الرياضيات

الأول ثانوي

الأدبي م١

إعداد الأستاذ :

أحمد مصطفى مرعي

٠٧٩٨٤٠٢٩٩٧

- مركز أنوار الوحدات الثقافي .
- مركز شادن الثقافي .
- [redacted]
- قناتي على اليوتيوب : أحمد مرعي Ahmad marie

سلسلة دوسيات التأسيس و المنهاج للصفوف الاعدادية والثانوية
تجدونها في مكتبة ربوع الوحدات .

Scanned by CamScanner

مراجعة أول ث أدبي م ١

يوجد طريقتين لقسمة كثير حدود على كثير حدود آخر.

بشرط ∴ أن يكون المقسوم عليه بصورة $(س - أ)$ ← خطي

① القسمة الطويلة.
② القسمة التركيبية.

خطوات القسمة الطويلة ∴
① أقسم ② أضرب ③ أطرح

تذكر ∴
بسط ← مقسوم.
مقام ← مقسوم عليه.

سؤال ① ∴ أوجد باقي قسمة الاقتران $ق(س)$ على $ه(س)$ ∴

(إرشاد ∴ باقي قسمة يعني ناتج)

① $ق(س) = س^٣ - ٧س + ١٠$
$ه(س) = س + ١$

② $ق(س) = س^٣ - ٦س + ٩$
$ه(س) = س + ٣$

(إرشاد ∴ خارج قسمة يعني ناتج)

(إذا لم يحدد السؤال بأي طريقة نستخدم أي واحدة)

نظرية الباقي والعامل ∴

باقي قسمة ك.ح $ق$ على الاقتران
$ه(س) = أ س + ب$
هو $ق(-\frac{ب}{أ})$ ، $أ \neq ٠$

يكون الاقتران عاملاً من عوامل الاقتران $ق$ إذا كانت قيمة الباقي تساوي صفر ∴

سؤال ② ∴ استخدم نظرية الباقي والعامل في إيجاد باقي قسمة الاقتران $ق(س)$ على الاقتران $ه(س)$ ∴

① $ق(س) = س^٣ - ٥س + ٣$
$ه(س) = س + ٤$

② $ق(س) = ٥س - ١٣$
$ه(س) = ٤س + ١$

③ $ق(س) = س^٣ - ٤س + ٤$
$ه(س) = س - ٢$

سؤال ③ ∴
إذا كان باقي قسمة الاقتران
$م(س) = س^٣ - أ س + ٤$
على الاقتران $ل(س) = ٤ - ٣س$
يساوي ٦، فما قيمة الثابت أ؟

Scanned by CamScanner

سؤال ④ :~ إذا كانت باقي قسمة
الاقتران ق(س) = س٢ + ٣س
على الاقتران ل(س) = س - ب
يساوي ٤ ، فما قيمة الثابت ب؟!

سؤال ⑤ :~ إذا كانت الاقترانات
م(س) = ٤ - س عاملاً من عوامل
الاقتران ل(س) = ٢س٣ - ١٥س + ٢٤
فجد قيمة الثابت ٢؟؟

سؤال ⑥ :~ أكتب قاعدة اقتران
كثير حدود من :
① الدرجة الثانية إذا كانت عواملة
(س - ٢) (س - ٥)
② الدرجة الثالثة إذا كانت عواملة
(س - ٢) (٣س - ٤) (٣ + س)

تذكر :~ تحليل المقادير الجبرية
إلى عواملها الأولية :~
① المعادلة التربيعية :~
أ س٢ + ب س + جـ
مثال
س٢ + ٢س + ١
(س + ١)(س + ١)

② الفرق بين مكعبين :~
س٣ - أ
مثال :~ س٣ - ٨
(س - ٢)(س٢ + ٢س + ٤)

العبارة التي تنتج من تحليل الفرق
بين مكعبين دائماً تكون أولية
أي لا تحلل (مميزها سالب)

تذكر :~ المميز (ب٢ - ٤أجـ)
إذا كان الناتج
- موجب ← له حلان
- صفر ← له حل واحد
- سالب ← لا يوجد له حل

سؤال ⑦ :~ حلل الاقترانات الآتية
إلى عواملها الأولية :~
① ق(س) = س٣ - ٤س + ٤
② ق(س) = س٣ + ٩س + ١٤
③ ق(س) = س٣ + ٥س - ١٤
④ ق(س) = س٣ - ٨
⑤ ق(س) = س٣ - ٢٧

Scanned by CamScanner

نظرية الأصفار النسبية :

اذا كانت

$ق(س) = أ س^{ن} + ب س^{ن-1} + ... + جـ$

يسمى

أ : المعامل الرئيس

جـ : الحد الثابت (المطلق)

تذكير : ما عوامل ٣ :

يعني ٣ يقسم على كم .

$\pm 1 ، \pm 3$

سؤال ⑧ : حلل الاقترانات الآتية إلى عواملها الأولية :

① $ق(س) = س^3 - 3س - 2$

② $ق(س) = س^3 + س^2 - 2$

تذكير العامل المشترك

أقل معامل

أقل متغير

مثال :

$2س - 4 = 2(س - 2)$

$س^2 - س = س(س - 1)$

$3س^3 - 9س^2 = 3س^2(س - 3)$

سؤال ⑨ : حلل الاقترانات الآتية إلى عواملها الأولية :

① $ل(س) = 2س^3 - 4$

② $هـ(س) = س^3 - 9س$

③ $ق(س) = 2س^3 + س^2 - 3س$

اذا كانت في البسط والمقام للمقادير الجبرية كثيرات الحدود يسمى تجيراً نسبياً .

تذكير : كثيرات الحدود $س^3 - 2س - 4$ ، $س^3 - 1$

تسيانات وأعداد بينهم جمع وطرح والأسس أعداد صحيحة موجبة .

* اذا كانت $\frac{ق(س)}{ك(س)}$ وطلب تحليل $ك(س)$

إلى أبسط صورة :

① نحلل البسط (إن وجد)

② نحلل المقام (إن وجد)

③ نبحث عن عوامل متشابهة بين البسط والمقام .

④ نختصر العوامل المتشابهة .

تذكر :

$\frac{س}{س} = 1$ ، $\frac{س}{-س} = -1$ ، $\frac{س - أ}{أ - س} = -1$

$\frac{س - أ}{أ + س} = -1$ ، $\frac{أ + س}{أ + س} = 1$ ، $\frac{أ + س}{س + أ} = 1$

Scanned by CamScanner

تذكر $س^2 -$ عدد ≠ عدد $- س^2$ فرق بين مربعين

سؤال ١٠ :- أكتب صيغاً "مكافئة" لكل تعبير نسبي مما يأتي في أبسط صورة :

١) $\frac{س^2 - 9}{س - 3}$ ٢) $\frac{س - 2}{س^2 - 4}$

٣) $\frac{س^2 - 81}{2س - 18}$ ٤) $\frac{5س - 15}{3س - 9}$

٥) $\frac{س^2 - 5س + 6}{س - 3}$ ٦) $\frac{س^3 - 8}{2س - 4}$

٧) $\frac{27 - س^3}{6 - 2س}$ ٨) $\frac{12س^2 - 24س}{4س^2 - 2س^3}$

٩) $\frac{س^3 - 3س^2 + 2س}{س^2 - 1}$

١٠) $\frac{س^3 + 2س}{س}$

١١) $\frac{س^3 - 2س^2 - س + 2}{س^2 - 5س + 6}$

١٢) $\frac{2س - 4}{س^3 + س^2 - 12}$ "مهم جداً"

١٣) $\frac{س^2 + 16}{س + 4}$

رسم منحنيات الدوال

١) الدالة الثابتة $د(س) = ب$

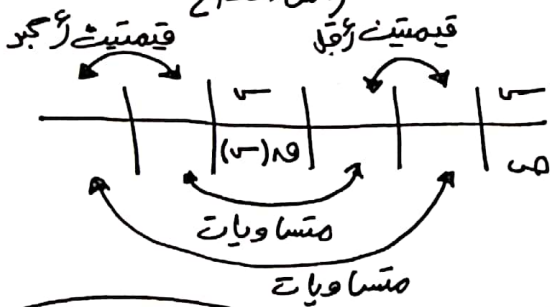
خط مستقيم يوازي محور السينات ويقطع الصادات عند تلك النقطة $(0, ب)$

٢) الدالة الخطية $د(س) = أ س + ب$

س	٠	١
ص		

٣) الدالة التربيعية $د(س) = أ س^2 + ب س + جـ$

نجد أولاً $س = \frac{-ب}{2أ}$ ، $د\left(\frac{-ب}{2أ}\right)$



سؤال ١١ :- أرسم منحنى الدوال الآتية :

١) $د(س) = -5$

٢) $ع(س) = 5 - س$

٣) $هـ(س) = س^2 - 4س + 5$

٤) $ل(س) = س^2 - 1$

تذكر :- مجال $\subset$ ح ← مجموعة الأعداد الحقيقية ح

Scanned by CamScanner

المتباينة : هي جملة مفتوحة تحوي أحد الرموز الآتية :

$(<\ ,\ \leq\ ,\ >\ ,\ \geq\ ,\ \neq)$

* خطوات حل متباينة غير خطية ذات متغير واحد :

① كتابة المعادلة المرافقة للمتباينة بصورتها القياسية

الصورة القياسية للمعادلة التربيعية هي :

$$أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$$

② تحليل العبارة إلى عواملها الأولية.

③ دراسة إشارة كل عامل على حدة.

④ دراسة إشارة المعادلة كاملة.

⑤ تحديد الفترة التي تحقق حل المتباينة.

سؤال (١٣) : جد مجموعة الحل لكل المتباينات الآتية :

ملاحظات ص ١٧

① $س^{٢} - ٤ س + ٤ > ٠$

② $س^{٢} - ٥ س + ٤ < ٠$

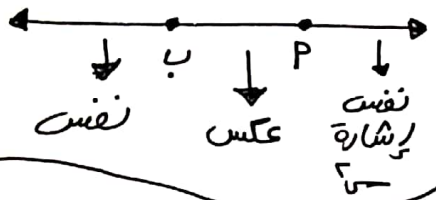
③ $س^{٢} \leq ٥ س - ٦$

④ $٤ س + ١٢ - ٤ - س^{٢}$

⑤ $٢ س^{٢} - ٣ س \leq ٨ - س^{٢}$

⑥ $٣ س + ٢ \geq ١٢ ٥$

ملاحظة : عند دراسة إشارة المعادلة كاملة على خط الأعداد إذا كانت المعادلة تربيعية يكون لها جذران وإشارتهم على خط الأعداد



المجال : هو مجموعة الأعداد التي يمكن تعويضها في الاقتران للحصول على قيمة حقيقية (معرّفة)

المدى : هو مجموعة الأعداد الناتجة من التعويض (أي قيم ص)

مجال الاقتران التربيعي $أ ع^{٢} + ب ع + جـ$ بشكل عام مجموعة الأعداد الحقيقية ح

مدى الاقتران التربيعي

① إذا كان معامل $س^{٢}$ $P > ٠$ (موجب)

$$\left[P \left(\frac{-ب}{٢ P} \right) ,\ \infty \right)$$

② إذا كان معامل $س^{٢}$ $P < ٠$ (سالب)

$$\left(-\infty ,\ P \left(\frac{-ب}{٢ P} \right) \right]$$

مدى الاقتران الخطي ← ح

مدى الاقتران الثابت ← P

Scanned by CamScanner

سؤال (١٣) : إذا كانت

$ق(س) = س^2 + 3س + 1$

فجد :

(١) أرسم صخنى الاقتران ق .

(٢) حدد مجال الاقتران ق ومداه من الرسم .

(٣) جد أصغر قيمة للاقتران ق من الرسم .

سؤال (١٤) : إذا كانت

$ق(س) = 4 - س^2$

فجد :

(١) أرسم صخنى الاقتران ق .

(٢) حدد مجال الاقتران ق ومداه من الرسم .

(٣) جد أكبر قيمة للاقتران ق من الرسم .

سؤال (١٥) : أرسم صخنى كل اقتران محدداً نوعه ومجاله ومداه :

أ) $ق(س) = \frac{1}{2}س$

ب) $هـ(س) = 4 + 3س$

أقتران الجذور

(٤) إذا كانت $ق(س) = \sqrt{هـ(س)}$

(١) المجال : هو مجموعة حل المتباينة $هـ(س) \geq 0$

(٢) المدى : هو مجموعة حل الصور الناتجة من تعويض قيم س في قاعدة الاقتران ق(س) .

سؤال (١٦) : أوجد المجال لكل من الاقترانات الآتية :

(١) $ق(س) = \sqrt{س - 1}$

(٢) $ق(س) = \sqrt{4 - س^2}$

(٣) $ق(س) = \sqrt{1 + س^2}$

سؤال (١٧) : أوجد مدى الاقتران

$ق(س) = \sqrt{س - 1}$

(ب) إذا كانت $ق(س) = \sqrt[3]{هـ(س)}$

(١) المجال ← ح

(٢) المدى ← ح أو مجموعة جزئية منها .

سؤال (١٨) : أوجد المجال والمدى لكل من الاقترانات الآتية :

(١) $ق(س) = \sqrt[3]{-س - 1}$

(٢) $ق(س) = \sqrt[3]{1 - س}$

سؤال (١٩) : إذا كانت $ق(س) = \sqrt{س^2 - 9}$

فجد :

أ) ق(٣) ، ق(-٣) ، ق(٥)

ب) مجال ق(س)

الاقترانات النسبية

يسمى الاقتران $ق(س) = \frac{هـ(س)}{ل(س)}$ ، $ل(س) \neq$ صفراً اقتراناً "نسبياً" إذا كانت كل من هـ ، ل كثيرة حدود .

Scanned by CamScanner

* مجال الاقترانات النسبية :

مجال البسط ∩ مجال المقام - {أصفار المقام}

سؤال (٣٠) : أوجد مجال الاقترانات الآتية :

① $ه(س) = \frac{س^3 + 1}{س^2 - 4}$

② $ه(س) = \frac{س}{س + 1}$

③ $هـ(س) = \frac{-3}{س^2 - 4س + 3}$

④ $ل(س) = \frac{س^2 - 1}{س + 5}$

الاقترانات الكسرية

ليكن الاقتران

$ه(س) = \frac{هـ(س)}{ل(س)}$ ، $ل(س) \neq$ صفر

اقترانا "كسريا" اذا كانت أحد الاقترانين هـ ، ل أو كلاهما ليس كثير حدود.

سؤال (٣١) : أوجد مجال كل من الاقترانات الآتية :

① $ه(س) = \frac{\sqrt{س}}{س^2 - 25}$

② $ه(س) = \frac{س^2}{\sqrt{س + 3}}$

سؤال (٣٢) : إذا كان

$هـ(س) = \frac{\sqrt{س + 5}}{س^2 + 1}$

① أوجد مجال هـ(س)

② جد : هـ(-5) ، هـ(0) ، هـ(5)

سؤال (٣٣) : جد مجال ومدى الاقتران

$ه(س) = \sqrt[3]{(س - 3)^2}$

سؤال (٣٤) : جد مجال كل من :

① $\sqrt{(س - 1)^2}$

② $ه(س) = \frac{\sqrt[3]{س + 5}}{\sqrt{س^2 - 4}}$

أيضا" فجد :

ه(-6) ، ه(3) ، ه(0)

Scanned by CamScanner

سؤال (٢٥) ∴ إذا كانت

$$ق(س) = \begin{cases} س^2 - 1 & ، \ س \leq 4 \\ -2 & ، \ س > 4 \end{cases}$$

فجد: ق(٠) ، ق(٤) ، ق(٥)

سؤال (٢٦) ∴ أرسم منحنى الاقتران

$$ق(س) = \begin{cases} س - 3 & ، \ س \leq 2 \\ 1 & ، \ س > 2 \end{cases}$$

سؤال (٢٧) ∴ إذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} س + 2 & ، \ س < -3 \\ س^2 - 3 & ، \ -3 \leq س < 1 \\ 5 & ، \ س \geq 1 \end{cases}$$

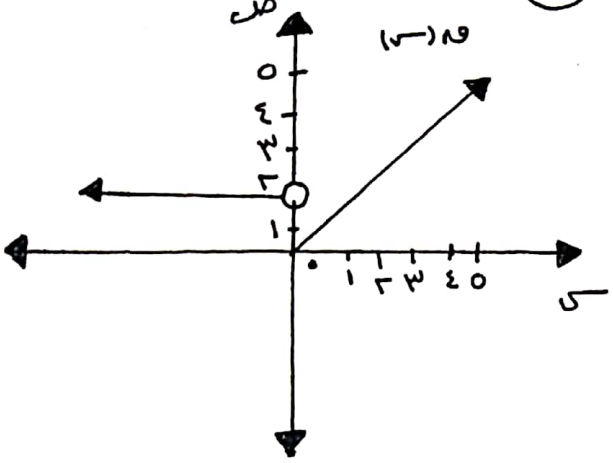
① جد: ق(-٤) ، ق(-٣) ، ق(٠) ، ق(٢) ، ق(١)

② أرسم منحنى الاقتران ق(س).

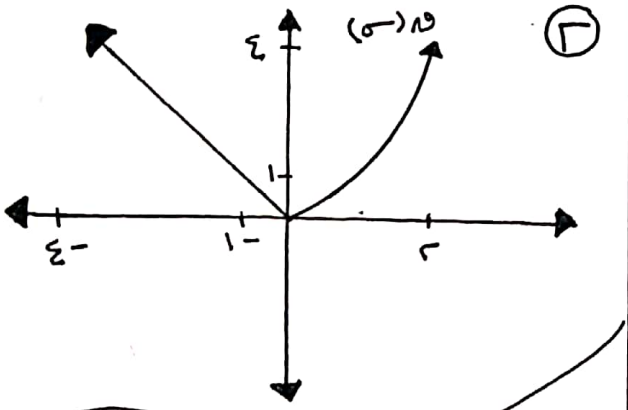
ملاحظة: في الرسم إذا لم يكن في المتباينة مساواة نضع فجوة

سؤال (٢٨) ∴ أكتب قاعدة الاقتران الممثل في الأشكال الآتية ∴

①



②



سؤال (٢٩) ∴ إذا كان

$$ق(س) = |2 - 3س|$$

فجد:

ق(٠) ، ق(٣) ، ق(١/٣) ، ق(-١)

Scanned by CamScanner

سؤال (٣٠) : أعد تعريف

(أكتب قاعدة الاقتران من دونه

استخدام رمز القيمة المطلقة)

① $ق(س) = |س + ١|$

② $هـ(س) = |٣س - ٥|$

③ $ل(س) = |س^٢ - س|$

سؤال (٣١) : ارسم منحنى الاقتران

① $ق(س) = |٣ + س|$

② $ق(س) = |٣س - ٥|$

ملاحظة : يمكن وضع المساواة في أي متباينة.

سؤال (٣٢) : أعد تعريف :

① $ق(س) = |س^٢ - ٥س + ٦|$

② $هـ(س) = |س - ١| - ٣$

سؤال (٣٣) : إذا كانت

$$ق(س) = \begin{cases} س - ٦ & ، س \geq ٦ \\ ٦ - س & ، س < ٦ \end{cases}$$

فأعد كتابة قاعدة الاقتران ق باستخدام رمز القيمة المطلقة.

تذكر

$(ق \circ هـ)(س) = ق(هـ(س))$

سؤال (٣٤) : إذا كانت :

$ق(س) = ٣س - ٤$

$هـ(س) = ١ - س$

فجد :

① $(ق \circ ق)(٣)$ ② $(هـ \circ هـ)(٣)$

③ $(ق \circ هـ)(٣)$ ④ $(هـ \circ ق)(س)$

⑤ $(ق \circ هـ)(س)$ ⑥ $(ق \circ ق)(س)$

سؤال (٣٥) : إذا كانت :

$ق(س) = ٣ + ٢س - س^٢$

$$هـ(س) = \begin{cases} ٢س & ، س \leq -١ \\ -٣ & ، س > -١ \end{cases}$$

فجد :

① $(ق \circ هـ)(-٣)$

② $(هـ \circ ق)(٠)$

③ $(هـ \circ هـ)(-١)$

سؤال (٣٦) : إذا كانت :

$ق(س) = |س - ١٠|$

$هـ(س) = -س$

فجد :

① $(ق \circ هـ)(٣)$ ② $(هـ \circ ق)(٣)$

Scanned by CamScanner

سؤال (٣٧) : إذا كانت

$هـ(س) = ٣س + ١$ ، $و(س) = ٤س - ٣$

فجد قيمة س في كل مما يأتي :

① $(هـ \circ و)(س) = ١٧$

② $(و \circ هـ)(س) = -٥$

سؤال (٣٨) : إذا كانت

$هـ(س) = س - ١$

$و(س) = (س + ٣)^{٢}$

فإن قاعدة $و(هـ(س))$ تساوي ؟

الاقتران واحد لواحد :

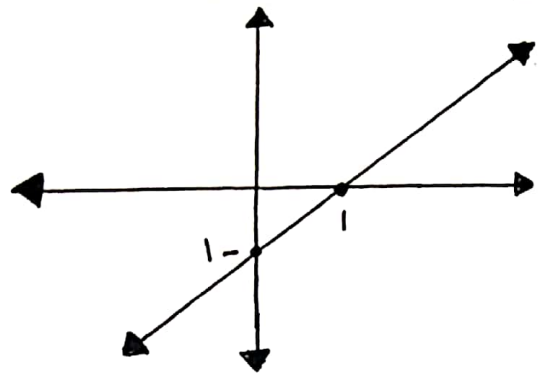
يسمى الاقتران و واحداً لواحد إذا كان عنصر في مداه صورة لعنصر واحد فقط في مجاله.

اختبار الخط الأفقي :

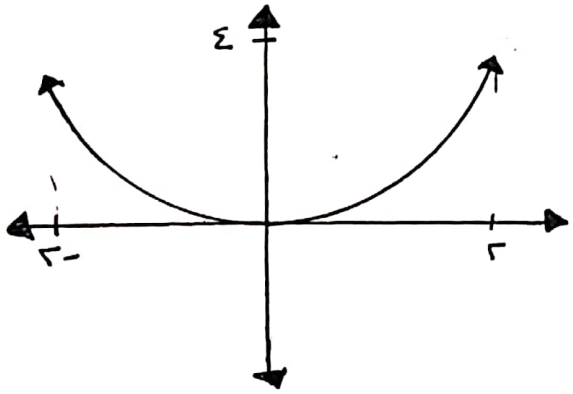
يكون الاقتران واحداً لواحد إذا كان أي خط أفقي يقطع منحنى الاقتران في نقطة واحدة على الأكثر.

سؤال (٣٩) : أي الاقترانات المبينة في الشكل تمثل اقتران واحد لواحد ؟

① $هـ(س) = س - ١$



② $و(س) = س^{٢}$



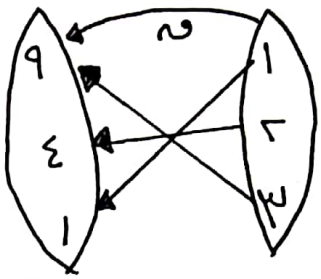
سؤال (٤٠) : أي الاقترانين الآتيين يمثل اقتران واحد لواحد ؟

أ) $و = \{(٥،٣)، (١٠،٣)، (١٧،٤)\}$

ب) $هـ = \{(-٣،١)، (٣،٠)، (٣،٣)، (٧،٥)\}$

Scanned by CamScanner

سؤال (٤١) : أرسم مخطط سهمي يمثل $ق^{-1}$ ؟؟



سؤال (٤٢) : إذا كانت

$ق(س) = \{(١٦١)، (٨٦٣)، (٣٧٦٣)، (٦٤٦٤)\}$

فجد :

(١) $ق^{-1}(س)$ بوصفها مجموعة أزواج مرتبة ؟

(٢) $ق^{-1}(٣٧)$ ، $(ق \circ ق^{-1})(٣٧)$

$(ق^{-1} \circ ق)(٣)$

إذا كانت ق اقتران واحد لواحد وكانت $ق^{-1}$ هو الاقتران العكسي له فإن :

$(ق \circ ق^{-1})(س) = س$

$(ق^{-1} \circ ق)(س) = س$

ويسمى الاقتران الناتج اقترانا "محايدا"

هو الاقتران الذي لا يؤثر على القيمة التي داخل الأقواس .

* إذا كان $ق(س)$ ← كثير حدود

لإيجاد $ق^{-1}(س)$ نتبع الخطوات الآتية :

(١) نبدل $ق(س)$ بـ ص

(٢) نجعل س موضوعا للقانون

(٣) نبدل س بـ $ق^{-1}(س)$

و

ص بـ س

سؤال (٤٣) : أوجد $ق^{-1}(س)$ لكل من الاقترانات الآتية :

(١) $ق(س) = س + ١$

(٢) $ق(س) = ١ - ٢س$

(٣) $ق(س) = ٣س - ٦$

(٤) $ق(س) = -س$

(٥) $ق(س) = ٣س - ٢$

سؤال (٤٤) : بين إذا كانت

الاقترانة هـ $(س)$ هو الاقتران العكسي للاقترانة هـ $(س)$:

(١) $ق(س) = ٢س$ ، $هـ(س) = \frac{س}{٢}$

(٢) $ق(س) = س + ١$ ، $هـ(س) = ١ - س$

(٣) $ق(س) = ٣س + ٧$ ، $هـ(س) = \frac{س - ٧}{٣}$

Scanned by CamScanner

سؤال (٤٥) : إذا كانت $ق^{-1}$

هو الاقتران العكسي للاقتران $ق$ فجد :

أ) $(ق \circ ق^{-1})(-٣)$

ب) $(ق^{-1} \circ ق)(٥)$

جـ) $ق^{-1}(٣)$ إذا كان $ق(٥) = ٣$

أسئلة إضافية

سؤال (٤٦) : إذا كانت

$س^{٣} + ١ \leq س^{٢} + ١٩$

هل $س = ٣$ تنتمي إلى مجموعة

حل هذه المتباينة ؟

محبكم الأستاذ : أحمد مصطفى مرعي

Scanned by CamScanner

إجابات المراجعة

سؤال ①:

لم يحدد السؤال بأي طريقة

① القسمة الطويلة: $(س^٢ - ٧س + ١٠) \div (س + ١)$

$س - ٨$

$س^٢ + س$

$-٨س + ١٠$

$-٨س - ٨$

١٨

∴ خارج القسمة يساوي $س - ٨$ والباقي ١٨

② $س + ٣ = ٠ \Leftarrow س = -٣$

	$س^٣$	$س^٢$	$س$	م
	١	١	٦-	٩
-٣		↓ -٣	٩	$+٢٧$
	١	٦-	٣	٣٦ الباقي

$س^٢ + ٣س - ٩$

∴ خارج القسمة يساوي $س^٢ + ٣س - ٩$ والباقي ٣٦

سؤال ②:

① $س + ٤ = ٠ \Leftarrow س = -٤$

$ق(-٤) = (-٤)^٢ - ٥ \times -٤ + ٣$

$= ١٦ + ٢٠ + ٣ = ٣٩$

② $٤س + ١ = ٠ \Leftarrow ٤س = -١$

$\Leftarrow س = \frac{-١}{٤}$ توضيح مقاطات

$ق(\frac{-١}{٤}) = ٥ \times \frac{-١}{٤} - ١٢ = \frac{-٥}{٤} - \frac{٤٨}{٤}$

$= \frac{-٥٣}{٤}$

سؤال ③:

③ $س - ٢ = ٠ \Leftarrow س = ٢$

$ق(٢) = (٢)^٣ - ٤ \times ٢ + ٤ = ٨ - ٨ + ٤$

= صفر

∴ عامل من عوامل $ق(س)$

سؤال ④:

$٤ - ٣س = ٠ \Leftarrow ٣س = ٤$

$س = ٢$

$م(٢) = (٢)^٣ - م \times ٢ + ٤ = ٦$

$٨ - ٢م + ٤ = ٦$

$-٢م + ١٢ = ٦$

$-٢م = -٦$

$\frac{-٢م}{-٢} = \frac{-٦}{-٢} \Leftarrow م = ٣$

$٦ - ١٢ = -٦$

سؤال ⑤:

$س - ب = ٠ \Leftarrow س = ب$

$ق(ب) = ب^٢ + ٣ب = ٤$

$ب^٢ + ٣ب = ٤$

$ب^٢ + ٣ب - ٤ = ٠$

$(ب + ٤)(ب - ١) = ٠$

$ب + ٤ = ٠$ ← $ب = -٤$

$ب - ١ = ٠$ ← $ب = ١$

سؤال ⑤:

$س - ٤ = ٠ \Leftarrow س = ٤$

$ل(٤) = م(٤)^٣ - ١٥ \times ٤ + ٣م = ٠$

$١٦م - ٦٠ + ٣م = ٠$

$٢٠م - ٦٠ = ٠$

$\frac{٢٠م}{٢٠} = \frac{٦٠}{٢٠} \Leftarrow م = ٣$

Scanned by CamScanner

سؤال ⑥ ∴

① $(س-٣)(س-٥)$

$س \times س + س \times -٥ - ٣ \times س$

-٣×-٥

$س^{٢} - ٥س - ٣س + ١٥$

$س^{٢} - ٨س + ١٥$

② $(س-٢)(٣س-٤)(س+٣)$

$(س-٢)(٣س-٤)$

$٣س^{٢} - ٤س - ٦س + ٨$

$(٣س^{٢} - ١٠س + ٨)(س+٣)$

$٣س^{٣} + ٩س^{٢} - ١٠س^{٢} - ٣٠س + ٨س + ٢٤$

$٣س^{٣} - س^{٢} - ٢٢س + ٢٤$ ترتيب

سؤال ⑦ ∴

① $(س-٣)(س-٢)$

② $(س+٧)(س+٢)$

③ $(س+٧)(س-٢)$

④ $(س-٣)(س^{٢} + ٢س + ٤)$

⑤ $(س-٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)$

سؤال ⑧ ∴ $ق(س) = س^{٣} - ٣س - ٢$

عوامل الحد الثابت: $\pm ١ ، \pm ٢$

عوامل المعامل الرئيسي: ± ١

$\frac{ب}{ا} = \pm ١ ، \pm ٢$

نعوض

$ق(١) = (١)^{٣} - ٣ \times ١ - ٢ = ١ - ٣ - ٢ \neq$ صفر

$ق(-١) = (-١)^{٣} - ٣ \times -١ - ٢ = -١ + ٣ - ٢ =$ صفر

القانونة ثابتة $(س -)$

∴ $(س - -١) \Leftarrow (س + ١)$

نجد باقي العوامل

	$س^{٣}$	$س^{٢}$	$س$	$ب$
	١	٠	-٣	-٢
-١	↓	-١	-١	$+٢$
∴ خارج	١	-١	-٢	٠
	$س^{٢}$	$س$	$ب$	

∴ العوامل

$(س+١)(س^{٢} - س - ٢)$

② واجب ص ١٦ فرع ⑫

Scanned by CamScanner

سؤال ⑨ :

① $٢(س^{٣}-٧س-٦)$

$٢(س-٣)(س^{٢}+٣س+٩)$

② $س(س^{٢}-٩)$

$س(س-٣)(س+٣)$

③ $س(٢س^{٢}+س-٣)$

المميز للمقدار $(٢س^{٢}+س-٣)$

$أ=٢$ ، $ب^{٢}-٤أجـ$

$ب=١$ ، $(١)^{٢}-٤\times٢\times-٣$

$جـ=-٣$ ، $١+٢٤=٢٥>$ صفر

لا جذران

لذا فإن المقدار قابل للتحليل

إلى عواملة الأولية.

$(٢س+٣)(س-١)$

$\therefore$ ق$(س)=س(٢س+٣)(س-١)$

سؤال ⑩ :

① $\frac{(س+٣)(س-٣)}{س-٣}=س+٣$

② $\frac{س-٢}{(س+٢)(س+٢)}=\frac{١}{س+٢}$

③ $\frac{(س-٩)(س+٩)}{٢(س-٩)}$

$=\frac{س+٩}{٢}$

④ $\frac{٥(-س+٣)}{٣(س-٣)}=\frac{٥}{٣}$

⑤ $\frac{(س-٣)(س-٢)}{-س+٣}$

⑥ $\frac{(س-٢)(س^{٢}-٢س+٤)}{٢(س-٢)}$

$=\frac{س^{٢}-٢س+٤}{٢}$

⑦ $\frac{(٣-س)(٩+٣س+س^{٢})}{٢(٣-س)}$

$=\frac{٩+٣س+س^{٢}}{٢}$

⑧ $\frac{١٢س(-س-٢)}{٢س(-س-٢)}=\frac{٦}{س\neq٠}$

$=٦$

⑨ $\frac{س(س^{٢}-٣س+٢)}{١-س^{٢}}$

$\frac{س(س-١)(س-٢)}{(-س+١)(س+١)}=\frac{س(س-٢)}{(س+١)}$

Scanned by CamScanner

(١٠) $\frac{س(س^3+٢)}{س} = س^3+٢$

(١١) $\frac{س^2(س-٢)-(س-٢)}{س^2-٥س+٦}$

$\frac{(س^2-١)(س-٢)}{(س-٣)(س-٢)}$

$= \frac{س^2-١}{س-٣}$

(١٢) $\frac{٢(س-٢)}{س^3+س^2-١٢}$

↓

$ك = \pm ١, \pm ٢, \pm ٣, \pm ٤, \pm ٦, \pm ١٢, \pm ٢٤, \pm ٤١$

$ق(١) = (١)^3+(١)^2-١٢ \neq$ صفر

$ق(٢) = (٢)^3+(٢)^2-١٢ = ٨+٤-١٢ =$ صفر

∴ $(س-٢)$

	$س^3$	$س^2$	$س$	$ب$
	١	١	٠	-١٢
٢	↓	٢	٦	١٢
٠	١	٣	٦	
خاوا	$س^2$	$س$	$ب$	

∴ $(س-٢)(س^2+٣س+٦)$

$\frac{س(س-٢)}{(س-٢)(س^2+٣س+٦)}$

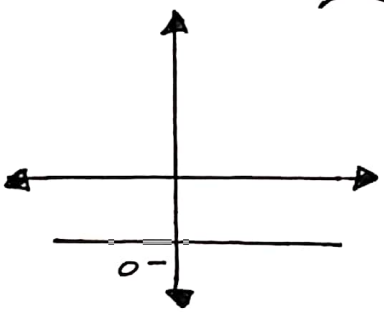
$= \frac{س}{س^2+٣س+٦}$

(١٣) $\frac{س^2+١٦}{س+٤}$ ← لا يحلل

∴ يبقى الكسر كما هو

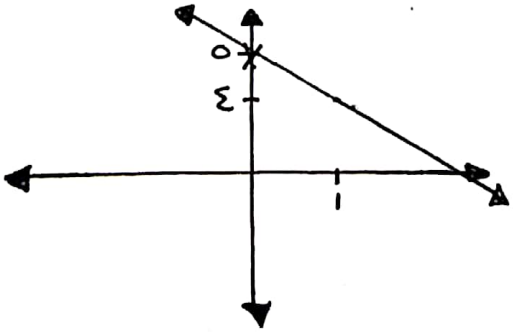
سؤال (١١) ∴

(١)



(٢)

١	٠	$س$
٤	٥	$ص$



Scanned by CamScanner

③ نجد رأس القطع

$س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{٤+}{١×٢} = ٢$

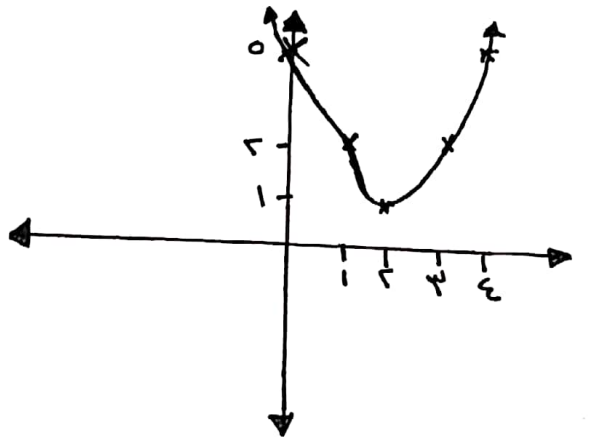
$ص(٢) = (٢)^{٢} - ٤×٢ + ٥$

$= ٤ - ٨ + ٥ = ١$

(٢ ، ١)

س	٠	١	٢	٣	٤
ص	٥	٢	١	٢	٥

أ = ١
ب = -٤
جـ = ٥



④ واضح

سؤال ⑫ :

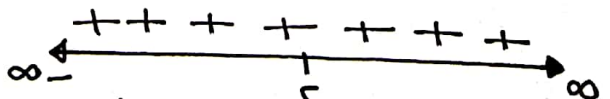
① $س^{٢} - ٤س + ٤ > ٠$

$س^{٢} - ٤س + ٤ = ٠$

$(س - ٢)(س - ٢) = ٠$

$س - ٢ = ٠$

$س = ٢$



∴ مجموعة الحل $= ح - \{٢\}$ ، $(-\infty ، \infty)$

أ.أحمد مصطفى مرعي

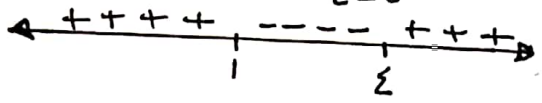
② $س^{٢} - ٥س + ٤ < ٠$

$س^{٢} - ٥س + ٤ = ٠$

$(س - ٤)(س - ١) = ٠$

$س - ٤ = ٠$ ، $س - ١ = ٠$

$س = ٤$ ، $س = ١$



مجموعة الأعداد < ٠
أقل
يعني السالبة

∴ مجموعة الحل $= [١ ، ٤]$

ملاحظات :

① الفترات [الصغير ، الكبير]

② وجود مساواه ← فترة مغلقة [ ]

③ عدم وجود مساواه ← فترة مفتوحة ( )

④ اللانهاية ← فترة مفتوحة $(-\infty ، \infty)$

③ $س^{٢} > ٥س - ٦$

ترتيب

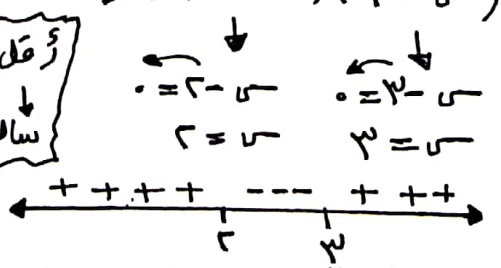
$س^{٢} - ٥س + ٦ < ٠$

$(س - ٣)(س - ٢) < ٠$

أقل ← سالب

$س - ٣ = ٠$ ، $س - ٢ = ٠$

$س = ٣$ ، $س = ٢$



∴ (٣ ، ٢) أ.أحمد مصطفى مرعي

Scanned by CamScanner

④ $٤س + ١٢ \leq ١ - ٤س^{٢}$

نرتب

$٤س^{٢} + ٤س + ١ \geq ١٢$

نكمل

⑤ $٢س^{٢} - ٣س \leq س^{٢} - ٨$

نرتب

$٢س^{٢} - س^{٢} - ٣س + ٨ \geq ٠$

$س^{٢} - ٣س + ٨ \geq ٠$

نكمل

سؤال (١٣) ص ٥٠

① $س = \frac{-ب}{٢أ} = \frac{-٢}{٢ \times ١} = -١$

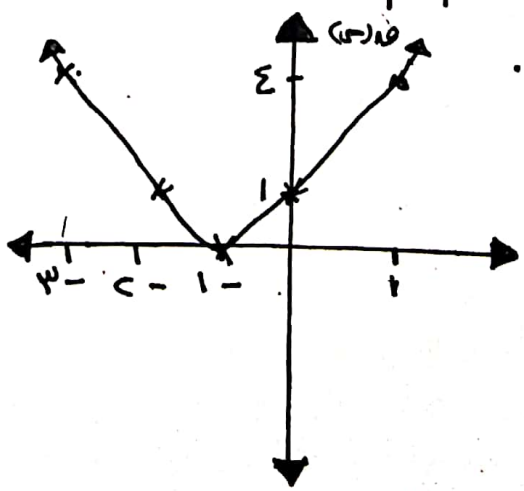
$أ = ١$
$ب = ٢$
$جـ = ١$

$ق(-١) = (-١)^{٢} + ٢ \times -١ + ١$

$= ١ - ٢ + ١ = ٠$

$(-١ ، ٠)$

س	-٣	-٢	-١	٠	١
ص	٤	١	٠	١	٤



② المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية ح

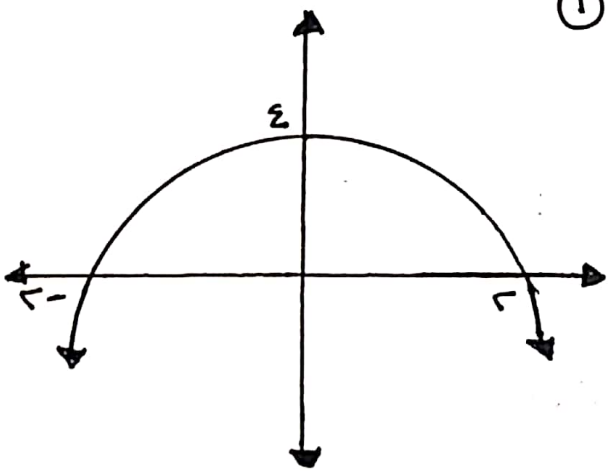
المدى : $[٠ ، \infty)$

③ عند $س = -١$

هي $ق(-١) = ٠$

سؤال (١٤) ص ٥٠

①



② مجاله مجموعة الاعداد الحقيقة ح

مداه $(-\infty ، ٤]$

③ عند $س = ٠$

وهي $ق(٠) = ٤$

سؤال (١٥) ص ٥٠

واجب

Scanned by CamScanner

سؤال (١٦) :

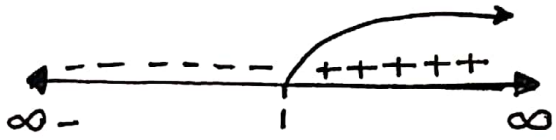
(١) $f(س) = \sqrt{س - ١}$

الحل :

$س - ١ \geq ٠$

تحويل المتباينة إلى معادلة

$س - ١ = ٠ \Leftarrow س = ١$



المجال : $[١ ، \infty)$

(٢) $f(س) = \sqrt{٤ - س^٢}$

الحل :

$٤ - س^٢ \geq ٠$

$٤ - س^٢ = ٠ \Leftarrow س^٢ = ٤$

$س = \pm ٢$

المجال : $[-٢ ، ٢]$

(٣) $f(س) = \sqrt{١ + س^٢}$

الحل :

$١ + س^٢ \geq ٠$

$١ + س^٢ = ٠$

$\Leftarrow س^٢ = -١$ لا يمكن

المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية ح

سؤال (١٧) :

المدى : $\{ص : ص \geq ٠\}$

$= [٠ ، \infty)$

سؤال (١٨) :

(١) المجال : ح

المدى : ح

(٢) المجال : ح

المدى : ح

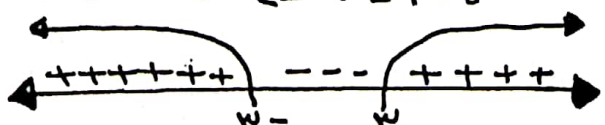
سؤال (١٩) :

(أ) $f(٣) = صغ ، f(-٣) = صغ$

$f(٥) = ٤$

(ب) $س^٢ - ٩ \geq ٠$

$س^٢ - ٩ = ٠ \Leftarrow س^٢ = ٩ \Leftarrow س = \pm ٣$



$(-\infty ، -٣] \cup [٣ ، \infty)$

Scanned by CamScanner

سؤال (٢٠) ص٥

① مجال البسط ← ح
مجال المقام ← ح

$س^2 - ٤ = ٠$
$س^2 = ٤$
$س = \pm ٢$

ح صفار المقام $= \{ \pm ٢ \}$

ح ∪ ح − ح صفار المقام

ح − $\{ \pm ٢ \}$

② مجال البسط ← ح
مجال المقام ← ح

$س + ١ = ٠$
$س = -١$

ح ∪ ح − $\{ -١ \}$

ح − $\{ -١ \}$

③ $س^2 - ٤س + ٣ = ٠$

$(س - ٣)(س - ١) = ٠$

$س - ٣ = ٠$ ، $س - ١ = ٠$

$س = ٣$ ، $س = ١$

ح − $\{ ١ ، ٣ \}$

④ واجب

سؤال (٢١) ص٥

① مجال البسط ← $[٠ ، \infty)$

مجال المقام ← ح

ح صفار المقام $= \{ \pm ٥ \}$

المجال ص٥

ح ∪ $[٠ ، \infty)$ − $\{ \pm ٥ \}$

ص٥ $[٠ ، \infty) - \{ \pm ٥ \}$

② واجب

سؤال (٢٢) ص٥

① مجال البسط ← $(-\infty ، ٥]$

مجال المقام ← ح

ح صفار المقام ← لا يوجد

لأن $س^2 + ١$ لا تحلل

② هـ(−٥) = صفر

هـ(٠) = $\sqrt{٥}$

هـ(٥) = $\frac{\sqrt{١٠٧}}{٢٦}$

Scanned by CamScanner

سؤال (٢٣) ص ٥

المجال ← ح

المدى ← [٠ ، ٥)

سؤال (٢٤) ص ٥

① المجال ← ح

②

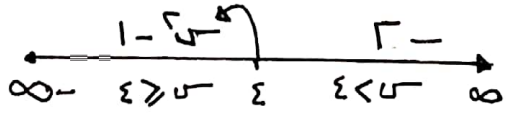
③ المجال ← (-∞ ، -٣) ∪ (٣ ، ∞)

ب) $\frac{-١}{\sqrt{٣٢}}$ = (-٦) هـ

$\frac{٢}{\sqrt{٥}}$ = (٣) هـ

هـ (٠) = غير معرّف .

سؤال (٢٥) ص ٥



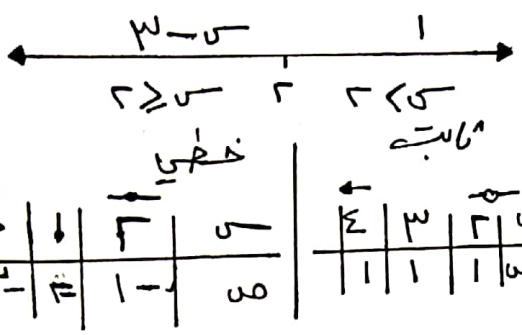
فجد :

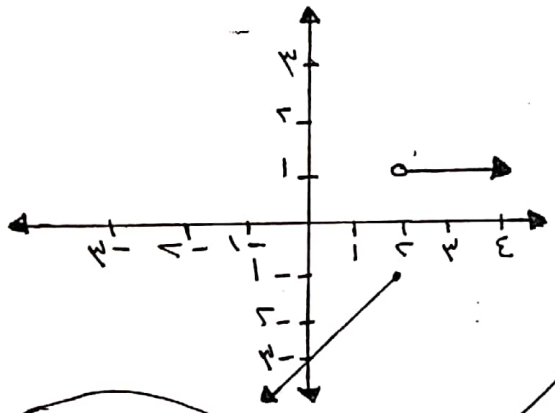
هـ (٠) = $(٠)^{٢}$ - ١ = -١

هـ (٤) = $(٤)^{٢}$ - ١ = ١٦ - ١ = ١٥

هـ (٥) = -٣

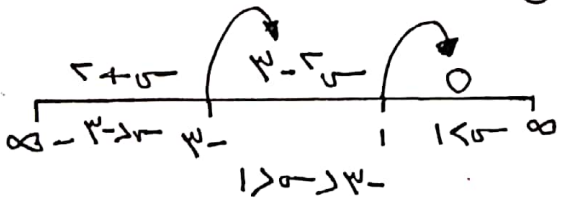
سؤال (٢٦) ص ٥





سؤال (٢٧) ص ٥

①



هـ (-٤) = س + ٢ = -٤ + ٢ = -٢

هـ (-٣) = $س_{٢}$ - ٣ = $(-٣)^{٢}$ - ٣ = ٩ - ٣ = ٦

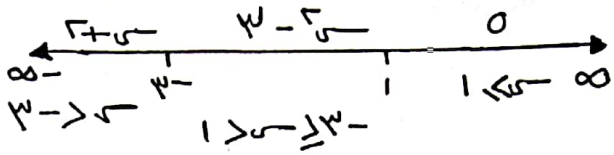
هـ (٠) = $س_{٢}$ - ٣ = $(٠)^{٢}$ - ٣ = -٣

هـ (٣) = ٥

هـ (١) = ٥

Scanned by CamScanner

③ ثابت تربيعي خطي



س ≥ ١

س	١	٢	٣
ص	٥	٥	٥

-٣ ≤ س ≤ ١

م = ١

ب = صفر

ح = -٣

ص = -ب/٢م = صفر

ص(٠) = (٠)² - ٣ = -٣

الرأس (٠ ، -٣)

س	-٣	-٢	-١	٠	١
ص	٦	١	-٢	-٣	-٢

خطي

س < -٣ ، س + ٢

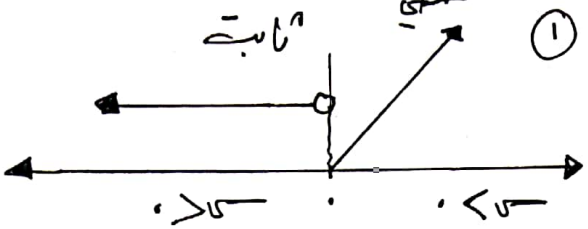
س	-٣	-٤	-٥
ص	-١	-٢	-٣

ثم رسم !!!

السؤال (٣٨) ٥-

خطي

① ثابت



نختار نقطتين

(١ ، ١) ، (٠ ، ٠)

الميل م = (ص٢ - ص١)/(س٢ - س١)

م = (١ - ٠)/(١ - ٠) = ١

ص - ص١ = م(س - س١)

ص - ٠ = ١(س - ٠)

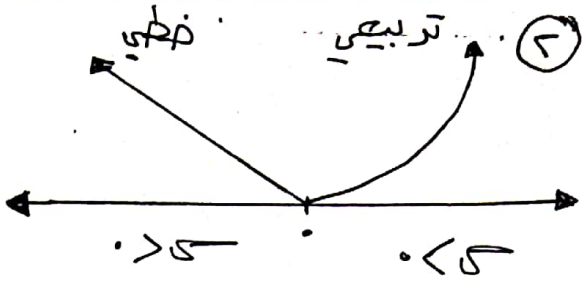
ص = س

خط مستقيم يوازي محور السينات ويقطع الصادات عندما س = ٢ يوصل مجوبة

ق(س) = { ٢ ، س < ٠ ؛ س ، س ≥ ٠ }

Scanned by CamScanner

(٢)



الدقوانة التربيعي

$(س - \square)^2$ ← القانونه

الى أس (٠ ، ٠)

تصبح

$(س - ٠)^2 = س^2$

الدقوانة الخطي

نختار نقطتين

(٠ ، ٠) (-١ ، ١)

$م = \frac{١ - ٠}{-١ - ٠} = -١$

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٠ = -١(س - ٠)$

$ص = -س$

$ق(س) = \begin{cases} -س & ، س < ٠ \\ س^2 & ، س \geq ٠ \end{cases}$

سؤال (٢٩)

$ق(٠) = |٢ - ٣ \times ٠| = |٠ - ٢| = ٢$

$ق(٣) = |٢ - ٣ \times ٣| = |٢ - ٩| = |-٧| = ٧$

$ق(\frac{١}{٣}) = |٢ - ٣ \times \frac{١}{٣}| = |٢ - ١| = ١$

$ق(-١) = |٢ - ٣ \times -١| = |٣ + ٢| = ٥$

سؤال (٣٠)

(١) $ق(س) = |س + ١|$

$س + ١ = ٠ \Leftarrow س = -١$

	-١	
$س + ١$	$-$	$+$
$-(س + ١)$	$+$	$-$

$ق(س) = \begin{cases} -(س+١) & ، س < -١ \\ س + ١ & ، س \geq -١ \end{cases}$

(٢) $ق(س) = |٢س - ٥|$

$٢س - ٥ = ٠ \Leftarrow س = \frac{٥}{٢}$

	$\frac{٥}{٢}$	
$٢س - ٥$	$-$	$+$
$-(٢س - ٥)$	$+$	$-$	$+$

$ق(س) = \begin{cases} -(٢س - ٥) & ، س < \frac{٥}{٢} \\ ٢س - ٥ & ، س \geq \frac{٥}{٢} \end{cases}$

Scanned by CamScanner

(٣) $ل(س) = |س^2 - س|$

$س^2 - س = 0$

$س(س-1) = 0$

$س = 0 \quad س = 1$

	$س$	$س-1$	$س^2-س$
	$س<0$	−	+
	$0<س<1$	−	−
	$س>1$	+	+

$$ق(س) = \begin{cases} س^2 - س & ، س < 0 \\ -س^2 + س & ، 0 \le س < 1 \\ س^2 - س & ، س \ge 1 \end{cases}$$

سؤال (٣١) ص٥٠

(١) $ق(س) = |س + 3|$

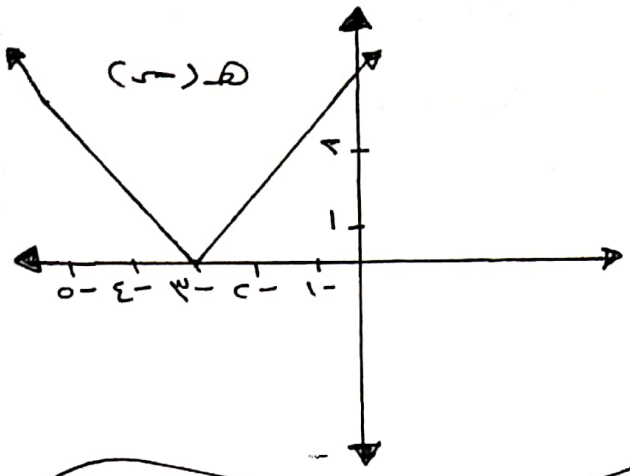
$س + 3 = 0 \Rightarrow س = -3$

	$س$	$س+3$
	$س<-3$	−
	$س=-3$	0
	$س>-3$	+

$$ق(س) = \begin{cases} -س - 3 & ، س \le -3 \\ س + 3 & ، س > -3 \end{cases}$$

$س$	$-\infty$		-3		∞
$س+3$	−	−	0	+	+
$-س-3$	+	+	0	−	−

$س$	-5		-4		-3		-2		-1
$ق(س)$	2	1	0	1	2	1	0	1	2



(٢) واضح

سؤال (٣٢) ص٥٠

(١) $ق(س) = |س^2 - 5س + 6|$

المعادلة

$س^2 - 5س + 6 = 0$

$(س-3)(س-2) = 0$

$س - 3 = 0 \quad س - 2 = 0$

$س = 3 \quad س = 2$

	$س$	$س-2$	$س-3$	$س^2-5س+6$
	$س<2$	−	−	+
	$2<س<3$	+	−	−
	$س>3$	+	+	+

$$ق(س) = \begin{cases} س^2 - 5س + 6 & ، س \le 2 \\ -(س^2 - 5س + 6) & ، 2 < س \le 3 \\ س^2 - 5س + 6 & ، س > 3 \end{cases}$$

Scanned by CamScanner

④ $هـ(س) = |س - ١| - ٣$

الطلب ضعيف

$س - ١ = ٠$

$س = ١$

	$س - ١$	$-(س-١)$
$س < ١$	−	+
$س = ١$	٠	٠
$س > ١$	+	−

$ق(س) = \begin{cases} -س + ١ & ، س \leq ١ \\ س - ١ & ، س > ١ \end{cases}$

سؤال (٣٣)

نبحث عند المساواة

$ق(س) = |س - ٦|$

سؤال (٣٤)

① $ق(ق(٢)) = ق(٥) = ١٧$

② $ق(هـ(٢)) = ق(-١) = -٧$

③ $هـ(ق(٢)) = هـ(٥) = -٤$

④ $هـ(هـ(ق(٢))) = هـ(-١) = ٢$

⑤ $ق(هـ(س)) = ق(١ - س) = ٤(١-س) - ٣$

$= ٤ - ٤س - ٣$

$= ١ - ٤س$

⑥ $ق(ق(س)) = ق(٤س - ٣)$

$= ٤(٤س - ٣) - ٣ = ١٦س - ١٢ - ٣$

$= ١٦س - ١٥$

سؤال (٣٥)

① $ق(ق(-٣)) = ق(١١) = ٣ + ٢(١١)^٢$

$= ٣ + ٢(١٢١) = ٣ + ٢٤٢$

$= ٢٤٥$

② $هـ(ق(٠)) = هـ(٣) = -٣$

③ $هـ(هـ(-١)) = هـ(-٢) = ٢ \times -٢$

$= -٤$

سؤال (٣٦)

① $ق(هـ(٢)) = ق(-٢) = |-٢ - ١٠|$

$= |-١٢| = ١٢$

② $هـ(ق(٢)) = هـ(|٢ - ١٠|)$

$= هـ(|-٨|) = هـ(٨)$

$= -٨$

سؤال (٣٧)

① $ق(ق(س)) = ١٧$

$ق(٢س + ١) = ١٧$

$٤(٢س + ١) - ٣ = ١٧$

$٨س + ٤ - ٣ = ١٧$

$٨س + ١ = ١٧$

$٨س = ١٦ \Leftarrow \frac{٨س}{٨} = \frac{١٦}{٨}$

$س = \frac{٣}{٢}$

② $ق(هـ(س)) = ٥$

$ق(٤س - ٣) = ٥$

$٤(٤س - ٣) + ١ = ٥$

$١٦س - ١٢ + ١ = ٥$

$١٦س - ١١ = ٥$

$١٦س = ١٦$

$س = ١$

Scanned by CamScanner

سؤال (٣٨) ص٥ ن

$ه_{ن}(هـ(س)) = ه_{ن}(س-١)$

$= (س-١+٣)^{٢} = (س+٢)^{٢}$

$= س^{٢}+٤س+٤$

سؤال (٣٩) ص٥ ن

خطي ← واحد لواحد

تربيعي ← ليس واحد لواحد

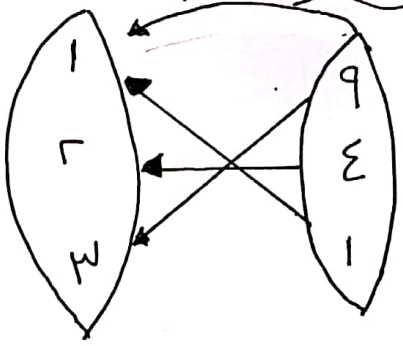
تكعيبي ← واحد لواحد.

(١) واحد لواحد (٢) ليس واحد لواحد.

سؤال (٤٠) ص٥ ن

(أ) واحد لواحد (ب) ليس واحد لواحد.

سؤال (٤١) ص٥ ن $ه_{ن}^{-١}$



سؤال (٤٢) ص٥ ن

(١) $ه_{ن}(س) = \{(١,١), (٢,٨), (٣,٢٧), (٤,٦٤)\}$

(٢) $ه_{ن}'(٢٧) = ٣$

$ه_{ن}(ه_{ن}^{-١}(٢٧)) = ه_{ن}(٣) = ٢٧$

$ه_{ن}^{-١}(ه_{ن}(٢)) = ه_{ن}'(٨) = ٢$

سؤال (٤٣) ص٥ ن

(١) $ه_{ن}(س) = س+١$

$ص = س + ١$

$س = ص - ١$

$ه_{ن}^{-١}(س) = س - ١$

(٢) $ه_{ن}(س) = ١ - ٢س$

$ص = ١ - ٢س$

$٢س = ١ - ص$

$س = \frac{١}{٢} - \frac{ص}{٢}$

$ه_{ن}^{-١}(س) = \frac{١}{٢} - \frac{س}{٢}$

(٣) $ه_{ن}(س) = ٣س - ٦$

$ص = ٣س - ٦$

$٣س = ص + ٦$

$س = \frac{ص}{٣} + ٢$

$ه_{ن}^{-١}(س) = \frac{س}{٣} + ٢$

(٤) +(٥) واضح

Scanned by CamScanner

سؤال (٤٤) $\sim_{\circ}^{\circ}$ واجب

سؤال (٤٥) $\sim_{\circ}^{\circ}$

(أ) $ق'(هـ(-٢)) = -٢$ (قرائا محايدا)

(ب) $ق'(هـ(٥)) = ٥$

(جـ) $ق'(٣) = ٥$

سؤال (٤٦) $\sim_{\circ}^{\circ}$

بالتعويض $٣٨ \geq ٣٨$

فإن $٣ \in$ إلى مجموعة الحل.

والله ولي التوفيق

تمنياتي لكم بالتوفيق والتفوق

الأستاذ: أحمد مصطفى مرعي

Scanned by CamScanner

Scanned by CamScanner