الإجابة النموذجية

نموذج الامتحان التجريبي رقم (١)

رياضيات – الفرع العلمي

الفصل الأول – ٢٠٢٠ – م٣

ستوديو الرياضيات

الأستاذ : عمار البوايزة

بسم الله الرحمن الرحيم
المملكة الأردنية الهاشمية
إدارة ستوديو الرياضيات

نموذج رقم ١

امتحان تجريبي لشهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٠

(نموذج جديد /جميع الحقوق محفوظة لـ ستوديو الرياضيات)

د س

المبحث : الرياضيات / الورقة الأولى / ف ١ — مدة الامتحان : ٠٠ : ٢

الفرع : العلمي والصناعي — الأستاذ : عمار البوايزة

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥) ، علماً بأنَّ عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول : (٤١ علامة)

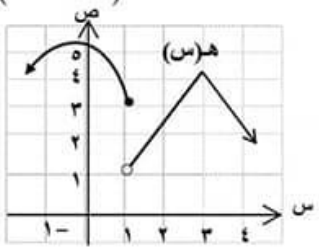
أ) جد كلاً من النهايات الآتية (إن وجدت):

١) $\lim_{س \to ٠} \frac{جتا\ ٣س - ١}{جتا\ ٢س - ١}$ (١٠ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^{٢} - ٣} - \sqrt{٢س + ١}}{س - ٢}$ (١٠ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $س^{٣}$ − س [س + ١] ، س ∈ ح ، (١٢ علامات)

وكان الشكل المجاور يمثل بيان الاقتران هـ(س) .



١) أوجد $\lim_{س \to ١}$ (٢ق − هـ)(س) (إن وجدت)

٢) ابحث في اتصال الاقتران ق(س) عند س = صفر.

ج) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها : (٩ علامات)

١) ما هي مجموعة قيم س التي تجعل الاقتران ق(س) = $\sqrt{س - ٢}$ متصلاً هي :

أ) (٠ ، ٤) ب) [٠ ، ٤) ج) [٠ ، ٤] د) (٤ ، ∞)

٢) إذا علمت أنَّ $\lim_{س \to ٢}$ ٣ق(٢− ٣س) − $\lim_{س \to -٢}$ $(س + ١)^{٣}$ق(س − ٢) = ٣٦ ، فإنَّ قيمة $\lim_{س \to -٤} (س^{٢} - ٣ق(س))^{٢}$ تساوي :

أ) ٤٠٠ ب) ٤٩ ج) ١٤٤ د) ١٢١

٣) إذا كانت $\lim_{س \to ٣} \frac{ق(س)}{س - ٣} = -١٥$ ، فإنَّ $\lim_{س \to ٣} \frac{س\ ق(س)}{س^{٢} - س - ٦}$ تساوي :

أ) −٥ ب) −٣ ج) −٩ د) −٢٧

يتبع الصفحة الثانية ....

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

الســـــــــــــــــؤال الثاني : (٣٨ علامة)

أ) إذا كـــان ق(س) = $\sqrt{\text{س}^2 + 3\text{س}}$ ، أوجـــد قَ(١) باستخدام تعريف المشتقة. (١٤ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} |(\text{س} - 3)(\text{س} - 3)| & ، \ 3 > \text{س} \geq 1 \\ \dfrac{9}{\text{س} - [\text{س} - 1]} & ، \ 5 \geq \text{س} \geq 3 \end{cases}$ ، أوجـــد قَ(س) . (١٥ علامات)

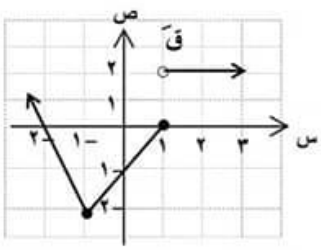
ج) **انقـل إلى دفتر إجابتك رقم الفقـرة ورمز الإجـابة الصحيحة لها :** (٩ علامات)

١) إذا كـــان ق(س) قابـــلاً للاشتقـــاق عند س = ٣ ، بحيث أنَّ ق(٣) = ٩ ، قَ(٣) = −٥ ، وكان الاقـــتران

ل(س) = $\dfrac{\text{ق(س)}}{\text{س} + \text{ق(س)}}$ ، فإنَّ لَ(٣) تســاوي :

أ) $\dfrac{5}{36}$ ب) $\dfrac{-2}{3}$ ج) $\dfrac{-1}{6}$ د) $\dfrac{5}{4}$

٢) في الشكل المجـــاور الذي يمثل بيان المشتقة الأولى للاقتران ق(س) ،



إذا علمت أنَّ هـ(س) = (قَ o قَ)(س) ، فإنَّ هـَ(−١) تســـاوي :

أ) صفر ب) $\dfrac{-9}{2}$

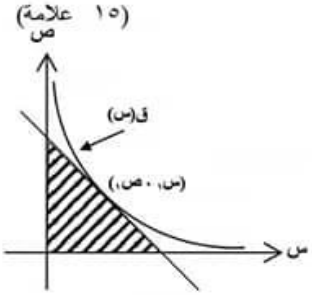
ج) $\dfrac{-3}{2}$ د) غير موجودة

٣) إذا كان معـــدل تغـــير الاقتران ق(س) في الفـــترة [−١ ، ١] يساوي (−٥) ، وكان معـــدل تغـــير الاقـــتران هـ(س) = س ق(س + ٢) على نفس الفترة يســـاوي (٧) ، فإن ق(−١) + ق(٣) تســـاوي :

أ) ٢٤ ب) ٢ ج) ٣٣ د) −٤

الســـــــــــــــــؤال الثالث : (٤٣ عـــلامة)

أ) إذا كـــان ق(س) = $\dfrac{4\text{ك}}{\text{س}}$ ، س > صفر ، فإذا رُســـم للاقـــتران ق مماساً عند النقطة (س، ، ص،) بحيث كانت مساحة المثـــلث المظـــلل المبيّن في الشكل المجـــاور ، والمحصور بين المماس ومحوري السينات والصادات الموجبين تساوي (٢٤) وحـــدة مربعة. أوجـــد : (١٥ علامة)



١- قيمـــة الثابت ك.

٢- معادلة العمودي على المماس عند اللحظـــة التي يكون فيها العمودي موازياً للمستقـــيم ص = ٦ + ٣س .

يتبع الصفحة الثالثة ....

الصفحـــة الثالثـة

ب) أُسقط جسمان من قمّة برج باتجاه الأرض ، بحيث كانت المسافة التي يقطعها الجسمان الأول والثاني بالأمتار هي ف$_{1}$ ، ف$_{2}$ على الترتيب ، بحيث كانت ف$_{1}$ = ٥ن^{2} + ١٩ن + ٦٤ ، ف$_{2}$ = ٦ن^{2} + ٤ن ، ن : الزمن بالثواني ، فإذا وصل الجسم الثاني إلى الأرض بعد ثانية واحدة من وصول الجسم الأول ؛ جد ما يأتي : (١٦ علامات)

١- ارتفـاع قمّـة البرج عن سطح الأرض.

٢- على أي ارتفـاع من سطح الأرض يكون الجسمان عندما يسيران بنفس السرعة ؟

ج) **انقـل إلى دفتر إجابتك رقم الفقـرة ورمز الإجـابة الصحيحة لها :** (١٢ علامة)

١) إذا كـانت س = ظـاهـ ، ص = جـاهـ ، فإنّ $\frac{د^{2} ص}{د س^{2}}$ عندما تسـاوي :

أ) -٣جتا^{2} هـ جـاهـ ب) - جتا^{2} هـ جـا٢هـ ج) - جـا^{2} هـ جتا٢هـ د) -٣جتا^{4} هـ جـاهـ

٢) إذا كان ق(س) = (س + ٢)$^{ن+1}$ ، ن: عدد صحيح موجب ، وكانت ق$^{(3)}$(٠) = ٢٤٠ ، فإنّ قيمة الثابت ن هي :

أ) ٦ ب) ٥ ج) ٤ د) ٣

٣) إذا كان ق^{3}(٢ص) = ٣س^{2} + ٥ ، س > صفر ، ق(٨) = ٢ ، قَ(٨) = ٢ ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ عندما ص=٤ هي:

أ) $\frac{٦}{٨}$ ب) $\frac{١}{٦}$ ج) $\frac{١}{٨}$ د) $\frac{١}{٤}$

٤) إذا كان ق اقـتراناً قابـلاً للاشتقـاق ، وكان ق(٢) = ٣ ، قَ(٢) = -١ ، فإن قيمـة

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow ١} \frac{ق(س^{2} + ٢س - ١) - ق(٢)}{س^{2} - ١}$$ تسـاوي :

أ) $\frac{١}{٤}$ ب) -٢ ج) $\frac{-١}{٢}$ د) -٤

السـؤال الرابع : (٤٤ علامة)

أ) إذا كـانت (١ ، ٢) نقطـة انعطاف أفقي لمنحنى الاقتران ق(س) = س^{4} - ٤ س^{3} + هـ (س) ، حيث هـ (س) اقتراناً قابلاً للاشتقاق على ح ، وكان ك(س) = هـ^{2}(س) . أوجـد قيمـة كَ(١) .

(١٤ علامة)

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{٥}{٣}$ س (س - ٣)^{3} ، س ∈ ح ، فجـد كلاً مما يأتي: (١٨ علامة)

١) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.

٢) القيم القصوى للاقتران ق (إن وجدت) ، مبيناً نوعها.

٣) الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق مقعراً للأعلى وللاسفل.

٤) نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (إن وجدت).

ج) **انقـل إلى دفتر إجابتك رقم الفقـرة ورمز الإجـابة الصحيحة لها :** (١٢ علامة)

١) إذا كـان ق(س) = [س - ١] - [س + ١] ، فإن قيمـة قَ(٢) تسـاوي :

أ) صفر ب) ١ ج) -١ د) غير موجودة

٢) يسير جسيم على خطٍ مستقيم وفقاً للعلاقة ع^{2} = $\sqrt{ف - ١}$ ، بحيث أنّ ع : سرعة الجسيم ، ن: الزمن بالثواني ، ف: المسافة بالأمتار ؛ فإن تسـارع الجسيم ت(ن) يسـاوي :

أ) $\frac{١}{٤ع^{3}}$ ب) $\frac{٢}{ع^{3}}$ ج) $\frac{٢}{ع^{3}}$ د) $\frac{١}{٤ع^{2}}$

يتبع الصفحة الرابعة ....

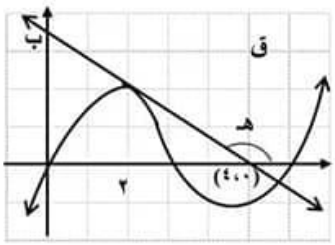
منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

الصفحـــة الرابعـة

٣) إذا كانت س = جـاص ، −١ ≤ س ≤ ١ ؛ فإن ص ً تساوي :

أ) ص ً ظـاص　　ب) (ص ً)٢ ظـاص　　ج) (ص ً)٢ قاص　　د) ص ً قـا٢ص

٤) اعتمـاداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق ، إذا كان الاقتران ق قابلاً للاشتقاق على ح ، وكانت هـ : زاوية ميـل المستقيم أ ب ، بحيث أن جـاهـ = $\frac{١}{٣}$ ، فما قيمـة ب × ق ً(٢) ؟



أ) $\sqrt{٢}$　　ب) − $\sqrt{٢}$

ج) $\frac{١}{٢}$　　د) − $\frac{١}{٢}$

السـؤال الخامس : (٣٨ علامة)

أ) قطعـة ورق شفافة مربعـة الشكل طول قطرها ٣٠ سم ، بدأت نقطـة زيت دائرية الشكل نصف قطرها ٣ سم ، ومركزها نقطة التقاء قطري قطعة الورق بالانتشار على الورقة محافظة على شكلها الدائري ، بحيث يزداد نصف قطرها بمعدل ٤ سم / د ؛ وفي نفس اللحظـة بدأت بقعة زيت دائرية أخرى نصف قطـرها ٤ سم ، ومركـزها إحدى حواف قطعة الورق بالانتشـار على الورقـة محافظة على شكلها الدائري ، بحيث كان نصف قطرها يزداد بمعدل ٣ سم / د .

جـد معدل تغير مساحة المنطقة الخالية من الزيت على الورقة في اللحظة التي تتماس فيها نقطتا الزيت. (١٥ علامة)

ب) عُلّقـت لوحـة إعلانات قائمـة على جـدار قائم بحيث يكون ارتفاع طرفها السفلي ٥ أمتـار عن أرض مستوية ، وارتفاع طرفهـا العلوي ٨ أمتـار عن مستوى نظر المشاهد.

أوجـد على أي بعد من أسفل الجدار يجب أن يقف مشاهد حتى يرى اللوحـة بأكبر زاوية ممكنة. (١٥ علامة)

ج) **انقـل إلى دفتر إجابتك رقم الفقـرة ورمـز الإجـابة الصحيحة لها :** (١٢ علامة)

١) إذا كـان ق(س) = ٣س − جـاس ، س ∈ ح ، فأي العبارات الاتية صحيحة؟

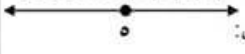
أ) **ق** متزايد على ح　　ب) **ق** متناقص على ح

ج) **ق** مقعر للأعلى على ح　　د) **ق** يأخذ قيمة عظمى عندما س = صفر

٢) إذا كان ق(س) = $\sqrt{س^٢ - ٩}$ ، فما مجموعة جميع قيم س التي يوجد عندها نقطاً حرجة للاقتران ق(س) ؟

أ) {−٣ ، ٠ ، ٣}　　ب) { ٠ }　　ج) {−٣ ، ٣}　　د) {−٥و٣ ، ٠}

٣) إذا كان ق(س) اقتراناً كثير حدود ، وكان الشكل المبين جانباً يمثل إشارة ق ً(س) ، بحيث كانت ق ً(٦) = ق ً(٢) = ٠ ، فإن النقطة الصغـرى المحلية لـ ق(س) هي:



أ) (٥ ، ق(٥))　　ب) (٠ ، ق(٠))　　ج) (٢ ، ق(٢))　　د) (٦ ، ق(٦))

(انتهت الأسئلة)

منتدى معلمي الاردن　www.jo-teachers.com

السؤال الأول :

فرع (أ):

(١) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{جتا}٣س - ١}{\text{جتا}٢س - ١}$ ناتج التعويض نعطي $(\frac{٠}{٠})$

نضرب البسط و المقام بمرافق البسط $(\text{جتا}٣س + ١)$

ونضرب أيضاً البسط والمقام بمرافق المقام $(\text{جتا}٢س + ١)$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{(\text{جتا}٣س - ١)(\text{جتا}٣س + ١)(\text{جتا}٢س + ١)}{(\text{جتا}٢س - ١)(\text{جتا}٢س + ١)(\text{جتا}٣س + ١)}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{(\text{جتا}^٢٣س - ١)(\text{جتا}٢س + ١)}{(\text{جتا}^٢٢س - ١)(\text{جتا}٣س + ١)}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{\text{جتا}^٢٣س - ١}{\text{جتا}^٢٢س - ١} \times \lim_{س \to 0} \frac{\text{جتا}٢س + ١}{\text{جتا}٣س + ١}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{\cancel{(١ - \text{جتا}^٢٣س)}}{\cancel{(١ - \text{جتا}^٢٢س)}} \times \frac{٢}{٣}$$

(نستخدم المطابقة $١ - \text{جتا}^٢س = \text{جا}^٢س$)

$$= \lim_{س \to 0} \frac{\text{جا}^٢٣س}{\text{جا}^٢٢س}$$

$$= \lim_{س \to 0} \left(\frac{\text{جا}٣س}{\text{جا}٢س}\right)^٢ = \left(\lim_{س \to 0} \frac{\text{جا}٣س}{\text{جا}٢س}\right)^٢$$

$$= \left(\frac{٣}{٢}\right)^٢ \quad \text{لأن } \lim_{س \to 0} \frac{\text{جا}أس}{\text{جا}ب س} = \frac{أ}{ب}$$

$$= \frac{٩}{٤}$$

طريقة أخرى: نستخدم مطابقة جمع زاويتين لـ جتا٣س

$$\text{جتا}٣س = \text{جتا}(٢س + س)$$

$$= \text{جتا}٢س \, \text{جتا}س - \text{جا}٢س \, \text{جا}س$$

$$\therefore \lim_{س \to 0} \frac{\text{جتا}٣س - ١}{\text{جتا}٢س - ١} =$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{\text{جتا}٢س \, \text{جتا}س - \text{جا}٢س \, \text{جا}س - ١}{\text{جتا}٢س - ١}$$

صفحة رقم (١)

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

صفحة رقم (٢)

نستخدم متطابقة ($\text{جتا}^2 س = 1 - 2\text{جا}^2 س$) في البسط والمقام

نستخدم متطابقة ($\text{جا}2س = 2\text{جا}س \text{جتا}س$) في البسط

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جتا}س(1 - 2\text{جا}^2 س) - 2\text{جا}س \text{جتا}س \text{جا}س - 1}{1 - 2\text{جا}^2 س - 1}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جتا}س - 2\text{جا}^2 س \text{جتا}س - 2\text{جا}^2 س \text{جتا}س - 1}{-2\text{جا}^2 س}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جتا}س - 4\text{جا}^2 س \text{جتا}س - 1}{-2\text{جا}^2 س}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جتا}س - 1 - 4\text{جا}^2 س \text{جتا}س}{-2\text{جا}^2 س}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \left(\frac{\text{جتا}س - 1}{-2\text{جا}^2 س}\right) - \left(\frac{4\text{جا}^2 س \text{جتا}س}{-2\text{جا}^2 س}\right)$$ توزيع البسط على المقام

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جتا}س - 1}{-2\text{جا}^2 س} + \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{2\text{جا}^2 س \text{جتا}س}{2\text{جا}^2 س}$$

متطابقة ($\text{جا}^2 س = 1 - \text{جتا}^2 س$) ويجوز الضرب بمرافق البسط

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{(1 - \text{جتا}س)(1 + \text{جتا}س)}{2(1 - \text{جتا}^2 س)} + \text{نهـا}_{س \to 0} 2\text{جتا}س$$ ← بتعويض

$$= \frac{1}{2} \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{1 - \text{جتا}س}{(1 - \text{جتا}س)(1 + \text{جتا}س)} + 2\text{جتا}0$$

$$= \frac{1}{2} \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{1}{1 + \text{جتا}س} + 2$$ ← بتعويض

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{1 + \text{جتا}0} + 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 2 = \frac{9}{4}$$ #

طريقة أخرى: استخدم المتطابقة ($\text{جتا}2س = 1 - 2\text{جا}^2 س$) في البسط والمقام

$$\therefore \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جتا}3س - 1}{\text{جتا}2س - 1} = \text{نهـا}_{س \to 0} \frac{-2\text{جا}^2 \frac{3س}{2}}{-2\text{جا}^2 س}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to 0} \left(\frac{\text{جا}\frac{3س}{2}}{\text{جا}س}\right)^2 = \left(\frac{\frac{3}{2}}{1}\right)^2 = \frac{9}{4}$$ #

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

السؤال الأول: فرع (أ)

(٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٢ - ٣} - \sqrt{٢س} + ١}{س - ٢}$ ناتج التعويض $(\frac{٠}{٠})$

نفرض أن $ص = \sqrt{٢س} \Leftarrow ص^٢ = ٢س \Leftarrow س = \frac{ص^٢}{٢}$

عندما $س \to ٢$ فإن $ص \to ٢$

$= \lim_{ص \to ٢} \frac{\sqrt{(\frac{ص^٢}{٢})^٢ - ٣} - ص + ١}{\frac{ص^٢}{٢} - ٢}$

$= \lim_{ص \to ٢} \frac{\sqrt{\frac{ص^٤}{٤} - ٣} - (ص - ١)}{\frac{ص^٢}{٢} - ٤} = \lim_{ص \to ٢} \frac{\sqrt{\frac{ص^٤ - ١٢}{٤}} - (ص - ١)}{\frac{ص^٢ - ٤}{٢}}$

$= \lim_{ص \to ٢} \frac{\sqrt{\frac{ص^٤ - ١٢}{٤}} - (ص - ١)}{\frac{ص^٢ - ٤}{٢}} \times \frac{\sqrt{\frac{ص^٤ - ١٢}{٤}} + (ص - ١)}{\sqrt{\frac{ص^٤ - ١٢}{٤}} + (ص - ١)}$ ← تعويض (٢)

(من خلال الضرب بمرافق البسط)

$= \lim_{ص \to ٢} \frac{(\frac{ص^٤ - ١٢}{٤}) - (ص - ١)^٢}{\frac{ص^٢ - ٤}{٢}} \times \frac{١}{٢}$

$= \lim_{ص \to ٢} \frac{\frac{١}{٤}(ص^٤ - ١٢ - ٤(ص^٢ - ٢ص + ١))}{\frac{١}{٢}(ص^٢ - ٤)} \times \frac{١}{٢}$

$= \frac{١}{٤} \lim_{ص \to ٢} \frac{ص^٤ - ٤ص^٢ + ٨ص - ١٦}{ص^٢ - ٤}$

بقسمة $(ص^٤ - ٤ص^٢ + ٨ص - ١٦)$ على $(ص - ٢)$

	١	٠	-٤	٨	-١٦
٢		٢	٤	٠	١٦
	١	٢	٠	٨	٠

معامل $ص^٢$ ← ٠ ، معامل $ص$ ← ٨ ، الحد المطلق ← ٠

$= \frac{١}{٤} \lim_{ص \to ٢} \frac{(ص - ٢)(ص^٣ + ٢ص^٢ + ٨)}{(ص - ٢)(ص + ٢)}$

$= \frac{١}{٤} \lim_{ص \to ٢} \frac{ص^٣ + ٢ص^٢ + ٨}{ص + ٢}$

بالتعويض

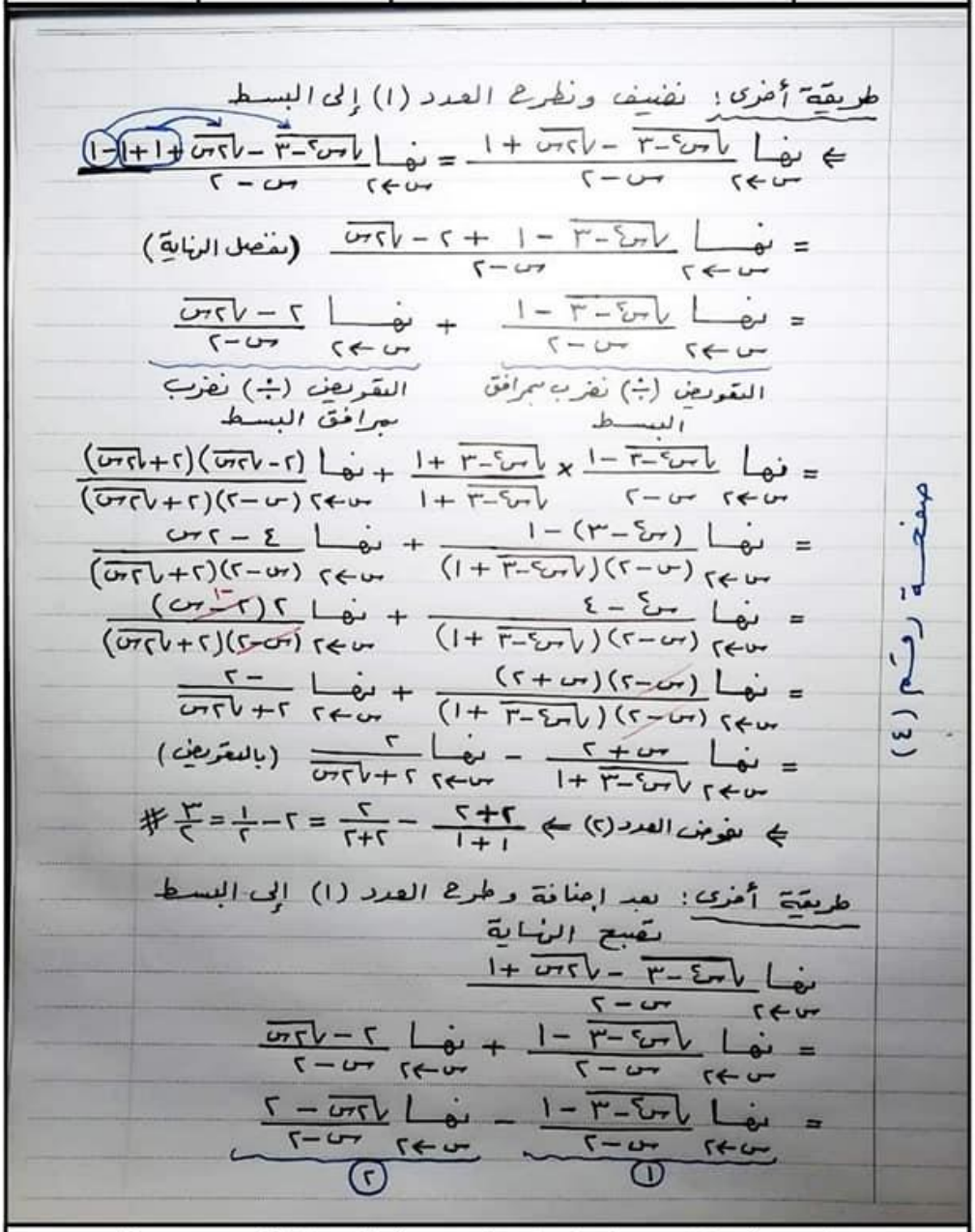
$= \frac{١}{٤} \times \frac{(٢)^٣ + ٢(٢)^٢ + ٨}{٢ + ٢}$

$= \frac{١}{٤} \times \frac{٢٤}{٤} = \frac{٣}{٢}$

صفحة رقم (٣)

مع أطيب التحيات لكم طلابنا الأعزاء بالنجاح والتوفيق – الأستاذ عمار البوايزة

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com



منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

ستوديو الرياضيات	الإجابة النموذجية لنموذج الامتحان التجريبي للثانوية العامة		الأستاذ عمار البوايزة
	المادة : الرياضيات	الفصل الأول ٢٠٢٠	٢م

في النهاية رقم ① افرض أنه $ق(س) = \sqrt{س^2 - 3}$

حيث $ق(2) = 1$

في النهاية رقم ② افرض أنه $هـ(س) = \sqrt{2س}$

حيث $هـ(2) = 2$

$$\text{النهاية المطلوبة} = \lim_{س \to 2} \frac{ق(س) - ق(2)}{س - 2} - \lim_{س \to 2} \frac{هـ(س) - هـ(2)}{س - 2}$$

$$= ق'(2) - هـ'(2)$$ من خلال تعريف المشتقة

$$ق'(س) = \frac{س}{\sqrt{س^2 - 3}}$$

$$هـ'(س) = \frac{1}{\sqrt{2س}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3 - 2^2}} - \frac{1}{\sqrt{2 \times 2}}$$

$$= 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

طريقة أخرى : يمكن أن نفرض $ص = \sqrt{س^2 - 3}$

عندما $س \to 2$ فإن $ص \to 1$

ثم نكمل الحل $\Leftarrow ص^2 = س^2 - 3$

$\therefore ص^2 + 3 = س^2 \Leftarrow س = \sqrt{ص^2 + 3}$

صفحة رقم (٤)

$$\text{نهـا}_{س \to 2} \frac{\sqrt{س^2 - 3} - \sqrt{2س} + 1}{س - 2} = \text{نهـا}_{ص \to 1} \frac{ص - \sqrt{2\sqrt{ص^2 + 3}} + 1}{\sqrt{ص^2 + 3} - 2}$$

$$= \text{نهـا}_{ص \to 1} \frac{(ص + 1) - \sqrt{2\sqrt{ص^2 + 3}}}{\sqrt{ص^2 + 3} - 2}$$

بالضرب في مرافق البسط و مرافق المقام

$$= \text{نهـا}_{ص \to 1} \frac{[(ص + 1) - \sqrt{2\sqrt{ص^2 + 3}}][(ص + 1) + \sqrt{2\sqrt{ص^2 + 3}}][\sqrt{ص^2 + 3} + 2)}{(\sqrt{ص^2 + 3} - 2)(\sqrt{ص^2 + 3} + 2)[(ص + 1) + \sqrt{2\sqrt{ص^2 + 3}}]}$$

$$= \text{نهـا}_{ص \to 1} \frac{(ص + 1)^2 - 2\sqrt{ص^2 + 3}}{ص^2 + 3 - 4} \times \frac{\sqrt{ص^2 + 3} + 2}{(ص + 1) + \sqrt{2\sqrt{ص^2 + 3}}}$$

تقريض مباشر

$$= \text{نهـا}_{ص \to 1} \frac{(ص + 1)^2 - 2\sqrt{ص^2 + 3}}{ص^2 - 1}$$ تقطي (١)

وبالضرب بمرافق البسط ثم التحليل ينتج

$$= \text{نهـا}_{ص \to 1} \frac{ص^4 + 4ص^3 + 2ص^2 + 4ص - 11}{8(ص^2 - 1)}$$ ← يتم تحليل البسط من خلال القسمة على $(ص - 1)$

مع أطيب التحيات لكم طلابنا الأعزاء بالنجاح والتوفيق – الأستاذ عمار البوايزة

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

تابع ⇐ النهاية = $\lim_{س \to 1} \frac{(س-1)(ص^3+5ص^2+7ص+11)}{8(ص-1)(ص+1)}$

$= \lim_{ص \to 1} \frac{ص^3+5ص^2+7ص+11}{8(ص+1)} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$ #

السؤال الأول : فرع (ب)

(١) نعيد تعريف هـ(س) عند س = ١ لأن (س = ١) نقطة تشعيب للاقتران [س + ١] .

∴ هـ(س) = $س^3 - س$ [س + ١]

$$= \begin{cases} س^3 - س & ، \ 0 \leq س < 1 \\ س^3 - 2س & ، \ 1 \leq س < 2 \end{cases}$$

من الرسم (س = ١) نقطة تشعيب للاقتران هـ(س)

⇐ $\lim_{س \to 1^+}$ (٢هـ - هـ)(س) = ٢ $\lim_{س \to 1^+}$ هـ(س) - $\lim_{س \to 1^+}$ هـ(س)

= ٢ $\lim_{س \to 1^+}$ ($س^3$ - ٢س) - ١

= ٢ × -١ - ١ = -٣

$\lim_{س \to 1^+}$ هـ(س) = ١ من الرسم

⇐ $\lim_{س \to 1^-}$ (٢هـ - هـ)(س) = ٢ $\lim_{س \to 1^-}$ هـ(س) - $\lim_{س \to 1^-}$ هـ(س)

= ٢ $\lim_{س \to 1^-}$ ($س^3$ - س) - ٣

= ٢ × صفر - ٣ = -٣

$\lim_{س \to 1^-}$ هـ(س) = ٣ من الرسم

بما أن $\lim_{س \to 1^+}$ (٢هـ - هـ)(س) = $\lim_{س \to 1^-}$ (٢هـ - هـ)(س) = -٣

∴ $\lim_{س \to 1}$ (٢هـ - هـ)(س) = -٣ #

صفحة (رقم ٦)

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

ستوديو الرياضيات	الإجابة النموذجية لنموذج الامتحان التجريبي للثانوية العامة		الأستاذ عمار البوايزة
	المادة : الرياضيات	الفصل الأول ٢٠٢٠	٢م

السؤال الأول : فرع (ب)

(٢) نعيد تعريف هـ(س) عند س = صفر

$$\therefore \text{هـ}(س) = س^3 - س \times \begin{cases} \text{صفر} & ، -1 \geq س > 0 \\ 1 & ، 0 \geq س < 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} س^3 & ، -1 \leq س < 0 \\ س^3 - س & ، 0 \leq س < 1 \end{cases}$$

$$\text{نهـا}_{س \to 0^+} \text{هـ}(س) = \text{نهـا}_{س \to 0} (س^3 - س) = \text{صفر}$$

$$\text{نهـا}_{س \to 0^-} \text{هـ}(س) = \text{نهـا}_{س \to 0} س^3 = \text{صفر}$$

بما أن $\text{نهـا}_{س \to 0^+} \text{هـ}(س) = \text{نهـا}_{س \to 0^-} \text{هـ}(س) = \text{صفر}$ $\therefore \text{نهـا}_{س \to 0} \text{هـ}(س) = 0$

$\therefore$ هـ(٠) = صفر = $\text{نهـا}_{س \to 0} \text{هـ}(س)$ $\therefore$ هـ متصل عند س = ٠ #

صفحة رقم (٧)

السؤال الأول : فرع (جـ)

(١) $\text{هـ}(س) = \sqrt{٢ - \sqrt{س}}$ متصل على مجاله

$$٢ - \sqrt{س} \geq 0 \Leftarrow \sqrt{س} \leq ٢ \quad \text{(بالتربيع)} \Leftarrow س \leq ٤$$

$\therefore س \geq ٤$

ولأنه هـ اقترانات مركب فإنّ هـ متصل على [٠، ٤] (٥)

(٢) $\text{نهـا}_{س \to ٢} ٣ \text{هـ}(٢ - ٣س) - \text{نهـا}_{س \to -٢} (س + ١)^3 \text{هـ}(س - ٢) = ٣٦$

افرض ص = ٢ − ٣س ⟹ س → ٢ ⟹ ص → −٤

افرض ع = س − ٢ ⟹ س → −٢ ⟹ ع → −٤

$$\Leftarrow ٣ \text{نهـا}_{ص \to -٤} \text{هـ}(ص) - \text{نهـا}_{س \to -٢} (س + ١)^3 \times \text{نهـا}_{ع \to -٤} \text{هـ}(ع) = ٣٦$$

$$\Leftarrow ٣ \text{نهـا}_{س \to -٤} \text{هـ}(س) + \text{نهـا}_{س \to -٤} \text{هـ}(س) = ٣٦ \quad \therefore \text{نهـا}_{س \to -٤} \text{هـ}(س) = ٩$$

$$\therefore \text{نهـا}_{س \to -٤} (س^2 - ٣\text{هـ}(س))^2 = (\text{نهـا}_{س \to -٤} س - ٣ \text{نهـا}_{س \to -٤} \text{هـ}(س))^2 = ١٢١$$ (٤)

(٣) $$\text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{س \text{هـ}(س)}{س^2 - س - ٦} = \text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{س \text{هـ}(س)}{(س - ٣)(س + ٢)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{\text{هـ}(س)}{س - ٣} \times \text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{س}{س + ٢} = -١٥ \times \frac{٣}{٥} = -٩$$ (٣)

مع أطيب التحيات لكم طلابنا الأعزاء بالنجاح والتوفيق – الأستاذ عمار البوايزة

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

السؤال الثاني : فرع (أ)

$$\text{ه}'(1) = \lim_{س \to 1} \frac{\text{ه}(س) - \text{ه}(1)}{س - 1}$$ ، حيث $\text{ه}(1) = 2$ بالمقوض من $\text{ه}(س)$

$$= \lim_{س \to 1} \frac{\sqrt{س^3 + 3س} - 2}{س - 1}$$

$$= \lim_{س \to 1} \frac{(\sqrt{س^3 + 3س} - 2)(\sqrt{س^3 + 3س} + 2)}{(س - 1)(\sqrt{س^3 + 3س} + 2)}$$

(الضرب بمرافق البسط)

$$= \lim_{س \to 1} \frac{س^3 + 3س - 4}{(س - 1)(\sqrt{س^3 + 3س} + 2)}$$ ← بقوض بـ (1)

$$= \frac{1}{4} \lim_{س \to 1} \frac{س^3 + 3س - 4}{س - 1}$$

افرض $ص = \sqrt{س}$ ∴ $ص^2 = س$ ، $س \to 1$ ∴ $ص \to 1$

$$= \frac{1}{4} \lim_{ص \to 1} \frac{ص + 3ص^2 - 4}{ص^2 - 1}$$

$$= \frac{1}{4} \lim_{ص \to 1} \frac{3ص^2 + ص - 4}{ص^2 - 1}$$ (بالتحليل)

$$= \frac{1}{4} \lim_{ص \to 1} \frac{(3ص + 4)(ص - 1)}{(ص - 1)(ص + 1)}$$ ، $\frac{1}{4} \lim_{ص \to 1} \frac{3ص + 4}{ص + 1}$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{3 + 4}{1 + 1} = \frac{7}{8}$$ (بالتعويض)

طريقة أخرى : $\text{ه}'(1) = \lim_{س \to 1} \frac{\text{ه}(س) - \text{ه}(1)}{س - 1}$

$$= \lim_{س \to 1} \frac{\sqrt{س^3 + 3س} - 2}{س - 1} = \lim_{س \to 1} \frac{\sqrt{س^3 + 3س} - 2}{(\sqrt{س})^2 - 1}$$

نفرض $ص = 1 + \sqrt{س^3 + 3س}$ ∴ $\sqrt{س^3 + 3س} = \frac{ص - 1}{3}$

∴ $س \to 1$ ∴ $ص \to 4$

$$= \lim_{ص \to 4} \frac{\frac{ص - 1}{3} - 2}{(\frac{ص - 1}{3})^2 - 1} = \lim_{ص \to 4} \frac{\frac{ص^2 - ص}{3} - 2}{(\frac{ص - 1}{3})^2 - 1}$$

نكمل بالضرب بمرافق البسط ومن ثم التحليل

صفحة رقم (٨)

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

السؤال الثاني : فرع (ب)

نفيد تعريف القيمة المطلقة وأكبر عدد صحيح في المقدار

$[س - ١]$: $س = ٣$ ، $س = ٤$

$|٦ - ٣س| = ٠ \Leftarrow س = ٢$

$٦ - ٣س$ ، $٣س - ٦$

$$\text{ه}(س) = \begin{cases} (س-٣)(٦-٣س) & ، ١ \leq س \leq ٢ \\ (س-٣)(٣س-٦) & ، ٢ < س < ٣ \\ \frac{٩}{س-٣} & ، ٣ \leq س < ٤ \\ \frac{٩}{س-٣} & ، ٤ \leq س < ٥ \\ -٩ & ، س = ٥ \end{cases}$$

صفحة رقم (٩)

⊛ عند أطراف المجال $س = ١$ ، $س = ٥$ فإنه $\text{ه}(س)$ غير موجودة

⊛ نقاط التشعب :

أولاً : $س = ٢ \Leftarrow$ $\lim_{س \to ٢^+} \text{ه}(س) = \lim_{س \to ٢^-} \text{ه}(س) =$ صفر

$\therefore \lim_{س \to ٢} \text{ه}(س) =$ صفر $= \text{ه}(٢)$

$\therefore$ ه متصل عند $س = ٢$

نجد المشتقة $\text{ه}'(٢)$ ، $\text{ه}'(٢^+)$

ثانياً : $س = ٣ \Leftarrow$ $\lim_{س \to ٣^+} \text{ه}(س) = \lim_{س \to ٣^-} (س-٣)(٣س-٦) =$ صفر

$\lim_{س \to ٣} \text{ه}(س) = \lim_{س \to ٣} \frac{٩}{س-٣} = -٩$

$\therefore \lim_{س \to ٣} \text{ه}(س)$ غير موجودة $\therefore$ ه غير متصل عند $س = ٣ \Leftarrow \text{ه}(٣)$ غير موجودة

ثالثاً : $س = ٤ \Leftarrow$ $\lim_{س \to ٤^-} \text{ه}(س) = \lim_{س \to ٤} \frac{٩}{س-٣} = -٩$

$\lim_{س \to ٤^+} \text{ه}(س) = \lim_{س \to ٤} \frac{٩}{س-٣} = -٩$

$\therefore \lim_{س \to ٤} \text{ه}(س)$ غير موجودة $\Leftarrow$ ه غير متصل عند $س = ٤ \Leftarrow \text{ه}(٤)$ غير موجودة

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

تابع السؤال الثاني / فرع (ب)

$$\text{ق}(س) = \begin{cases} ١٥ - ٦س & ، \ ١ < س < ٢ \\ ٦س - ١٥ & ، \ ٢ < س < ٣ \\ \frac{٩}{(٢-س)^٢} & ، \ ٣ < س < ٤ \\ \frac{٩}{(٣-س)^٢} & ، \ ٤ < س < ٥ \\ \text{غير موجودة} & ، \ س \in \{١، ٢، ٣، ٤، ٥\} \end{cases}$$

$\text{ق}(٢^+) = -٣ \neq \text{ق}(٢^-) = ٣ \Leftarrow$ ق(٢) غير موجودة

صفحة رقم (١٠)

السؤال الثاني : فرع (جـ) :

(١) $\text{ل}'(س) = \frac{(س + \text{ق}(س))\,\text{ق}'(س) - \text{ق}(س)(١ + \text{ق}'(س))}{(س + \text{ق}(س))^٢}$

$\text{ل}'(٣) = \frac{(٣ + \text{ق}(٣))\,\text{ق}'(٣) - \text{ق}(٣)(١ + \text{ق}'(٣))}{(٣ + \text{ق}(٣))^٢}$

$= \frac{(٥-+١)٩ - (٥-)(٩+٣)}{٢(٩+٣)} = \frac{-٤٢}{١٤٤} = \frac{-١}{٦}$ (هـ)

(٢) $\text{هـ}(س) = (\text{ق} \circ \text{ق})(س) \quad \therefore \text{هـ}'(س) = \text{ق}'(\text{ق}(س))\,\text{ق}'(س)$

$\Leftarrow \text{هـ}'(-١) = \text{ق}'(\text{ق}(-١))\,\text{ق}'(-١)$

$= \text{ق}'(-٢)\,\text{ق}'(-١)$

$\text{ق}'(-٢) =$ ميل المستقيم المار بالنقطتين $(-٢، ٠)، (-١، ٢)$

$= -٢$

ق(-١) = -٢ من خلال منحنى ق(س)

لكنه ق'(-١) غير موجودة (لاحظ اختلاف ميلي المستقيمين على طرفيها غير متساويين) (ز)

$\Leftarrow \text{هـ}'(-١) = \text{ق}'(-٢)\,\text{ق}'(-١) = -٢ \times$ غير موجودة = غير موجودة

مع أطيب التحيات لكم طلابنا الأعزاء بالنجاح والتوفيق – الأستاذ عمار البوايزة

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

ستوديو الرياضيات	الإجابة النموذجية لنموذج الامتحان التجريبي للثانوية العامة		الأستاذ عمار البوايزة
	المادة : الرياضيات	الفصل الأول ٢٠٢٠	٢م

تابع السؤال الثاني / فرع (هـ)

(٣) * معدل تغير هـ في الفترة $[-١ ، ١]$ يساوي ٥^-

$\Leftarrow \frac{هـ(١) - هـ(-١)}{١ - (-١)} = ٥^- \Leftarrow هـ(١) - هـ(-١) = ١٠^-$ ..... ①

* معدل تغير $هـ$ $(س) = س هـ(س + ٢)$ على $[-١ ، ١]$ يساوي ٧

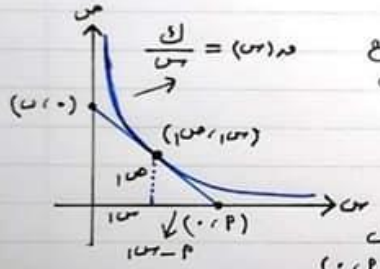
$\Leftarrow \frac{هـ(١) - هـ(-١)}{١ - (-١)} = ٧ \Leftarrow \frac{هـ(٣) + هـ(١)}{٢} = ٧$

$\therefore هـ(٣) + هـ(١) = ١٤$ ---- ②

بطرح المعادلتين ① ، ② فإن $هـ(٣) + هـ(-١) = ٢٤$ ④

السؤال الثالث : فرع (أ) :

(١) نفرض نقاط تقاطع المماس مع محوري السينات والصادات هما : $(أ ، ٠)$ ، $(٠ ، ب)$ كما في الرسم.



ميل المماس = ميل المستقيم الواصل بين $(س_١ ، ص_١)$ ، $(أ ، ٠)$

= ميل المستقيم $(٠ ، ب)$ ، $(أ ، ٠)$

$\Leftarrow \frac{ص_١ - ٠}{س_١ - أ} = \frac{٠ - ب}{أ - ٠} \Leftarrow \frac{ص_١}{س_١ - أ} = \frac{-ب}{أ}$

بالضرب التبادلي $أ ص_١ = -ب(س_١ - أ)$

$أ ص_١ = -ب س_١ + أ ب$

$\therefore$ مساحة المثلث $= ٢٤ \Leftarrow \frac{١}{٢} أ ب = ٢٤ \Leftarrow أ ب = ٤٨$

$أ ص_١ = -ب س_١ + ٤٨$ ، وحيث النقطة $(س_١ ، ص_١)$ تقع على المنحنى $\Leftarrow ص_١ = \frac{ك}{س_١}$

$\frac{أ ك}{س_١} = -ب س_١ + ٤٨$

بالضرب بـ $(س_١)$ $\Leftarrow أ ك = -ب س_١^٢ + ٤٨ س_١$ ---- (*)

لاحظ أن الميل $= هـ'(س_١) = \frac{-ب}{أ}$

$\therefore هـ'(س_١) = \frac{-ك}{س_١^٢} \Leftarrow \frac{ب}{أ} = \frac{ك}{س_١^٢} \Leftarrow \frac{أ ك}{ب} = س_١^٢$

صفحة رقم (١١)

مع أطيب التحيات لكم طلابنا الأعزاء بالنجاح والتوفيق – الأستاذ عمار البوايزة

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

تابع السؤال الثالث : فرع (ج) :

بالتعويض في المعادلة (*)

$$\text{ك}\,٢٤ = -\text{ك}\times\frac{\text{ك}\,٢٤}{\text{ك}} + ٤٨\,\text{س}_١$$

$$\text{ك}\,٢٤ + \text{ك}\,٢٤ = ٤٨\,\text{س}_١ \Leftarrow ٤٨\,\text{س}_١ = \text{ك}\,٢٨ \Leftarrow \text{س}_١ = \frac{\text{ك}\,٢٨}{٤٨} \quad \therefore$$

$$\text{س}_١ = \frac{\text{ك}\,٢}{٦}$$

وبالتعويض في العلاقة $\text{س}_١\text{س}_٢ = \frac{\text{ك}\,٢٤}{\text{ب}}$

$$\Leftarrow \left(\frac{\text{ك}\,٢}{٦}\right)^٢ = \frac{\text{ك}\,٢٤}{\text{ب}} \Leftarrow \frac{\text{ك}^٢\,٢^٢}{٣٦} = \frac{\text{ك}\,٢٤}{\text{ب}}$$

$$\therefore \text{ك}\,٢\,\text{ب} = ١٤٤ \quad \text{لكن } \boxed{\text{ب} = ٤٨}$$

$$\Leftarrow \text{ك} = \frac{١٤٤}{٤٨} \Leftarrow \boxed{\text{ك} = ٣} \quad \#$$

(٢) العمودي على المماس // المستقيم ص = ٦ + ٣س

ميل العمودي = ميل المستقيم ص = ٦ + ٣س

$$٣ = \frac{-١}{\text{ه}'(\text{س})} \quad \text{حيث } \text{ه}'(\text{س}) = \frac{-١٢}{\text{س}^٤}$$

$$\text{لأنه } \text{ه}(\text{س}) = \frac{١٢}{\text{س}} \qquad \Leftarrow ٣ = \frac{\text{س}^٤}{١٢}$$

$$\therefore \text{س}^٤ = ٣٦ \quad \text{ومنه } \text{س} = \pm ٦$$

إذاً يوجد نقطتا تماس هما (-٦ ، ه(-٦)) تقبل لأنه س > ٠

(٦ ، ه(٦)) = (٦ ، ٦)

ويكون ميل المماس عندها = ه'(٦) = $\frac{-١٢}{(٦)^٢} = \frac{-١}{٣}$

∴ ميل العمودي = ٣ وذلك واضح من التوازي

∴ معادلة العمودي على المماس هي

ص - ٦ = ٣ (س - ٦)

ص = ٣س - ١٢ #

صفحة رقم (١٢)

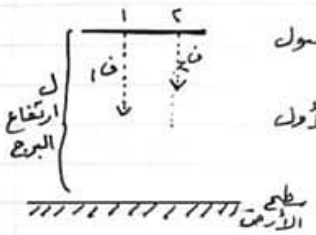
منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

السؤال الثالث : فرع (ب)

(١) الجسم الثاني وصل بعد ثانية من وصول الجسم الأول

لو كانت ن : زمن وصول الجسم الأول

فإن ن+١ زمن وصول الجسم الثاني



ارتفاع البرج = ف١(ن)

نجد قيمة ن حيث الجسمان يقطعا نفس المسافة عندما ف١(ن) = ف٢(ن+١)

$٥ن^{٢} + ١٩ن + ٦٤ = ٦(ن+١)^{٢} + ٤(ن+١)$

$٥ن^{٢} + ١٩ن + ٦٤ = ٦ن^{٢} + ١٢ن + ٦ + ٤ن + ٤$

$٥ن^{٢} + ١٩ن + ٦٤ = ٦ن^{٢} + ١٦ن + ١٠$

$-ن^{٢} + ٣ن + ٥٤ = ٠$

بالضرب بـ (-١) ⇐ $ن^{٢} - ٣ن - ٥٤ = ٠$

$(ن - ٩)(ن + ٦) = ٠$

ن = ٩ ، ن = -٦ (تهمل لأنه لزمن موجب)

ن = ٩

⇐ ارتفاع البرج = ف١(٩) = $٥(٩)^{٢} + ١٩(٩) + ٦٤$

= ٦٤٠ م

(٢) عندما يسير الجسمان بنفس السرعة فإن ع١ = ع٢

∴ ف'١(ن) = ف'٢(ن)

$١٠ن + ١٩ = ٢ن + ٤$

⇐ ٨ن = ١٥ ⇐ ن = $\frac{١٥}{٢}$ = ٧,٥ ثانية

عند هذا الزمن يكون الجسمان على نفس السرعة ويكون ارتفاع الجسم الأول عن الأرض

= ٦٤٠ - ف١(٧,٥)

= ٦٤٠ - $(٥)(٧,٥)^{٢} + ١٩ \times ٧,٥ + ٦٤$) = ١٥٢,٢٥ م

ارتفاع الجسم الثاني = ٦٤٠ - ف٢(٧,٥)

= ٦٤٠ - $(٦(٧,٥)^{٢} + ٤ \times ٧,٥)$ = ٢٧٢,٥ م

صفحة رقم (١٣)

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

ستوديو الرياضيات	الإجابة النموذجية لنموذج الامتحان التجريبي للثانوية العامة		الأستاذ عمار البوايزة
	المادة : الرياضيات	الفصل الأول ٢٠٢٠	٢م

صفحة رقم (١٤)

السؤال الثالث : فرع (هـ) :

(١) $س = ظا هـ \Leftarrow \frac{د س}{د هـ} = ق^2 هـ$

$ص = حا هـ \Leftarrow \frac{د ص}{د هـ} = ص ا هـ$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د هـ} \times \frac{د هـ}{د س} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = ص ا هـ \times \frac{1}{ق^2 هـ} = ص ا هـ \times ص ا^2 هـ = ص ا^3 هـ$

$\therefore \frac{د ص}{د س} = ص ا^3 هـ \Leftarrow$ نشتقه مرة ثانية ضمنياً

(ب) $\frac{د^2 ص}{د س^2} = ٣ ص ا^2 هـ \times - حا هـ \times \frac{د هـ}{د س}$

$= -٣ ص ا^2 هـ حا هـ \times \frac{1}{ق^2 هـ}$

$= -٣ ص ا^2 هـ حا هـ ص ا^2 هـ = -٣ ص ا^4 هـ حا هـ$

(٢) $و(س) = (ن+١)(س+٢)^ن$

$و'(س) = ن(ن+١)(س+٢)^{ن-١}$

$و''(س) = ن(ن+١)(ن-١)(س+٢)^{ن-٢}$

$و^{(٣)}(س) = ن(ن+١)(ن-١)(س+٢)^{ن-٣}$

$و^{(٣)}(٠) = ٢٤٠ \Leftarrow ن(ن+١)(ن-١)(٢)^{ن-٣} = ٢٤٠$

ثلاث أعداد متتالية

(أ) $\Leftarrow ٥ \times ٤ \times ٣ \times (٢)^٣ = ٦٠ \times ٤ = ٢٤٠$

$\therefore \boxed{ن = ٤}$

(٣) نشتقه $و'(٢ص) = ٣ س^٤ + ٥$

$٣ و^٤(٢ص) و'(٢ص) \times ٢ ص = ٦ س$

عندما $ص = ٤$ فإنه $و^٣(٨) = ٣ س^٤ + ٥$

حيث $و(٨) = ٢ \therefore (٢)^٣ = ٣ س^٤ + ٥$

$٣ س^٤ = ٣ \Leftarrow \boxed{س = ١}$ لأن $س > ٠$

نعوض في قيمة ص ، س

$\cancel{٧} \times \cancel{٨} = ١ \times و^٤(٨) و'(٨) ص$

(أ) $\frac{١}{٨} = \frac{د ص}{د س} \Leftarrow (٢)^٤ \times ٢ = ص$

(٤) نهـا $\frac{و(س^٤ + ٢س - ١) - و(٢)}{س^٢ - ١}$ $س \to ١$ $= \frac{\text{مشتقة البسط}}{\text{مشتقة المقام}}$

(ب) (قاعدة لوبيتال) لكون السؤال موضوعي

$= \frac{(٢س + ٢) و'(س^٤ + ٢س - ١)}{٢ س}$ بتعويض (١) $\therefore = ٢ و'(٢) = ٢ - ٢$

مع أطيب التحيات لكم طلابنا الأعزاء بالنجاح والتوفيق – الأستاذ عمار البوايزة

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

ستوديو الرياضيات	الإجابة النموذجية لنموذج الامتحان التجريبي للثانوية العامة			الأستاذ عمار البوايزة
	المادة : الرياضيات	الفصل الأول ٢٠٢٠	٢م	

ملاحظة : قاعدة لوبيتال لا يجوز استخدامها في الأسئلة المقالية ، و السؤال السابع عكيه حله بالفرض و الضرب بالمرافق .

السؤال الرابع : فرع (أ) :

(١ ، ٢) نقطة إنطاف أفقي $\Leftarrow$ $ق(١) = ٢$

$ق'(١) = ق''(٢) =$ صفر

حيث $ق(س) = س^٤ - ٤س^٣ + هـ(س)$

$\Leftarrow ق(١) = ٢ \Leftarrow ١ - ٤ + هـ(١) = ٢$ $\therefore$ $\boxed{هـ(١) = ٥}$

$ق'(س) = ٤س^٣ - ١٢س^٢ + هـ'(س)$

$\Leftarrow ق'(١) = ٠ \Leftarrow ٤ - ١٢ + هـ'(١) = ٠$ $\therefore$ $\boxed{هـ'(١) = ٨}$

$ق''(س) = ١٢س^٢ - ٢٤س + هـ''(س)$

$\Leftarrow ق''(١) = ٠ \Leftarrow ١٢ - ٢٤ + هـ''(١) = ٠$ $\therefore$ $\boxed{هـ''(١) = ١٢}$

$ك(س) = هـ^٢(س)$

$ك'(س) = ٢ هـ(س) هـ'(س)$

$ك''(س) = ٢ هـ(س) هـ''(س) + ٢ هـ'(س) هـ'(س)$

$ك''(١) = ٢هـ(١) هـ''(١) + ٢ هـ'(١) هـ'(١)$

$= ٢ \times ٥ \times ١٢ + ٢(٨)^٢ = ٢٤٨$ #

صفحة رقم (١٥)

السؤال الرابع : فرع (ب) :

(١) $ق(س) = س(س-٣)^{\frac{٥}{٣}}$

$ق'(س) = س \times \frac{٥}{٣}(س-٣)^{\frac{٢}{٣}} + (س-٣)^{\frac{٥}{٣}}$

نجد القيم التي يكون عندها نقط حرجة .

$ق'(س) = ٠ \Leftarrow \frac{٥س}{٣}(س-٣)^{\frac{٢}{٣}} + (س-٣)^{\frac{٥}{٣}} = ٠$

$\therefore (س-٣)^{\frac{٢}{٣}}(\frac{٥س}{٣} + س - ٣) = ٠$

$(س-٣)^{\frac{٢}{٣}}(س - \frac{٨س}{٣} - ٣) = ٠$

$(س-٣)^{\frac{٢}{٣}} = ٠$ $\Leftarrow$ $س - ٣ = ٠$ $\Leftarrow$ $\boxed{س = ٣}$

$-\frac{٨س}{٣} - ٣ = ٠$ $\Leftarrow$ $\therefore$ $\boxed{س = \frac{٩}{٨}}$

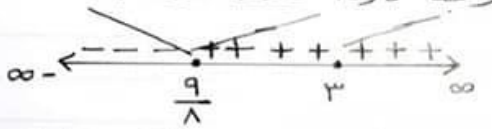
مع أطيب التحيات لكم طلابنا الأعزاء بالنجاح والتوفيق – الأستاذ عمار البوايزة

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

تابع السؤال الرابع / فرع (ب) :

∴ النقاط الحرجة تكون عندما س = ٣ ، س = $\frac{٩}{٨}$

إشارة هـ'



هـ متناقص على الفترة $(-\infty ، \frac{٩}{٨}]$ ومتزايد على الفترات $[\frac{٩}{٨} ، ٣]$ ، $[٣ ، \infty)$

(٢) من خلال إشارة المشتقة الأولى

فإنه للاقتران قيمة صغرى مطلقة عند س = $\frac{٩}{٨}$

هي هـ$(\frac{٩}{٨})$ = $\frac{٩}{٨}(٣-\frac{٩}{٨})^{\frac{٥}{٣}}$ = $\frac{٩}{٨}(\frac{١٥-}{٨})^{\frac{٥}{٣}}$

(٣) نجد المشتقة الثانية حيث هـ'(س) = $\frac{٢}{٣}(٣-س)^{\frac{-١}{٣}}$

هـ''(س) = $\frac{٢}{٣}(٣-س)^{\frac{-١}{٣}} + \frac{٨}{٣} \times \frac{٢}{٣}(٣-س)^{\frac{-٤}{٣}}(\frac{٨س}{٣}-٣)$

$= [\frac{٢}{٣}(٣-س) + \frac{٨}{٣}(٣-س)](٣-س)^{\frac{-٤}{٣}}$

$= (١٠-\frac{٤٠س}{٩})(٣-س)^{\frac{-٤}{٣}}$ = $\frac{١٠-\frac{٤٠س}{٩}}{(٣-س)^{\frac{٤}{٣}}}$

هـ''(س) = ٠ ⇐ ١٠ − $\frac{٤٠س}{٩}$ = ٠ ∴ س = $\frac{٩}{٤}$

هـ''(س) غير موجودة عند صفر المقام س = ٣

إشارة هـ''

∴ هـ(س) مقعر للأسفل في الفترة $[٣ ، \frac{٩}{٤}]$

ومقعر للأعلى في الفترات $(-\infty ، \frac{٩}{٤}]$ ، $[٣ ، \infty)$

(٤) يوجد نقطتا انعطاف للاقتران

هـ(س) هما : $(\frac{٩}{٤} ، هـ(\frac{٩}{٤}))$ ، $(٣ ، هـ(٣))$

صفحة رقم (١٦)

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

السؤال الرابع : فرع (ب)

(١) $\text{قـ}(س) = [\![س]\!] - ١ - ([\![س]\!] + ١)$ (٢)

$\therefore \text{قـ}(س) = -٢ \Leftarrow \text{قـ}'(س) =$ صفر $\therefore \text{قـ}'(٢) = ٠$

(٢) $ع^{٢} = \sqrt{ف - ١}$ نشتق الطرفين

$\left.\begin{array}{l} ف' = ع \text{ (السرعة)} \\ ع' = ت \text{ (التسارع)} \end{array}\right\}$ $\dfrac{ف'}{٢\sqrt{ف-١}} = ٢ع \times ع'$

$\Leftarrow \dfrac{ع}{٢ع^{٢}} = ت \times ٢ع$ لأن $ع^{٢} = \sqrt{ف - ١}$

(٥) $\therefore ت = \dfrac{١}{٤ع^{٢}}$

(٣) $س = حا ص$ $\therefore$ بالاشتقاق

$١ = \text{ظتا}ص \times ص'$ حيث $\boxed{ص' = \dfrac{١}{\text{ظتا}ص}}$

نشتق مرة أخرى $\Leftarrow ٠ = \text{ظتا}ص \times ص'' - حا ص \times ص' \times ص'$

$\therefore \text{ظتا}ص \times ص'' = حا ص \times (ص')^{٢}$

$ص'' = \dfrac{حا ص \times (ص')^{٢}}{\text{ظتا}ص} = \text{ظا}ص \times (ص')^{٢}$ (ب)

(٤) ظاهـ = ميل المماس المرسوم عند $س = ٢$

ظاهـ $= \text{قـ}'(٢)$ حيث $حاهـ = \dfrac{١}{٣}$

$\therefore \text{ظتا}^{٢}هـ = ١ - حا^{٢}هـ = ١ - (\dfrac{١}{٣})^{٢} = \dfrac{٨}{٩}$

$\therefore \text{ظتا}^{٢}هـ = \dfrac{٨}{٩}$ $\therefore \text{ظتا}هـ = \dfrac{-٢\sqrt{٢}}{٣}$

نأخذ الجذر السالب لأن هـ منفرجة

$\therefore \Leftarrow \text{قـ}'(٢) = \text{ظاهـ} = \dfrac{حاهـ}{\text{ظتا}هـ} = \dfrac{١}{٣} \div \dfrac{-٢\sqrt{٢}}{٣}$

$\therefore \boxed{\text{قـ}'(٢) = \dfrac{-١}{٢\sqrt{٢}}}$

(٥) $\text{ظا}(\pi - هـ) = \dfrac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} \Leftarrow \dfrac{ب}{٤\sqrt{٢}} = \dfrac{١}{٢\sqrt{٢}}$

$\therefore \boxed{ب = ٢\sqrt{٢}}$ $\Leftarrow$ المطلوب : $ب \times \text{قـ}'(٢) = \dfrac{-١}{٢}$

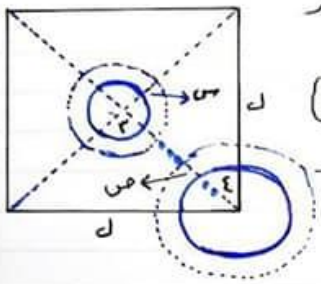
صفحة رقم (١٧)

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

ستوديو الرياضيات	الإجابة النموذجية لنموذج الامتحان التجريبي للثانوية العامة			الأستاذ عمار البوايزة
	المادة : الرياضيات	الفصل الأول ٢٠٢٠	٢م	

صفحة رقم (١٨)

السؤال الخامس : فرع (أ)



ليكن س : مقدار زيادة نصف قطر القطاع عن المركز

$\Leftarrow \frac{\text{ع}_{\text{س}}}{\text{ع}_{\sim}} = \frac{\text{س}}{٤} \Leftarrow$ **س = ٤ ~**

ص : مقدار زيادة نصف قطر القطاع على الحافة (الزاوية)

$\Leftarrow \frac{\text{ع}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\sim}} = \frac{\text{ص}}{٣} \Leftarrow$ **ص = ٣ ~**

ل : طول ضلع المربع ، حيث طول قطره = ٣٠ سم

م = مساحة المنطقة الخالية من الزيت

= مساحة المربع − (مساحة الدائرة من المركز + $\frac{١}{٤}$ مساحة الدائرة على الحافة)

من نظرية فيثاغورس

ل^{٢} + ل^{٢} = (طول القطر)^{٢}

٢ل^{٢} = (٣٠)^{٢}

٢ل^{٢} = ٩٠٠

ل^{٢} = ٤٥٠

$$= \text{ل}^{٢} - (٣+\sim٤)^{٢}\pi - \frac{\pi}{٤}(٤+\sim٣)^{٢}$$

$$= ٤٥٠ - (٣+\sim٤)^{٢}\pi - \frac{\pi}{٤}(٤+\sim٣)^{٢}$$

$$= \frac{\text{ع}_{\text{م}}}{\text{ع}_{\sim}} - ٤\times(٣+\sim٤)^{٢}\pi - \frac{\pi٢}{٤}(٤+\sim٣)^{٣\times}$$

$$= -\pi٨(٣+\sim٤) - \frac{\pi٣}{٢}(٤+\sim٣)$$

عندما تتماس القطاعان فإن

مجموع نصفي قطريهما = نصف طول قطر المربع

$$١٥ = ٤ + \sim٣ + ٣ + \sim٤$$

$$\therefore \sim٧ = ٨ \quad \boxed{\sim = \frac{٨}{٧}}$$

$$\therefore \frac{\text{ع}_{\text{م}}}{\text{ع}_{\sim}}\Big|_{\sim=\frac{٨}{٧}} = -\pi٨(٣+\frac{٨}{٧}\times٤) - \frac{\pi٣}{٢}(٤+\frac{٨}{٧}\times٣)$$

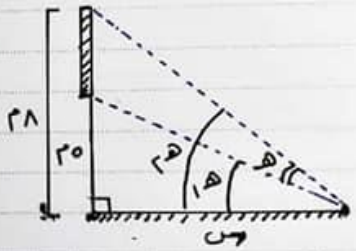
$$= -\frac{٥٣\times\pi٨}{٧} - \frac{٥٢\times\pi٣}{٧\times٢}$$

$$= -\frac{\pi٥٠٢}{٧} \approx ٧٢ \text{ سم}^{٢}$$

مع أطيب التحيات لكم طلابنا الأعزاء بالنجاح والتوفيق – الأستاذ عمار البوايزة

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

السؤال الخامس : فرع (ب) :



متى يرى المشاهد اللوحة بأكبر زاوية ممكنة يجب أن تكون هـ أكبر ما يمكن وذلك يحدث عندما يكون ظا هـ أكبر ما يمكن .

ق(س) = ظا هـ ، نلاحظ أنّ هـ = هـ٢ − هـ١

= ظا (هـ٢ − هـ١)

= (ظا هـ٢ − ظا هـ١) / (١ + ظا هـ١ ظا هـ٢)

(متطابقة)

= (٨/س − ٥/س) / (١ + ٨/س × ٥/س)

= (٣/س) / (١ + ٤٠/س٢) = ٣س / (٤٠ + س٢)

ليكن بعد المشاهد عن أسفل الجدار هو (س)

ظا هـ٢ = ٨/س

ظا هـ١ = ٥/س

ق'(س) = [٣(س٢ + ٤٠) − ٣س × ٢س] / (س٢ + ٤)٢ = (١٢٠ − ٣س٢) / (س٢ + ٤)٢

ق'(س) = صفر ⇐ ١٢٠ − ٣س٢ = ٠

∴ س٢ = ٤٠ ⇐ س = ± √٤٠ = ± ٢√١٠

اشارة ق'

−	−	−	+	+	+	+	+	−	−

−٢√١٠ ، ٢√١٠

∴ يوجد قيمة عظمى عند س = ٢√١٠

أي أنه هـ تكون أكبر ما يمكن عندما يكون بعد المشاهد عن أسفل الجدار = ٢√١٠ متراً

صفحة رقم (١٩)

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

السؤال الخامس: فرع (ب)

(١) $\because$ $-1 \leq$ جتاس ≤ 1 وبما أن $3 >$ جتاس لجميع قيم س الحقيقية إذاً $3 -$ جتاس > 0

وبالتالي $\because$ $0 <$ (س) $\therefore$ $\because$ متزايد على ع (٢)

(٢) $\because$ $\sqrt{9 - ٤س^{٢}}$ = (س)

نحدد المجال حيث $9 - ٤س^{٢} \geq 0$

$\therefore$ $(س - ٣)(س + ٣) \leq 0$

$\therefore$ المجال هو $[-٣، -\infty) \cup [٣، \infty)$

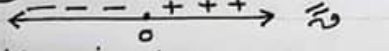
$\because$ (س) = $\frac{٤س}{\sqrt{9 - ٤س^{٢}}}$ $\Leftarrow$ $\because$ (س) = 0 عندما س = 0 لكنها $\notin$ المجال

$\therefore$ $\because$ (س) غير موجودة عند أصفار المقام $\{-٣، ٣\}$

وكلاهما ينتمي للمجال $\therefore$ النقاط الحرجة $\{-٣، ٣\}$ (٣)

(٣) النقطتان س = ٢ ، س = ٦ نقطتان حرجتان

لأن $\because$ (٢) = 0 ، $\because$ (٦) = 0



من خلال الإشارة $\because$ المبينة $\because$ (٦) > 0 $\therefore$ (٦ ، $\because$(٦)) صغرى محلية

$\because$ (٢) < 0 $\therefore$ (٢ ، $\because$(٢)) عظمى محلية

(انتهت الإجابة النموذجية لنموذج رقم (١))

انتهت الاجابة النموذجية لنموذج رقم (١)
مع أطيب تحيات الأستاذ: عمار البوايزة
(ستوديو الرياضيات)

صفحة رقم (٢)

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com