مركز رائد الفضاء الثقافي PE

المركز الأول المتخصص في الفروع المهنية والصناعي

الأسس و المعايير

لطلبة الثانوية العامة

PE

اعداد الاستاذ:

مؤيد الجلامنه

موبايل: 0788732696

صويلح- جسر المشاة – عماره رقم "433"
0786505278 / 0786159227

١) ✱ بالنسبة لتوزيع ذي الحدين الموضح بالمثال السابق أوجد:

أ) الوسط الحسابي $\mu = n \times p = 6 \times \frac{1}{2} = 3$

ب) التباين $\sigma^2 = n \times p \times q = 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

ج) الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

✱ أوجد الوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري لتوزيع ذي الحدين الموضح بالمثال السابق.

الحل: $n = 6$ ، $p = \frac{1}{2}$ ، $q = \frac{1}{2}$

أ) $\mu = np = 6 \times \frac{1}{2} = 3$

ب) $\sigma^2 = npq = 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

ج) $\sigma = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

✱ أوجد الوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري لتوزيع ذي الحدين الموضح بالمثال السابق.

الحل: $n = 6$ ، $p = \frac{1}{2}$ ، $q = \frac{1}{2}$

أ) $\mu = np = 6 \times \frac{1}{2} = 3$

ب) $\sigma^2 = npq = 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

ج) $\sigma = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

✱ أوجد الوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري لتوزيع ذي الحدين الموضح بالمثال السابق.

الحل: $n = 6$ ، $p = \frac{1}{2}$ ، $q = \frac{1}{2}$

أ) $\mu = np = 6 \times \frac{1}{2} = 3$

ب) $\sigma^2 = npq = 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

ج) $\sigma = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

✱ أوجد الوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري لتوزيع ذي الحدين الموضح بالمثال السابق.

الحل: $n = 6$ ، $p = \frac{1}{2}$ ، $q = \frac{1}{2}$

أ) $\mu = np = 6 \times \frac{1}{2} = 3$

ب) $\sigma^2 = npq = 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

ج) $\sigma = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$$\text{ثلاثة وثلاثون ألفاً وثلاثمائة وثلاثة وثلاثون}$$

١) $\left(\frac{٤١}{٥}\right)_{٧}$

٢) $\left(\frac{٨٥}{٣٤}\right)_{٣}$

٣) $\left(١١٠٥\right)_{٣}$

٤) $\left(-٥٦٫١١٤\right)_{١٠}$

---

١) $\left(\frac{٤٩}{١}\right)_{٣} = \left(٤٩\right)_{١}$

$= \sqrt{٤٩} = ٧$

٢) $\left(٤٣\right)_{٣} = \sqrt{٤٣}$

$= ٢\sqrt{١٠٧}$

٣) $\left(\frac{٢٧}{١}\right)_{٥} = \left(٢٧\right)_{٥}$

$= \sqrt[٥]{٢٧} = ٢$

٤) $\left(\frac{٣٢}{٥}\right)_{٢} = \sqrt{\frac{٣٢}{٥}}$

$= \frac{٤\sqrt{٢}}{٥}$

٥) $\left(٨٫٠٥\right)_{٣} = \sqrt[٣]{\frac{١}{٨٠٠}} = \frac{١}{١٠}$

٦) $\left(\frac{٥}{٢٧}\right)_{٣} = \sqrt{\frac{٢٧}{٥}}$

$= \frac{٣\sqrt{١٥}}{٥}$

٧) $\left(٢٧\times٨\right)_{\frac{٢}{٣}} = \left(٧\right)_{\frac{٢}{٣}} \times \left(٨\right)_{\frac{٢}{٣}}$

$= \sqrt[٣]{٧^{٢}} \times \sqrt[٣]{٨^{٢}}$

$= ٧ \times ٤ = ٢٨$

٨) $\left(١٧٫٥\right)_{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{\frac{١٧}{١٠٠٠}} = \frac{\sqrt[٣]{١٧}}{١٠}$

$= \frac{٢٫٥٧}{١٠} = ٠٫٢٥٧$

ب) أوجد قيمة ما يأتي :

١) $\left(\frac{٤١}{٥}\right)_{٧}$

٢) $\left(\frac{٨٥}{٣٤}\right)_{٣}$

٣) $\left(١١٠٥\right)_{٣}$

٤) $\left(-٥٦٫١١٤\right)_{١٠}$

---

١) $\left(\frac{٤٩}{١}\right)_{٣} = \left(٤٩\right)_{١}$

$= \sqrt{٤٩} = ٧$

٢) $\left(٤٣\right)_{٣} = \sqrt{٤٣}$

$= ٢\sqrt{١٠٧}$

٣) $\left(\frac{٢٧}{١}\right)_{٥} = \left(٢٧\right)_{٥}$

$= \sqrt[٥]{٢٧} = ٢$

٤) $\left(\frac{٣٢}{٥}\right)_{٢} = \sqrt{\frac{٣٢}{٥}}$

$= \frac{٤\sqrt{٢}}{٥}$

٥) $\left(٨٫٠٥\right)_{٣} = \sqrt[٣]{\frac{١}{٨٠٠}} = \frac{١}{١٠}$

٦) $\left(\frac{٥}{٢٧}\right)_{٣} = \sqrt{\frac{٢٧}{٥}}$

$= \frac{٣\sqrt{١٥}}{٥}$

٧) $\left(٢٧\times٨\right)_{\frac{٢}{٣}} = \left(٧\right)_{\frac{٢}{٣}} \times \left(٨\right)_{\frac{٢}{٣}}$

$= \sqrt[٣]{٧^{٢}} \times \sqrt[٣]{٨^{٢}}$

$= ٧ \times ٤ = ٢٨$

٨) $\left(١٧٫٥\right)_{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{\frac{١٧}{١٠٠٠}} = \frac{\sqrt[٣]{١٧}}{١٠}$

$= \frac{٢٫٥٧}{١٠} = ٠٫٢٥٧$

ب) أوجد قيمة ما يأتي :

١) $\left(\frac{٣٤}{٥٧٦}\right)_{\frac{٣}{٤}}$

٢) $\left(\frac{٤١}{٦}\right)_{٣}$

٣) $\left(\frac{٤٩}{٢٥}\right)_{\frac{٣}{٢}}$

٤) $\left(\frac{٢٧}{٨}\right)_{\frac{٢}{٣}}$

٥) $\left(٤٫٦٤\right)_{\frac{٣}{٢}}$

٦) $\left(٢٧\times٤٩\right)_{\frac{١}{٢}}$

٧) $\left(٤٥\right)_{\frac{٣}{٢}}$

٨) $\left(\frac{٨}{٢٧}\right)_{\frac{٢}{٣}}$

ل) $\sqrt[٧]{\text{م}^{\text{ب}}}$

ه) $\sqrt[٥]{٣}$

٣) $\sqrt[٣]{(-\text{ل})^{٣}}$

م) $\sqrt{(-٥)^{٢}}$

ب) $\sqrt[\text{م}]{(-ب)^{\text{م}}}$

ا) $\sqrt[٨]{(-٣)^{٨}}$

مثال: أوجد ما يأتي:

ل) $\sqrt[\text{م}]{٣^{\text{م}}} = ٣$

ه) $\sqrt[ل]{(-\text{م})^{ل}} = \text{م}$

٣) $\sqrt[٥]{(-١)^{٥}} = -١$

م) $\sqrt[٣]{(-٨)^{٣}} = |-٨| = ٨$

ب) $\sqrt[\text{م}]{(-٥)^{\text{م}}} = -٥$

ا) $\sqrt{(-\text{م})^{٢}} = |-\text{م}| = \text{م}$

مثال: أوجد ما يأتي:

(*) ملاحظة: إذا كان ن عددا زوجيا فإن $\sqrt[\text{ن}]{\text{أ}^{\text{ن}}} = |\text{أ}|$ لكل أ ∈ ح

حيث: $|\text{أ}| = \begin{cases} \text{أ} & \text{إذا كان أ} \geq ٠ \\ -\text{أ} & \text{إذا كان أ} < ٠ \end{cases}$

مثال: أوجد ما يأتي:

ا) $(٥\text{ص})^{\frac{٣}{٤}} \times (٣)^{\frac{٣}{٤}} \times (٤\text{ا})^{-\frac{٣}{٤}}$

$= ٥^{\frac{٣}{٤}} \times \text{ص}^{\frac{٣}{٤}} \times ٣^{\frac{٣}{٤}} \times \text{ا}^{-\frac{٣}{٤}}$

$= ٥^{\frac{٣}{٤}} \times ٣^{\frac{٣}{٤}} \times \text{ص}^{\frac{٣}{٤}} \times \text{ا}^{-\frac{٣}{٤}}$

$= (٥ \times ٣)^{\frac{٣}{٤}} \times (\text{ص}\text{ا}^{-١})^{\frac{٣}{٤}}$

$= (١٥)^{\frac{٣}{٤}} \times \left(\frac{\text{ص}}{\text{ا}}\right)^{\frac{٣}{٤}}$

$= \sqrt[٤]{(١٥)^{٣}} \times \sqrt[٤]{\left(\frac{\text{ص}}{\text{ا}}\right)^{٣}}$

$= \sqrt[٤]{٣٣٧٥} \times \sqrt[٤]{\frac{\text{ص}^{٣}}{\text{ا}^{٣}}}$

$= \sqrt[٤]{٣٣٧٥} \times \frac{\sqrt[٤]{\text{ص}^{٣}}}{\sqrt[٤]{\text{ا}^{٣}}}$

ب) $\left(\frac{٣\text{م}^{٣}}{٥\text{ل}^{٣}}\right)^{-\frac{١}{٢}}$

$= \left(\frac{٥\text{ل}^{٣}}{٣\text{م}^{٣}}\right)^{\frac{١}{٢}}$

$= \sqrt{\frac{٥\text{ل}^{٣}}{٣\text{م}^{٣}}}$

$= \frac{\sqrt{٥\text{ل}^{٣}}}{\sqrt{٣\text{م}^{٣}}} = \frac{\sqrt{٥}\,\text{ل}^{\frac{٣}{٢}}}{\sqrt{٣}\,\text{م}^{\frac{٣}{٢}}}$

$= \frac{\sqrt{٥}\,\text{ل}^{\frac{٣}{٢}} \times \sqrt{٣}}{\sqrt{٣}\,\text{م}^{\frac{٣}{٢}} \times \sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{١٥}\,\text{ل}^{\frac{٣}{٢}}}{٣\text{م}^{\frac{٣}{٢}}}$

ج) $(٥\text{م}^{-٣})^{\frac{٢}{٣}} \times (٥)^{\frac{٢}{٣}} \times (٢\text{ا})^{-\frac{٢}{٣}}$

$= ٥^{\frac{٢}{٣}} \times \text{م}^{-٢} \times ٥^{\frac{٢}{٣}} \times \text{ا}^{-\frac{٢}{٣}}$

$= ٥^{\frac{٤}{٣}} \times \text{م}^{-٢} \times \text{ا}^{-\frac{٢}{٣}}$

$= ٥^{\frac{٣}{٣}} \times ٥^{\frac{١}{٣}} \times \text{م}^{-٢} \times \text{ا}^{-\frac{٢}{٣}}$

$= ٥ \times \sqrt[٣]{٥} \times \frac{١}{\text{م}^{٢}} \times \frac{١}{\text{ا}^{\frac{٢}{٣}}}$

$= \frac{٥\sqrt[٣]{٥}}{\text{م}^{٢}\,\text{ا}^{\frac{٢}{٣}}}$

د) $(٥\text{ص})^{\frac{٣}{٤}} \times (٥)^{\frac{٣}{٤}} \times (٤\text{ا})^{-\frac{٣}{٤}}$

$= ٥^{\frac{٣}{٤}} \times \text{ص}^{\frac{٣}{٤}} \times ٥^{\frac{٣}{٤}} \times \text{ا}^{-\frac{٣}{٤}}$

$= ٥^{\frac{٦}{٤}} \times \text{ص}^{\frac{٣}{٤}} \times \text{ا}^{-\frac{٣}{٤}}$

$= ٥^{\frac{٤}{٤}} \times ٥^{\frac{٢}{٤}} \times \text{ص}^{\frac{٣}{٤}} \times \text{ا}^{-\frac{٣}{٤}}$

$= ٥ \times \sqrt{٥} \times \frac{\text{ص}^{\frac{٣}{٤}}}{\text{ا}^{\frac{٣}{٤}}}$

$= ٥\sqrt{٥} \times \left(\frac{\text{ص}}{\text{ا}}\right)^{\frac{٣}{٤}}$

هـ) $(٥\text{ا})^{-\frac{٣}{٤}} \times (٣\text{ل})^{\frac{٣}{٤}}$

$= (٥\text{ا})^{-\frac{٣}{٤}} \times (٣\text{ل})^{\frac{٣}{٤}}$

$= \left(\frac{٣\text{ل}}{٥\text{ا}}\right)^{\frac{٣}{٤}}$

$= \sqrt[٤]{\left(\frac{٣\text{ل}}{٥\text{ا}}\right)^{٣}}$

$= \frac{\sqrt[٤]{(٣\text{ل})^{٣}}}{\sqrt[٤]{(٥\text{ا})^{٣}}}$

و) $(٣\text{ا}^{-٣})^{\frac{٣}{٤}} \times (٣)^{\frac{٣}{٤}} \times (٣\text{ا})^{-\frac{٣}{٤}}$

$= ٣^{\frac{٣}{٤}} \times \text{ا}^{-٣} \times ٣^{\frac{٣}{٤}} \times \text{ا}^{-\frac{٣}{٤}}$

$= ٣^{\frac{٦}{٤}} \times \text{ا}^{-٣} \times \text{ا}^{-\frac{٣}{٤}}$

$= ٣^{\frac{٣}{٢}} \times \text{ا}^{-\frac{١٥}{٤}}$

$= \sqrt{٣^{٣}} \times \frac{١}{\text{ا}^{\frac{١٥}{٤}}}$

$= \sqrt{٣^{٢}} \times \sqrt{٣} \times \frac{١}{\text{ا}^{٣} \times \text{ا}^{\frac{٣}{٤}}}$

$= ٣\sqrt{٣} \times \frac{١}{\text{ا}^{٣}\sqrt[٤]{\text{ا}^{٣}}}$

$= \frac{٣\sqrt{٣}}{\text{ا}^{٣}\sqrt[٤]{\text{ا}^{٣}}}$

ز) $(٣\text{ا}^{-٣})^{\frac{٣}{٤}} \times (٣)^{\frac{٣}{٤}} \times (٣\text{ا})^{-\frac{٣}{٤}}$

$= ٣^{\frac{٣}{٤}} \times \text{ا}^{-٣} \times ٣^{\frac{٣}{٤}} \times \text{ا}^{-\frac{٣}{٤}}$

$= ٣^{\frac{٦}{٤}} \times \text{ا}^{-٣} \times \text{ا}^{-\frac{٣}{٤}}$

$= ٣^{\frac{٣}{٢}} \times \text{ا}^{-\frac{١٥}{٤}}$

$= \sqrt{٣^{٣}} \times \frac{١}{\text{ا}^{\frac{١٥}{٤}}}$

$= \sqrt{٣^{٢}} \times \sqrt{٣} \times \frac{١}{\text{ا}^{٣} \times \text{ا}^{\frac{٣}{٤}}}$

$= ٣\sqrt{٣} \times \frac{١}{\text{ا}^{٣}\sqrt[٤]{\text{ا}^{٣}}}$

$= \frac{٣\sqrt{٣}}{\text{ا}^{٣}\sqrt[٤]{\text{ا}^{٣}}}$

مركز حبيب للهندسة
٠٧٨٦٥٠٥٢٧٨

الاقتران الأسي

الاقتران: علاقة يرتبط فيها كل عنصر من المجال بعنصر واحد فقط في المدى.

المجال: مجموعة القيم التي يأخذها المتغير س.

المدى: مجموعة القيم الناتجة من تعويض قيم س في الاقتران.

اقتران واحد لواحد: الاقتران الذي يكون فيه كل عنصر من المدى هو صورة لعنصر واحد فقط في المجال.

* يكون الاقتران من متزايد اذا زادت قيم الاقتران ق(س) مع زيادة س.
* يكون الاقتران متناقصا اذا قلت قيم الاقتران ق(س) مع زيادة س.

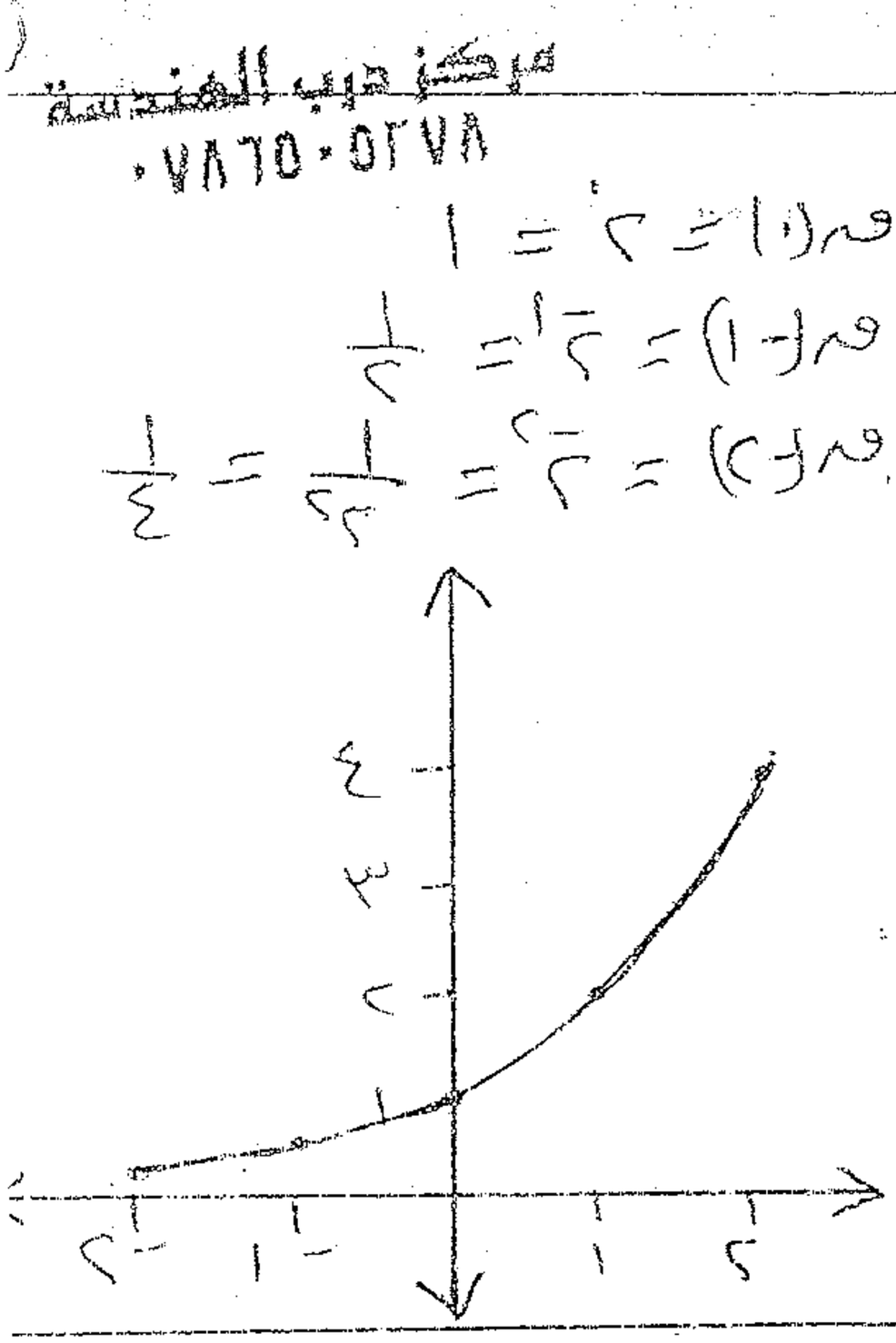
الاقتران الاسي: يكتب على الصورة
ق(س) = $م^{س}$ ، حيث م > ٠ ، م ≠ ١ ، س عدد حقيقي.

مثال ١: ارسم منحنى الاقتران ق(س) = $(\frac{١}{٣})^{س}$ ، س ∈ [-٢، ٢]

الحل:

س	٢	١	٠	١-	٢-
ق(س)	$\frac{١}{٩}$	$\frac{١}{٣}$	١	٣	٩

ق(٢) = $(\frac{١}{٣})^{٢}$ = $\frac{١}{٩}$
ق(١) = $(\frac{١}{٣})^{١}$ = $\frac{١}{٣}$
ق(٠) = $(\frac{١}{٣})^{٠}$ = ١
ق(-١) = $(\frac{١}{٣})^{-١}$ = ٣
ق(-٢) = $(\frac{١}{٣})^{-٢}$ = ٩



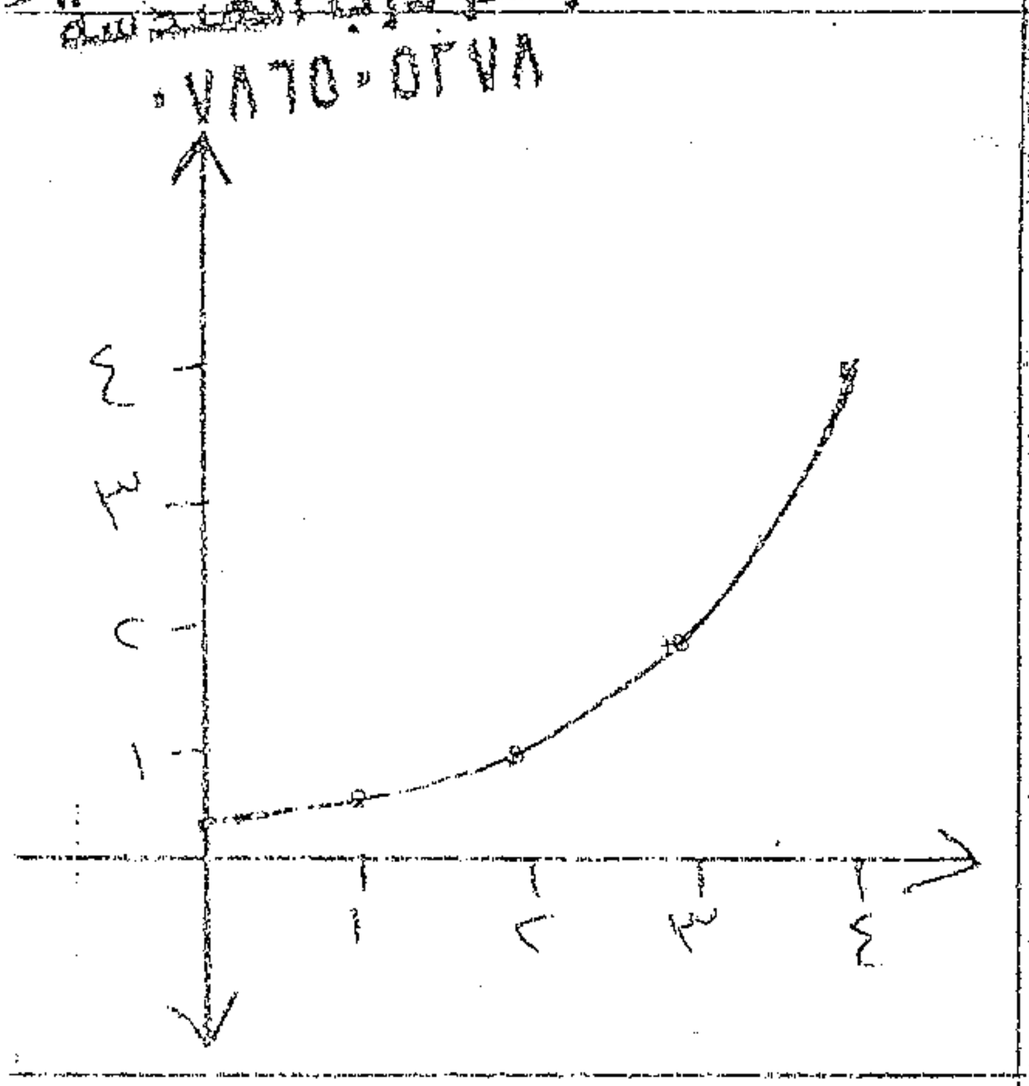
مثال ٢: ارسم منحنى الاقتران ق(س) = $٢^{س}$ ، س ∈ [-٢، ٢]

الحل:

س	٢	١	٠	١-	٢-
ق(س)	٤	٢	١	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$

ق(٢) = $٢^{٢}$ = ٤
ق(١) = $٢^{١}$ = ٢

هذا الكتاب هدية مجانية
لا يباع ولا يشترى
مركز هيبة للهندسة
٠٧٨٦٥٠٥٢٧٨



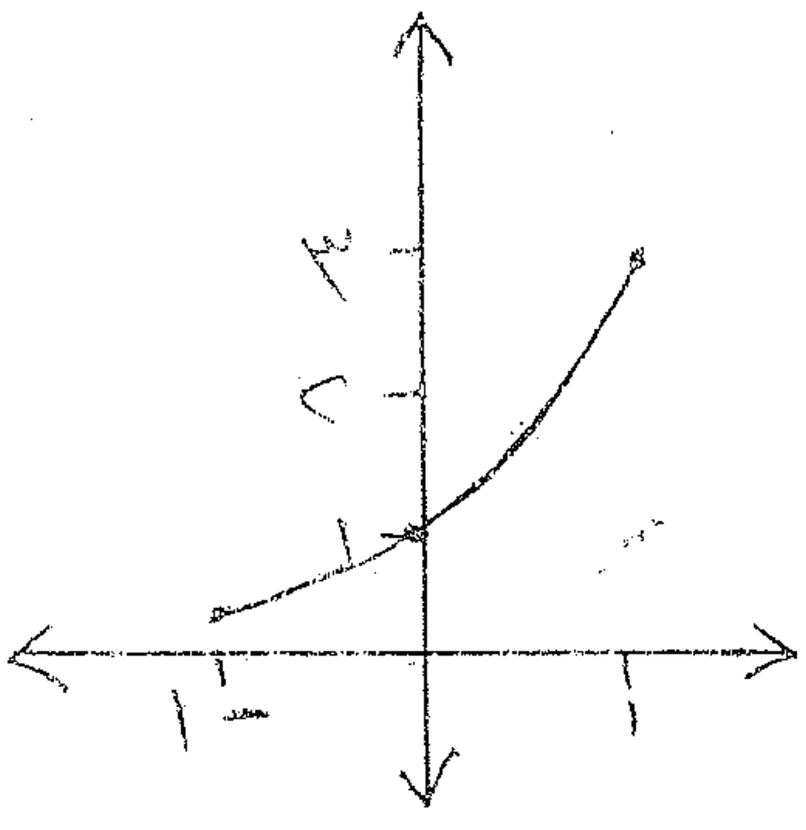
مثال: اذا كان $f(x) = 3^x$
فاكتب مجالها وميداها:

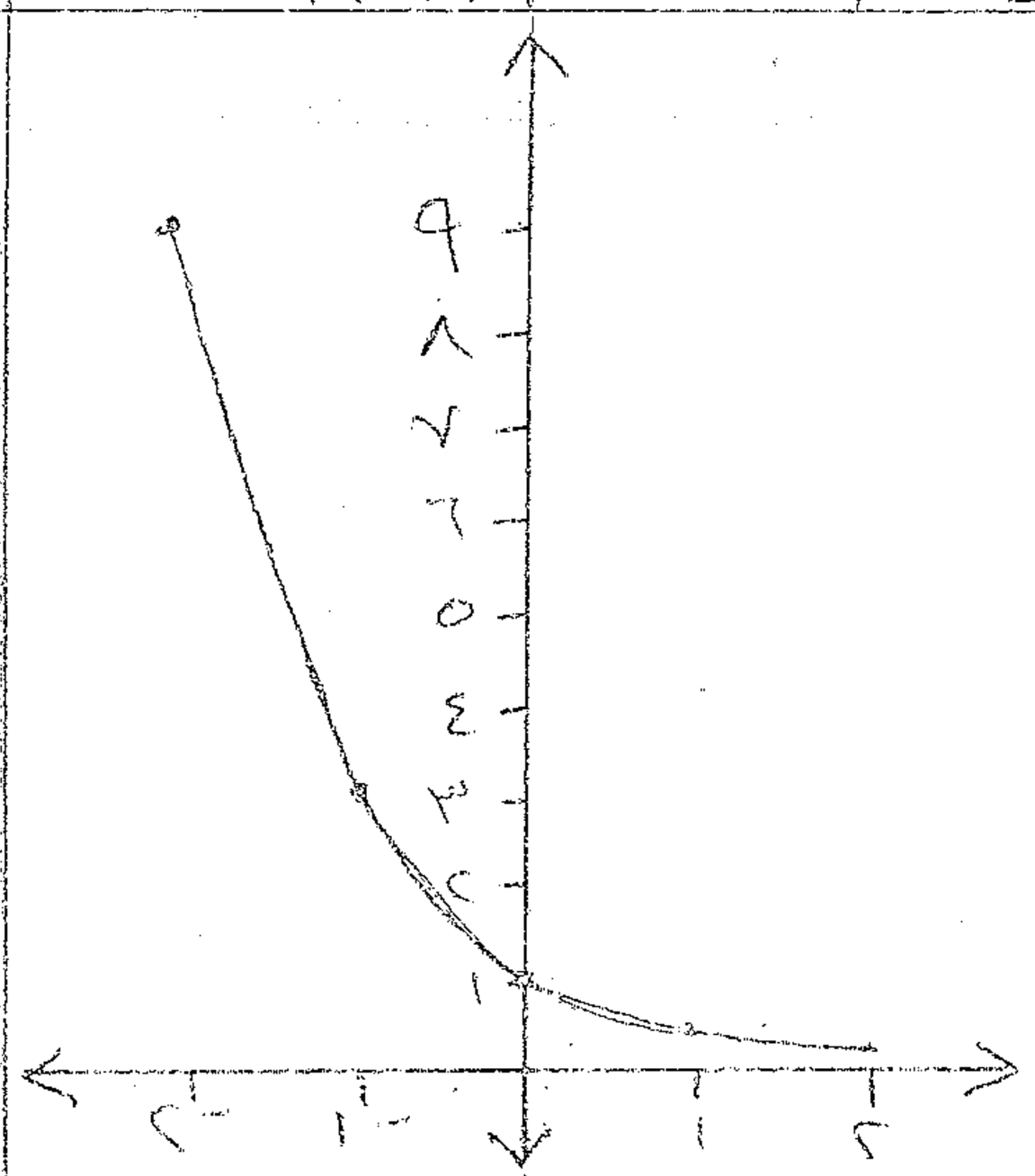
١) اكمل الجدول المجاور

x	-1	0	1
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	1	3

٢) ارسم منحنى الاقتران مستعيناً بالجدول

الحل:
$f(-1) = 3^{-1} = \frac{1}{3}$
$f(0) = 3^0 = 1$
$3 = 3^1 \Leftarrow x = 1$





مثال: اذا كان $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
فاكتب مجالها وميداها:

١) اكمل الجدول المجاور

x	4	3	2	1	0
$f(x)$	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

٢) ارسم منحنى الاقتران مستعيناً بالجدول

الحل:
$f(0) = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
$f(1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$
$f(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$
$f(3) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 2$
$f(4) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 4$

سؤال: اوجد مجال الاقتران
ق(س) = $\sqrt{س}$ ، س ∈ [-٢، ٢]

سؤال: اوجد مجال الاقتران
ق(س) = $\sqrt[3]{س}$ ، س ∈ [-٢، ٢]

سؤال: اذا كان ق(س) = $\frac{٢}{س}$
فأجب عما يأتي:
١) اكمل الجدول المجاور

س	٤	٣	٢	١	٠
ق(س)					

٢) اوجد مجال ق(س) مستعيناً بالجدول.

سؤال: اذا كان ق(س) = $\frac{٣}{س}$
فأجب عما يأتي:
١) اكمل الجدول المجاور

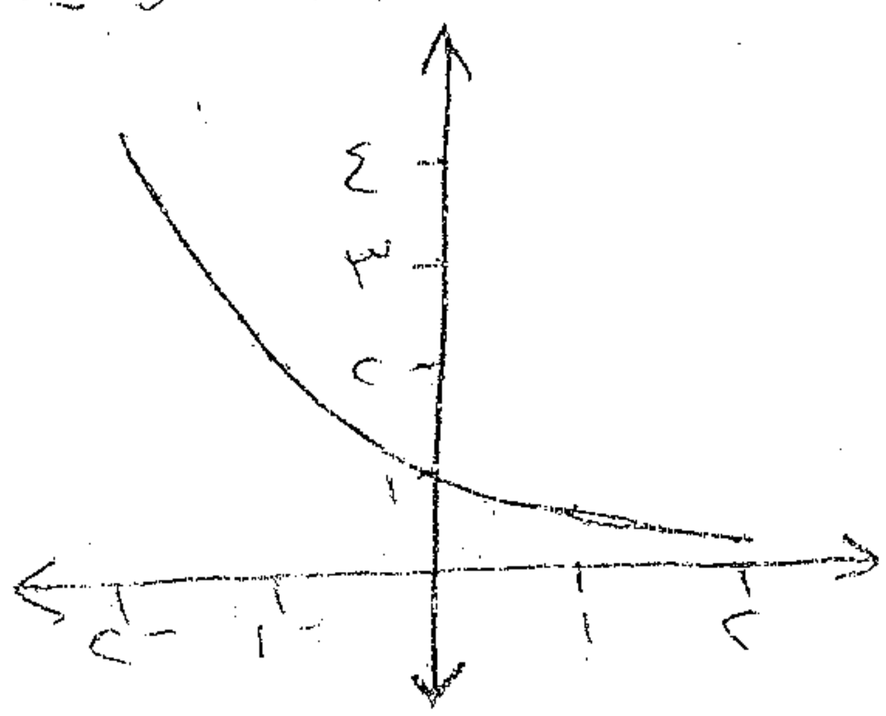
س	-١	٠		
ق(س)			$\frac{١}{٩}$	

٢) اوجد مجال الاقتران مستعيناً بالجدول

خصائص الاقتران الاسي ق(س) = $م^{س}$
١) المجال: مجموعة الاعداد الحقيقية لأي م
٢) المدى: مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة لأي م
٣) الاقتران واحد لواحد.
٤) يقطع محور الصادات في النقطة (٠، ١)
٥) ق ← متزايد ← مع زيادة س تزيد ق(س)
ق ← متناقص ← مع زيادة س تقل ق(س)
٦) محور الانعكاس للاقترانين ق(س) = $م^{س}$ و ق(س) = $م^{-س}$ هو محور الصادات.

مثال: مستعيناً بالشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) = $م^{س}$ أجب عما يأتي:
١) ما مجال الاقتران
٢) ما مدى الاقتران
٣) ما احداثي نقطة تقاطع منحنى الاقتران مع محور الصادات.

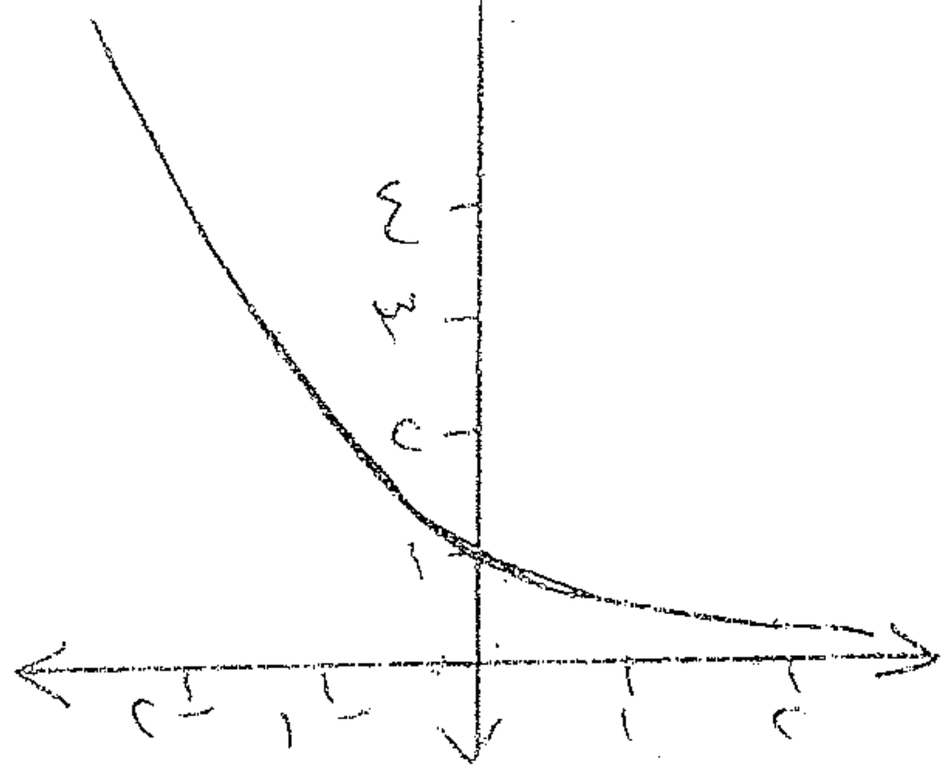
مثال: الشكل التالي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على [-٢، ٢] اعتماداً على الشكل أجب عما يأتي:



١) هل ق اقتران متزايد أم متناقص في المجال [-١، ٢]
٢) جد ق(-١)
٣) ما احداثيات نقطة تقاطع ق مع محور الصادات.
٤) هل الاقتران ق متزايد أم متناقص مع مجاله؟ ولماذا؟

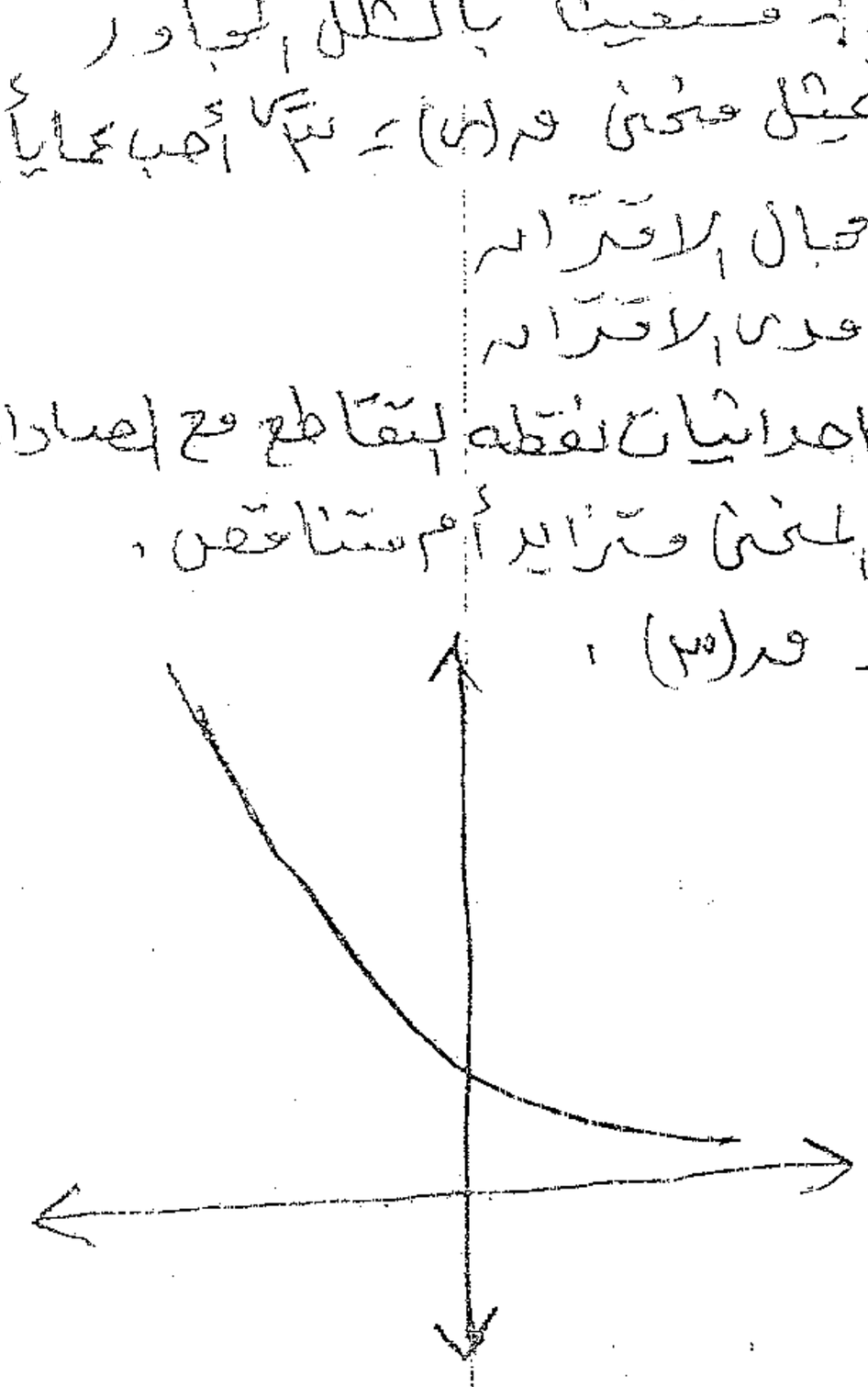
الحل:
١) أسي لأنه يقطع محور الصادات
٢) ق(-١) = ٢
٣) (١، ٠)
٤) متناقص لأنه مع زيادة س تقل ق(س).

٤) هل معنى الاقتران هـ متزايد أم متناقص
٥) جد قيمة هـ(-٢) .



الحل: ١) المجال ع مجموعة الاعداد الحقيقية
٢) المدى ع + مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة
٣) (٠، ١)
٤) متناقص
٥) هـ(-٢) = $\frac{١}{٢}^{(-٢)}$ = ٤

سؤال: استعينا بالآلة الحاسبة وجدول والذي يمثل معنى هـ(س) = $\frac{١}{٣}^{س}$ أجب عما يأتي
١) ما مجال الاقتران
٢) ما مدى الاقتران
٣) ما احداثيات نقطة تقاطع مع المحاور
٤) هل معنى متزايد أم متناقص .
٥) جد هـ(٣) .



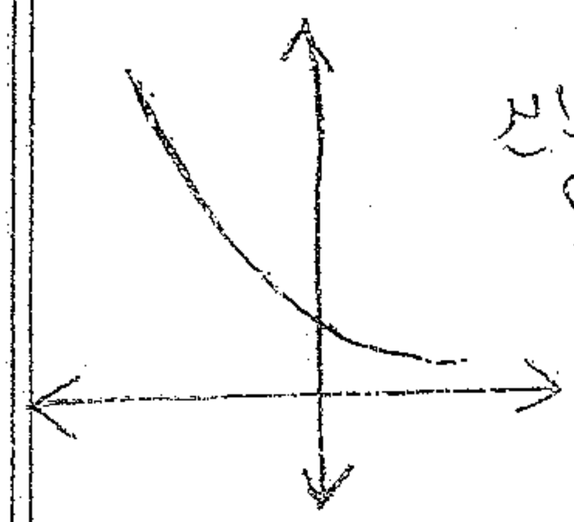
سؤال: هـ نقطة تقاطع مع الاقترانات الآتية مع محور الصادات
١) هـ(س) = $٣^{س-١}$
٢) هـ(س) = $٢^{س-٣}$
٣) هـ(س) = $(\frac{١}{٢})^{س-٢}$
٤) هـ(س) = $(\frac{١}{٣})^{س+١}$
٥) هـ(س) = $٢^{-س-١}$
٦) هـ(س) = $٣^{س+٢}$

مركز نهب الهندسة ٠٧٨٦٥٠٥٣٧٨

(*) لايجاد نقطة التقاطع مع محور الصادات نعوض بدل س بالصفر

مثال: هـ نقطة تقاطع مع الاقترانات الآتية مع محور الصادات
١) هـ(س) = $٢^{س+١}$
الحل: هـ(٠) = $٢^{٠+١}$ = ٢
نقطة التقاطع (٠، ٢)
٢) هـ(س) = $٣^{س-٢}$
الحل: هـ(٠) = $٣^{٠-٢}$ = $٣^{-٢}$ = $\frac{١}{٩}$
نقطة التقاطع $(٠، \frac{١}{٩})$
٣) هـ(س) = $٢^{س-٣}$
الحل: هـ(٠) = $٢^{-٣}$ = $\frac{١}{٨}$
نقطة التقاطع $(٠، \frac{١}{٨})$
٤) هـ(س) = $٤^{س+٢}$
الحل: هـ(٠) = $٤^{٢}$ = ١٦
نقطة التقاطع (٠، ١٦)

سؤال: اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى $f(x) = x^{-1}$ فاجب عما يأتي:



١) هل منحنى $f(x)$ متزايد أم متناقص؟ ولماذا؟

٢) ما مدى الاقتران $f(x)$

٣) ما احداثيات نقطة تقاطع منحنى $f(x)$ مع محور الصادات؟

الاقتران الأسي الطبيعي: هو الاقتران الأسي الذي أساسه e، حيث e (العدد النيبري) عدد حقيقي غير نسبي وقيمته التقريبية (٢,٧١٨)

يكتب الاقتران الأسي الطبيعي على الصورة $f(x) = e^x$

* كيفية استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد صورة عدد في الاقتران الأسي الطبيعي

مثال: اذا كان $f(x) = e^x$ فجد:

١) $f(2) = e^2$

shift → e^x → 2 → =

$e^2 = (3.69)$ ٢)

shift → e^x → (−) → 3 → =

$e^{-3} = (0.04)$ ٣

2 → x → shift → e^x → 3 → =

$2e^3 = (40.17)$ ٤

مركز هيب الهندسة ٠٧٨٦٥٠٥٢٧٨

سؤال: الشكل المجاور يمثل خطوات استخدام الآلة الحاسبة لايجاد قيمة:

[shift] → [e^x] → (3) → [=] → [x] → ؟

أ) $3e^2$ ب) e^3

ج) e^{-3} د) $-3e^2$

سؤال: الشكل المجاور يمثل خطوات استخدام الآلة الحاسبة لايجاد قيمة:

(3) → [=] → [e^x] → [shift] → [x] → ؟

أ) $-2e^3$ ب) $2e^3$

ج) $3e^2$ د) $-3e^2$

$$\frac{1}{2}=\frac{n-2}{2n}$$

$$\Rightarrow \boxed{n=1}$$

$$\frac{n+2}{n+1}=\frac{n+2}{n+1}\cdot\frac{n}{n}=\frac{n^2+2n}{n^2+n}$$

$$\frac{n^2+2n}{n^2+n}=\frac{n^2+n}{n^2+n}+\frac{n}{n^2+n}=1+\frac{1}{n+1}$$

$$\frac{n+2}{n+1}=1+\frac{1}{n+1}$$

$$\frac{n+1}{n}=1+\frac{1}{n}$$

$$\frac{n+1}{n}-\frac{n+2}{n+1}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$$

$$\frac{1}{1}-\frac{2}{2}+\frac{2}{2}-\frac{3}{3}+\frac{3}{3}-\frac{4}{4}+\cdots+\frac{n}{n}-\frac{n+1}{n+1}$$

$$1-\frac{n+1}{n+1}=1-1=0$$

$$\frac{n+1}{n}=\frac{n+2}{n+1}$$

$$\Rightarrow (n+1)^2=n(n+2)$$

$$n^2+2n+1=n^2+2n$$

$$1=0$$

$$\frac{n+1}{n}=\frac{n+2}{n+1}$$

$$\Rightarrow \boxed{n=1}

$n = -3$

$a_n = -7$

$S_{n+1} = 10 + 2^{n+1}$

$S_{n+1} = 2^{n+1} \times 2^2 - 5n - 5 = 3 \times 2^{n+3}$

$S_{k+1} = 2^{k+2} \times 2^2 - 5k - 5 = 3 \times (2^{k+2})$

$a_{k+1} = 2^{k+2} - (5k+5) = 18$

ثم برهن بالاستقراء الرياضي صحة كل من :

1) $a_n = 10 - 2n$

2) $a_n = 3n - 1$

3) $a_n = 2^n + 1$

4) $a_n = 3^n$

5) $a_n = 7 \times 2^{n-1}$

6) $3 + 5n = 3 + 5n$

7) $a_n = 3^n$

8) $a_{n+1} - a_n = 5$

9) $a_n = 2n - 1$

10) $a_n = 2^n$

11) $a_n = 3n - 2$

12) $a_n = 5n$

13) $a_n = 2^{n-1}$

14) $a_n = 3n - 2$

15) $a_n = 2^{n-1}$

16) $a_n = 3n - 2$

17) $a_n = 2^{n-1}$

18) $a_n = 3n - 2$

19) $a_n = 2^{n-1}$

20) $a_n = 3n - 2$

اللوغاريتمات

* $\log_{ب} ا = ج \Leftrightarrow ب^{ج} = ا$

إذا كان $ب > ١$ ($ب \neq ١$) يسمى لوغاريتم اعتيادي ولا نكتب الأساس

مثلاً $\log_{١٠} ٥$ نكتب $\log ٥$

وإذا كان $ب = هـ$ (هـ العدد النيبيري) يسمى لوغاريتم طبيعي، مثلاً $\ln ٥$

مثال: عبر عما يأتي بالصيغة اللوغارتمية:

١) $٣^{٣} = ٢٧ \Leftrightarrow \log_{٣} ٢٧ = ٣$

٢) $٢^{٥} = ٣٢ \Leftrightarrow \log_{٢} ٣٢ = ٥$

٣) $٤^{-٢} = \frac{١}{١٦} \Leftrightarrow \log_{٤} \frac{١}{١٦} = -٢$

٤) $\log_{ب} ص = -٣$

٥) $١٠^{-٣} = ٠,٠٠١ \Leftrightarrow \log ٠,٠٠١ = -٣$

٦) $١٠^{٤} = ١٠٠٠٠ \Leftrightarrow \log ١٠٠٠٠ = ٤$

٧) $س^{ل} = ص \Leftrightarrow \log_{س} ص = ل$

٨) $س^{٣} = ٢٧ \Leftrightarrow \log_{س} ٢٧ = ٣$

سؤال: عبر عما يأتي بالصيغة اللوغارتمية:

١) $٤^{١} = ٤$

٢) $ب^{م} = ك$

٣) $س^{٤} = ص$

٤) $١٠^{-٢} = ٠,٠١$

٥) $١٠^{٣} = ١٠٠٠$

٦) $٥^{٣} = ١٢٥$

٧) $٣^{-٢} = \frac{١}{٩}$

سؤال: عبر عما يأتي بالصيغة الأسية:

١) $\log_{٢} ٦٤ = ٦$

٢) $\log_{هـ} ١ = ٠$

٣) $\log_{ص} ٥ = ٢$

٤) $\log ١ = ٠$

٥) $\log ١٠ = ١$

٦) $\log ١٠٠٠ = ٤$

٧) $\log_{س} ص = ل$

٨) $\log_{س} ٢٧ = ٣$

مركز هوب الهندسة
٠٧٨٦٥٠٥٢٧٨

هؤيد الجلاف ٠٧٨٨٧٢٣٦٩٦

مثال: جد قيمة ما يلي:

١) $\log_{2} 16 = 4$

٢) $\log_{7} 49 = 2$

٣) $\log_{3} 81 = 4$

٤) $\log_{3} 243 = 5$

٥) $\log_{5} 625 = 4$

٦) $\log 1000 = 3$

٧) $\log 1000 = 4$

٨) $\log 0.1 = -1$

٩) $\log 0.01 = -2$

١٠) $\log 0.0001 = -4$

١١) $\log_{4} 8 = s \Leftrightarrow 4^{s} = 8$

$(2^{2})^{s} = 2^{3} \Leftarrow 2^{2s} = 2^{3}$

$2s = 3 \Leftarrow s = \frac{3}{2}$

١٢) $\log_{27} 3 = s \Leftrightarrow 27^{s} = 3$

$(3^{3})^{s} = 3 \Leftarrow 3^{3s} = 3$

$3s = 1 \Leftarrow s = \frac{1}{3}$

١٣) $\log_{4} \frac{1}{8} = s \Leftrightarrow 4^{s} = \frac{1}{8}$

$(2^{2})^{s} = 2^{-3} \Leftarrow 2^{2s} = 2^{-3}$

$2s = -3 \Leftarrow s = -\frac{3}{2}$

ك تأثير عدد الأصفار

ك تأثير عدد المنازل عن يمين الفاصلة ولدلالتها اشارة سالبة

سؤال: جد قيمة ما يلي:

١) $\log_{5} 125$

٢) $\log_{9} 81$

٣) $\log_{2} 8$

٤) $\log_{3} 27$

٥) $\log_{4} 64$

٦) $\log 10$

٧) $\log 1000$

٨) $\log 0.001$

٩) $\log 0.1$

١٠) $\log_{27} 9$

١١) $\log_{8} 32$

١٢) $\log_{27} \frac{1}{9}$

(*) اذا كان ب عددا "حقيقيا" فان:

$b \neq 1$ و $b > 0$

١) $\log_{b} 1 = 0$ ٢) $\log_{b} b = 1$

مثال: جد قيمة ما يلي:

١) $\log_{32} 2 = x \Leftrightarrow 32^{x} = 2$

$(2^{5})^{x} = 2 \Leftarrow 2^{5x} = 2$

$5x = 1 \Leftarrow x = \frac{1}{5}$

٢) $\log_{5} 1 = x \Leftrightarrow 5^{x} = 1$

$5^{x} = 5^{0} \Leftarrow x = 0$

٣) $\log_{\frac{1}{4}} 2 = x \Leftrightarrow (\frac{1}{4})^{x} = 2$

$(2^{-2})^{x} = 2 \Leftarrow 2^{-2x} = 2$

$-2x = 1 \Leftarrow x = -\frac{1}{2}$

٥) $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$

٦) $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٢}{٣}$

٧) $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٣}{٤}$

٨) $\frac{٦}{٧}$ ، $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٤}{٥}$

٩) $\frac{٧}{٨}$ ، $\frac{٦}{٧}$ ، $\frac{٥}{٦}$

١٠) $\frac{٨}{٩}$ ، $\frac{٧}{٨}$ ، $\frac{٦}{٧}$

١١) $\frac{٩}{١٠}$ ، $\frac{٨}{٩}$ ، $\frac{٧}{٨}$

١٢) $\frac{١٠}{١١}$ ، $\frac{٩}{١٠}$ ، $\frac{٨}{٩}$

(*) $\frac{٥}{٦} < \frac{٤}{٥}$ لأن $٢٥ < ٢٤$

∴ ترتيب الكسور تصاعدياً هو

$\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$

١) $\frac{٣}{٥} = \frac{٦}{١٠}$ لأن $٣ \times ١٠ = ٥ \times ٦ = ٣٠$

٢) $\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦}$ لأن $٢ \times ٦ = ٣ \times ٤ = ١٢$

٣) $\frac{٤}{٥} = \frac{٨}{١٠}$ لأن $٤ \times ١٠ = ٥ \times ٨ = ٤٠$

٤) $\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٨}$ لأن $٣ \times ٨ = ٤ \times ٦ = ٢٤$

٥) $\frac{١}{٢} = \frac{٥}{١٠}$ لأن $١ \times ١٠ = ٢ \times ٥ = ١٠$

٦) $\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦}$ لأن $٢ \times ٦ = ٣ \times ٤ = ١٢$

٧) $\frac{٣}{٤} = \frac{٩}{١٢}$ لأن $٣ \times ١٢ = ٤ \times ٩ = ٣٦$

٨) $\frac{٤}{٥} = \frac{١٢}{١٥}$ لأن $٤ \times ١٥ = ٥ \times ١٢ = ٦٠$

٩) $\frac{٥}{٦} = \frac{١٠}{١٢}$ لأن $٥ \times ١٢ = ٦ \times ١٠ = ٦٠$

١٠) $\frac{٦}{٧} = \frac{١٢}{١٤}$ لأن $٦ \times ١٤ = ٧ \times ١٢ = ٨٤$

١١) $\frac{٧}{٨} = \frac{١٤}{١٦}$ لأن $٧ \times ١٦ = ٨ \times ١٤ = ١١٢$

١٢) $\frac{٨}{٩} = \frac{١٦}{١٨}$ لأن $٨ \times ١٨ = ٩ \times ١٦ = ١٤٤$

(*) $\frac{٣}{٤} = \frac{٩}{١٢}$ لأن $٣ \times ١٢ = ٤ \times ٩ = ٣٦$

∴ ترتيب الكسور تصاعدياً هو

$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٥}{٦}$

١) $\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٨}$ لأن $٣ \times ٨ = ٤ \times ٦ = ٢٤$

٢) $\frac{٤}{٥} = \frac{٨}{١٠}$ لأن $٤ \times ١٠ = ٥ \times ٨ = ٤٠$

٣) $\frac{٥}{٦} = \frac{١٠}{١٢}$ لأن $٥ \times ١٢ = ٦ \times ١٠ = ٦٠$

٤) $\frac{٦}{٧} = \frac{١٢}{١٤}$ لأن $٦ \times ١٤ = ٧ \times ١٢ = ٨٤$

٥) $\frac{٧}{٨} = \frac{١٤}{١٦}$ لأن $٧ \times ١٦ = ٨ \times ١٤ = ١١٢$

٦) $\frac{٨}{٩} = \frac{١٦}{١٨}$ لأن $٨ \times ١٨ = ٩ \times ١٦ = ١٤٤$

٧) $\frac{٩}{١٠} = \frac{١٨}{٢٠}$ لأن $٩ \times ٢٠ = ١٠ \times ١٨ = ١٨٠$

٨) $\frac{١٠}{١١} = \frac{٢٠}{٢٢}$ لأن $١٠ \times ٢٢ = ١١ \times ٢٠ = ٢٢٠$

٩) $\frac{١١}{١٢} = \frac{٢٢}{٢٤}$ لأن $١١ \times ٢٤ = ١٢ \times ٢٢ = ٢٦٤$

١٠) $\frac{١٢}{١٣} = \frac{٢٤}{٢٦}$ لأن $١٢ \times ٢٦ = ١٣ \times ٢٤ = ٣١٢$

١١) $\frac{١٣}{١٤} = \frac{٢٦}{٢٨}$ لأن $١٣ \times ٢٨ = ١٤ \times ٢٦ = ٣٦٤$

١٢) $\frac{١٤}{١٥} = \frac{٢٨}{٣٠}$ لأن $١٤ \times ٣٠ = ١٥ \times ٢٨ = ٤٢٠$

(*) $\frac{٩}{١٠} = \frac{١٨}{٢٠}$ لأن $٩ \times ٢٠ = ١٠ \times ١٨ = ١٨٠$

∴ ترتيب الكسور تصاعدياً هو

$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٦}{٧}$ ، $\frac{٧}{٨}$ ، $\frac{٨}{٩}$ ، $\frac{٩}{١٠}$

مركز درب الهندسة ٠٧٨٦٥٠٥٣٧٨

٤) $\log_5 0.8 + \log_5 \frac{1}{2} = \log_5 0.8 \times \frac{1}{2}$

$= \log_5 2 = 2$

مثال: اذا كان $\log_3 س = 2$ ، $\log_3 ص = 5$ فجد قيمة $\log_3 س ص$.

الحل: $\log_3 س ص = \log_3 س + \log_3 ص$

$= 2 + 5 = 7$

مثال: اذا كان $\log س = 0.4$ ،

$\log ص = 0.3$ فجد قيمة

$\log \frac{س}{ص}$

(*) $\log_b \frac{ك}{د} = \log_b ك - \log_b د$

ك، د، ب اعداد موجبة، $ب \neq 1$

مثال: جد قيمة ما يلي:

١) $\log_2 \frac{32}{128} = \log_2 32 - \log_2 128$

$= 5 - 7 = -2$

٢) $\log_3 \frac{81}{27} = \log_3 81 - \log_3 27$

$= 4 - 3 = 1$

٣) $\log_3 54 - \log_3 2 = \log_3 \frac{54}{2}$

$= \log_3 27 = 3$

٤) $\log_5 75 - \log_5 3 = \log_5 \frac{75}{3}$

$= \log_5 25 = 2$

٥) $\log_4 3 - \log_4 2 = \log_4 \frac{3}{2}$

$= \log_4 16 = 2$

قال: جد قيمة ما يلي:

١) $\log_2 16 \times 128$

٢) $\log_3 81 \times 243$

٣) $\log_4 16 \times 64$

٤) $\log_5 125 \times 625$

٥) $\log_6 18 + \log_6 2$

٦) $\log_3 54 + \log_3 \frac{1}{2}$

مثال: اذا كان لو س = ٥ ، لو ص = ١ فجد قيمة لو $\frac{س}{ص}$
٣ ٣ ٣

الحل: لو $\frac{س}{ص}$ = لو س − لو ص
٣ ٣ ٣

= ٥ − ١ = ٤

مثال: اذا كان لو س = ٣و٠ ، لو ص = ٥و٠ فجد قيمة لو $\frac{س}{ص}$ ،

الحل: لو $\frac{س}{ص}$ = لو س − لو ص

= ٣و٠ − ٥و٠ = −٢و٠

مثال: جد قيمة ما يلي:

١) لو ١٦ / ٦٤
٢) لو ٤٣ / ٢٧
٣) لو ٢٠ − لو ٤
٥ ٥
٤) لو ٥٠ − لو ٢
٣ ٣
٥) لو ١٨ − لو ٢
٣ ٣
٦) لو ٣ / ٨١
٣

مركز هيب الهندسة
٠٧٨٦٥٠٥٢٧٨

مثال: اذا كان لو س = ٤
٥

لو ص = ٧ فجد قيمة لو $\frac{س^{٢}}{ص^{٥}}$
٥

مثال: اذا كان لو س = $\frac{١}{٣}$

لو ص = $\frac{١}{٣}$ فجد قيمة لو $\frac{س}{ص}$
٣ ٣ ٣

(*) لو $م^{ن}$ = ن لو م
هـ هـ

مثال: جد قيمة ما يلي:

١) لو ٨ = ٤ لو ٨ = ٣×٤ =
٢ ٢

٢) لو ٨١ = ٣ لو ٨١ = ٣×٤ = ٢
٣ ٣

٣) لو ٢٥ = ٣ لو ٥ = ٣×٢ =
٥ ٥

٤) لو ٧√٧ = لو ٧ × ٧^{١/٢} = لو ٧
٧ ٧ ٧

= ١ ٣/٤

٥) لو ٤√٤٧ = لو ٤^{١/٣} × ٤
٤ ٤

= لو ٤^{٥/٦} = ٥/٦
٤

مثال: اذا كان لو ص = ٢ فجد قيمة لو ص^{٤} .

الحل: لو ص^{٤} = ٤ لو ص = ٤ × ١/٢ = ٢
٢ ٢

= ٢ × ١/٢ = ١

مثال: اذا كان لوس = ٦ فجد قيمة
$\log_{\sqrt[3]{6}} س$.

الحل: $\log_{\sqrt[3]{6}} س = \log_{6^{\frac{1}{3}}} س = \frac{1}{\frac{1}{3}} \log_6 س$

$= 3 \times 6 = 2$

سؤال: جد قيمة ما يلي:

١) $\log_{\sqrt{5}} 16$

٢) $\log_{\sqrt[3]{3}} 27$

٣) $\log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{27}$

٤) $\log_{\sqrt[3]{5}} \sqrt[3]{(5)^2 \sqrt{5}}$

سؤال: اذا كان $\log_{\sqrt[3]{3}} س = 8$ فجد قيمة $\log_{\sqrt[3]{3}} س^7$.

سؤال: اذا كان لوص = ١٢ فجد قيمة $\log_{\sqrt[4]{2}} ص$.

سؤال: اذا كان لوس = ٢ ، لوص = ٣ فجد قيمة:

١) $\log \frac{ص^3}{س}$

٢) $\log س \times ص^2$

٣) $\log_{\sqrt[3]{7}} س \sqrt[3]{ص}$

(*) $\log_ب ا = \frac{\log_ح ا}{\log_ح ب}$ اعداد موجبة $\neq 1$

$\log_ب ا \times \log_ا ن = \log_ب ن$

وعكس كتابته على الصورة:

$\log_ب ا = \frac{\log_ح ا}{\log_ح ب}$

ويعمم على اصل ضرب الكثير لوغاريتمات

مثال: جد قيمة ما يلي:

١) $\log_{\sqrt[7]{49}} \sqrt[5]{49} = \log_{7^{\frac{2}{5}}} 49^{\frac{1}{7}} = \log_{7^{\frac{2}{5}}} 7^{\frac{2}{7}}$

٢) $\log_{\sqrt[3]{5}} 125 \times \log_5 3 = \log_{5^{\frac{1}{3}}} 125 = \log_{5^{\frac{1}{3}}} 5^3$

٣) $\log_{\sqrt{7}} 64 \times \log_2 7 = \log_{7^{\frac{1}{2}}} 64 = \log_{7^{\frac{1}{2}}} 2^6$

٤) $\log_{\sqrt[3]{2}} 3^2 \times \log_5 3^3 \times \log_2 5 = \log_{2^{\frac{1}{3}}} 3^2 = \log_{2^{\frac{1}{3}}} 3^3$

٥) $\log_{\sqrt[8]{8}} 81 \times \log_7 8 \times \log_{\sqrt[3]{3}} 7 = \log_{3^{\frac{1}{3}}} 81 = \log_{3^{\frac{1}{3}}} 3^4$

٦) $\frac{\log_4 9}{\log_{\sqrt[3]{3}} 4} = \log_{3^{\frac{1}{3}}} 9 = \log_{3^{\frac{1}{3}}} 3^2 = 2$

٧) $\frac{\log_{\sqrt[3]{3}} 3^2}{\log_2 3^2} = \frac{1}{\log_{3^{\frac{1}{3}}} 3^2} = \frac{1}{\log_{3^{\frac{1}{3}}} 3^3} = \frac{1}{3} = 0.333$

٨) $\frac{\log_5 81}{\log_{\sqrt[3]{3}} 5} = \frac{1}{\log_{3^{\frac{1}{3}}} 81} = \frac{1}{\log_{3^{\frac{1}{3}}} 3^4} = \frac{1}{4} = 0.25$

مركز دبب الهندسة
٠٧٨٦٥٠٥٢٧٨

هؤيد الحلاسه ٠٧٨٨٧٣٢٦٩٦

سؤال: جد قيمة ما يلي:

١) $\log_{\frac{1}{2}} 32 \times \log_{4} 4$

٢) $\log_{\frac{1}{6}} 36 \times \log_{5} 5$

٣) $\log_{4} 27 \times \log_{5} 4 \times \log_{3} 5$

٤) $\frac{\log_{5} 16}{\log_{5} 2}$

٥) $\frac{\log_{7} 3}{\log_{7} 3^{2}}$

٦) $\frac{\log_{3} 32}{\log_{3} 4}$

مثال: الصيغة الاسية للمعادلة $\log_{5} x = 3$ هي:

أ) $x^{3} = 5$ ب) $x^{5} = 3$ ج) $x^{3} = 5$ د) $x^{5} = 3$

الحل: $\log_{5} x = 3$

$x^{3} = 5$

$\log_{5} x = 3$

$x^{5} = 3$

$\Leftrightarrow x = \sqrt[5]{3}$

∴ الاجابة الصحيحة (د)

مثال: اثبت أن

$\log_{\frac{4}{5}} 5 + \log_{\frac{4}{5}} 2 \times \log_{2} 5 = 1$

الحل:

$\log_{\frac{4}{5}} 5 + \log_{2} 5 \times \log_{\frac{4}{5}} 2 = 1$

$2 + -1 = 1$

$1 = 1$

مثال: أوجد قيمة:

$\log 11 + \log 2,3 - \log 33 - (\log 32 \times \log_{2} 3)$

الحل:

$\log \frac{3,3 \times 11}{32} - \log_{2} 32$

$= \log 1,1 - \log_{2} 32 = 1 - 5 =$

مثال: جد قيمة:

$3 \log_{8} 4 - 2 \log_{8} 2 + \log_{8} 32$

الحل:

$\log_{8} 4^{3} - \log_{8} 2^{2} + \log_{8} 32$

$= \log_{8} 64 - \log_{8} 4 + \log_{8} 32$

$= \log_{8} \frac{64 \times 32}{4} = \log_{8} 512$

$\log_{8} x = 3 \Leftrightarrow x = 8^{3} = 512$

مركز درب الهندسة
٠٧٨٦٥٠٥٢٧٨

مثال: جد قيمة المقدار

$\log_{\frac{3}{4}} 16 + \log_{3} 15 - \log_{\frac{3}{5}} 5$

الحل: $\log_{\frac{3}{4}} 16 + \log_{\frac{3}{2}} \frac{15}{5}$

$= \log_{\frac{3}{4}} 16 + \log_{\frac{3}{2}} 3 = 2 + 1 = 3$

سؤال: اثبت أن:

١) $\log 44 + \log 3 - \log_{\frac{3}{5}} 33 \times \log_{5} 5 = 1$

٢) $\log_{\frac{3}{4}} 5 \times \log_{5} 4 - \log_{2} 4 = صفر$

سؤال: جد قيمة ما يأتي

١) $\log 48 + \log 11 - \log 44$

٢) $\log_{\frac{3}{5}} 81 + \log_{5} 35 - \log_{5} 7$

الاقتران اللوغاريتمي وتمثيله بيانياً

(*) يسمى الاقتران ص = لو س ، اقتراناً لوغاريتمياً اذا وفقط اذا س = ن^ص حيث س > ٠ ، ن ≠ ١ ، ن > ٠ .

واذا كان الاساس (١٠) تسمى اقترانات لوغاريتمية اعتيادية .

واذا كان الاساس (هـ) تسمى اقترانات لوغاريتمية طبيعية .

مثال/ ارسم منحنى الاقتران ق(س) = لو_٢ س

ثم اوجد مجاله [١/٨ ، ٨] .

الحل/

س	٨	٤	٢	١	١/٢	١/٤	١/٨
ق(س)	٣	٢	١	٠	-١	-٢	-٣

ق(٨) = لو_٢ ٨ = ٣

ق(٤) = لو_٢ ٤ = ٢

ق(٢) = لو_٢ ٢ = ١

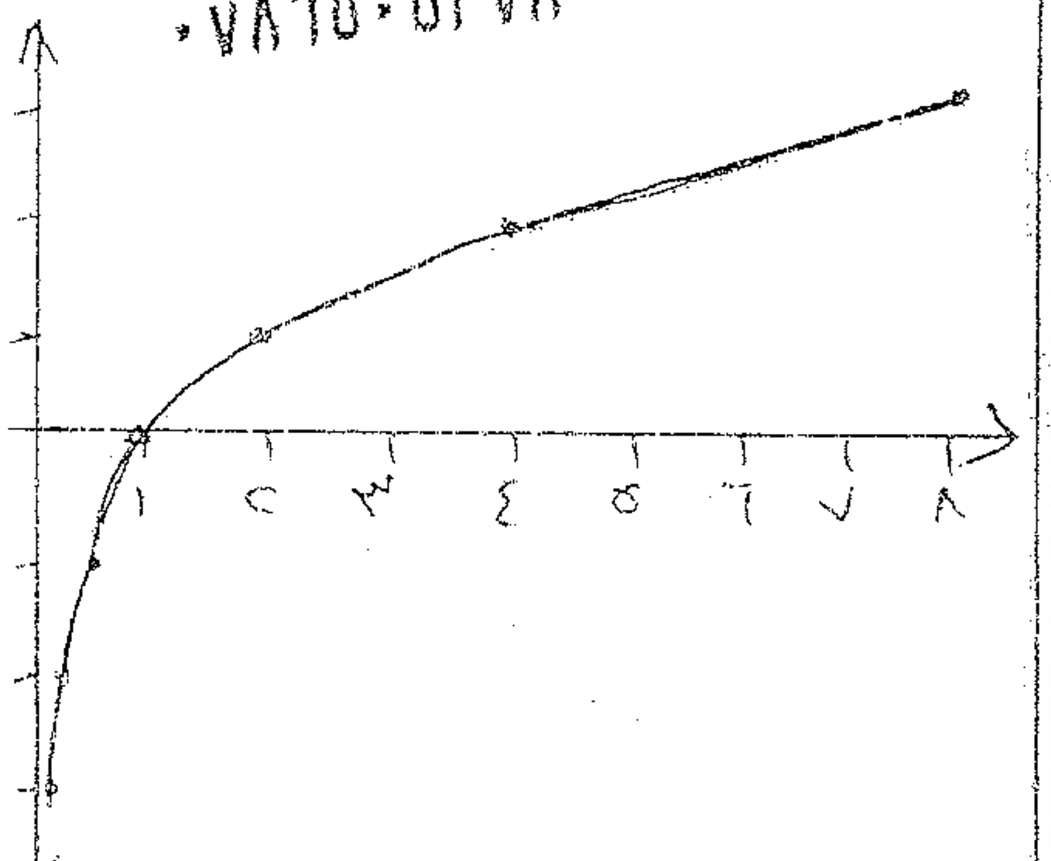
ق(١) = لو_٢ ١ = ٠

ق(١/٢) = لو_٢ ١/٢ = لو_٢ ١ - لو_٢ ٢ = ٠ - ١

= -١

ق(١/٤) = لو_٢ ١/٤ = لو_٢ ٢^-٢ = -٢

ق(١/٨) = لو_٢ ١/٨ = لو_٢ ٢^-٣ = -٣



مركز دروب الهندسة
٠٧٨٦٥٠٥٢٧٨

مثال/ اذا كان ق : ق(س) = لو_٣ س ، د = [٠ ، ٩] فاجب عما يأتي :

١) اكمل الجدول الآتي بيانياً

س	١/٩	١/٣	١	٣	٩
ق(س)	-٢	-١	٠	١	٢

٢) ارسم منحنى الاقتران ق مستعيناً بالجدول

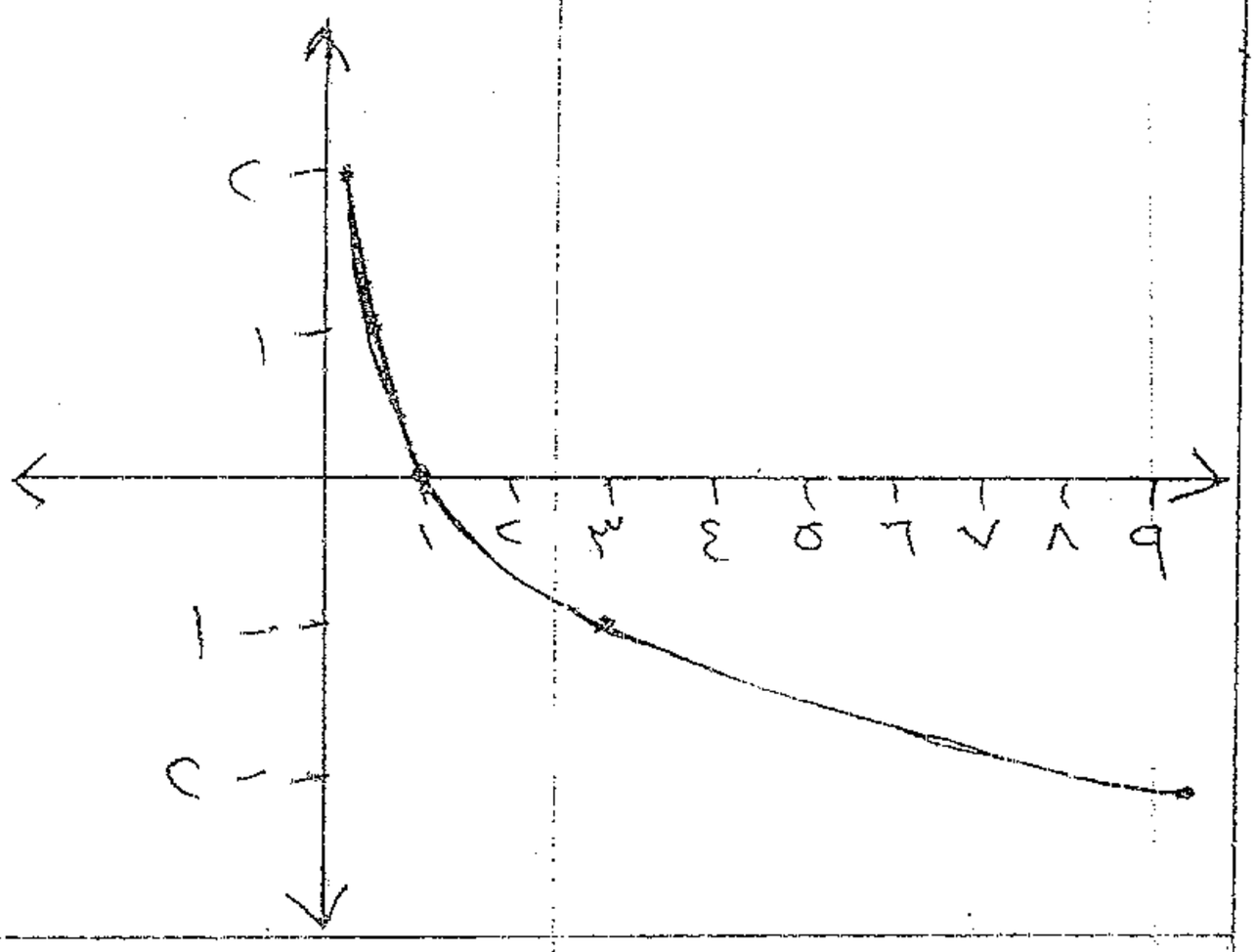
الحل/ ق(١/٩) = لو_٣ ١/٩ = -٢

ق(١/٣) = لو_٣ ١/٣ = -١

ق(١) = لو_٣ ١ = صفر

ق(٣) = لو_٣ ٣ = ١

ق(٩) = لو_٣ ٩ = ٢



مثال: اذا كان $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

فأجب عما يأتي:

1) اكمل الجدول المجاور

x	$\frac{1}{2}$		1	2	
$f(x)$		2			-3

2) اذكر مجال الاقتران f ومستقيمه المقارب

الحل:

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	8
$f(x)$	2	1	0	-1	-3

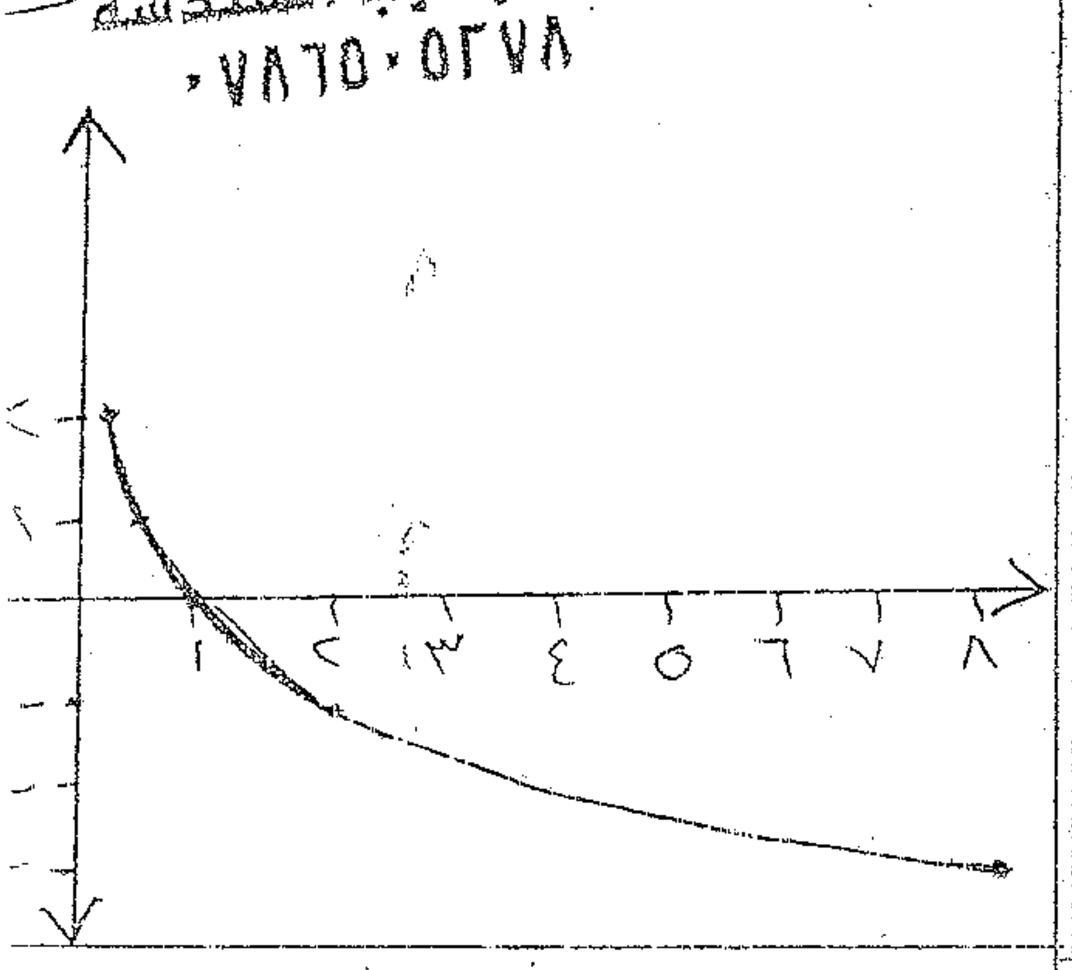
$f(\frac{1}{2}) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$

$f(1) = \log_{\frac{1}{2}} 1 = 0$

$f(2) = \log_{\frac{1}{2}} 2 = -1$

$2 = \log_{\frac{1}{2}} x \Leftrightarrow x = (\frac{1}{2})^{-2} = \frac{1}{4}$

$-3 = \log_{\frac{1}{2}} x \Leftrightarrow x = (\frac{1}{2})^{-3} = 2^3 = 8$



سؤال: اذكر مجال الاقتران

$f(x) = \log_3 (x-1) + 2$

سؤال: اذا كان $f(x) = \log_3 x$

فأجب عما يأتي:

1) اكمل الجدول المجاور

x	$\frac{1}{9}$		1	3	9
$f(x)$		-1	0		

2) اذكر مجال الاقتران f ومستقيمه المقارب

سؤال: اذا كان $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x - 1$

فأجب عما يأتي:

1) اكمل الجدول المجاور

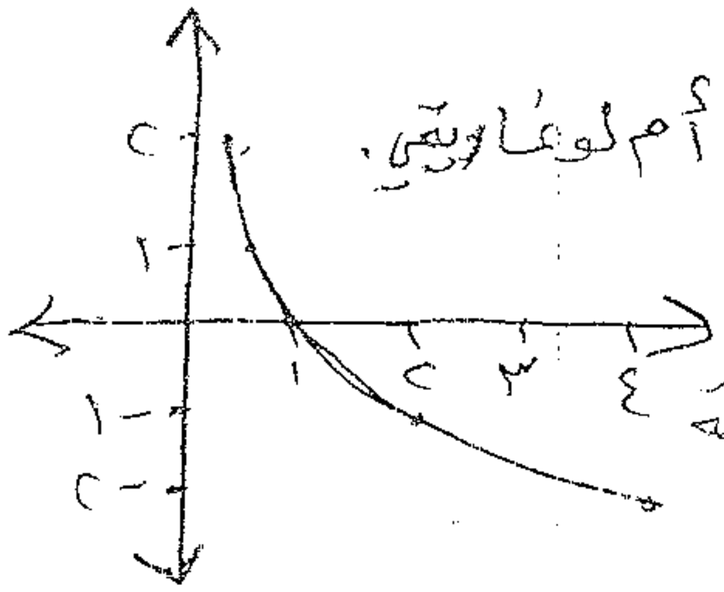
x	5	3	2	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$
$f(x)$					

2) اذكر مجال الاقتران f ومستقيمه المقارب

خصائص الاقتران اللوغاريتمي الذي على صورة $ق(س) = لو_{م} س$.

١) المجال: مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة $ح^+$
٢) المدى: مجموعة الاعداد الحقيقية $ح$.
٣) احداثيات نقطه تقاطع المنحنى مع محور السينات $(١، ٠)$.
٤) الاقتران واحد لواحد .
٥) الاقتران إما متزايد أو متناقص .

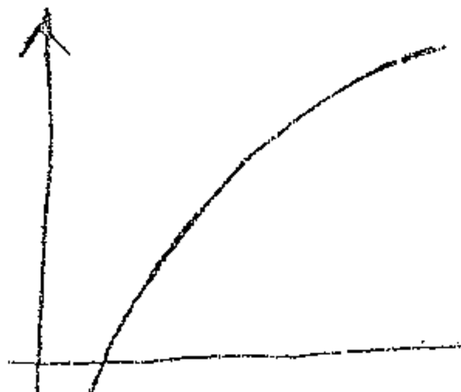
مثال: اكمل الجدول التالي على صورة $ق(س) = لو_{م} س$ ثم تعرف على $(٤، ٠]$ اعتماداً على ذلك اجب عما يأتي:



١) هل ق اقتران واحد لواحد أم لا؟ وبين.
٢) جد $ق(٤)$
٣) ما احداثيات نقطة تقاطع المنحنى مع محور السينات .
٤) هل الاقتران متزايد أم متناقص؟ علل اجابتك

الحل: ١) الاقتران لوغاريتمي لأنه قطع السينات
٢) $ق(٤) = -٢$
٣) $(١، ٠)$
٤) متناقص لأنه قطع زيادة س تقل ق(س)

مثال: الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران $ق(س) = لو_{٣} س$ مستعيناً بالشكل اجب عما يأتي:



١) ما مجال الاقتران؟
٢) ما مدى الاقتران؟
٣) هل منحنى الاقتران متزايد أم متناقص؟
٤) ما احداثيات نقطة تقاطع منحنى الاقتران مع محور السينات .
٥) جد $ق(\frac{١}{٢٧})$.

الحل: ١) المجال $ح^+$
٢) المدى $ح$
٣) متزايد .
٤) $(١، ٠)$
٥) $ق(\frac{١}{٢٧}) = لو_{٣} \frac{١}{٢٧} = لو_{٣} ٣^{-٣} = -٣$

(*) الاقتران $ق(س) = لو_{م} س$ هو انعكاس للاقتران $هـ(س) = لو_{\frac{١}{م}} س$ في محور السينات (أي ص = -ص).

(*) الاقتران $ق(س) = لو_{٣} س$ هو انعكاس للاقتران $هـ(س) = ٣^{س}$ في المحور ص = -س

مركز هيب الهندسة
٠٧٨٦٥٠٥٢٧٨

(*) مجال الاقتران اللوغاريتمي هو

مقدار داخل اللوغاريتم > ٠

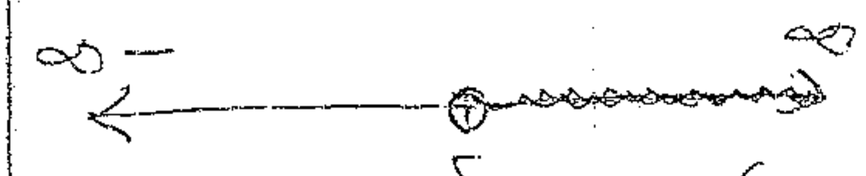
أي لا يجوز أن يكون داخل اللوغاريتم عدد سالب

مثال: جد مجال الاقترانات الآتية:

١) ق(س) = لو٣ (س - ٢)

الحل: المجال س - ٢ > ٠

س > ٢

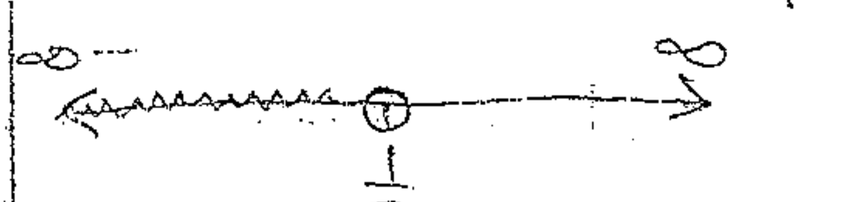


المجال (٢، ∞)

٢) ق(س) = لو٥ (٢ - س)

الحل: ٢ - س > ٠ ⇐ ٢ > س

س < ٢



المجال (-∞، ٢)

٣) ق(س) = لو٢ (٢س + ١)

الحل: ٢س + ١ > ٠ ⇐ ٢س > -١

س > -١/٢

المجال (-١/٢، ∞)

المجال مجموعة الاعداد الحقيقية.

لأن س٢ + ١ موجب دائماً.

(*) اذا كان داخل اللوغاريتم س٢ أو س٢ + عدد فإن المجال مجموعة الاعداد الحقيقية.

(*) لايجاد نقطة تقاطع منحنى الاقتران اللوغاريتمي مع محور السينات نساوي الاقتران بالصفر.

مثال: جد نقطة تقاطع منحنى الاقتران الآتية مع محور السينات

١) ق(س) = لو٣ (س - ٢)

الحل: لو٣ (س - ٢) = ٠ ⇐ ٣^٠ = س - ٢

١ = س - ٢ ⇐ س = ٣

نقطة التقاطع (٣، ٠)

٢) ق(س) = لو٢ (س + ٣)

الحل: لو٢ (س + ٣) = ٠ ⇐ ٢^٠ = س + ٣

١ = س + ٣ ⇐ س = -٢

نقطة التقاطع (-٢، ٠)

مثال: جد مدى الاقتران

ق(س) = لو٣ (س) عندما (-س > ٢)

الحل: ق(٢٤٣) = لو٣ ٢٤٣ = ٥

المدى (-∞، ٥]

مثال: جد مدى الاقتران ق(س) = لو٢ (س) عندما لو٢ (س) ≤ ٦.

الحل: ق(١/٣٢) = لو٢ ١/٣٢ = -٥

ق(٦٤) = لو٢ ٦٤ = ٦

المدى [-٥، ٦]

مركز هيب الهندسة
٠٧٨٦٥٠٥٢٧٨

هويد الجلامده ٠٧٨٨٧٢٢٦٩٦

سؤال: ليكن الشكل المجاور يمثل الاقتران ق: ق(س) = لو س أجب عما يأتي
٢

١) ما مجال الاقتران ق؟

٢) جد مدى الاقتران ق(س) عندما ٠ < س ≤ ٣٢

٣) ما احداثيات نقطة تقاطع منحنى الاقتران ق(س) مع محور السينات؟

٤) هل منحنى ق(س) متزايد أم متناقص؟

سؤال: جد مدى الاقتران ق(س) = لو س عندما
٢
٠ < س ≤ ١٢٨

سؤال: جد مدى الاقتران ق(س) = لو س عندما
٣
$\frac{1}{81} \leq س \leq 243$ ،

سؤال: جد مجال الاقترانات الآتية:

١) ق(س) = لو (س − ١)
٥

٢) ق(س) = لو (٣ − س)
٤

٣) ق(س) = لو س
٣

سؤال: جد نقطة تقاطع منحنيات الاقترانات الآتية مع محور السينات إن

١) ق(س) = لو (س − ١)
٢

٢) ق(س) = لو (س + ٢)
٣

٣) ق(س) = لو س
٥

الدوال الأسية واللوغاريتمية

الدوال الأسية

* دالة الدالة الأسية هي دالة على صورة $f(x)=a^x$ حيث a عدد ثابت موجب لا يساوي 1 و x متغير.

مجال الدالة الأسية: $\mathbb{R}$

مدى الدالة الأسية: $(0,\infty)$

1) $y=3^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9

2) $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$

3) $y=2^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

4) $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

5) $y=10^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	1	10	100

6) $y=\left(\frac{1}{10}\right)^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$

7) $y=e^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{e^2}$	$\frac{1}{e}$	1	e	e^2

8) $y=\left(\frac{1}{e}\right)^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	e^2	e	1	$\frac{1}{e}$	$\frac{1}{e^2}$

* خواص الدالة الأسية $f(x)=a^x$ حيث $a>0$ و $a\neq 1$

1) $a^0=1$

2) $a^1=a$

3) $a^x=a^y \Leftrightarrow x=y$

4) $a^x=1 \Leftrightarrow x=0$

5) $a^x=a^{-x} \Leftrightarrow x=0$

6) $a^x=a^y \Leftrightarrow x=y$

7) $a^x=b^x \Leftrightarrow a=b$

8) $a^x=b^y \Leftrightarrow x=y=0$

9) $a^x=b^{-x} \Leftrightarrow x=0$

10) $a^x=b^y \Leftrightarrow a=b=1$

11) $a^x=b^x \Leftrightarrow x=0$

12) $a^x=b^y \Leftrightarrow x=y=0$

13) $a^x=b^{-x} \Leftrightarrow x=0$

14) $a^x=b^y \Leftrightarrow a=b=1$

15) $a^x=b^x \Leftrightarrow x=0$

16) $a^x=b^y \Leftrightarrow x=y=0$

17) $a^x=b^{-x} \Leftrightarrow x=0$

18) $a^x=b^y \Leftrightarrow a=b=1$

19) $a^x=b^x \Leftrightarrow x=0$

١٥) $\log_3 x^2 - \log_3 x = 1$

$\log_3 \frac{x^2}{x} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x} = 3$

$x \neq 0$

$x = 3$

١٦) $\log_2 x^2 - \log_2 x = 1$

$\log_2 \frac{x^2}{x} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x} = 2$

$x \neq 0$

$x = 2$

١٧) $\log_2 x^2 - \log_2 (x-1) = 1$

$\log_2 \frac{x^2}{x-1} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x-1} = 2$

$x \neq 1$

$x^2 = 2x - 2$

$x^2 - 2x + 2 = 0$

$\Delta = 4 - 8 = -4 < 0$

لا يوجد حل

١٨) $\log_2 x^2 - \log_2 (x-1) = 2$

$\log_2 \frac{x^2}{x-1} = 2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x-1} = 4$

$x \neq 1$

$x^2 = 4x - 4$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)^2 = 0$

$x = 2$

١٩) $\log_2 (x-1) + \log_2 x = 1$

$\log_2 x(x-1) = 1$

$x(x-1) = 2$

$x^2 - x = 2$

$x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$

$x = 2$ $\quad x = -1$ مرفوض

٢٠) $\log_2 (x-1) + \log_2 (x+1) = 3$

$\log_2 (x-1)(x+1) = 3$

$x^2 - 1 = 8$

$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

$x = 3$ مقبول

٢١) $\log_2 (x-1) + \log_2 (x+1) = 4$

$\log_2 (x-1)(x+1) = 4$

$x^2 - 1 = 16$

$x^2 = 17$

$x = \sqrt{17}$

٢٢) $\log_2 (x-1) + \log_2 x = 1$

$\log_2 x(x-1) = 1$

$x(x-1) = 2$

$x^2 - x = 2$

$x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$

$x = 2$ $\quad x = -1$ مرفوض

٢٣) $\log_2 x + \log_2 (x-2) = 3$

$\log_2 x(x-2) = 3$

$x^2 - 2x = 8$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x-4)(x+2) = 0$

$x = 4$ $\quad x = -2$ مرفوض

٢٤) $\log_2 (x-1) + \log_2 (x+1) = 3$

$\log_2 (x-1)(x+1) = 3$

$x^2 - 1 = 8$

$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

$x = 3$ مقبول

٢٥) $\log_2 (x-1) - \log_2 x^2 = 1$

$\log_2 \frac{x-1}{x^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x^2} = 2$

$x \neq 0$

$x - 1 = 2x^2$

$2x^2 - x + 1 = 0$

$\Delta = 1 - 8 = -7 < 0$

لا يوجد حل

٢٦) $\log_2 x^2 - \log_2 (x-1) = 1$

$\log_2 \frac{x^2}{x-1} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x-1} = 2$

$x \neq 1$

$x^2 = 2x - 2$

$x^2 - 2x + 2 = 0$

$\Delta = 4 - 8 = -4 < 0$

لا يوجد حل

٢٧) $\log_2 x^2 - \log_2 (x-1) = 2$

$\log_2 \frac{x^2}{x-1} = 2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x-1} = 4$

$x \neq 1$

$x^2 = 4x - 4$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)^2 = 0$

$x = 2$

٢٨) $\log_2 (x-1) - \log_2 x^2 = 2$

$\log_2 \frac{x-1}{x^2} = 2 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x^2} = 4$

$x \neq 0$

$x - 1 = 4x^2$

$4x^2 - x + 1 = 0$

$\Delta = 1 - 16 = -15 < 0$

لا يوجد حل

٢٩) $\log_2 x^2 - \log_2 (x-1) = 3$

$\log_2 \frac{x^2}{x-1} = 3 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x-1} = 8$

$x \neq 1$

$x^2 = 8x - 8$

$x^2 - 8x + 8 = 0$

$\Delta = 64 - 32 = 32 > 0$

$x = \frac{8 \pm \sqrt{32}}{2} = \frac{8 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 4 \pm 2\sqrt{2}$

٣٠) $\log_2 x^2 - \log_2 (x-1) = 4$

$\log_2 \frac{x^2}{x-1} = 4 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x-1} = 16$

$x \neq 1$

$x^2 = 16x - 16$

$x^2 - 16x + 16 = 0$

$\Delta = 256 - 64 = 192 > 0$

$x = \frac{16 \pm \sqrt{192}}{2} = \frac{16 \pm 8\sqrt{3}}{2} = 8 \pm 4\sqrt{3}$

٣١) $\log_2 (x-1) + \log_2 (x+1) = 3$

$\log_2 (x-1)(x+1) = 3$

$x^2 - 1 = 8$

$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

$x = 3$ مقبول

٣٢) $\log_2 (x-1) - \log_2 (x+1) = 4$

$\log_2 \frac{x-1}{x+1} = 4 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x+1} = 16$

$x \neq -1$

$x - 1 = 16x + 16$

$15x = -17$

$x = -\frac{17}{15}$ مقبول

٣٣) $\log_2 (x-1) + \log_2 (x+1) = 3$

$\log_2 (x-1)(x+1) = 3$

$x^2 - 1 = 8$

$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

$x = 3$ مقبول

٣٤) $\log_2 (x-1) - \log_2 (x+1) = 2$

$\log_2 \frac{x-1}{x+1} = 2 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x+1} = 4$

$x \neq -1$

$x - 1 = 4x + 4$

$3x = -5$

$x = -\frac{5}{3}$ مقبول

٣٥) $\log_2 x^2 - \log_2 (x-1) = 1$

$\log_2 \frac{x^2}{x-1} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x-1} = 2$

$x \neq 1$

$x^2 = 2x - 2$

$x^2 - 2x + 2 = 0$

$\Delta = 4 - 8 = -4 < 0$

لا يوجد حل

١١) $\int_{1}^{2} (x^4 + 4x^3 + 4x^2)\,dx$

١٢) $\int_{0}^{1} (x^6 - 1)\,dx$

١٣) $\int_{0}^{2} (x^4 - 4x^2)\,dx$

١٤) $\int_{1}^{2} (x^{18} + 2x^{12} + x^6)\,dx$

مثال: أوجد $\int_{0}^{1} x^3\,dx$

الحل:

$$\int_{0}^{1} x^3\,dx = \left[\frac{x^4}{4}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{4} - 0 = \frac{1}{4}$$

مثال: أوجد $\int_{1}^{2} (x^2 + 1)\,dx$

الحل:

$$\int_{1}^{2} (x^2 + 1)\,dx = \left[\frac{x^3}{3} + x\right]_{1}^{2} = \left(\frac{8}{3} + 2\right) - \left(\frac{1}{3} + 1\right) = \frac{10}{3} - \frac{4}{3} = 2$$

مثال: أوجد $\int_{0}^{\pi} \sin x\,dx$

الحل:

$$\int_{0}^{\pi} \sin x\,dx = [-\cos x]_{0}^{\pi} = (-\cos \pi) - (-\cos 0) = 1 + 1 = 2$$

مثال: أوجد $\int_{0}^{1} (x^2 + 2x)\,dx$

الحل:

$$\int_{0}^{1} (x^2 + 2x)\,dx = \left[\frac{x^3}{3} + x^2\right]_{0}^{1} = \left(\frac{1}{3} + 1\right) - 0 = \frac{4}{3}$$

مثال: أوجد $\int_{1}^{2} (x^3 - 1)\,dx$

الحل:

$$\int_{1}^{2} (x^3 - 1)\,dx = \left[\frac{x^4}{4} - x\right]_{1}^{2} = (4 - 2) - \left(\frac{1}{4} - 1\right) = 2 + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

مثال: أوجد $\int_{0}^{1} (x^2 + 1)(x - 1)\,dx$

الحل:

$$\int_{0}^{1} (x^2 + 1)(x - 1)\,dx = \int_{0}^{1} (x^3 - x^2 + x - 1)\,dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x\right]_{0}^{1} = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 1\right) - 0 = -\frac{5}{12}$$

مثال: أوجد $\int_{0}^{1} x^3 (x^2 + 1)^2\,dx$

الحل:

$$\int_{0}^{1} x^3 (x^2 + 1)^2\,dx = \int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 2x^2 + 1)\,dx = \int_{0}^{1} (x^7 + 2x^5 + x^3)\,dx = \left[\frac{x^8}{8} + \frac{2x^6}{6} + \frac{x^4}{4}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{24}$$

مثال: أوجد $\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^5\,dx$

الحل:

$$\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^5\,dx = \frac{1}{4}\int_{0}^{1} 4x^3 (x^4 + 1)^5\,dx = \frac{1}{4}\left[\frac{(x^4 + 1)^6}{6}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{24}(2^6 - 1) = \frac{63}{24} = \frac{21}{8}$$

مثال: أوجد $\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^2\,dx$

الحل:

$$\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^2\,dx = \frac{1}{4}\int_{0}^{1} 4x^3 (x^4 + 1)^2\,dx = \frac{1}{4}\left[\frac{(x^4 + 1)^3}{3}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{12}(2^3 - 1) = \frac{7}{12}$$

مثال: أوجد $\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^3\,dx$

الحل:

$$\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^3\,dx = \frac{1}{4}\int_{0}^{1} 4x^3 (x^4 + 1)^3\,dx = \frac{1}{4}\left[\frac{(x^4 + 1)^4}{4}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{16}(2^4 - 1) = \frac{15}{16}$$

مثال: أوجد $\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^4\,dx$

الحل:

$$\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^4\,dx = \frac{1}{4}\int_{0}^{1} 4x^3 (x^4 + 1)^4\,dx = \frac{1}{4}\left[\frac{(x^4 + 1)^5}{5}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{20}(2^5 - 1) = \frac{31}{20}$$

مثال: أوجد $\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^5\,dx$

الحل:

$$\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^5\,dx = \frac{1}{4}\int_{0}^{1} 4x^3 (x^4 + 1)^5\,dx = \frac{1}{4}\left[\frac{(x^4 + 1)^6}{6}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{24}(2^6 - 1) = \frac{63}{24} = \frac{21}{8}$$

مثال: أوجد $\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^6\,dx$

الحل:

$$\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^6\,dx = \frac{1}{4}\int_{0}^{1} 4x^3 (x^4 + 1)^6\,dx = \frac{1}{4}\left[\frac{(x^4 + 1)^7}{7}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{28}(2^7 - 1) = \frac{127}{28}$$

مثال: أوجد $\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^7\,dx$

الحل:

$$\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^7\,dx = \frac{1}{4}\int_{0}^{1} 4x^3 (x^4 + 1)^7\,dx = \frac{1}{4}\left[\frac{(x^4 + 1)^8}{8}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{32}(2^8 - 1) = \frac{255}{32}$$

مثال: أوجد $\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^8\,dx$

الحل:

$$\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^8\,dx = \frac{1}{4}\int_{0}^{1} 4x^3 (x^4 + 1)^8\,dx = \frac{1}{4}\left[\frac{(x^4 + 1)^9}{9}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{36}(2^9 - 1) = \frac{511}{36}$$

مثال: أوجد $\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^9\,dx$

الحل:

$$\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^9\,dx = \frac{1}{4}\int_{0}^{1} 4x^3 (x^4 + 1)^9\,dx = \frac{1}{4}\left[\frac{(x^4 + 1)^{10}}{10}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{40}(2^{10} - 1) = \frac{1023}{40}$$

مثال: أوجد $\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^{10}\,dx$

الحل:

$$\int_{0}^{1} x^3 (x^4 + 1)^{10}\,dx = \frac{1}{4}\int_{0}^{1} 4x^3 (x^4 + 1)^{10}\,dx = \frac{1}{4}\left[\frac{(x^4 + 1)^{11}}{11}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{44}(2^{11} - 1) = \frac{2047}{44}$$

تطبيقات

مثال: جد قيمة تقريبية (لأقرب مئة لتسعة عشريتين) لكل مما يأتي (باستخدام الآلة الحاسبة):

١) لو ٦٥
٢) لو ٤,٥
٣) لو ١٥ هـ
٤) لو ٧,٢ هـ
٥) لو ٧ = لو ٧ / لو ٢

١) Log → 65 → =
٢) Log → 4.5 → =
٣) ln → 15 → =
٤) ln → 7.2 → =
٥) Log → 7 → ÷ → Log → 2 → =

مثال: اذا علمت أن لو س = ٠,٥ جد قيمة س ك (باستخدام الآلة الحاسبة)

الحل: Shift → Log → 2.5 → =

مثال: حل المعادلات الآتية باستخدام الآلة الحاسبة:

١) لو س = ٠,٨٩٩ -
Shift → Log → - → 0.0899 → =

٢) لو س = ٣
هـ
Shift → ln → 3 → =

٣) ٥^س = ٤ ⟺ لو ٤ = س
٥
Log → 4 → ÷ → Log → 5 → =

سؤال: اكتب خطط استخدم الآلة الحاسبة في ايجاد ما يلي:

١) لو ٠,٢٣
٢) لو ٦
هـ
٣) لو ٧
٣

سؤال: حل المعادلات الآتية باستخدام الآلة الحاسبة:

١) لو س = -٢,٣
٢) لو س = ١,٥
٣) لو س = ٠,٣
هـ
٤) ٣^س = ٦,٧

تطبيقات اقتصادية

١ الفائدة مركبة وتضاف سنوياً

$$ب = م(١+ف)^{ن}$$

٢ الفائدة بسيطة وتضاف باستمرار

$$ب = م \times ه^{ف \times ن}$$ ، حيث $ه = ٢,٧١٨$

٣ الفائدة مركبة وتحسب (ك) مرة في السنة

$$ب = م(١+\frac{ف}{ك})^{ن \times ك}$$

حيث:

ب: جملة المبلغ ، م: المبلغ

ف: الفائدة ، ن: الزمن

مثال: جد جملة مبلغ (٥٠٠) دينار استثمرت في بنك لمدة (٥) سنة على اساس فائدة مركبة بمعدل ٦٪ سنوياً (علماً أن $(١,٠٦)^{٥} = ١,٣٣٨$)

الحل: $م = ٥٠٠$ ، $ن = ٥$ ، $ف = ٦٪$

$$ب = م(١+ف)^{ن}$$

$$= ٥٠٠(١+٠,٠٦)^{٥}$$

$$= ٥٠٠(١,٠٦)^{٥}$$

$$= ٥٠٠ \times ١,٣٣٨$$

$$= ٦٦٩ \text{ دينار}$$

مثال: استثمر سليم مبلغ (١٠٠٠) دينار في بنك على اساس فائدة مركبة بمعدل ٦٪ سنوياً، جد جملة المبلغ بعد مرور اربع سنوات على ان تتم الفائدة تضاف سنوياً (علماً ان $(١,٠٦)^{٤} = ١,٢٦٢$ ، $\log ١,٠٦ = ٠,٠٢٥٣$)

الحل: $م = ١٠٠٠$ ، $ف = ٦٪$ ، $ن = ٤$

$$ب = م(١+ف)^{ن}$$

$$= ١٠٠٠(١+٠,٠٦)^{٤}$$

$$= ١٠٠٠(١,٠٦)^{٤}$$

$$\log ب = \log ١٠٠٠ (١,٠٦)^{٤}$$

$$= \log ١٠٠٠ + ٤ \log ١,٠٦$$

مثال: أودع عادل مبلغ (٤٠٠) دينار في حساب توفير بمعدل مركب (٨٪) سنوياً، فبلغت بعد مرور ثلاثين (١٠٨٠) دينار، جد المدة (ن) بالسنوات، (علماً بأن $\log ٢ = ٠,٣٠١$ ، $\log ١,٠٨ = ٠,٠٣٤$)

الحل: $م = ٤٠٠$ ، $ف = ٨٪$

$$ب = ١٠٨٠$$

$$ب = م(١+ف)^{ن}$$

$$١٠٨٠ = ٤٠٠(١+٠,٠٨)^{ن}$$ بالقسمة

$$٢,٧ = (١,٠٨)^{ن}$$

$$\log ٢,٧ = ن \log ١,٠٨$$

$$ن = \frac{\log ٢,٧}{\log ١,٠٨} = \frac{٠,٤٣٠١}{٠,٠٣٤} =$$

مثال: استثمر سليم مبلغ (١٠٠٠) دينار في بنك على اساس فائدة مركبة بمعدل ٦٪ سنوياً، جد جملة المبلغ بعد مرور اربع سنوات على ان تتم الفائدة تضاف سنوياً (علماً ان $\log ١,٠٦ = ٠,٠٢٥٣$ ، $\log ١,٢٦٢ = ٠,١٠١$)

الحل: $م = ١٠٠٠$ ، $ف = ٦٪$ ، $ن = ٤$

$$ب = م(١+ف)^{ن}$$

$$= ١٠٠٠(١+٠,٠٦)^{٤}$$

$$= ١٠٠٠(١,٠٦)^{٤}$$

$$\log ب = \log ١٠٠٠ + ٤ \log ١,٠٦$$

$$\text{لو}_{\text{هـ}} = ٣ + ٤ \times \text{لو}_{١٠}\ ١٢٥٣$$

$$\text{لو}_{\text{هـ}} = ٣ + ١٢٥٣ \times \text{لو}_{١٠}$$

$$\text{لو}_{\text{هـ}} = ٣ + ٣٠١٠ \times ٢$$

$$\boxed{\text{هـ} = ١٢٦٢}$$

مثال/ اودع علي مبلغ (٤٠٠٠) دينار في أحد البنوك بفائده بمعدل فائده قدرها ٥٪ واحتسب البنك الفائده باستمرار ما هي جملة المبلغ بعد (٢٠) سنه ؟

الحل/ م = ٤٠٠٠ ، ف = ٥٪ ، ن = ٢٠

$$\text{م} = \text{م}_{\text{ه}}^{\text{ف} \times \text{ن}} = ٤٠٠٠ \times (٢٧)^{\frac{٥}{١٠٠} \times ٢٠}$$

$$= ٤٠٠٠ \times ٢٧ = ١٠٨٠٠$$

مثال/ تم ايداع مبلغ من المال في أحد البنوك بفائده (١٠٪) سنوياً. واحتسب البنك الفائده باستمرار، اذا علمت أن جمله المبلغ بعد مرور (١٠) سنوات قد بلغت (٢٧٠٠) دينار فما قيمة المبلغ الذي تم ايداعه؟ (علماً بأن هـ = ٢٧)

الحل/ ف = ١٠٪ ، ن = ١٠ ، م = ٢٧٠٠

$$\text{م} = \text{م}_{\text{ه}}^{\text{ف} \times \text{ن}}$$

$$٢٧٠٠ = \text{م} \times (٢٧)^{\frac{١٠}{١٠٠} \times ١٠}$$

$$٢٧٠٠ = \text{م} \times ٢٧ \Leftarrow \text{م} = \frac{٢٧٠٠}{٢٧}$$

$$\text{م} = ١٠٠٠$$

مثال/ تتكاثر البكتيريا حسب العلاقه:

$$\text{ع}_{٢} = \text{ع}_{١} \text{ هـ}^{\text{ن}}$$ حيث: ع١: عدد البكتيريا الحالي

ع٢: عدد البكتيريا بعد ن دقيقة، بعد كم دقيقة يصبح عدد البكتيريا (٣) أمثال عددها الحالي علماً بأن (لو٣ = ٤٨ر، لو هـ = ٤٣ر)

مركز هيب الهندسة ٠٧٨٦٥٠٥٢٧٨

الحل/ ع٢ = ٣ ع١

$$\text{ع}_{٢} = \text{ع}_{١} \text{ هـ}^{\text{ن}}$$

$$٣ \text{ ع}_{١} = \text{ع}_{١} \text{ هـ}^{\text{ن}}$$

$$٣ = \text{هـ}^{\text{ن}}$$

$$\text{لو}_{\text{هـ}} ٣ = \text{ن} \times \text{لو}_{\text{هـ}} \text{هـ}$$

$$٤٨ر = \text{ن} \times ٤٣ر$$

$$\text{ن} = \frac{٤٨}{٤٣} = \frac{٤٨}{١٠٠} \times \frac{١٠٠}{٤٣}$$

$$\text{ن} = \frac{٤٨}{٨٦} \times \frac{١٠٠٠٠}{١٠٠}$$

$$\text{ن} = \frac{٤٨٠٠}{٨٦} = ٥٥٫٨$$

مثال/ اذا كانت ع = ٥٠٠ - ٢ط تمثل معادله (الحر - الطلب)، ف: عدد الوحدات المباعه من سلعه ما، ع: السعر بالدينار للوحده الواحده الحر: اذا كان عدد الوحدات المباعه (٢٠٠٠) وحده، علماً أن (هـ = ٧)

الحل/

$$\text{ع} = ٥٠٠ - \frac{١}{٢} (٢٧)^{\frac{٥}{١٠٠٠} \times ٢٠٠٠}$$

$$\text{ع} = ٥٠٠ - \frac{١}{٢} \times ٢٧$$

$$= ٥٠٠ - \frac{٢٧}{٢}$$

مثال/ حصل يوسف على قرض من البنك قيمته (١٠٠٠) دينار بمعدل فائدة مركبة ٨٪ سنوياً. واراد تسديد القرض على شكل اقساط متساويه كل (٣) شهور قسط لمدة (٣) سنوات علماً بأن المطلوب:

١) عدد الاقساط المستحقه.

٢) جمله المبلغ المستحق على يوسف بعد (٣) سنوات علماً بأن $(١٫٠٢)^{١٢} = ١٢٦٨٢٤١$

فوزي الجلاد ٠٧٨٨٧٣٢٦٩٦
مركز حبيب الهندسة ٠٧٨٦٥٠٥٢٧٨

الحل: م = ١٠٠٠ ، ف = ٨٪ ، ن = ٣
كل ٣ شهور قسط.

١) ك = ١٢/٣ = ٤ أقساط في السنة

عدد الأقساط = ٣ × ٤ = ١٢ قسط

٢) م = م (١ + ف/ك)^(ن×ك)

= ١٠٠٠ (١ + ٨٪/٤)^١٢

= ١٠٠٠ (١٫٠٢)^١٢

= ١٠٠٠ × ١٫٢٦٨٢٤١ = ١٢٦٨٫٢٤

سؤال: يتزايد عدد سكان احدى المدن حسب العلاقة ع = ٤٫٥ هـ^٠٫٣ (حيث ع: عدد السكان بعد (هـ) سنة ، P: نسبة الزيادة السنوية في عدد السكان، حاول كم سنة يتضاعف عدد سكان المدينة علماً بأن (لو ٢ = ٠٫٦٩)

سؤال: اودع سالم مبلغ (١٠٠٠) دينار في بنك لمدة (١٢) سنة على اساس فائدة مركبة بمعدل ٣٪ سنوياً، احسب قيمة المبلغ في نهاية المدة اذا علمت أن (١٫٠٣)^١٢ = ١٫٤٢٥٧٩

سؤال: أودع محمود مبلغ (١٠٠٠) دينار في صندوق توفير بمعدل فائدة مركبة (٨٪) فبلغت قيمة المبلغ بعد (٨) من السنين (١٠٠٠) دينار، احسب مدة (٨) بالسنوات اذا علمت أن لو ١٫٠٨ = ٠٫٠٣٣

سؤال: أودع علي مبلغ (١٠٠٠) دينار في صندوق التوفير بمعدل فائدة بسيطة قدرها ٥٪ سنوياً، واحتسبت له الفائدة باستمرار. ما قيمة المبلغ بعد (٥) سنة، علماً بأن (هـ^٠٫٢٥ = ١٫٢٧)

سؤال: أودع حمدان مبلغ (٥٠٠) دينار في صندوق التوفير بمعدل فائدة بسيطة قدرها (٥٫٥٪) سنوياً، واحتسبت الفائدة باستمرار فاذا بلغت قيمة المبلغ

سؤال: حصل سامي على قرض لشراء أحد البنوك قيمته (١٠٠٠٠) دينار، فائدة مركبة ٩٪ سنوياً، واراد سداد المبلغ على شكل اقساط متساوية كل ٤ شهور قسط، لمدة اربع سنوات، ما يلي:

١) عدد الاقساط السنوية.

٢) جملة المبلغ المستحق على سامي بعد (٤) سنوات علماً أن (١٫٠٣)^١٢ = ١٫٤٢٥٧

٣) قيمة كل قسط.