(س)$ موجودة حيث $س \to ٢$

الحل:

$٣س^٢ - ٣$ ، $-٥س + ١$ ، ٢

نهـا $ه(س)$ موجودة
$س \to ٢$

نهـا $ه(س)$ = نهـا $ه(س)$
$س \to ٢^+$ $س \to ٢^-$

نهـا $(٣س^٢ - ٣)$ = نهـا $(-٥س + ١)$
$س \to ٢^+$ $س \to ٢^-$

$٣ \times ٢^٢ - ٣ = -٥ \times ٢ + ١$

$٣ب - ٦ = -١٠ + ١$

$٣ب = -٩$

$ب = -٣$

٤٠ إذا كانت

$$ه(س) = \begin{cases} ب س - ١ & ، س < ٣ \\ ١٠ & ، س = ٣ \\ س^٢ + ١ & ، س > ٣ \end{cases}$$

وكانت نهـا $ه(س)$ موجودة حيث $ب$
$س \to ٣$

الحل:

$ب س - ١$ ، ١٠ ، $س^٢ + ١$ ، ٣

نهـا $ه(س)$ موجودة
$س \to ٣$

نهـا $ه(س)$ = نهـا $ه(س)$
$س \to ٣^+$ $س \to ٣^-$

نهـا $(ب س - ١)$ = نهـا $(س^٢ + ١)$
$س \to ٣^-$ $س \to ٣^+$

$٣ب - ١ = ١٠$

$ب = ٦$

٤١ إذا كانت

$$ه(س) = \begin{cases} ٤س^٢ + ١ & ، س < ٣ \\ ٣٧ & ، س > ٣ \end{cases}$$

وكانت نهـا $ه(س)$ موجودة حيث $أ$
$س \to أ$

مهم

الحل:

$٤س^٢ + ١$ ، ٣٧ ، ٣

نهـا $ه(س)$ موجودة
$س \to أ$

نهـا $ه(س)$ = نهـا $ه(س)$
$س \to أ^+$ $س \to أ^-$

نهـا $(٤س^٢ + ١)$ = نهـا (٣٧)
$س \to أ^+$ $س \to أ^-$

$٤ \times أ^٢ + ١ = ٣٧$

$٤أ^٢ = ٣٧ - ١$

$٤أ^٢ = ٣٦$

$أ^٢ = ٩$

$أ = \pm ٣$

Scanned by CamScanner

دردشة حرة

$س^{٢}$ = عدد

$س = \pm\sqrt{\text{عدد}}$

مثلة:-

$س^{٢} = ١٦ \Leftarrow س = \pm ٤$

$س^{٢} = ٤٩ \Leftarrow س = \pm ٧$

$م^{٢} = ٤ \Leftarrow م = \pm ٢$

٤٢ اذا كانت $ق(س) = \begin{cases} ٥س^{٣} & ، س > ٢ \\ ٤٠ & ، س \leq ٢ \end{cases}$

واجب

جد قيمة م التي تجعل

نهـا ق(س) موجودة
س→٢

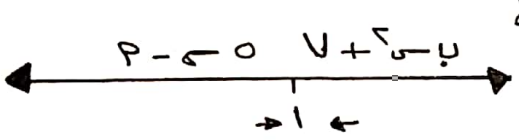
٤٣ جد "مهم"

اذا كانت $ق(س) = \begin{cases} ٥-٢س & ، س < ١ \\ ب س^{٢} + ٧ & ، س \geq ١ \end{cases}$

وكانت نهـا ق(س) = ١٦
س→٣

وكانت نهـا ق(س) موجودة جد ٢ب ؟؟
س→١

الحل



نهـا ق(س) = ١٦
س→٣

نهـا $(ب س^{٢} + ٧) = ١٦$
س→٣

$٩ب + ٧ = ١٦$

$٩ب = ١٦ - ٧ \Leftarrow \boxed{ب = ١}$

نهـا ق(س) موجودة
س→١

نهـا ق(س) = نهـا ح(س)
س→١⁺ س→١

نهـا $(ب س^{٢} + ٧)$ = نهـا $(٥ - ٢س)$
س→١⁺ س→١⁻

$١ \times (١)^{٢} + ٧ = ٥ - ٢ \times ١$

$٢ - ٥ = ٧ + ١$

$٢ - ٥ = ٨$

$٨ - ٥ = ٢$

$\boxed{٣- = ٢}$

Scanned by CamScanner

٤٤ اذا كانت $هـ(س) = \begin{cases} ب س + ٢ & ، س < ٣ \\ P - س & ، س \geq ٣ \end{cases}$

وكانت نهـ $هـ(س) = ٥$ وكانت نهـ $هـ(س)$ موجودة

$س \to ١-$ $س \to ٣$

حيث P، $ب$

$P = ٤$

$ب = \frac{١}{٣}$

واجب

٤٥ اذا كانت $هـ(س) = \begin{cases} ٢س + ١ & ، س \in ص \\ ٦س - ٢ & ، س \notin ص \end{cases}$

أوجد:

① نهـ $هـ(س)$ $س \to ٣$

② نهـ $هـ(س)$ $س \to \frac{١}{٢}$

③ $هـ(٥)$

④ نهـ $هـ(س)$ $س \to \frac{١}{٣}$

الحل:- لا داعي لرسم خط الأعداد.

① نهـ $هـ(س)$ $س \to ٣$ = نهـ $(٢س + ١)$ $س \to ٣$

$= ٢(٣) + ١ =$ ٧

② نهـ $هـ(س)$ $س \to \frac{١}{٢}$ = نهـ $(٦س - ٢)$ $س \to \frac{١}{٢}$

$= ٦ \times \frac{١}{٢} - ٢ =$ ١ $= -٣$

③ $هـ(٥) = (٢س + ١)$

$= ٢ \times ٥ + ١ =$ ١١

④ نهـ $هـ(س)$ $س \to \frac{١}{٣}$ = نهـ $(٦س - ٢)$ $س \to \frac{١}{٣}$

$= ٦ \times \frac{١}{٣} - ٢ = ٢ - ٢ =$ ٠

دردشة

ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة

حيث ص $= \{٠ \pm ١ \pm ٢ \pm ٣ ...\}$

ملاحظة:-

١ $س \in ص$ تعني (لأنه مجموعة الاعداد تنتمي إلى الاعداد ص)

٢ $س \notin ص$ تعني ( )

٤٦ واجب:

اذا كانت $هـ(س) = \begin{cases} س + ٦ & ، س \in ص \\ ٤س + ٩ & ، س \notin ص \end{cases}$

أوجد:

١ نهـ $هـ(س)$ $س \to ٠$

٢ نهـ $هـ(س)$ $س \to \frac{١}{٤}$

٣ $هـ(-٧)$

Scanned by CamScanner

معلومة

إذا كانت $هـ(س) = \begin{cases} ب & س = أ \\ ج & س \neq أ \end{cases}$

فإننا نوجد النهاية عند إشارة عدم المساواة.

$س \neq أ$ ← النهاية

$س = أ$ ← الصورة $هـ(أ)$

٤٧ إذا كانت

$هـ(س) = \begin{cases} س^٢ + ١ & س \neq ٣ \\ ٣س + ٤ & س = ٣ \end{cases}$

أوجد:

① نهـا $_{س \to ٣}$ هـ(س) ② هـ(٣)

الحل: لا داعي لرسم خط الأعداد.

① نهـا $_{س \to ٣}$ هـ(س) = نهـا $_{س \to ٣}$ $(س^٢ + ١)$

$= (٣)^٢ + ١ = ٩ + ١ = ١٠$

② هـ(٣) $= ٣ \times ٣ + ٤ = ٩ + ٤$

$= ١٣$

٤٨ إذا كانت

$هـ(س) = \begin{cases} ٤س - ٦ & س \neq ٥ \\ ١٠ & س = ٥ \end{cases}$

أوجد:

① نهـا $_{س \to ٥}$ هـ(س) ② هـ(٥)

③ نهـا $_{س \to ٣}$ هـ(س)

تدريبات

١ إذا كانت

نهـا $_{س \to -٢}$ $(م س^٢ + ٥س + ١) = ٣٧$

فأوجد قيمة الثابت م ؟؟

٢ إذا كانت

$ه(س) = \begin{cases} س^٢ + ١ & س \neq ٤ \\ ٣ & س = ٤ \end{cases}$

أوجد:

① نهـا $_{س \to ٧}$ ه(س) ② نهـا $_{س \to ٤}$ ه(س)

③ ه(٣) ④ ه(٢)

Scanned by CamScanner

نظريات النهايات

نظرية (١)

اذا كانت $\lim_{س \to ا} هـ(س) = ل$ وكانت $\lim_{س \to ا} و(س) = ع$

فإن:

١) $\lim_{س \to ا} (هـ(س) + و(س)) = ل + ع$

٢) $\lim_{س \to ا} (هـ(س) - و(س)) = ل - ع$

٣) $\lim_{س \to ا} (هـ(س) \times و(س)) = ل \times ع$

٤) $\lim_{س \to ا} \left(\frac{هـ(س)}{و(س)}\right) = \frac{ل}{ع}$ بشرط $ع \neq$ صفر

نتيجة

$\lim_{س \to ا} س^{ن} = ا^{ن}$

$\lim_{س \to -٢} س^{٢} = (-٢)^{٢} = ٤$

$\lim_{س \to -٢} -س^{٢} = -(-٢)^{٢} = -٤$

مثال

إذا كانت $\lim_{س \to ٣} هـ(س) = ١٢$ وكانت $\lim_{س \to ٣} و(س) = -٤$

أوجد كل من النهايات التالية:

أ) $\lim_{س \to ٣} (هـ(س) + و(س))$

الحل: ① نوجد النهاية على كل مقدار.

$= \lim_{س \to ٣} هـ(س) + \lim_{س \to ٣} و(س)$

② نعوض بقيمة كل مقدار

$= ١٢ + -٤$

$= ١٢ - ٤ = \boxed{٨}$

③ توجد الناتج

$س = ٣$
$هـ(س) = ١٢$
$و(س) = -٤$

نتيجة

النهاية تتوزع على العمليات الحسابية الأربعة.

العمليات الحسابية هي:

الجمع والطرح والضرب والقسمة

(أ) $\lim_{س \to ٢} (ق(س) - هـ(س))$

الحل:

$= \lim_{س \to ٢} ق(س) - \lim_{س \to ٢} هـ(س)$

$= ١٢ - ٤$

$= ١٢ + ٤ = \boxed{١٦}$

(ب) $\lim_{س \to ٢} (ق(س) + ٥س)$

الحل:

$= \lim_{س \to ٢} ق(س) + \lim_{س \to ٢} ٥س$

$= ١٢ + ٥ \times ٢$

$= ١٢ + ١٠ = ٢٢$

(ج) $\lim_{س \to ٢} (٣س^٢ - ق(س))$

الحل:

$= \lim_{س \to ٢} ٣س^٢ - \lim_{س \to ٢} ق(س)$

$= ٣ \times (٢)^٢ - ١٢$

$= ١٢ - ١٢ = \boxed{٠}$

(د) $\lim_{س \to ٢} (-س^٢ ق(س))$

الحل:

$= -\lim_{س \to ٢} س^٢ \times \lim_{س \to ٢} ق(س)$

$= -(٢)^٢ \times ١٢$

$= -٤ \times ١٢ = \boxed{-٤٨}$

(٣) اذا كانت $\lim_{س \to ١} ق(س) = ١٨$

وكانت $\lim_{س \to ١} هـ(س) = ٣$

جد:

(أ) $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س)}{هـ(س)}$

الحل:

$= \frac{\lim_{س \to ١} ق(س)}{\lim_{س \to ١} هـ(س)} = \frac{١٨}{٣} = \boxed{٦}$

(ب) $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س) + ٤س}{هـ(س) - ١}$

الحل:

$= \frac{\lim_{س \to ١} ق(س) + \lim_{س \to ١} ٤س}{\lim_{س \to ١} هـ(س) - \lim_{س \to ١} ١}$

$= \frac{١٨ + ٤ \times ١}{٣ - ١} = \frac{٢٢}{٢} = \boxed{١١}$

نظرية (٢)

$\lim_{س \to ب} جـ ق(س) = جـ \times \lim_{س \to ب} ق(س)$

أي أن:

الثابت يطلع برة النهاية

لاتنسى:

هنا سنقوم بوضع قيمة كل مقدار في هامش للمعلومات

$س =$

$ق(س) =$

$هـ(س) =$

Scanned by CamScanner

٣ اذا كانت $\lim_{س \to ٥} هـ(س) = -٢$

فوجد $\lim_{س \to ٥} (٣ هـ(س))$

الحل :-

$\lim_{س \to ٥} (٣ هـ(س)) = ٣ \times \lim_{س \to ٥} هـ(س)$

$= ٣ \times -٢ = -٦$

ويمكننا حل السؤال بتوزيع النهاية على الضرب

$= \lim_{س \to ٥} ٣ \times \lim_{س \to ٥} هـ(س) = ٣ \times -٢ = -٦$

٤ إذا كانت $\lim_{س \to ٣} هـ(س) = ٨$

وكانت $\lim_{س \to ٣} هـ(س) = -٢$

فجد :-

(أ) $\lim_{س \to ٣} (٤ هـ(س) + ٢ هـ(س))$

الحل :- توزيع النهاية على كل مقدار

$= \lim_{س \to ٣} ٤ \times \lim_{س \to ٣} هـ(س) + \lim_{س \to ٣} ٢ \times \lim_{س \to ٣} هـ(س)$

$= ٤ \times ٨ + ٢ \times -٢$

$= ٣٢ - ٤ = \boxed{٢٨}$

(ب) $\lim_{س \to ٣} (٥ هـ(س) + ٦)$

الحل :- توزيع النهاية على كل مقدار.

$= \lim_{س \to ٣} ٥ \times \lim_{س \to ٣} هـ(س) + \lim_{س \to ٣} ٦$

$= ٥ \times ٨ + ٦ = ٤٠ + ٦$

$= \boxed{٤٦}$

(ج) $\lim_{س \to ٣} (\frac{١}{٢} هـ(س) - ٢ هـ(س))$

الحل :-

$= \lim_{س \to ٣} \frac{١}{٢} \times \lim_{س \to ٣} هـ(س) - \lim_{س \to ٣} ٢ \times \lim_{س \to ٣} هـ(س)$

$= \frac{١}{٢} \times ٨ - ٢ \times -٢$

$= ٤ + ٤ = \boxed{٨}$

(د) $\lim_{س \to ٣} (٢ هـ(س) - \frac{١}{٨} هـ(س))$

الحل :-

ملاحظة :

اذا أعطي الجواب النهائي للنهاية وكانت المطلوب أثبت أو (بيّن أنه)

فجواب النهاية هو نفس الجواب المعطى طبيق ما تعلمناه حتى نتوصل الى الجواب نفسه .

Scanned by CamScanner

نظرية (٣)

إذا كانت $\lim_{س \to P} هـ(س) = ل$

فإنه

١ $\lim_{س \to P} (هـ(س))^{ن} = (\lim_{س \to P} هـ(س))^{ن}$

$= (ل)^{ن}$

٢ $\lim_{س \to P} \sqrt[ن]{هـ(س)}$

$= \sqrt[ن]{\lim_{س \to P} هـ(س)} = \sqrt[ن]{ل}$

---

٥ إذا كانت $\lim_{س \to ٢} هـ(س) = -٣$

جد:

(أ) $\lim_{س \to ٢} (هـ^{٢}(س) - س)$

الحل: توزع النهاية على كل مقدار

$= (\lim_{س \to ٢} هـ(س))^{٢} - \lim_{س \to ٢} س$

$= (-٣)^{٢} - ٢ = ٩ - ٢ =$ **٧**

(ب) $\lim_{س \to ٢} (هـ^{٣}(س) + ٥س)$

$= (\lim_{س \to ٢} هـ(س))^{٣} + ٥ \lim_{س \to ٢} س$

$= (-٣)^{٣} + ٥ \times ٢ = -٢٧ + ١٠$

$=$ **-١٧**

---

٦ إذا كانت $\lim_{س \to ٣} هـ(س) = ٦٤$

جد:

(أ) $\lim_{س \to ٣} \sqrt{هـ(س)}$

$= \sqrt{\lim_{س \to ٣} هـ(س)} = \sqrt{٦٤} =$ **٨**

(ب) $\lim_{س \to ٣} \sqrt[٣]{هـ(س)}$

$= \sqrt[٣]{\lim_{س \to ٣} هـ(س)} = \sqrt[٣]{٦٤} =$ **٤**

---

٧ إذا كانت $\lim_{س \to ٣} هـ(س) = ٢٤$

وكانت $\lim_{س \to ٣} هـ(س) = ٨$

جد:

(أ) $\lim_{س \to ٣} (\sqrt[٣]{هـ(س) + س} + \frac{١}{٤} هـ(س))$

٥

(ب) $\lim_{س \to ٣} \sqrt{هـ(س) - هـ(س) + س هـ(س)}$

٢٨

(ج) $\lim_{س \to ٣} (\sqrt[٣]{هـ(س)} + س + ٢)$

١٠

---

٨ إذا كانت $\lim_{س \to -٢} هـ(س) = ٣$

(صح)

فجد

$\lim_{س \to -٢} \sqrt{٧ - س هـ^{٢}(س)}$

ج = ٥

Scanned by CamScanner

ملاحظة ⚠

اذا كانت معطيات السؤال ليست جاهزة نقوم بتجهيزها أولاً

خلي $\lim_{س \to P} ق(س) = ل$

٩ اذا كانت $\lim_{س \to ٠} ٢ ق(س) = ١٨$

جد $\lim_{س \to ٠} ق^{٢}(س)$

الحل نجهز $\lim_{س \to ٠}$ نعما $٢ \times$ نهما $\lim_{س \to ٠} ق(س) = ١٨$

$\frac{٢}{٢} ق(س) = \frac{١٨}{٢}$ | $س = ٠$ ، $ق(س) = ٩$

نهما $\lim_{س \to ٠} ق(س) = ٩$

نعما $\lim_{س \to ٠} ق^{٢}(س) = (٩)^{٢} = ٨١$

١٠ اذا كانت نهما $\lim_{س \to ٢} (ق(س) + س) = ٥$

جد نهما $\lim_{س \to ٢} (٤ ق(س) - س)$

الجواب **١٠**

١١ اذا كانت نهما $\lim_{س \to -١} (٣ ق(س) + س^{٣} + ١) = ٢٧$

أوجد نهما $\lim_{س \to ٢} (ق(س))$

الجواب **١٠٠٠**

١٢ اذا كانت نهما $\lim_{س \to ١} ((ق(س))^{٣} + ٢) = ٢٩$

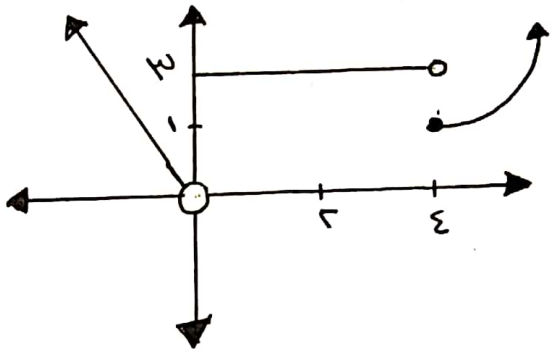
وكانت نهما $\lim_{س \to ١} هـ(س) = -٣$

أوجد نهما $\lim_{س \to ١} (ق(س) + ٢ هـ(س) + س)$

Scanned by CamScanner

أسئلة دوج Complex رسم + نظريات

P اعتمادا" على الشكل المجاور أجب عن مايلي :-



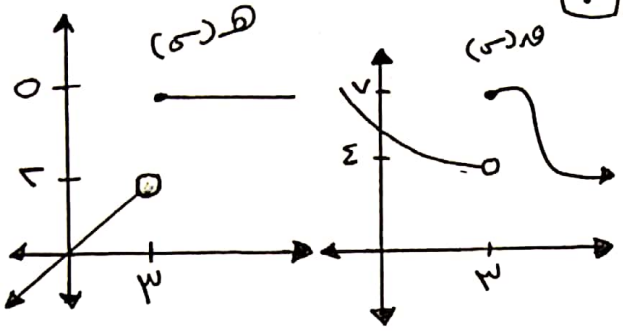
① نهـا $\lim_{س \to ٤^+}$ هـ(س) = ١

② نهـا $\lim_{س \to ٠^-}$ هـ(س) = ٠

③ نهـا $\lim_{س \to ٢}$ (٥ هـ(س) − ٣س − س٢)

④ أثبت أن

نهـا $\lim_{س \to ٤^-}$ $\frac{س + ٣}{هـ(س) - ١} = \frac{٧}{٢}$

٧ 

أوجد :-

① نهـا $\lim_{س \to ٣^+}$ هـ(س)

② نهـا $\lim_{س \to ٣^-}$ (٢ هـ(س) − ٣ هـ(س))

③ نهـا $\lim_{س \to ٣}$ (هـ(س) − هـ(س)) 686

راجع 2017

٨ إذا كانت نهـا $\lim_{س \to ١}$ هـ(س) = ٤

أوجد :

نهـا $\lim_{س \to ١}$ (هـ(س) + س)٢ − ٥ س

الجواب ٢٠

Scanned by CamScanner

أسئلة الوزارة

1997

اذا كانت نهـا $\to_{س\to ٢}$ $ق(س) = ٧$

وكانت نهـا $\to_{س\to ٢}$ $هـ(س) = ل$

وكانت نهـا $\to_{س\to ٢}$ $(ق(س) \times هـ(س)) = ٢١$

جد قيمة ل ؟؟

1997 اذا كانت

نهـا $\to_{س\to -٢}$ $ق(س) = ٥$

فجد نهـا $\to_{س\to -٢}$ $(س^٢ ق(س) + ٣)$

1998 اذا كانت نهـا $\to_{س\to ٢}$ $ق(س) = ٣$

وكانت نهـا $\to_{س\to ٢}$ $هـ(س) = ٨$

جد نهـا $\to_{س\to ٢}$ $(٢ ق(س) - \frac{هـ(س)}{٣})$

1999

اذا كانت نهـا $\to_{س\to ٢}$ $(س + ل) = ٦$

فإنه قيمة ل تساوي ؟؟

2008

اذا كانت نهـا $\to_{س\to ٣}$ $ق(س) = ٧$

فجد نهـا $\to_{س\to ٣}$ $(س ق(س) + ١)$

2008 ص

إذا نهـا $\to_{س\to -١}$ $(س^٣ - ٢)$ تساوي ؟؟

2009

إذا وجد نهـا $\to_{س\to ٢}$ $(٦ س ق(س) + ٣)$

علما" أن نهـا $\to_{س\to ٢}$ $ق(س) = ٥$

2010 إذا علمت

أن نهـا $\to_{س\to ٢}$ $ق(س) = ٤$

فإن نهـا $\to_{س\to ٢}$ $(س ق(س) - ٣)$

تساوي ؟؟

2010

إذا نهـا $\to_{س\to ٠}$ $\frac{٣}{١ - س}$ تساوي ؟؟

Scanned by CamScanner

2010 اذا كانت

نهـا $هـ(س) = ٤$
$س \to ٦$

وكانت نهـا $هـ(س) = ٣$
$س \to ٦$

فوجد نهـا $(٣هـ(س) + هـ(س))$
$س \to ٦$

2011 اذا كانت

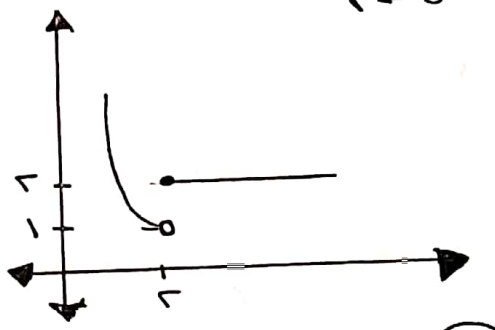
نهـا $هـ(س) = ٤$
$س \to ٣$

فإن نهـا $(س هـ(س))$
$س \to ٣$

تساوي

2010 معتمداً على الشكل المجاور والذي يمثل منحنى $هـ(س)$ فإن

نهـا $هـ(س) =$
$س \to ٢$



(أ) ٢ (ب) -٢

(ج) ١ (د) غ.م

2012

$$\text{اذا كانت } هـ(س) = \begin{cases} س^٢ + ٤ & ، س < ٢ \\ ١٠ & ، س = ٢ \\ ل س + ٦ & ، س > ٢ \end{cases}$$

جد قيمة ل التي تجعل نهـا $هـ(س)$ موجودة
$س \to ٢$

2012

اذا كانت نهـا $هـ(س) = ٢$
$س \to ٣$

وكانت نهـا $هـ(س) = ١$
$س \to ٣$

فوجد نهـا $(س هـ(س) + هـ^٢(س))$
$س \to ٣$

2011 اذا كانت

$$هـ(س) = \begin{cases} ٧ & ، س > ٠ \\ ٥ & ، س = ٠ \\ ٣ & ، س < ٠ \end{cases}$$

فإن نهـا $هـ(س)$ تساوي ؟
$س \to ٠$

2012 اذا كانت

$$هـ(س) = \begin{cases} م س - ٥ & ، س < ٥ \\ ٣٠ & ، س = ٥ \\ ٨ س + ٥ & ، س > ٥ \end{cases}$$

جد قيمة م التي تجعل نهـا $هـ(س)$ موجودة
$س \to ٥$

Scanned by CamScanner

2012

إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} س^{٣} - ٦س & س \geq ٢ \\ م س^{٢} - ٦س & س < ٢ \end{cases}$

جد قيمة م التي تجعل

نهـا $ق(س)$ موجودة
$س \to ٢$

2012

إذا كانت نهـا $ق(س) = ٤$
$س \to ٥$

وكانت نهـا $هـ(س) = -٣$
$س \to ٥$

فوجد نهـا $(ق(س) - هـ(س))$
$س \to ٥$

2013

علامات 6

إذا كانت نهـا $ق(س) = ٧$ وكانت
$س \to ٢$

نهـا $هـ(س) = -٣$ فوجد:
$س \to ٢$

نهـا $(٢ق(س) + هـ^{٢}(س) - س)$
$س \to ٢$

2013

إذا كانت نهـا $(أ س^{٢} + ٣) = ٧$
$س \to -١$

جد أ ؟؟

2013

جد نهـا $(\sqrt{س^{٣} + ١} + س + ٥)$
$س \to ٢$

2014

جد نهـا $(\sqrt{٥ - ٣س} + س^{٢} + ٧)$
$س \to -١$

2014

إذا كانت نهـا $ق(س) = -٦$
$س \to ٢$

وكانت نهـا $هـ(س) = ٤$
$س \to ٢$

فوجد:

نهـا $((ق(س) + هـ(س) + ١)^{٢} - ٣س)$
$س \to ٢$

2015

إذا كانت نهـا $ق(س) = ٤$
$س \to ٣$

وكانت نهـا $هـ(س) = -٨$
$س \to ٣$

فوجد:

نهـا $(\sqrt{٢ق(س) - هـ(س)} + س هـ(س))$
$س \to ٣$

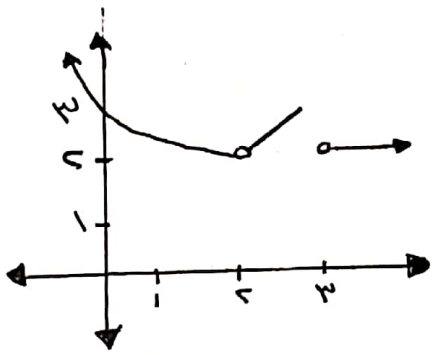
2016:

جد نهـا $\left(\frac{٦ + س}{س^{٢} + ٥س} + \sqrt[٣]{٤س - ٣}\right)$
$س \to -٦$

Scanned by CamScanner

2016 :

اعتماداً على الشكل المجاور أوجد :

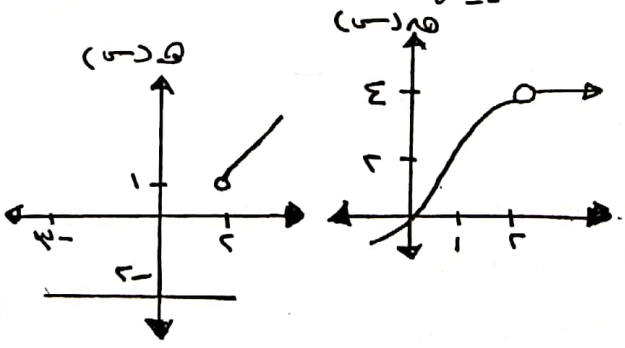


① نهـا هـ(س)
س ← ٣+

② نهـا (٢هـ(س) − (٢س − ٨)/٢)
س ← ٠

2017 :

اعتماداً على الشكل التالي أجب عما يلي :-



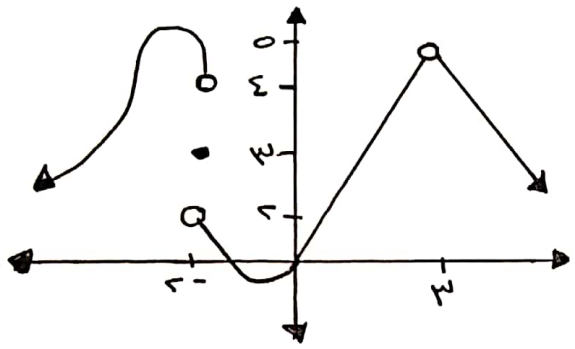
① نهـا (٥هـ(س) − (هـ(س))² + ٦س)
س ← ١

② نهـا ٣هـ(س) / (س + هـ(س))
س ← ٣+

2017 :

① جد نهـا (√(س+٩)/س + √(٧ − ٦س))
س ← ٣-

② اعتماداً على الشكل المجاور جد :



④ نهـا (هـ(س) + ٣ − س)
س ← ٢-

⑤ نهـا √(هـ(س))
س ← ٣

2018

نهـا (√(س٢ + ٣)/(س − ٣) + √(٧ + √(١٨ − ٦س)))
س ← ٣-

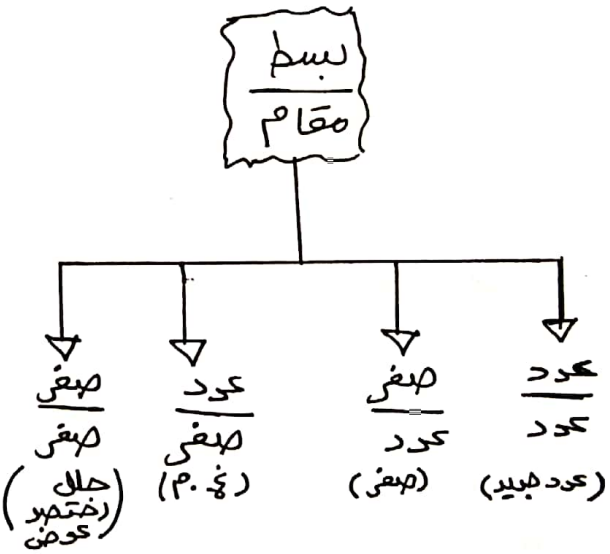
Scanned by CamScanner

نهاية خارج قسمة اقترانين

تذكير:

الأصل في النهاية التعويض المباشر.

فاذا كانه شكل الاقتران ق(س) هو ق(س) = بسط / مقام فاننا نعوض في البسط والمقام وننتظر الجواب ضمن المخطط التالي:



أوجد كل من النهايات التالية:

١) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ + ١}{س + ٣}$

الحل: $= \frac{(٣)^٢ + ١}{٣ + ٣} = \frac{١٠}{٥} =$ ٢

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{س - ٩}{س^٢ + ٣}$

الحل: $= \frac{٠ - ٩}{(٠)^٢ + ٣} = \frac{-٩}{٣} =$ -٣

٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ - ٨}{س + ٢}$

الحل: $= \frac{(٢)^٣ - ٨}{٢ + ٢} = \frac{٨ - ٨}{٤} = \frac{٠}{٤} =$ ٠

٤) $\lim_{س \to -١} \frac{س^٧ + ١}{س - ١}$

الحل: $= \frac{(-١)^٧ + ١}{-١ - ١} = \frac{-١ + ١}{-٢} = \frac{٠}{-٢} =$ ٠

٥) $\lim_{س \to ٤} \frac{س + ٣}{س^٢ - ٨}$

الحل: $= \frac{٤ + ٣}{١٦ - ٨} = \frac{٧}{٨} =$ غ.م.

٦) نهاً ق(س) = ٥
س ← ٢

أوجد $\lim_{س \to ٢} \frac{س + ٤}{١٠ - ٢ ق(س)}$

الحل:

الجواب غ.م

Scanned by CamScanner

قاعدة :

اذا كانة ناتج التعويض امباشر $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$:

(P) هدفنا دائماً اختصار

$\lim_{س \to P} \{(س - P)\}$

مثلاً $\lim_{س \to ٣} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ ← الهدف $(س - ٣)$

(يجب (بجانة في البسط والمقام واختصاق)

(ب) $\frac{س - P}{P - س} = -١$ ، $\frac{P - س}{س - P} = -١$

$\frac{س - P}{ص - P} = ١$ ، $\frac{P - س}{P - س} = ١$

تذكر العبارة الشهيرة

حلل ← أختصر ← عوض

والتحليل هنا يتضمن :

١ أخراج العامل المشترك

٢ الفرق بين مربعين

٣ الفرق والمجموع بين مكعبين

٤ ثلاثي الحدود (العبارة التربيعية)

٥ الضرب بالمرافق

٦ توحيد المقامات .

٧ دمج بيت الدفكار السابقة.

الدأ سئلة :-

٧ $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ - ٦ س}{س - ٣} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

الحل :-

$\lim_{س \to ٣} \frac{س(س - ٣)}{س - ٣} = \lim_{س \to ٣} س = ٣$ ✓

٨ $\lim_{س \to ١} \frac{س^٥ - ١}{س - ١} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

الحل

$\lim_{س \to ١} \frac{(س - ١)(س^٤ + س^٣ + س^٢ + س + ١)}{س - ١} = \lim_{س \to ١} = ٥$ ✓

٩ $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ - ٢ س}{٤ س - ٨} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

الحل

$\lim_{س \to ٢} \frac{س(س - ٢)}{٤(س - ٢)} = \lim_{س \to ٢} \frac{س}{٤}$

$= \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$ ✓

١٠ $\lim_{س \to ٠} \frac{س^٣ - ٢ س^٢ - ٦ س}{س^٢ + ٢ س}$

Scanned by CamScanner

١١ نهـا $\frac{س^{٤}-٢س^{٣}}{س^{٢}-٢س-٤}$ ، $س \to ٢$

الحل :

١٢ نهـا $\frac{س^{٢}-٣س}{س-٣}$ ، $س \to ٣$ صفر/صفر

الحل :

نهـا $\frac{س(س-٣)}{س-٣}$ = نهـا $س$ = ٣ ، $س \to ٣$

١٣ نهـا $\frac{س-٥}{٥س-س^{٢}}$ ، $س \to ٥$ صفر/صفر

الحل :

نهـا $\frac{-(٥-س)}{س(٥-س)}$ = نهـا $\frac{-١}{س}$ = $\frac{-١}{٥}$ ، $س \to ٥$

١٤ نهـا $\frac{س^{٢}-١٦}{س^{٢}-٨س+١٦}$ ، $س \to ٤$ صفر/صفر

الحل :

نهـا $\frac{(س-٤)(س+٤)}{(س-٤)^{٢}}$ ، $س \to ٤$

نهـا $\frac{س+٤}{س-٤}$ = $\frac{٤+٤}{٤-٤}$ = $\frac{٨}{٠}$ = ∞ ، $س \to ٤$

١٥ نهـا $\frac{س^{٥}-١٠س}{س^{٢}-٤}$ ، $س \to ٢$

١٦ نهـا $\frac{س^{٣}+١}{س+١}$ ، $س \to -١$ صفر/صفر

الحل :

نهـا $\frac{(س+١)(س^{٢}-س+١)}{س+١}$ ، $س \to -١$

$= (-١)^{٢} - (-١) + ١$

$= ١ + ١ + ١ = ٣$

١٧ نهـا $\frac{س^{٤}-٢٧س}{س^{٢}-س-٦}$ ، $س \to ٣$

١٨ نهـا $\frac{س^{٥}-س^{٢}}{س^{٣}-س-٢}$ ، $س \to ١$

١٩ نهـا $\frac{س^{٣}-٩س}{س^{٣}-س}$ ، $س \to ٣$

Scanned by CamScanner

٢٠ نهـا $\frac{س^٢ + ٥س + ٦}{٩ - س^٢}$ عند $س \to -٣$ — صفر/صفر

الحل:

$$\text{نهـا}_{س \to -٣} \frac{(س+٣)(س+٢)}{(٣-س)(٣+س)}$$

$$\text{نهـا}_{س \to -٣} \frac{س+٢}{٣-س} = \frac{-٣+٢}{٣+٣} = \frac{-١}{٦} = \frac{١}{٦}$$

٢١ نهـا $\frac{س^٢ - ٦س + ٩}{٦ - س^٢}$ عند $س \to ٣$ — صفر/صفر

الحل:

$$\text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{(س-٣)(س-٣)}{(٣-س)(٣+س)}$$

$$= \frac{صفر}{٦} = صفر.$$

٢٢ نهـا $\frac{س+٢}{س^٣ + ٤س^٢ + ٤س}$ عند $س \to -٢$

٢٣ نهـا $\frac{س^٢ - ٣س - ٤}{س^٣ - ١٢ - س}$ عند $س \to ٤$ — صفر/صفر

٢٤ نهـا $\frac{س^٢ - س - ٦}{١٠ - ٥س}$ عند $س \to ٣$

٢٥ نهـا $\frac{س^٢ + س - ٢}{١ - س^٢}$ عند $س \to ١$

٢٦ نهـا $\frac{٣س^٢ - س - ٢}{١ - س}$ عند $س \to ١$ — صح

تحلل $٣س^٢ - س - ٢$

$٣ \times -٢ = -٦$

$-٣ + ٢ = -١$

$٣س^٢ - ٣س + ٢س - ٢$

$٣س(س-١) + ٢(س-١)$

$(س-١)(٣س+٢)$

ماتحت نهـا

$\frac{٣}{١} = ٣ + ٢ = ٥$

نهـا $\frac{(س-١)(٣س+٢)}{١-س}$ عند $س \to ١$

$= ٣ + ٢ = ٥$

٢٧ نهـا $\frac{٥س^٢ - ٦س + ١}{٥ - ٢ - ٢س}$ عند $س \to ١$

Scanned by CamScanner

٢٨ $\lim_{س \to 1} \frac{س^3 + ٢س^2 - ٣س}{س^2 - 1}$ (رابع)

الحل:

٢٩ $\lim_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^2 - س^2}{٥هـ}$ صفر/صفر

الحل:

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(٣هـ + هـ - ٥)(س + هـ + س)}{٥هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٢س + هـ)}{٥هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} (٢س + هـ) = ٢س + ٠$

$= \boxed{٢س}$

ملاحظة:

$(ق \circ س)^2$ ـ عدد

نفكر بالفرق بين مربعين

٣٠ $\lim_{س \to ٣} \frac{(س+١)^2 - ١٦}{س - ٣}$ صفر/صفر

الحل:

$\lim_{س \to ٣} \frac{(س+١-٤)(س+١+٤)}{س - ٣}$

$\lim_{س \to ٣} \frac{(س-٣)(س+٥)}{س - ٣}$

$\lim_{س \to ٣} (س+٥) = ٣+٥ = \boxed{٨}$

٣١ $\lim_{س \to ٣} \frac{(س+٢)^2 - ٢٥}{س - ٣}$

٣٢ إذا كانت $ق(س) = س$ (مهم)

أوجد $\lim_{س \to -٣} \frac{ق^2(س) - ق(٩)}{س + ٣}$

الحل:

$\lim_{س \to -٣} \frac{س^2 - ٩}{س + ٣}$

$\lim_{س \to -٣} \frac{(س-٣)(س+٣)}{س + ٣}$

$\lim_{س \to -٣} (س - ٣)$

$= -٣ - ٣ = \boxed{-٦}$

نحذف الأقواس

$ق(س) = س$

$ق^2(س) = س^2$

$ق(س) = س$

$ق(٩) = ٩$

مثال راجع ٣٣

Scanned by CamScanner

٣٣ إذا كانت $f(س) = س$

فأوجد $\lim_{س \to ٢} \frac{f^{٣}(س) - f(٨)}{٤ - ٢س}$

ج ٢-

تدريبات

٣٤ $\lim_{س \to -١} (س^{٣} - ٧س)$ ج ٦

٣٥ $\lim_{س \to ٤} \left(\frac{٣س + ٢}{٢ - س} + \frac{٨}{س^{٢}} - ١ \right)$ ج ٨

٣٦ $\lim_{س \to ٠} \left(\frac{س - ٥}{س^{٣} + ٣س^{٢} - ١٠} \right)$ ج $\frac{١}{٢}$

٣٧ $\lim_{س \to ٥} \left(\frac{س^{٢} + ٢٥}{٥ + س} \right)$ ج ٥

٣٨ $\lim_{س \to ١} \left(\frac{١ - س}{٣ - س} \right)$ ج ٠

٣٩ $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٢} - ٤}{٤ - ٣س}$ ج ٢

٤٠ $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٢} - س - ٢}{٨ - س^{٣}}$ ج $\frac{١}{٤}$

٤١ $\lim_{س \to ٠} \frac{٣ - ٣س^{٢}}{٢ - ٢س}$ ج ٣

٤٢ $\lim_{س \to ٤} \frac{س^{٣} - ٢س^{٢} - ٨س}{٨ - ٣س^{٢}}$ ج ١٢

٤٣ $\lim_{س \to ٠} \frac{(٣س + هـ)^{٢} - هـ^{٢}}{٥س}$ ج $\frac{٤هـ}{٥}$

٤٤ $\lim_{س \to ٠} \frac{٢س^{٣} - ٤س^{٢} + ٩س}{٣س^{٣} - ٤س^{٢}}$ ج ٢

٤٥ $\lim_{س \to ٠} \frac{٥س^{٢}}{٣س^{٢} + ٤س^{٣}}$ ج $\frac{٥}{٣}$

٤٦ $\lim_{س \to ٣} \frac{٣س^{٣} - ٥٤}{٦ - ٢س^{٣}}$ ج $\frac{٨١}{٦}$

٤٧ $\lim_{س \to ٥} \left(\frac{٥س - س^{٢}}{٥ - س} \right)^{٣}$ ج ١٢٥

٤٨ $\lim_{س \to ٣} \frac{٤ - (س - ١)^{٢}}{٩ - س^{٢}}$ ج $\frac{٢}{٣}$ (٢٨٥)

Scanned by CamScanner

أسئلة الوزارة

1998

أوجد نهـا $\dfrac{(س+هـ)^{2}-س^{2}}{هـ}$ حيث هـ ← ٠

3 س

1999

أوجد نهـا $\dfrac{(س-2)^{2}-1}{س-1}$ حيث س ← 1

1999

أوجد نهـا $\dfrac{س^{3}-8}{س-2}$ حيث س ← 2

2008 + 2010

أوجد نهـا $\dfrac{س^{2}-3س+2}{س^{2}-2س}$ حيث س ← 2

2010 (مهم)

أوجد نهـا $(س^{3}-2)^{2}$ حيث س ← -1

2010

أوجد نهـا $\dfrac{س^{2}+1}{س-1}$ حيث س ← 3

2012

جد نهـا $\dfrac{س^{2}-5س+2}{س^{3}-15س-5}$

2011

جد نهـا $\dfrac{س^{3}+5س^{2}+6س}{س^{2}-4}$ حيث س ← -2

2013

جد نهـا $\dfrac{2-س-3س}{س^{2}+س-2}$ حيث س ← 1

2015

جد نهـا $\dfrac{س^{2}-3س-4}{س-12-3س}$ حيث س ← 4

2016

جد نهـا $\dfrac{س^{2}-2س-3}{12-س-4س}$ حيث س ← 3

2017

نهـا $\dfrac{س^{3}-4س^{2}}{16-س^{2}}$ حيث س ← 4

Scanned by CamScanner

٢٠١٩ ~ ٨

جد نهـا $\frac{س^{٢}+٢س-٨}{س^{٣}-٢س}$ (٤علامات)
س ← ٢

٢٠١٩ ~ تكميلي

(١٠علامات)

جد نهـا $\frac{٤-س^{٢}}{س^{٣}+س^{٢}}$
س ← -١

Scanned by CamScanner

الضرب بالمرافق

نستخدم طريقة الضرب بالمرافق اذا تحققت الشرطان التاليان:

١ صفر / صفر

٢ وجود الجذر في السؤال.

تمهيد (عكس إشارة المتوسط)

المقدار	المرافق	حاصل الضرب
$\sqrt{س}+٤$	$\sqrt{س}-٤$	$س-١٦$
$\sqrt{س}-٥$	$\sqrt{س}+٥$	$س-٢٥$
$\sqrt{س+٣}-٢$	$\sqrt{س+٣}+٢$	$س+٣-٤$
$٧-\sqrt{س}$	$٧+\sqrt{س}$	$٤٩-س$
$١+\sqrt{س-٢٥}$	$١-\sqrt{س-٢٥}$	$١-(س-٢٥)$
$٤-\sqrt{٥-س}$	$٤+\sqrt{٥+س}$	$١٦-(٥+س)$

خطوات حل المسألة
١ نزل المسألة كما هي
٢ نضرب ونقسم بالمرافق
٣ العينة السحرية.
٤ حل / اختصار / عوض

العينة السحرية
١ شيل الجذر
٢ ربع العدد.
٣ بينهم سالب.

وحيد (ن) المقدار المتبقي من المرافق
تعويض (مباشر)

١ نهـا $\frac{\sqrt{س}-٣}{٩-س}$ ، $س \to ٩$ (صفر/صفر)

الحل :-

نهـا $\frac{\sqrt{س}-٣}{٩-س} \times \frac{\sqrt{س}+٣}{\sqrt{س}+٣}$ ، $س \to ٩$

نهـا $\frac{س-٩}{(٩-س)(\sqrt{س}+٣)}$ ، $س \to ٩$

$= \frac{١}{٦}$

٢ نهـا $\frac{س-١٦}{\sqrt{س}-٤}$ ، $س \to ١٦$ (صفر/صفر)

الحل :-

نهـا $\frac{س-١٦}{\sqrt{س}-٤} \times \frac{\sqrt{س}+٤}{\sqrt{س}+٤}$ ، $س \to ١٦$

نهـا $\frac{(س-١٦)\times ٨}{س-١٦}$ ، $س \to ١٦$

$= ٨$

٣ نهـا $\frac{\sqrt{٤س+٩}-٥}{س-٤}$ ، $س \to ٤$ (صفر/صفر)

Scanned by CamScanner

٤) $\lim_{س \to 1} \frac{س^2 - 1}{\sqrt{س} - 1}$ صفر / صفر

الحل:

$$\lim_{س \to 1} \frac{س^2 - 1}{\sqrt{س} - 1} \times \frac{\sqrt{س} + 1}{\sqrt{س} + 1}$$

$$\lim_{س \to 1} \frac{(س^2 - 1) \times 2}{س - 1}$$

$$\lim_{س \to 1} \frac{(س - 1)(س + 1) \times 2}{س - 1}$$

$$\lim_{س \to 1} (س + 1) \times 2 = (1 + 1) \times 2$$

$$= 2 \times 2 = 4$$

٥) $\lim_{س \to 0} \frac{\sqrt{س + 1} - 1}{س^2 + س}$ صفر / صفر

$\frac{1}{3}$

٦) $\lim_{س \to 0} \frac{-3 - \sqrt{2س - 1}}{س - 5}$ (مهم جداً)

$\frac{1}{3}$

٧) $\lim_{س \to 5} \frac{3س - 15}{\sqrt{س + 20} - 5}$

٨) $\lim_{س \to 2} \frac{\sqrt{س + 2} - 2}{س - 2}$

٩) $\lim_{س \to 3} \frac{\sqrt{س + 1} - 2}{3 - س}$

١٠) (مهم جداً) إذا كان $ق(س) = \sqrt{س + 2}$

أوجد $\lim_{س \to 7} \frac{ق(س) - ق(7)}{7 - س}$

دخول السالب

$-$(قوس) ⟸ نقلب إشارة ما بداخل القوس

$-(3س - 4) = -3س + 4$

$-(3س + 5) = -3س - 5$

$-(-4س + 1) = 4س - 1$

$-(-6س - 2) = 6س + 2$

أ.أحمد مصطفى مرعي

Scanned by CamScanner

توحيد مقامات

نستخدم طريقة توحيد المقامات إذا تحقق الشرطان التاليان:

١ صفر / صفر

٢ عجقة كسور.

تذكير:

أوجد قيمة كل مما يلي:

$\frac{٧}{٢} + \frac{٥}{٣}$

الحل:

$= \frac{٥ \times ٢ + ٣ \times ٧}{٢ \times ٣} = \frac{١٠ + ٢١}{٦} = \frac{٣١}{٦}$

١ أوجد $\lim_{س \to ٣} \frac{\frac{١}{س} - \frac{١}{٣}}{٣ - س}$ صفر/صفر

الحل:

$= \lim_{س \to ٣} \frac{٣ - س}{٣ \times س \times (٣ - س)}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{١}{٣ \times س} = \frac{١}{٣ \times ٣} = \frac{١}{٩}$

Workout: $\lim_{س \to ٢} \frac{\frac{١}{س} - \frac{١}{٢}}{٤ - س^٢}$

٢ $\lim_{س \to ٢} \frac{\frac{٣}{٤} - \frac{٣}{س^٢}}{٢ - س}$ صفر/صفر

الحل:

$= \lim_{س \to ٢} \frac{١٢ - ٦س}{٤ \times س^٢ \times (٢ - س)}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{-٦(٢ - س)}{٤ \times س^٢ \times (٢ - س)}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{-٦}{٤ \times س^٢} = \frac{-٦}{٤ \times ٢ \times ٢} = \frac{-٦}{١٦} = -\frac{٣}{٨}$

٣ $\lim_{س \to ٠} \frac{\frac{١}{٢ + س} - \frac{١}{٢}}{س}$ انتبه

$-\frac{١}{٤}$

٤ $\lim_{س \to ٠} \frac{\frac{٢}{٣ - س} + \frac{٤}{٦ + س}}{س}$

$-\frac{١}{٣}$

٥ $\lim_{س \to ٢} \frac{\frac{١}{١ + س} - \frac{١}{٣}}{٢ - س}$

٦ $\lim_{س \to ١} \frac{\frac{٦}{٢ + س} - \frac{٤}{١ + س}}{١ - س}$ مهم

Scanned by CamScanner

أسئلة الوزارة

1999 + 2008

$$\text{نها}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س+١} - ١}{س}$$

2008

$$\text{نها}_{س \to ٨} \frac{س - ٨}{\sqrt[٣]{س+١} - ٣}$$

2009

$$\text{نها}_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س+١} - ٢}{س - ٣}$$

2009 (5 علامات)

$$\text{نها}_{س \to ٠} \frac{\sqrt[٣]{س+٥} - \sqrt[٣]{٥}}{س}$$

2010

$$\text{نها}_{س \to ٤} \frac{س - ٤}{\sqrt{س} - ٢}$$

2011

$$\text{نها}_{س \to ١} \frac{\frac{١}{س+١} - \frac{١}{٢س}}{س - ١}$$

2012

$$\text{نها}_{س \to ٥} \frac{\sqrt{٣س+١} - ٤}{س^{٢} - ٥س}$$

2014

$$\text{نها}_{س \to ٣} \frac{\frac{١}{س+٣} - \frac{١}{٢س}}{٣ - س}$$

2016

$$\text{نها}_{س \to ٧} \frac{\sqrt[٣]{٣س+٤} - ٥}{س^{٢} - ٤٩}$$

2017 (5 علامات)

$$\text{نها}_{س \to ٠} \frac{\frac{١}{٥ - س} + \frac{٢}{٤س + ١٠}}{٣س}$$

2019 تكميلي (٨ علامات)

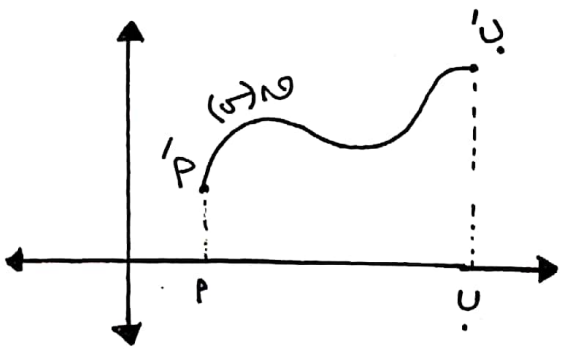
$$\text{نها}_{س \to ٣} \frac{\frac{٣}{٤س} - \frac{٢}{س+١}}{٣ - س}$$

Scanned by CamScanner

الاتصال

المعنى العام للاتصال :

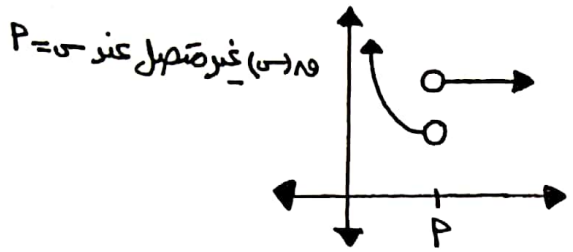
عزيزي الطالب إليك منحنى الاقتران $ق(س)$

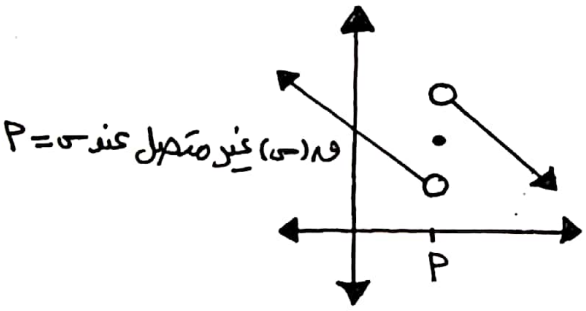


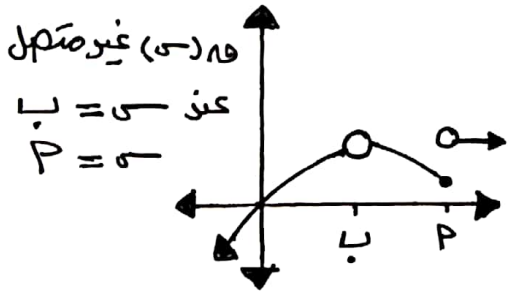
لاحظ أنه لو وضعنا القلم على النقطة $أ'$ وتحركنا على منحنى الاقتران فاننا نصل إلى النقطة $ب'$ دون رفع القلم وهو ما يسمى رياضياً بالاتصال

$ق(س)$ متصل ←

أمثلة على عدم الاتصال من الرسم :







نتيجة

يكون $ق(س)$ غير متصل عند كل :

1. قفزة .
2. دائرة مفتوحة .

Scanned by CamScanner

١ الاتصال عند نقطة $س = أ$

يكون الاقتران $ق(س)$ متصل عند نقطة اذا حققت الشروط الثلاثة التالية :

١ $ق(أ)$ معرفة (لها قيمة)

٢ $\lim_{س \to أ} ق(س)$ موجودة

٣ $\lim_{س \to أ} ق(س) = ق(أ)$

النتيجة : $ق(س)$ متصل عند $س = أ$

توضيح :

إبحث ← بمعنى تحقق من الشروط الثلاثة.

---

١ اذا كانت $ق(س) = س^٢ - س + ١$

إبحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = ٣$

الحل : عند $س = ٣$

١ $ق(٣) = (٣)^٢ - ٣ + ١$ معرف
$= ٩ - ٣ + ١ = ٧$

٢ $\lim_{س \to ٣} ق(س) = \lim_{س \to ٣} (س^٢ - س + ١)$ موجودة
$= (٣)^٢ - ٣ + ١ = ٧$

٣ $\lim_{س \to ٣} ق(س) = ٧ = ق(٣)$

∴ $ق(س)$ متصل عند $س = ٣$

---

٢ اذا كانت $ق(س) = س^٣ - س$

إبحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = -٢$

الحل : عند $س = -٢$

١ $ق(-٢) = (-٢)^٣ - (-٢) = -٨ + ٢ = -٦$ معرف

٢ $\lim_{س \to -٢} ق(س) = \lim_{س \to -٢} (س^٣ - س)$
$= (-٢)^٣ - -٢ = -٨ + ٢ = -٦$

٣ $\lim_{س \to -٢} ق(س) = -٦ = ق(-٢)$

∴ $ق(س)$ متصل عند $س = -٢$

Scanned by CamScanner

تذكر

كثيرات الحدود

سينات وأعداد بينهم إشارتي الجمع أو الطرح

بشرط الأسس أعداد صحيحة موجبة (+)

مثل: $س^{-2} - 9$

$س^{3} - س + 1$

$س^{5} + 6س$

$5س - 2$

نتيجة هامة

كثير الحدود متصل لجميع قيم س الحقيقية.

٣ إذا كانت $ق(س) = 2س^{3} + 3س^{2} - 5$

أبحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = 2$

الحل: $ق(س)$ متصل عند $س = 2$

لأنه كثير حدود.

(لا داعي لذكر الشروط)

٤ إذا كانت $ق(س) = \frac{2س}{س - 5}$

أبحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = 5$

الحل: عند $س = 5$

$ق(5) = \frac{2 \times 5}{5 - 5} = \frac{10}{0}$ ×①

قيمة غير معرفة

∴ $ق(س)$ غير متصل عند $س = 5$

نتيجة

إذا لم يتحقق أي شرط من شروط الاتصال الثلاثة

Stop ← $ق(س)$ غير متصل.

واجب

① إذا كانت $ق(س) = 4س^{2} + \frac{1}{س - 2}$

أبحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = 2$

② إذا كانت $ق(س) = \frac{س^{3}}{س^{2} - 3س}$

أبحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = 3$

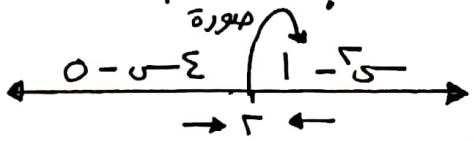
Scanned by CamScanner

٥ اذا كانت $ق(س) = \begin{cases} س^2 - 1 & ، س \geq 2 \\ 4س - 5 & ، س < 2 \end{cases}$

ابحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = 2$

الحل

متشعب ← نرسم خط أعداد.



عند $س = 2$

① $ق(2) = (2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$ معرف

② نهـا $ق(س)$ توجد اليمين واليسار
$س \to 2$

نهـا $ق(س) = $ نهـا $(س^2 - 1) = 4 - 1 = 3$
$س \to 2^+$ ، $س \to 2$

نهـا $ق(س) = $ نهـا $(4س - 5) = 8 - 5 = 3$
$س \to 2^-$ ، $س \to 2$

∴ نهـا $ق(س) = 3$
$س \to 2$

← نهـا $ق(س) = 3$ موجودة.
$س \to 2$

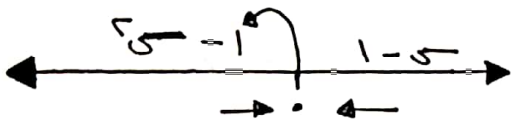
③ $ق(2) = $ نهـا $ق(س) = 3$
$س \to 2$

∴ $ق(س)$ متصل عند $س = 2$

٦ اذا كانت $ق(س) = \begin{cases} س - 1 & ، س > 0 \\ 1 - س^2 & ، س \leq 0 \end{cases}$

ابحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = 0$

الحل



عند $س = 0$

① $ق(0) = 1 - (0)^2 = 1$ معرف

② نهـا $ق(س)$ توجد اليمين واليسار
$س \to 0$

نهـا $ق(س) = $ نهـا $(س - 1) = 0 - 1 = -1$
$س \to 0^+$ ، $س \to 0$

نهـا $ق(س) = $ نهـا $(1 - س^2) = 1 - (0)^2 = 1$
$س \to 0^-$ ، $س \to 0$

∴ نهـا $ق(س) \neq$ نهـا $ق(س)$
$س \to 0^+$ ، $س \to 0^-$

← نهـا $ق(س)$ غير موجودة
$س \to 0$

∴ $ق(س)$ غير متصل عند $س = 0$

Scanned by CamScanner

٧ إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} س^2 + 2 & ، س < 1 \\ 3س & ، 1 \le س < 3 \\ س^3 - 18 & ، س \ge 3 \end{cases}$

أبحث في اتصال $ق(س)$ عند

(أ) $س = 1$ (ب) $س = 2$ (ج) $س = 3$

الحل

٨ إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} س^3 + 3س & ، س < -1 \\ 5 - س & ، -1 \le س < 1 \\ س^3 + 3س & ، س \ge 1 \end{cases}$

أبحث في اتصال $ق(س)$ عند

(أ) $س = 1$ (ب) $س = -1$ (ج) $س = 0$

٩ إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} س + 5 & ، س \neq 2 \\ 4 - س & ، س = 2 \end{cases}$

أبحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = 2$

الحل: لدي اعي لرسم خط الأعداد.

عند $س = 2$

(١) $ق(2) = 4 - 2 = 2$ ✗ غير موجود

(٢) $\lim_{س \to 2} ق(س) = \lim_{س \to 2} (س + 5)$

$= 2 + 5 = 7$ ✓ موجودة

(٣) $ق(2) \neq \lim_{س \to 2} ق(س)$ ✗

∴ $ق(س)$ متصل عند $س = 2$

١٠ إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} \frac{5}{س + 1} & ، س \neq 1 \\ 3 & ، س = 1 \end{cases}$

أبحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = 1$

Scanned by CamScanner

١١ اذا كانت $ق(س) = \begin{cases} ٥س & س < ٥ \\ س^{٣} + ٣س & س \geq ٥ \end{cases}$

يبحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = ٥$

١٢ اذا كانت $ق(س) = \begin{cases} \frac{٥س - ١ - ٢}{س - ١} & س \neq ١ \\ \frac{١٠}{٨} & س = ١ \end{cases}$

يبحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = ١$

١٣ اذا كانت $ق(س) = \begin{cases} \frac{س^{٢} - ٢س}{س - ٢} & س \neq ٢ \\ ٤ & س = ٢ \end{cases}$

يبحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = ٢$

نظريات الاتصال

اذا كانت $ق(س)$ متصل عند $س = P$

وكانت $هـ(س)$ متصل عند $س = P$

فإنه :

١ $ق(س) + هـ(س)$ متصل عند $س = P$

٢ $ق(س) - هـ(س)$ متصل عند $س = P$

٣ $ق(س) \times هـ(س)$ متصل عند $س = P$

٤ $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$ متصل عند $س = P$

بشرط أن $هـ(P) \neq$ صفر.

تذكير

$\frac{س^{٢} + ١}{س^{٢} - ٤س - ٥}$ كثير الحدود متصل دائما

Scanned by CamScanner

١٤ إذا كانت $ق(س) = ٢س + ١$

وكانت $هـ(س) = \begin{cases} س^٢ + ٦س & ، س < ٢ \\ ٧س + ٢ & ، س \geq ٢ \end{cases}$

وكانت $ل(س) = ق(س) \times هـ(س)$

أبحث في اتصال $ل(س)$ عند $س = ٢$

الحل

$ق(س) = ٢س + ١$

كثير حدود متصل عند $س = ٢$

عند $س = ٢$

① $هـ(٢) = (٢)^٢ + ٦ \times ٢ = ٤ + ١٢$

$= \boxed{١٦}$ موجود.

② $\lim_{س \to ٢} هـ(س)$

$\lim_{س \to ٢^+} هـ(س) = \lim_{س \to ٢^+} (س^٢ + ٦س) = ١٦$

$\lim_{س \to ٢^-} هـ(س) = \lim_{س \to ٢^-} (٧س + ٢) = ١٦$

$\therefore \lim_{س \to ٢^+} هـ(س) = \lim_{س \to ٢^-} هـ(س) = ١٦$

③ $هـ(٢) = \lim_{س \to ٢} هـ(س) = \boxed{١٦}$

$\therefore هـ(س)$ متصل عند $س = ٢$

نطبق النظرية

$ل(س) = ق(س) \times هـ(س)$

$ق(س)$ متصل عند $س = ٢$

$هـ(س)$ متصل عند $س = ٢$

$ل(س)$ متصل عند $س = ٢$

لأنه حاصل ضرب متصلين

١٥ إذا كانت $ق(س) = ٦س - ٥$

وكانت $هـ(س) = \begin{cases} س^٢ - س & ، س \leq -١ \\ ٣س + ٥ & ، س > -١ \end{cases}$

وكانت $ل(س) = ق(س) - هـ(س)$

أبحث في اتصال $ل(س)$ عند $س = -١$

$\lim_{س \to -١} هـ(س)$ نهايا هـ(س) = ١٦ موجودة

Scanned by CamScanner

ملاحظة:
اذا كانة أحد الاقترانين أو كلاهما غير متصل نقوم بالتجهيز.

١٦ اذا كان $ق(س) = س - ٥$

وكان $هـ(س) = \begin{cases} ١ & ، س > ٥ \\ ٠ & ، س = ٥ \\ -١ & ، س < ٥ \end{cases}$

ابحث في اتصال $(ق \times هـ)(س)$ عند $س = ٥$

الحل: لاحظ ان $ق(س)$ متصل لانه كثير حدود لكن $هـ(س)$ غير متصل لذلك تجهيز.

التجهيز: نفرض ان

$ل(س) = ق(س) \times هـ(س)$

$ل(س) = ق(س) \times هـ(س)$

$ل(س) = (س - ٥) \times \begin{cases} ١ & ، س > ٥ \\ ٠ & ، س = ٥ \\ -١ & ، س < ٥ \end{cases}$

$ل(س) = \begin{cases} س - ٥ & ، س > ٥ \\ ٠ & ، س = ٥ \\ -س + ٥ & ، س < ٥ \end{cases}$

نبحث الاتصال للاقتران $ل(س)$

$ل(س)$ ← $س - ٥$ ⊡ $-س + ٥$ →

٥

عند $س = ٥$

① $ل(٥) =$ ⊡ معرف

② $\lim_{س \to ٥} ل(س)$

$\lim_{س \to ٥^+} ل(س) = \lim_{س \to ٥^+} (س - ٥) = ٥ - ٥ = ٠$ (معرفة)

$\lim_{س \to ٥^-} ل(س) = \lim_{س \to ٥^-} (-س + ٥) = -٥ + ٥ = ٠$ (معرفة)

$\lim_{س \to ٥^+} ل(س) = \lim_{س \to ٥^-} ل(س) =$ معرفة

$\therefore \lim_{س \to ٥} ل(س) = ٠$ موجودة.

③ $ل(٥) = \lim_{س \to ٥} ل(س) = ٠$

$ل(س)$ متصل عند $س = ٥$

Scanned by CamScanner

١٧ إذا كانت $ق(س) = س^٢ - ٤س + ٤$

وكانت $هـ(س) = \begin{cases} -٣ & ، س \geq ٢ \\ ٣ & ، س < ٢ \end{cases}$

أبحث في اتصال $ق(س) \times هـ(س)$ عند $س = ٢$

١٨ إذا كانت $ق(س) = س^٢ + ٩$

وكانت $هـ(س) = \begin{cases} ٥س + ١ & ، س \geq ٣ \\ ٢س & ، س < ٣ \end{cases}$

أبحث في اتصال $م(س)$ حيث

$م(س) = (ق - هـ)(س)$

الحل

لاحظ أن $هـ(س)$ غير متصل

لذلك نجهز

$م(س) = ق(س) - هـ(س)$

$م(س) = \begin{cases} س^٢ + ٩ - ٢س & ، س < ٣ \\ ٥س + ١ - (س^٢ + ٩) & ، س \geq ٣ \end{cases}$

$م(س) = \begin{cases} (س^٢ + ٩) - (٢س) & ، س < ٣ \\ (٥س + ١) - (س^٢ + ٩) & ، س \geq ٣ \end{cases}$

عند $س = ٣$

صورة

$م(س) = (٥س + ١) - (س^٢ + ٩)$ | $(س^٢ + ٩) - (٢س)$

$\rightarrow ٣ \leftarrow$

① $م(٣) = (٥ \times ٣ + ١) - (٣^٢ + ٩)$

$= ١٨ - ١٦ = ٢$

② نهـا $م(س)$ $_{س \to ٣}$

نهـا $م(س)$ $_{س \to ٣^+}$ = نهـا $((س^٢ + ٩) - ٢س)$ $_{س \to ٣^+}$

$= (٣^٢ + ٩) - ٢ \times ٣) = ١٢$

نهـا $م(س)$ $_{س \to ٣^-}$ = نهـا $((٥س + ١) - (س^٢ + ٩))$ $_{س \to ٣^-}$

$= ٢$

∴ نهـا $م(س)$ $_{س \to ٣^-}$ $\neq$ نهـا $م(س)$ $_{س \to ٣^+}$

∴ نهـا $م(س)$ $_{س \to ٣}$ غير موجودة

∴ $م(س)$ غير متصل عند $س = ٣$

Scanned by CamScanner

١٩ اذا كانت $ق(س) = س + ٢$

وكانت $ك(س) = \frac{س - ٢}{س^٢ - ٤}$ (مهم)

وكانت $ل(س) = ق(س) \times ك(س)$

ابحث في اتصال $ل(س)$ عند $س = ٢$

٢٠ اذا كانت $ق(س) = ٣ - س$

وكانت $ك(س) = \frac{٣ + س}{١٨ - ٢س^٢}$

وكانت $ل(س) = ق(س) \times ك(س)$

ابحث في اتصال $ل(س)$ عند

$س = ٣$

Scanned by CamScanner

مجاهيل الاتصال

ملاحظة:

إذا ذكر لنا أنه $هـ(س)$ متصل

هذا يعني أنه شروط الاتصال الثلاثة متحققة

① ✓
② ✓
③ ✓

ملاحظة:

* إذا كان في المتشعب:

① أكبر أو أصغر $<$ ، $>$

نبدأ من الشرط الثاني ②

② يساوي أو لا يساوي $=$ ، $\neq$

نبدأ من الشرط الثالث ③

---

٢١ إذا كان $هـ(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٩ أ س & س < ٢ \\ ٣س + ١ & س \geq ٢ \end{cases}$

وكان $هـ(س)$ متصل عند $س = ٢$ فجد $أ$

الحل:

نهـا $_{س \to ٢}$

نهـا $_{س \to ٢^+}$ $هـ(س)$ = نهـا $_{س \to ٢^-}$ $هـ(س)$

نهـا $_{س \to ٢^+}$ $(س^{٢} + أ)$ = نهـا $_{س \to ٢^-}$ $(٣س + ١)$

$(٢)^{٢} + أ = ٣ \times ٢ + ١$

$٤ + أ = ٦ + ١$

$٤ + أ = ٧ \Leftarrow أ = ٣$ (بطرح ٤)

---

٢٢ إذا كان $هـ(س) = \begin{cases} ب س + ٧ & س \leq ٣ \\ س + ١ & س > ٣ \end{cases}$

وكان $هـ(س)$ متصل عند $س = ٣$

فجد $ب$

$ب = -١$

Scanned by CamScanner

٢٣ إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} س^3 + ١٠ & ، س \neq ٢ \\ ٢ب س^2 & ، س = ٢ \end{cases}$

وكانت $ق(س)$ متصلة عند $س = ٢$ فجد $ب$

الحل:

متصلة عند $س = ٢$

① $\leftarrow$

② $\leftarrow$

③ $\leftarrow$ $ق(٢) =$ نهـا $ق(س)$ ، $س \to ٢$

$٢ب \times ٢^2 =$ نهـا $(س^3 + ١٠)$ ، $س \to ٢$

$٨ب = ٢^3 + ١٠$

$٨ب = ٨ + ١٠$

$ب = \frac{١٨}{٨}$

٢٤ إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} \frac{٥ - س}{٥ - س} & ، س \neq ٥ \\ ٢ب س + ٣ & ، س = ٥ \end{cases}$

وكانت $ق(س)$ متصلة عند $س = ٥$ فجد $ب$ ؟

الحل: متصلة عند $س = ٥$

① $\leftarrow$

② $\leftarrow$

③ $\leftarrow$ $ق(٥) =$ نهـا $ق(س)$ ، $س \to ٥$

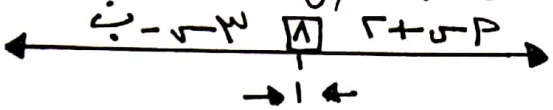
$٥ب + ٣ =$ نهـا $\left(\frac{٥ - س}{٥ - س}\right)$ ، $س \to ٥$ (صفر على صفر)

$٥ب + ٣ = -١$

$ب = \frac{-٤}{٥}$

٢٥ إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} ٢س + ٣ & ، س < ١ \\ ٨ & ، س = ١ \\ ب س^3 - ٢ & ، س > ١ \end{cases}$

وكانت $ق(س)$ متصلة عند $س = ١$ فجد $ب$ ؟



متصلة عند $س = ١$

① $\leftarrow$

② $\leftarrow$

③ $\leftarrow$ $ق(١) =$ نهـا $ق(س)$ ، $س \to ١$

$٨ = ٢ + ٣$ ، $٨ =$ نهـا $(ب س^3 - ٢)$ ، $س \to ١^+$

$٨ = ب - ٢$

$ب = ١٠$

٢٦ إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} أس + ب & س < ٢ \\ ٨ & س = ٢ \\ أس^{٢} + ٣ب & س > ٢ \end{cases}$

وكانت ق(س) متصلة عند س = ٢

جد أ، ب

العلاقة

$أس^{٢} + ٣ب$ ، ٨ ، $٢أس + ب$

متصلة عند س = ٢

١) $ق(٢) = \lim_{س \to ٢} ق(س)$

٢) $٨ = \lim_{س \to ٢^{+}} (أس^{٢} + ٣ب)$

٣) $= \lim_{س \to ٢^{-}} (٢أس + ب)$

$٨ = أ(٢)^{٢} + ٣ب \times ٢ = ٢ \times ٢أ + ب$

$٨ = ٤أ + ٦ب = ٤أ + ب$

$٨ = ٤أ + ٦ب$ ... ①

$٨ = ٤أ + ب$ ... ②

بطرح ② من ①

$٠ = ٠ + ٥ب \Leftarrow ٠ = ٥ب$

$ب = ٠$

لإيجاد أ نعوض ب = ٠ في أي معادلة.

نختار الأسهل وهي معادلة ②

$٨ = ٤أ + ب$

$٨ = ٤أ + ٠$

$أ = ٢$

٢٧ إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} أس - ب & س < ١ \\ ٤ & س = ١ \\ أس^{٣} + ب + ٢ & س > ١ \end{cases}$

وكانت ق(س) متصلة عند س = ١

جد أ، ب ؟

العلاقة

$أس - ب$ ، ٤ ، $أس^{٣} + ب + ٢$

متصلة عند س = ١

١) $ق(١) = \lim_{س \to ١} ق(س)$

٢) $٤ = \lim_{س \to ١^{+}} (أس^{٣} + ب + ٢)$

٣) $= \lim_{س \to ١^{-}} (أس - ب)$

$٤ = أ(١)^{٣} + ب + ٢ = ٢ + ب + أ$

$٤ = أ + ب + ٢ = أ - ب$

$٤ = أ + ب + ٢$

$٤ = أ - ب$

بطرح المعادلتين

$٠ = ٢ب + ٢ \Leftarrow ٢ب = -٢ \Leftarrow ب = -١$

نعوض ب = -١ في المعادلة الأسهل

$٤ = أ - - ١ \Leftarrow ٤ = أ + ١ \Leftarrow أ = ٣$

٢٨ إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} ٢أس^{٢} + ب & س < ١ \\ ٧ & س = ١ \\ س^{٢} - ٤ب - ٦ & س > ١ \end{cases}$

وكانت ق(س) متصلة عند س = ١

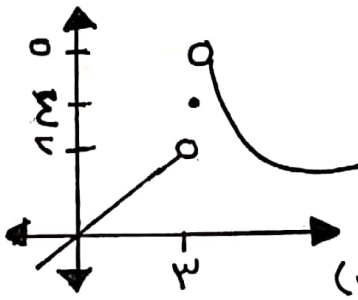
فما قيمة كل من أ، ب ؟

Scanned by CamScanner

تمرين (٢) نهايات في الاتصال

٢٩ اعتماداً على الشكل المجاور أبحث في اتصال $\text{ق}(س)$ عند $س = ٣$

الحل :



عند $س = ٣$

(١) $\text{ق}(٣) = ٤$

(٢) $\lim_{س \to ٣} \text{ق}(س)$

$\lim_{س \to ٣^+} \text{ق}(س) = ٥$

$\lim_{س \to ٣^-} \text{ق}(س) = ٢$

$\lim_{س \to ٣^+} \text{ق}(س) \neq \lim_{س \to ٣^-} \text{ق}(س)$

$\lim_{س \to ٣} \text{ق}(س)$ غ.م

$\text{ق}(س)$ غير متصل

٣٠ اذا كانت ق ، هـ اقترانان متصلان عندما $س = ٥$

وكانت $\text{هـ}(٥) = ٤$

وكانت $\lim_{س \to ٥} \frac{\text{ق}(س) + س}{٣\,\text{هـ}(س)} = ١$

جد قيمة $\text{ق}(٥)$

الحل :

نوزع النهاية على كل مقدار

$$\frac{\lim_{س \to ٥} \text{ق}(س) + \lim_{س \to ٥} س}{\lim_{س \to ٥} ٣ \times \lim_{س \to ٥} \text{هـ}(س)} = ١$$

$$\frac{\text{ق}(٥) + ٥}{٣\,\text{هـ}(٥)} = ١$$

بالضرب التبادلي

$\text{ق}(٥) + ٥ = ٣\,\text{هـ}(٥)$

$\text{ق}(٥) + ٥ = ٣ \times ٤$

$\text{ق}(٥) = ١٢ - ٥$

$\text{ق}(٥) = ٧$

Scanned by CamScanner

٣١ اذا كانت $ق(س)$، $ه(س)$ اقترانين متصلين عند $س = ٧$

وكان $ق(٧) = ١٢$، $ه(٧) = ٣$

أثبت أن

$$\text{نها}_{س \to ٧} \frac{ق(س) - ٢ه(س)}{س + ه(س)} = ١$$

الحل:-

$ق(س)$، $ه(س)$ متصلين عندما $س = ٧$

يعني الصورة = النهاية

$\therefore ق(٧) = \text{نها}_{س \to ٧} ق(س) = ١٢$

$ه(٧) = \text{نها}_{س \to ٧} ه(س) = ٣$

إذن نوزع النهاية

$$\text{نها}_{س \to ٧} ق(س) - \text{نها}_{س \to ٧} ٢$$

$$\text{نها}_{س \to ٧} ه(س) + \text{نها}_{س \to ٧} س$$

$$= \frac{١٢ - ٢}{٣ + ٧} = \frac{١٠}{١٠} = ١ \quad \#$$

وهو المطلوب

٣٢ اذا كانت $ق$، $ه$ اقترانين متصلين عند $س = ٥$ وكان $ه(٥) = ٤$

$$\text{نها}_{س \to ٥} \frac{ق(س) + س}{٣ه(س)} = ١$$

فجد $ق(٥)$ ؟؟

الجواب = ٧

٣٣ اذا كانت $ق$، $ه$ كثيري حدود

$$\text{فإن نها}_{س \to ١} \frac{ق(س) + ٩ - س}{٢ه(س) - ٦} = ٦$$

فجد قيمة $ه(١)$ إذا علمت أن $ق(١) = ٣$

الجواب = ٤

٣٤ اذا كانت $ق(س) = ٣س^٣ - ٢س + ١$

وكانت $ه(س) = \begin{cases} س + ٢ & ، س < ٥ \\ ٣ - ٢س & ، س \geq ٥ \end{cases}$

وكان $ل(س) = ٢ق(س) + ٣ه(س)$

ابحث في اتصال $ل(س)$ عند $س = ٥$

إرشاد

$ل(س) = ٢ \times ق(س) + ٣ \times ه(س)$

متصل، متصل، متصل، نثبت أنه متصل

وحسب النظرية نثبت أن $ل(س)$ متصل.

Scanned by CamScanner

نقاط عدم الاتصال

الانفصال

اذا كانت $ق(س)$

وكانت نسبية $\left(\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}\right)$

فإن نقاط عدم الاتصال

هي أصفار المقام

خطوات الحل

① نجعل المقام يساوي صفر

② نجد قيم $س$

أوجد نقاط عدم الاتصال لما يلي:

١ $ق(س) = \frac{٢س + ١}{س - ٣}$

الحل:

المقام = ٠

$س - ٣ = ٠$

$س = ٣$

٢ $ق(س) = \frac{٧ - س}{س^{٢} - ١٠ - ٣س}$

الحل:

المقام = ٠

$١٠ - ٣س - س^{٢} = ٠$

$١٠ = ٣س + س^{٢}$

$\frac{٢}{٢}س = ١٠$

$س = ٥$

٣ $ق(س) = \frac{١ - س}{١٦ - س^{٢}}$

الحل:

المقام = ٠

$١٦ - س^{٢} = ٠$

$(س - ٤)(س + ٤) = ٠$

$س = ٤$ ، $س = -٤$

٤ $ق(س) = \frac{-٢ - س}{٤ - ٣س - س^{٢}}$

الحل:

المقام = ٠

$٤ - ٣س - س^{٢} = ٠$

$(س - ٤)(س + ١) = ٠$

$س = ٤$ ، $س = -١$

Scanned by CamScanner

٥ $ق(س) = \frac{٣}{س^٢ - ١٠س + ٢٥}$

الحل ∴ المقام = ٠

$س^٢ - ١٠س + ٢٥ = ٠$

$(س - ٥)(س - ٥) = ٠$

$س = ٥$

٦ $ق(س) = \frac{س^٢ + ٩}{٣س^٢ + ٦س}$

الحل ∴ المقام = ٠

$٣س^٢ + ٦س = ٠$

$٣س(س + ٢) = ٠$

$س = ٠$ ، $س = -٢$

٧ $ق(س) = \frac{س}{س^٢ + ٢٥}$

الحل ∴ المقام = ٠

$س^٢ + ٢٥ = ٠$

لا تحلل ← $\emptyset$ (أي لا يوجد حلول)

٨ $ق(س) = س^٢ + ٢س + ١$

الحل ∴ $\emptyset$ لأنه لا يوجد مقام.

٩ $ق(س) = \frac{٦س + ٣}{س^٣ - ٨}$

الحل ∴ المقام = ٠

$س^٣ - ٨ = ٠$

$(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤) = ٠$

$س - ٢ = ٠$ ← $س = ٢$

لا يحلل

$\{٢\}$ ∴

١٠ $ق(س) = \frac{١}{س - ١} + \frac{١}{س}$

الحل ∴ المقام = ٠

$س - ١ = ٠$ ، $س = ٠$

$س = ١$

$\{١، ٠\}$ ∴

١١ $ق(س) = \frac{١}{س - ٢} + \frac{١}{٢ - س}$

Scanned by CamScanner

١٢ $ق(س) = \frac{٢}{س-١} + \frac{س-٣}{س^٢-٥س}$

الحل :

المقام = ٠

$س-١=٠$ ، $س^٢-٥س=٠$

$س=١$ ، $س(س-٥)=٠$

$س=٠$ ، $س=٥$

مج = {٠ ، ٥} ∪]١ ، ∞[

١٣ $ق(س) = \frac{س+٩}{س^٣+٢س^٢-١٨س}$

الحل :

١٤ ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة :

① قيم س التي يكون عندها الاقتران

$ق(س) = \frac{١}{س} + \frac{١}{٤-س}$

ليست متصلة" هي :

أ) {٠} ب) {٠ ، ٤}

ج) ٤ د) {٠ ، -٤}

① قيم س التي تجعل

$ق(س) = \frac{س-١}{س^٢+٤}$ غير متصل

هي :

أ) ∅ ب) {١}

ج) {٢ ، -٢} د) {١٠ ، ٢ ، -٢}

١٥ $ق(س) = \frac{٢}{(س-٢)(س-٥)}$

الحل :

المقام = ٠

$س-٢=٠$ | $س-٥=٠$

$س=٢$ | $س=٥$

مج = {٢ ، ٥}

١٦ $ق(س) = \frac{١}{(س-٣)^٢}$

الحل :

المقام = ٠

$س-٣=٠$

$س=٣$ مج = {٣}

١٧ $ق(س) = \frac{س}{٢}$

الحل :

Scanned by CamScanner

أسئلة الوزارة

1997

إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} 3س & ، س > 3 \\ س^2 & ، س \leq 3 \end{cases}$

بيّن أن $ق(س)$ متصلة عند $س = 3$

1998

إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} \frac{س^3 - 5س^2 + 6س}{س - 3} & ، س \neq 3 \\ أ & ، س = 3 \end{cases}$

فما قيمة $أ$ التي تجعل $ق(س)$ متصلة عند $س = 3$

2005

إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} 3س^2 + 1 & ، س < -2 \\ أس + 9 & ، س \geq -2 \end{cases}$

وكانت $ق(س)$ متصلة عند $س = -2$

جد قيمة $أ$ ؟؟

2008

إذا كانت $ق(س) = ل(س) + ك(س)$

وكانت $ل(س) = 2س + 5$

وكانت $ك(س) = \begin{cases} س^2 - 5 & ، س \leq 3 \\ س + 1 & ، س > 3 \end{cases}$

أبحث في اتصال $ق(س)$ عندما $س = 3$

2009

إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} أس + 1 & ، س \neq 2 \\ 7 & ، س = 2 \end{cases}$

جد قيمة $أ$ التي تجعل $ق(س)$ متصلة عند $س = 2$ ؟؟

2009

إذا كانت $ل(س) = ق(س) \times هـ(س)$

وكانت $ق(س) = س^2$ وكانت

$هـ(س) = \begin{cases} س + 5 & ، س < 2 \\ 3س^2 - 5 & ، س > 2 \end{cases}$

فابحث في اتصال $ل(س)$ عندما $س = 2$

2010

إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} س^3 - 4 & ، س < 2 \\ أس + 3 & ، س > 2 \end{cases}$

وكانت $ق(س)$ متصلة عند $س = 2$

جد قيمة $أ$ ؟؟

Scanned by CamScanner

2010

أوجد نقاط عدم الاتصال لكل مما يلي:

P) $ق(س) = \frac{س - ٢}{(س - ١)(س + ٣)}$

ب) $ق(س) = \frac{س}{(س - ١)(س + ٢)}$

2012

إذا كانت $ق(س) = س^{٢}$ وكانت

$هـ(س) = \begin{cases} ٢س + ١ & ، س \leq ٢ \\ س^{٣} - ٣ & ، س > ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال $ق(س) \times هـ(س)$ عند $س = ٢$ ؟؟

2013

إذا كانت $ق(س) = \frac{س - ٣}{س^{٢} - ٤س + ٣}$ أوجد نقاط عدم الاتصال ؟!

2014

إذا كانت $ق(س) = ٤ - س^{٢}$ وكانت

$هـ(س) = \begin{cases} س + ٧ & ، س < ١ \\ ٣س^{٢} + ٥ & ، س > ١ \end{cases}$

وكانت $ل(س) = ق(س) \times هـ(س)$

ابحث في اتصال $ل(س)$ عند $س = ١$

2014

إذا كانت $ق(س)$ هـ اقترانين متصلين عند $س = ٣$ وكانت $ق(٣) = ١٢$

وكانت

نهـا $(ق(س) - ٤هـ(س)) = ٢٠$

$س \to ٣$

جد $هـ(٣)$

2015

إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} ٢س^{٣} + ٤ & ، س < -٢ \\ ٩س + ٦ & ، س \geq -٢ \end{cases}$

وكانت $ق(س)$ متصلة عند $س = -٢$

جد أ

2015

إذا كانت $ق$، هـ اقترانين متصلين عند $س = ٥$ وكانت $هـ(٥) = ٤$

وكانت

نهـا $\frac{ق(س) + س}{٣هـ(س)} = ١$ جد $ق(٥)$

$س \to ٥$

2016

إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} ٢س^{٢} + ب & ، س < ١ \\ ٧ & ، س = ١ \\ س^{٢} - ٤ب - ٩ & ، س > ١ \end{cases}$

وكانت $ق(س)$ متصلة عند $س$ جد $ب$ ؟؟

Scanned by CamScanner

2016

اذا كانت

$$ق(س) = \frac{1}{س+2} + \frac{س-3}{س^2-3س}$$

جد نقاط عدم الاتصال ؟!

2016

اذا كانت $ق(س) = س^2 + 6$

وكانت $هـ(س) = \begin{cases} 3س^2 - س & ، س \leq 2 \\ س + 8 & ، س > 2 \end{cases}$

وكانت $ل(س) = ق(س) - هـ(س)$

ابحث في اتصال $ل(س)$ عند $س = 2$

2016

اذا كانت $ق$ ، $هـ$ اقترانين متصلين عند $س = 3$ وكانت $ق(3) = 11$

وجد بما يأتي :

① جد $\lim_{س \to 3} (س^2 ق(س) - 8)$

② جد $هـ(3)$ علما أن $\lim_{س \to 3} \frac{ق(س) - س}{(هـ(س))^2} = 1$

2017

اذا كانت $ق(س) = س^2 - 9$

وكانت $هـ(س) = \begin{cases} س & ، س > 3 \\ 0 & ، س = 3 \\ -س & ، س < 3 \end{cases}$

وكانت $ل(س) = ق(س) \times هـ(س)$

بين فيما إذا كانت $ل(س)$ متصلا عند $س = 3$

2017

اذا كانت $ق$ ، $هـ$ اقترانين متصلين عند $س = 2$ وكانت $ق(2) = 6$

وكانت $\lim_{س \to 2} (ق(س) - 4هـ(س)) = -14$

① جد قيمة $هـ(2)$

② اذا كانت $\lim_{س \to 2} \frac{(ق(س))^2 - ل}{هـ(س)} = 4$ جد $ل$

2017

اذا كانت $ق(س) = \begin{cases} \frac{س^3 + (أ-4)س}{س} & ، س < 0 \\ 6 & ، س = 0 \\ 5 - س + ب & ، س > 0 \end{cases}$

وكانت $ق(س)$ متصلا عند $س = 0$

جد $أ$ ، $ب$ ؟!

Scanned by CamScanner

Scanned by CamScanner