الدرس الأول : الأنماط

مثال (١) : أكمل ما يلي :

١) ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ... ، ...

٢) ٥ ، ٨ ، ١١ ، ١٤ ، ... ، ...

٣) ١٥ ، ١١ ، ٧ ، ٣ ، ... ، ...

٤) ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ... ، ...

النمط العددي :
هو مجموعة من الأعداد المرتبة وفق قاعدة نمط معينة .

الحل : لاحظ :

- في النمط ١ أننا نزيد (نضيف) ٢ كل مرة ← ١٠ ، ١٢
- في النمط ٢ أننا نزيد ٣ كل مرة ← ١٧ ، ٢٠
- في النمط ٣ أننا نطرح كل مرة ٤ ← -١ ، -٥
- في النمط ٤ الزيادة غير ثابتة ، ونلاحظ أيضا أن النمط يمثل المربعات الكاملة لذلك نكمل كما يلي ← ٢٥ ، ٣٦

- النمط العددي عبارة عن مجموعة من الأعداد مرتبة وفق قاعدة معينة ، يسمى العدد الأول فيها بالحد الأول ، العدد الثاني بالحد الثاني ، .... وهكذا .

الأعداد ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ... تستخدم للدلالة على ترتيب العدد في النمط .

فمثلاً : في النمط ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ...

العدد ٣ ترتيبه ١ ، العدد ٥ ترتيبه ٢ ، العدد ٧ ترتيبه ٣ ، .... وهكذا ، ويمكن كتابة ذلك باستخدام جدول كما يلي :

ترتيب العدد	١	٢	٣	٤	٥	٦
العدد في النمط	٣	٥	٧	٩	١١	١٣

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

أو وضع أرقام صغيرة فوق العدد في النمط للدلالة على ترتيبه كما يلي :

$٣^{١}$ ، $٥^{٢}$ ، $٧^{٣}$ ، $٩^{٤}$ ، $١١^{٥}$ ، $١٣^{٦}$ ، ...

- قاعدة النمط : هي عبارة عن تعبير جبري تستخدم لإيجاد أي حد إذا علم ترتيبه ، وتكون على إحدى الصور التالية :

$أ س + ب$ ، $أ س^{٢} + ب س + جـ$ ، $س^{٣} + جـ$ ، $أ ، ب ، جـ \ni ع$

((مع ملاحظة أنه يوجد صور أخرى سوف تدرسها في صفوف لاحقة))

** كيف نجد قاعدة النمط :

- إذا كانت الزيادة (النقصان) ثابتة بين كل حد والذي يليه ، فإن قاعد النمط تكون على الصورة $أ س + ب$ ، حيث $أ$ = مقدار الزيادة (النقصان)

ولإيجاد قيمة (ب) نستخدم العلاقة التالية $أ + ب$ = الحد الأول .

مثال (٢) : اكتب قاعدة كل نمط مما يأتي :

١) ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ...

٢) ٣ ، ٧ ، ١١ ، ١٥ ، ١٩ ، ...

٣) ١٦ ، ١٣ ، ١٠ ، ٧ ، ٤ ، ...

الحل :

١) ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ...

مقدار الزيادة ثابت = ٢ (القاعدة $أ س + ب$) ← $\boxed{أ = ٢}$

لإيجاد قيمة ب ، $أ + ب$ = الحد الأول ،، $٢ + ب = ٣$ ← $\boxed{ب = ١}$

إذاً قاعدة النمط هي $٢ س + ١$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٢) ٣ ، ٧ ، ١١ ، ١٥ ، ١٩ ، ... .

مقدار الزيادة ثابت = ٤ (القاعدة أس + ب) ← $\boxed{أ = ٤}$

لإيجاد قيمة ب ، أ + ب = الحد الأول ،، ٤ + ب = ٣ ← $\boxed{ب = -١}$

إذاً قاعدة النمط هي ٤س − ١

٣) ١٦ ، ١٣ ، ١٠ ، ٧ ، ٤ ، ... .

مقدار النقصان ثابت = -٣ (القاعدة أس + ب) ← $\boxed{أ = -٣}$

لإيجاد قيمة ب ، أ + ب = الحد الأول

− ٣ + ب = ١٦ ← $\boxed{ب = ١٩}$

إذاً قاعدة النمط هي − ٣س + ١٩

مثال (٣) : اكتب قاعدة كل نمط مما يأتي :

١) $\frac{٣}{٢}$ ، ٣ ، $\frac{٩}{٢}$ ، ٦ ، $\frac{١٥}{٢}$ ، .... .

٢) ١ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٧}$ ، $\frac{١}{٩}$ ، .... .

الحل :

١) نعيد كتابة النمط كما يلي :

$\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٦}{٢}$ ، $\frac{٩}{٢}$ ، $\frac{١٢}{٢}$ ، $\frac{١٥}{٢}$ ، .... .

لاحظ أن المقام ثابت = ٢ يبقى كما هو ونجد قاعدة نمط البسط .

٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ... .

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

مقدار الزيادة ثابت = ٣ (القاعدة أس + ب) ← $\boxed{أ = ٣}$

لإيجاد قيمة ب ، أ + ب = الحد الأول ،، ٣ + ب = ٣ ← $\boxed{ب = ٠}$

إذاً قاعدة النمط للبسط هي ٣س

قاعدة النمط كاملاً $\frac{٣س}{٢}$

٢) نعيد كتابة النمط كما يلي :

$\frac{١}{١}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٧}$ ، $\frac{١}{٩}$ ، .... ،

لاحظ أن البسط ثابت = ١ يبقى كما هو ونجد قاعدة نمط المقام ٠

١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ٠٠٠ ،

مقدار الزيادة ثابت = ٢ (القاعدة أس + ب) ← $\boxed{أ = ٢}$

لإيجاد قيمة ب ، أ + ب = الحد الأول ،، ٢ + ب = ١ ← $\boxed{ب = -١}$

إذاً قاعدة النمط للمقام هي ٢س − ١

قاعدة النمط كاملاً $\frac{١}{٢س - ١}$

تدريب :

نمط عددي حده الثالث ٩ ، حده الرابع ١١ ٠

أكتب قاعدة النمط ، ثم جد حده العاشر ٠

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

• تتبع المثال التالي :

مثال (٤) :

أكمل النمط الآتي إلى العدد السادس ، ثم أكتب قاعدته :

٢ ، ٦ ، ١٢ ، ٢٠ ، ... ، ...

الحل :

لاحظ العلاقة بين كل حد والتالي له (الفرق بين كل حد والحد الذي يليه)

- الفرق بين الحدين ١ ، ٢ = ٤
- الفرق بين الحدين ٢ ، ٣ = ٦
- الفرق بين الحدين ٣ ، ٤ = ٨
- إذاً الفرق بين الحدين ٤ ، ٥ = ١٠ ، الحد الخامس ٣٠ ، الحد السادس ٣٢

لكتابة قاعدة النمط :

لاحظ أن الفروق ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ... تزداد بمقدار ثابت ، وهذا يدل على أن قاعدة النمط ليست خطية ، قاعدة النمط تربيعية

ترتيب العدد	العدد في النمط	التبرير بكتابة نمط
١	٢	$(١+١)\times١=٢\times١$
٢	٦	$(١+٢)\times٢=٣\times٢$
٣	١٢	$(١+٣)\times٣=٤\times٣$
٤	٢٠	$(١+٤)\times٤=٥\times٤$
٥	٣٠	$(١+٥)\times٥=٦\times٥$
٦	٤٢	$(١+٦)\times٦=٧\times٦$
س		$(١+س)\times س=(١+س)\times س$
لاحظ تسلسل العمود الأخير : ترتيب العدد × (ترتيب العدد + ١)		

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

إذاً قاعدة النمط هي $س^{٢} + س$

مثال (٥) : أكتب قاعدة النمط الآتي :

٤ ، ١٠ ، ١٨ ، ٢٨ ، ٤٠ ، ٠٠٠

الحل : الفرق بين كل حد والذي يليه ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢ ، ٠٠٠ ، لاحظ أن الزيادة ثابتة

لذلك قاعدة النمط تربيع (أس ٢) ٠

ترتيب العدد	العدد في النمط	التبرير بكتابة نمط
١	٤	$(٣+١)\times١=٤\times١$
٢	١٠	$(٣+٢)\times٢=٥\times٢$
٣	١٨	$(٣+٣)\times٣=٦\times٣$
٤	٢٨	$(٣+٤)\times٤=٧\times٤$
٥	٤٠	$(٣+٥)\times٥=٨\times٥$
٦	٥٤	$(٣+٦)\times٦=٩\times٦$
س		$س\times(س+٣)=س\times(س+٣)$
لاحظ تسلسل العمود الأخير : ترتيب العدد × (ترتيب العدد + ٣)		
إذاً قاعدة النمط هي $س^{٢} + ٣ س$		

تدريب :

في المثال السابق أكتب الحد العاشر

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

حل تدريب (١) ص٤٢ :

نكتب النمط بالأعداد : ٢ ، ٥ ، ١٠ ، ١٧ ، ... ، ... ، ...

الحل : الفرق بين كل حد والذي يليه ٣ ، ٥، ٧ ، ... ، ... ، ... ، لاحظ أن الزيادة ثابتة

لذلك قاعدة النمط تربيع (أس ٢) .

ترتيب العدد	العدد في النمط	التبرير بكتابة نمط
		(ترتيب العدد × نفسه) + ١
١	٢	١+(١×١)
٢	٥	١+(٢×٢)
٣	١٠	١+(٣×٣)
٤	١٧	١+(٤×٤)
٥	...	...
٦	...	...
س		(س×س)+١ = س^{٢}+١
لاحظ تسلسل العمود الأخير : (ترتيب العدد × نفسه) + ١		
إذاً قاعدة النمط هي س^{٢} + ١		

حل تدريب (٢) ص٤٢ :

نكتب النمط بالأعداد : ١ ، ٣ ، ٦ ، ١٠ ، ... ، ... ، ...

الحل : الفرق بين كل حد والذي يليه ٢ ، ٣ ، ٤ ، ... ، لاحظ أن الزيادة ثابتة

لذلك قاعدة النمط تربيع (أس ٢) .

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

ترتيب العدد	العدد في النمط	التبرير بكتابة نمط
١	١	$\frac{١\times(١+١)}{٢}$
٢	٣	$\frac{٢\times(١+٢)}{٢}$
٣	٦	$\frac{٣\times(١+٣)}{٢}$
٤	١٠	$\frac{٤\times(١+٤)}{٢}$
٥	...	...
٦	...	...
س		$\frac{س\times(١+س)}{٢}$
لاحظ تسلسل العمود الأخير : ترتيب العدد ×(ترتيب العدد + ١)		
إذاً قاعدة النمط هي $\frac{س^{٢}+س}{٢}$		

الشكل الخامس : $\frac{٥+^{٢}(٥)}{٢}=١٥$ حل براءة صحيح

الشكل الخامس : $\frac{٦+^{٢}(٦)}{٢}=٢١$ حل براءة خاطئ

لحظة تفكير في التدريب الثاني : للوصول إلى علاقة مباشرة بين العدد في النمط وترتيبه

(ترتيب العدد × عدد ما = العدد في النمط) : نضرب النمط في عدد مناسب ، ثم نجد قاعدة النمط الجديد ، ثم في النهاية نقسم قاعدة النمط الجديد على هذا العدد لنحصل على قاعدة النمط الأصلي . (ينطبق هذا التفكير فقط في حال عدم وجود علاقة مباشرة بين العدد في النمط وترتيبه)

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

في هذا التدريب نضرب النمط الأصلي في ٢ لنحصل على النمط الجديد التالي :

٢ ، ٦ ، ١٢ ، ٢٠ ، ... ، ... ، ...

ترتيب العدد	العدد في النمط الجديد	التبرير بكتابة نمط
١	٢	$(١+١)\times١=٢\times١$
٢	٦	$(١+٢)\times٢=٣\times٢$
٣	١٢	$(١+٣)\times٣=٤\times٣$
٤	٢٠	$(١+٤)\times٤=٥\times٤$
٥	...	...
٦	...	...
س		$س\times(س+١)=س\times(س+١)$

لاحظ تسلسل العمود الأخير : ترتيب العدد ×(ترتيب العدد + ١)

إذاً قاعدة النمط الجديد هي $س^{٢}+س$

وبما أننا ضربنا النمط الأصلي في ٢

نقسم قاعدة النمط الجديد على ٢

إذاً قاعدة النمط الأصلي هي $\frac{س^{٢}+س}{٢}$

ملاحظة :

التفكير هنا لا يصلح لكل الحالات التي تكون قاعدة النمط فيها تربيعية ، وكذلك طريقة اكتشاف قاعدة النمط كما في الكتاب المدرسي ٠ (طريقة الاكتشاف تحتاج لوقت طويل للوصول إلى قاعدة النمط) ٠

في نهاية الدرس // مثال يوضح كيفية إيجاد قاعدة النمط إذا كانت تربيعية ٠

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

حل تدريب (٣) ص٤٢ :

١) اكتشف قاعدة كل نمط مما يأتي ، ثم أكتب العدد الناقص :

أ) ١ ، ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، ١٢٥ ، ... ،

الحل : لاحظ أن الأعداد في النمط تمثل مكعبات كاملة ، قاعدة النمط $س^{٣}$

الحد الناقص هو الحد السادس $(٦)^{٣} = ٢١٦$

ب) ٦ ، ١١ ، ١٦ ، ٢١ ، ٢٦ ، ٣١ ، ... ،

الحل :

مقدار الزيادة ثابت = ٥ (القاعدة أس + ب) ← $\boxed{أ = ٥}$

لإيجاد قيمة ب ، أ + ب = الحد الأول ،، ٥ + ب = ٦ ← $\boxed{ب = ١}$

إذاً قاعدة النمط هي ٥س + ١

** الحد الناقص هو الحد السابع وبما أن الزيادة ثابتة وتساوي ٥ ، الحد السابع = ٣٦ .

أو نعوض ٧ (ترتيب الحد في النمط) في قاعدة النمط ← $٥(٧) + ١ = ٣٦$

جـ) $\frac{٥}{٢}$ ، ٥ ، $\frac{١٥}{٢}$ ، ١٠ ، $\frac{٢٥}{٢}$ ، ... ،

الحل :

نعيد كتابة النمط كما يلي :

$\frac{٥}{٢}$ ، $\frac{١٠}{٢}$ ، $\frac{١٥}{٢}$ ، $\frac{٢٠}{٢}$ ، $\frac{٢٥}{٢}$ ، .... ،

لاحظ أن المقام ثابت = ٢ يبقى كما هو ونجد قاعدة نمط البسط .

٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ... ،

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

مقدار الزيادة ثابت = ٥ (القاعدة أس + ب) ← $\boxed{أ = ٥}$

لإيجاد قيمة ب ، أ + ب = الحد الأول ،، ٥ + ب = ٥ ← $\boxed{ب = ٠}$

إذاً قاعدة النمط للبسط هي ٥س

قاعدة النمط كاملاً $\frac{٥س}{٢}$

** الحد الناقص هو الحد السادس ، وبما أن مقدار الزيادة في البسط ثابت ويساوي ٥

والمقام ثابت = ٢ ، إذا الحد السادس = $\frac{٢٥}{٢} + \frac{٥}{٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$

أو نعوض ٦ (ترتيب الحد السادس) في قاعدة النمط ← $\frac{(٦)٥}{٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$

٢) أكتب نمطاً يعبر عن القاعدة ٢ ك−١ .

الحل :

نعوض ترتيب العدد في قاعدة النمط لإيجاد العدد في النمط .

ترتيب العدد	١	٢	٣	٤	٥	٦
٢ ك−١	٢(١)−١	٢(٢)−١	٢(٣)−١	٢(٤)−١	٢(٥)−١	٢(٦)−١
العدد في النمط	١	٣	٥	٧	٩	١١

** فكر وناقش ص١٤

تدريب ٢ صفحة ٤٢ /// نفس خطوات الحل

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

مثال (٦) : مثال (٣) من الكتاب المدرسي :

اشترى سعيد سيارة بمبلغ ١٢٠٠٠ دينار ، ودفع من ثمنها ٥٠٠٠ دينار دفعة أولى على أن يدفع الباقي على أقساط شهرية ، إذا كان قيمة القسط الشهري ١٤٠ دينار ، فأجب عما يأتي :

١) ما مجموع ما يدفعه سعيد بعد خمسة أشهر ؟

الحل :

المبلغ المدفوع بعد ٥ أشهر = مقدار الدفعة الأولى + (القسط الشهري × عدد الأشهر)

= ٥٠٠٠ + (١٤٠ × ٥)

= ٥٠٠٠ + ٧٠٠ = ٥٧٠٠ ديناراً

٢) أكتب قاعدة النمط التي تعبر عن مجموع ما يدفع من ثمن السيارة بعد عدد من الأشهر

الحل :

نفرض عدد الأشهر س

ثمن السيارة = مقدار الدفعة الأولى + (القسط الشهري × عدد الأشهر)

= ٥٠٠٠ + (١٤٠ × س)

٣) ما مجموع ما يدفعه بعد سنتين ؟

الحل : سنتين = ٢٤ شهر

المبلغ المدفوع بعد ٢٤ أشهر = مقدار الدفعة الأولى + (القسط الشهري × عدد الأشهر)

= ٥٠٠٠ + (١٤٠ × ٢٤)

= ٥٠٠٠ + ٣٣٦٠ = ٨٣٦٠ ديناراً

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

٤) ما عدد الأشهر التي يحتاجها لتسديد ثمن السيارة إن التزم بدفع الأقساط الشهرية ؟

الحل :

ثمن السيارة = مقدار الدفعة الأولى + (القسط الشهري × عدد الأشهر)

١٢٠٠٠ = ٥٠٠٠ + (١٤٠ × س)

١٢٠٠٠ = ٥٠٠٠ + ١٤٠ س

١٢٠٠٠ ـ ٥٠٠٠ = ٥٠٠٠ ـ ٥٠٠٠ + ١٤٠ س (إضافة النظير الجمعي للطرفين)

٧٠٠٠ = ١٤٠ س ← $\frac{١}{١٤٠} \times$ ٧٠٠٠ = $\frac{١}{١٤٠} \times$ ١٤٠ س (الضرب في النظير الضربي)

س = $\frac{٧٠٠٠}{١٤٠}$ ← س = ٥٠ شهراً .

حل تدريب (٤) ص٤٦ :

البكتيريا كائنات حية وحيدة الخلية ، إذا علمت أن أحد أنواعها يتكاثر بانقسام الخلية إلى أربع خلايا في الثانية الواحدة ، جد :

١) عدد الخلايا الناتجة عن الانقسام بعد مرور ثانيتين ، ثلاث ثوان ، أربع ثوان .

الحل :

- في الثانية الأولى ينتج لدينا ٤ خلايا . ١ × ٤ ← $٢^{٢}$
- في الثانية الثانية عندنا (٤) خلايا من الانقسام الأول ، وكل خلية تنقسم إلى ٤ خلايا ، إذا يكون عدد الخلايا ← ٤ × ٤ = ١٦ = $٢^{٤}$
- في الثانية الثالثة عندنا (١٦) خلية من الانقسام الثاني ، وكل خلية تنقسم إلى ٤ خلايا ، إذا يكون عدد الخلايا ← ٤ × ١٦ = ٦٤ = $٢^{٦}$
- في الثانية الرابعة عندنا (٦٤) خلية من الانقسام الثالث ، وكل خلية تنقسم إلى ٤ خلايا ، إذا يكون عدد الخلايا ← ٤ × ٦٤ = ٢٥٦ = $٢^{٨}$

. . . . . .

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٢) أكتب قاعدة النمط التي تعبر عن عدد الخلايا الناتجة عن الانقسام بعدد عدد من الثواني .

الحل : نفرض عدد الثواني ن

الثواني	١	٢	٣	٤	.....	ن
عدد الخلايا	$٢^{٢}$	$٢^{٤}$	$٢^{٦}$	$٢^{٨}$	.....	
التبرير لكتابة النمط	$٢^{٢\times١}$	$٢^{٢\times٢}$	$٢^{٢\times٣}$	$٢^{٢\times٤}$	.....	$٢^{٢\times ن} = ٢^{٢ن}$

في التبرير : لاحظ أن الأساس ثابت ويساوي ٢ ، بينما الأس ناتج من حاصل ضرب عدد الثواني في ٢ .

٣) ما عدد الخلايا الناتجة عن الانقسام بعد دقيقة ؟

الحل : دقيقة واحدة = ٦٠ ثانية

بتعويض ن = ٦٠ في قاعدة النمط ، عدد الخلايا $= ٢^{٢\times٦٠} = ٢^{١٢٠}$

فكر وناقش ص٤٦ :

في تدريب (٤) ، ما الزمن الذي تستغرقه الخلية الواحدة ليصبح عدد الخلايا الناتجة عن الانقسام ٤٠٩٦ خلية ؟

٢	٤٠٩٦
٢	٢٠٤٨
٢	١٠٢٤
٢	٥١٢
٢	٢٥٦
٢	١٢٨
٢	٦٤
٢	٣٢
٢	١٦
٢	٨
٢	٤
٢	٢
	١

الحل : باستخدام القسمة المتكررة نجد أن $٢^{١٢} = ٤٠٩٦$

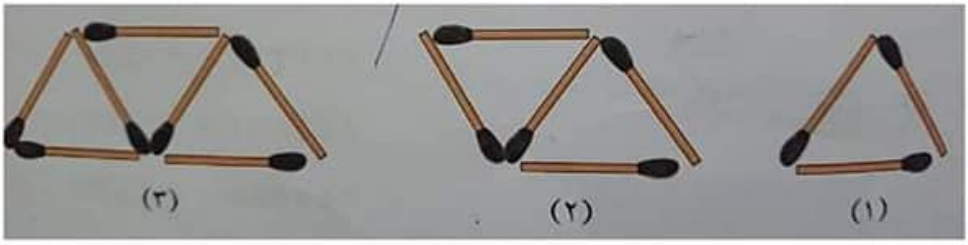
عدد الخلايا $= ٢^{٢ن}$

$٢^{١٢} = ٢^{٢ن} \leftarrow ٢ن = ١٢ \leftarrow ن = ٦$ (ث)

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

حل تمارين ومسائل ص٤٧ + ٤٨

١) رتبت أعواد ثقاب في الشكل الآتي ، وفق نمط معين ، اكتب قاعدة النمط .



الحل :

الشكل ١ عدد الأعواد ٣ الترتيب + ٢ = ٣ ← ١ + ٢ = ٣

الشكل ٢ عدد الأعواد ٥ الترتيب + ٣ = ٥ ← ٢ + ٣ = ٥

الشكل ٣ عدد الأعواد ٧ الترتيب + ٤ = ٧ ← ٣ + ٤ = ٧

الشكل ٤ عدد الأعواد ٩ الترتيب + ٥ = ٧ ← ٤ + ٥ = ٩

.....

الشكل س عدد الأعواد الترتيب + (س + ١) ← س + س + ١

قاعدة النمط ٢س + ١

---

٢) أكتب قاعدة النمط في كل مما يأتي :

أ) ٠ ، ٩ ، ١٨ ، ٢٧ ، ٣٦ ، ٠٠٠

الحل : مقدار الزيادة ثابت = ٩ (القاعدة أس + ب) ← $\boxed{أ = ٩}$

لإيجاد قيمة ب ، أ + ب = الحد الأول ،، ٩ + ب = ٠ ← $\boxed{ب = -٩}$

إذاً قاعدة النمط هي ٩س – ٩

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

حل أخر : إيجاد علاقة بين ترتيب العدد في النمط والعدد في النمط

مقدار الزيادة = ٩ (الثابت)

ترتيب العدد ١	الثابت × (الترتيب – ١)	٩ × (١ – ١) = ٠
ترتيب العدد ٢	الثابت × (الترتيب – ١)	٩ × (٢ – ١) = ٩
ترتيب العدد ٣	الثابت × (الترتيب – ١)	٩ × (٣ – ١) = ١٨
ترتيب العدد ٤	الثابت × (الترتيب – ١)	٩ × (٤ – ١) = ٢٧
ترتيب العدد ٥	الثابت × (الترتيب – ١)	٩ × (٥ – ١) = ٣٦
.....		
ترتيب العدد س	الثابت × (الترتيب – ١)	٩ × (س – ١) = ٩س-٩

قاعدة النمط ٩ س – ٩

ب) ٠ ، ٧ ، ٢٦ ، ٦٣ ، ١٢٤ ، ...

الحل : تفكير سريع : لاحظ أن كل عدد في النمط يمثل (مكعب ترتيب العدد – ١)

أي أن قاعدة النمط $س^{٣} - ١$

توضيح : (ترتيب العدد × ترتيب العدد × ترتيب العدد) - ١

$(١ \times ١ \times ١) - ١ = ١ - ١ = ٠$

$(٢ \times ٢ \times ٢) - ١ = ٨ - ١ = ٧$

$(٣ \times ٣ \times ٣) - ١ = ٢٧ - ١ = ٢٦$

$(٤ \times ٤ \times ٤) - ١ = ٦٤ - ١ = ٦٣$

$(٥ \times ٥ \times ٥) - ١ = ١٢٥ - ١ = ١٢٤$

$(س \times س \times س) - ١ = س^{٣} - ١$

أي أن قاعدة النمط $س^{٣} - ١$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٣) عدد صفحات إحدى القصص ٢١٧ صفحة ، قرأت جنى في اليوم الأول ٩ صفحات ، ثم قررت قراءة ٨ صفحات يومياً ، إذا استمرت جنى على هذا النمط في القراءة ، أجب عن كل مما يأتي :

أ) ما قاعدة النمط التي تعبر عن ص من الصفحات التي تنهي جنى قراءتها بعد س من الأيام ؟

الحل : ما قرأته من القصة من الصفحات: التبرير

في اليوم الأول	ص = ٩	٩ + ٨ × ٠
في اليوم الثاني	= ٩ + ٨ = ١٧	٩ + ٨ × ١
في اليوم الثالث	= ٩ + ٨ + ٨ = ٢٥	٩ + ٨ × ٢
في اليوم الرابع	= ٩ + ٨ + ٨ + ٨ = ٣٣	٩ + ٨ × ٣
.....		
في اليوم س	٩ + (٨ + ٨ + ٠٠٠ + ٨)	٩ + ٨ × (س − ١)
	س من المرات	ص = ٨ س + ١
قاعدة النمط	ص = ٨ س + ١	

ب) كم يوماً يلزمها لتنهي قراءة الرواية ؟

الحل :

عدد صفحات الرواية ص ← ص = ٢١٧ ،، عدد الأيام س

باستخدام قاعدة النمط ص = ٨ س + ١

٢١٧ = ٨س + ١ ← ٢١٧ − ١ = ٨س + ١ − ١

٢١٦ = ٨س ← $\frac{١}{٨} \times ٢١٦ = \frac{١}{٨} \times ٨س$

$\boxed{س = ٢٧}$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٤) مسابقة فنية اشترك فيها ١٢٨ متسابقاً ، وبعد نهاية كل جولة من المسابقة يتم الإبقاء على $\frac{١}{٢}$ عدد المشاركين :

أ) ما عدد المشاركين في الجولتين الثالثة ، والخامسة ؟

رقم الجولة	١	٢	٣	٤	٥	ن
عدد المشاركين	١٢	٦٤	٣٢	١٦	٨	
	$٢^{٧}$	$٢^{٦}$	$٢^{٥}$	$٢^{٤}$	$٢^{٣}$	$٢^{٧-ن}$
	$٢^{٨-١}$	$٢^{٨-٢}$	$٢^{٨-٣}$	$٢^{٨-٤}$	$٢^{٨-٥}$	

** عدد المشاركين في الجولة الثالثة ٣٢ ،،،، في الجولة الخامسة ٨

ب) أكتب قاعدة النمط . القاعدة عدد المشاركين $٢^{٧-ن}$

جـ) بعد كم جولة تنتهي المسابقة ؟ تنتهي المسابقة حينما يبقى مشارك واحد فقط

$٢^{٧-ن} = ١ \leftarrow ٢^{٧-ن} = ٢^{٠}$ بعد ٨ جولات

$٨ - ن = ٠ \leftarrow ن = ٨$

---

٥) تتبع النمط ثم أكمل الفراغات بالأعداد المناسبة :

$١٥٨٧٣ \times ٧ = ١١١١١١$

$١٥٨٧٣ \times ١٤ = ٢٢٢٢٢٢$

$١٥٨٧٣ \times ٢١ = ٣٣٣٣٣٣$

$١٥٨٧٣ \times ٢٨ = ٤٤٤٤٤٤$

$١٥٨٧٣ \times ٣٥ = ٥٥٥٥٥٥$

$١٥٨٧٣ \times ٤٢ = ٦٦٦٦٦٦$

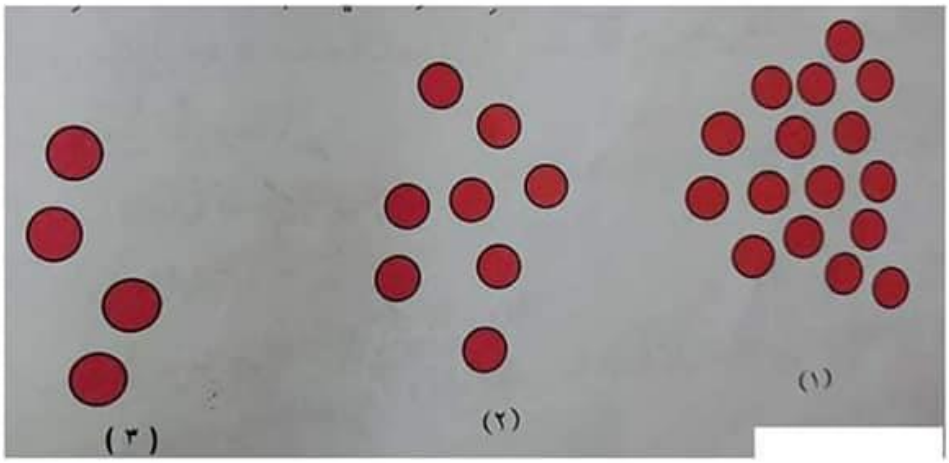
$١٥٨٧٣ \times ٤٩ = ٧٧٧٧٧٧$

$١٥٨٧٣ \times ٥٦ = ٨٨٨٨٨٨$

$١٥٨٧٣ \times ٦٣ = ٩٩٩٩٩٩$

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

٦) أكتب الأعداد الثمانية الأولى التي تعبر عن النمط الأتي ، ثم أجب عما يليه :



الأعداد الثمانية الأولى

١٦ ، ٨ ، ٤ ، ٢ ، ١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$

أ) ما قاعدة النمط ؟

ترتيب العدد	١	٢	٣	٤	٥	ن
العدد	١٦	٨	٤	٢	١	
	$٢^{٤}=٢^{٥-١}$	$٢^{٣}=٢^{٥-٢}$	$٢^{٢}=٢^{٥-٣}$	$٢^{١}=٢^{٥-٤}$	$٢^{٠}=٢^{٥-٥}$	$٢^{٥-ن}$

قاعدة النمط $٢^{٥-ن}$

ب) إذا استمر رسم الأشكال اعتماداً على النط نفسه ، هل سيتوقف رسمها في مرحلة ما ؟ وهل سيتوقف النمط بصوره العددية ؟ برر إجابتك ؟

الحل : استمر الرسم مع المحافظة على شكل الدائرة ، نعم يتوقف بعد الشكل الخامس

لكن كنمط عددي يستمر

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

شرح كيف نجد قاعدة نمط تربيعية

لمعرفة قاعدة النمط أنها على الصورة $أ س^{٢} + ب س + جـ$ ، تابع المثال التالي :

مثال (٤) : اكتب قاعدة النمط التالي :

٣ ، ٨ ، ١٥ ، ٢٤ ، ٣٥ ، ٠٠٠٠

الحل :

لاحظ أن الفرق بين كل حد والذي يليه على الترتيب هو :

٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ٠٠٠ (الزيادة غير ثابتة) ، لكن الفرق بين الفروق ثابت = ٢ ، إذا قاعدة النمط تكون على الصورة $أ س^{٢} + ب س + جـ$ ٠

**** الآن كيف نجد قيمة كل من أ ، ب ، جـ

- قيمة أ ← ٢أ = الفرق الثابت بين الفروق

← ٢أ = ٢ ← **أ = ١**

- قيمة ب ← ب = الحد الأول في الفروق − ٣أ

← ب = ٥ − ٣(١) ← **ب = ٢**

- قيمة جـ ← جـ = الحد الأول في النمط − (أ + ب)

← جـ = ٣ − (١ + ٢) ← **جـ = ٠**

إذا قاعدة النمط هي $س^{٢} + ٢س$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

الدرس الثاني : المقادير الجبرية

مراجعة :

- ٣ ، س ، ص ، ٥ع ، ٤- س ص ٧ $س^{٢}$ ، كل منها يسمى حد جبري ٠

- لاحظ أن الحد الجبري إما أن يكون ثابتاً أو أن يكون متغيراً أو حاصل ضرب عدد ثابت بمتغير أو بأكثر من متغير ، ويسمى العدد الثابت معامل الحد الجبري والمتغيرات بأسسها القسم الرمزي ٠

  فمثلاً : في الحد الجبري

  ٥ع ٥ معامل الحد الجبري ،،، ع القسم الرمزي (المتغير)

- تقسم الحدود الجبرية إلى قسمين :

  حدود جبرية متشابهة ،،، حدود جبرية غير متشابهة

  :: الحدود الجبرية المتشابهة : بغض النظر عن المعامل نفس القسم الرمزي

  :: الحدود الجبرية غير المتشابهة : اختلاف في القسم الرمزي ٠

**

- لجمع (طرح) الحدود الجبرية نجمع (نطرح) المعاملات مع المحافظة على القسم الرمزي ٠ (في حالة الناتج = صفر ، يبقى الناتج = صفر)

- لضرب الحدود الجبرية المتشابهة (غير المتشابهة) نضرب المعاملات ثم الأقسام الرمزية ، يبعضها البعض مع مراعاة قوانين الأسس ٠

- لا يجوز جمع (طرح) الحدود الجبرية غير المتشابهة (تبقى كما هي) ٠

- المقدار الجبري : يمكن أن يتكون من حد جبري أو أكثر يربطها عمليات جمع أو طرح ، مثل :

  (٥س) ، (٣س + ٢ص) ، (٧ص + ٣س − ٢)

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

• لحساب القيمة العددية لمقدار جبري ، تستبدل المتغيرات بالقيمة العددية المعطاة لكل منها ، ثم تجرى العمليات الحسابية مع مراعاة الأوليات .

****

تحويل العبارات اللفظية إلى تعابير رمزية :

--- هو تحويل التعبير اللفظي (الكمية المجهولة) إلى تعبير رمزي (متغير) مثل :

س ، ص ، ع ، ...

مثال (*) : حول العبارات اللفظية الآتية إلى تعابير جبرية :-

١) ضرب عدد في ٣ .

الحل : نفرض التعبير اللفظي (العدد) س ← ٣×س = ٣س

٢) عدد مضاف إليه ٩ .

الحل : نفرض التعبير اللفظي (العدد) س ← ٩+س

٣) ٥ أمثال عدد ما .

الحل : نفرض التعبير اللفظي (العدد) س ← ٥×س = ٥س

مثال (١) كتاب مدرسي ص ٥٠

اشترى أبو خالد لأولاده في بداية العام الدراسي ١٨ دفتراً من النوع نفسه ، و ٣٠ قلم حبر من النوع نفسه .

١)اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن المبلغ الذي دفعه أبو خالد ثمناً للدفاتر والأقلام .

٢)احسب مقدار ما يدفعه أبو خالد إذا كان ثمن الدفتر ٢٠ قرشاً ، وثمن القلم ١٥ قرشاً.

الحل :

نفرض ثمن الدفتر س ← ثمن ١٨ دفتر = ١٨×س = ١٨س

نفرض ثمن القلم ص ← ثمن ١٥ قلم = ١٥×ص = ١٥ص

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

١) المقدار الجبري الذي يعبر عن المبلغ الذي دفعه أبو خالد ثمنا للدفاتر والأقلام هو :

ثمن الدفاتر + ثمن الأقلام = ١٨ س + ١٥ ص

٢) المبلغ الذي يدفعه : نعوض بدل المتغير س في ثمن الدفاتر ٢٠ ثمن الدفتر الواحد

نعوض بدل المتغير ص في ثمن الأقلام ١٥ ثمن القلم الواحد

١٨ س + ٣٠ ص = ١٨×٢٠+٣٠×١٥

= ٣٦٠ + ٤٥٠

= ٨١٠ قرشا .

مثال (٢) كتاب مدرسي ص ٥١

يعمل عمر موظف مبيعات لدى شركة للأجهزة الإلكترونية ، ويتقاضى راتب ٣٠٠ دينار شهرياً ، بالإضافة إلى عمولة قدرها ٢٠ ديناراً عن كل جهاز يبيعه .

١) أكتب المقدار الجبري عن دخل عمر الشهري .

٢) كم ديناراً يصبح دخل عمر الشهري ، إذا باع أربعة أجهزة ، سبعة أجهزة ؟

الحل :

لاحظ هنا أن الراتب الإجمالي لعمر يتكون من الراتب الأساسي ٣٠٠ دينار ، ومقدار العمولة التي يتقاضاها عن بيع الأجهزة .

١) نفرض أن عدد الأجهزة التي باعها عمر س

الراتب الإجمالي = الراتب الأساسي + (مقدار العمولة × عدد الأجهزة)

= ٣٠٠ + (٢٠ × س)

= ٣٠٠ + ٢٠ س

٢) - دخل عمر الشهري عند بيع ٤ أجهزة :

= ٣٠٠ + (٢٠ × ٤) = ٣٠٠ + ٨٠ = ٣٨٠ ديناراً

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

- دخل عمر الشهري عند بيع ٧ أجهزة :

= ٣٠٠ + (٢٠ × ٧) = ٣٠٠ + ١٤٠ = ٤٤٠ ديناراً

فكر وناقش ص ٥١

اعتماداً على مثال (٢) :

إذا أراد عمر أن يتقاضى ٥٠٠ دينار في شهر ما ، فكم عدد الأجهزة التي عليه أن يبيعها في ذلك الشهر ؟ مبرراً إجابتك .

الحل :

الراتب الإجمالي ٥٠٠ دينار

الراتب الإجمالي = ٣٠٠ + ٢٠ س

٥٠٠ = ٣٠٠ + ٢٠ س بإضافة النظير الجمعي للطرفين .

٥٠٠ − ٣٠٠ = ٣٠٠ − ٣٠٠ + ٢٠ س

٢٠٠ = ٢٠ س نضرب الطرفين في النظير الضربي .

$\frac{١}{٢٠} \times ٢٠٠ = \frac{١}{٢٠} \times ٢٠$ س

س = ١٠ أجهزة (عليه بيع ١٠ أجهزة) .

*****

مقدار العمولة الكلي = الراتب الإجمالي - الراتب الأساسي

= ٥٠٠ - ٣٠٠ = ٢٠٠ ديناراً

عدد الأجهزة = مقدار العمولة الكلي ÷ ٢٠

= ٢٠٠ ÷ ٢٠

= ١٠

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

حل تدريب (١) ص٥٢ :

يبلغ سعر سيارة ١٢٠٠٠ دينار ، ينقص سعرها بنسبة ٣ ٪ سنويا من سعرها الأصلي

١) أكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن سعر السيارة ع بعد مرور ك من السنوات .

٢) كم يصبح سعرها بعد مرور سنتين ، ثلاث سنوات ، خمس سنوات ؟

الحل : سعر السيارة ع ،،، الزمن ك

١) سعر السيارة = السعر الأصلي – (٣ . و . × السعر الأصلي × الزمن)

ع = ١٢٠٠٠ – (٠و٠٣ × ١٢٠٠٠ × ك)

ع = ١٢٠٠٠ – (٣٦٠ ك)

٢) - بعد سنتين ، نعوض ك = ٢

ع = ١٢٠٠٠ – (٢×٣٦٠)

ع = ١٢٠٠٠ – ٧٢٠

ع = ١١٢٨٠ ديناراً سعر السيارة بعد مرور سنتين .

- بعد ثلاث سنوات ، نعوض ك = ٣

ع = ١٢٠٠٠ – (٣×٣٦٠)

ع = ١٢٠٠٠ – ١٠٨٠

ع = ١٠٩٢٠ ديناراً سعر السيارة بعد مرور ٣ سنوات .

- بعد خمس سنوات ، نعوض ك = ٥

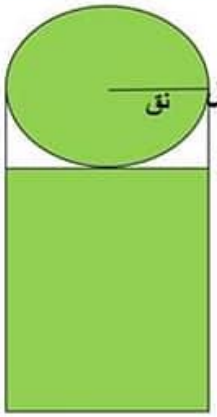
ع = ١٢٠٠٠ – (٥×٣٦٠)

ع = ١٢٠٠٠ – ١٨٠٠

ع = ١٠٢٠٠ ديناراً سعر السيارة بعد مرور ٥ سنوات .

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

مثال (٣) كتاب مدرسي ص ٥٢ :



الشكل المجاور المظلل يتكون من شكل دائري نصف قطره نق ، وشكل مستطيل طوله ٩ سم ، اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن كل من :

١) محيط الشكل .

٢) مساحة الشكل .

الحل :

١) من الشكل :

مساحة الدائرة = π نق^{٢} ، محيط الدائرة = ٢ π نق

مساحة المستطيل = ٩× ٢ نق = ١٨ نق

محيط المستطيل =

٢ × ٩ + ٢ × ٢ نق = ١٨ + ٤ نق

حيث طول المستطيل = ٩ سم ،، وعرضه = ٢ نق

محيط الشكل = محيط المستطيل + محيط الدائرة

= ١٨ + ٤ نق + ٢ π نق

تذكر :
مساحة الدائرة = π نق^{٢}
محيط الدائرة = ٢ π نق
نق : نصف قطر الدائرة

تذكر :
مساحة المستطيل = الطول × العرض
محيط المستطيل =
٢ × الطول + ٢ × العرض

٢) مساحة الشكل = مساحة المستطيل + مساحة الدائرة

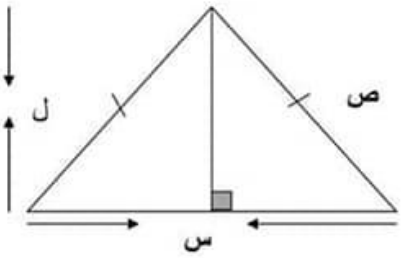
= ١٨ نق + π نق^{٢}

فكر وناقش ص٥٢ : ادعت سلمى أن : ٢ π نق مقدار جبري يتكون من حد واحد معامله ٢ وقسمه الرمزي π نق ، ناقش ادعاءها مبرراً إجابتك .

** ادعاء سلمى غير صحيح لأن π ثابت دائماً بينما (نق) متغير ، لذلك فإن المعامل للحد الجبري ٢ π ، والقسم الرمزي (نق) . لكنه صحيح فقط في أنه يتكون من حد واحد .

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

حل تدريب (٢) ص٥٣ :



مثلث متطابق الضلعين ، قاعدته س ، ارتفاعه ل ، وطول ضلعه ص ، كما في الشكل المجاور ، اكتب التعبير الجبري الذي يعبر عن :

١) محيط المثلث

٢) مساحة المثلث

الحل :

١) محيط المثلث = طول الضلع + طول الضلع + طول الضلع

= س + ص + ص

= س + ٢ص

٢) مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × طول القاعدة × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ × س × ل

= $\frac{١}{٢}$ س ل

فكر وناقش ص٥٣

(مع ربا مبلغ من المال ، تبرعت بمبلغ خمسة دنانير)

ترجم كل من أحمد وعلي العبارة اللفظية السابقة كما يأتي :

أحمد : س ــ ٥ ،، علي : ص ــ ٥

ناقش مدى صحة حل كل منهما .

** حل كلاهما صحيح ، كل منهما فرض متغير مختلف وهذا لا يؤثر عل الحل .

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

حل تمارين ومسائل ص٥٤ + ٥٥

١) حول العبارات اللفظية الآتية إلى تعابير جبرية :

أ) ثلاثة أمثال عدد ما ، مضافاً إليه خمس أمثال عدد آخر .

الحل :

- نفرض العدد س ← ثلاثة أمثال العدد ٣ × س = ٣ س
- نفرض العدد الآخر ص ← خمسة أمثال العدد ٥ × ص = ٥ ص
- ٣ س مضافاً إليه ٥ ص ← ٣ س + ٥ ص

ب) قسم عدد طبيعي على العدد ٧ ثم أضيف إليه ٤ .

الحل :

** نفرض العدد الطبيعي ع

** قسم العدد الطبيعي على ٧ ← $\frac{ع}{٧}$

** أضيف إليه ٤ ← $\frac{ع}{٧} + ٤$

جـ) ناتج طرح ٦ س من ٤ أمثال ك مضافاً إليه ١ .

الحل :

لاحظ هنا أن المطروح منه ٤ أمثال ك ،، والمطروح ٦ س .

(٤ أمثال ك - ٦ س) + ١ ← (٤ ك − ٦ س) + ١

د) صرفت هدى ١٥ ديناراً من مبلغ كانت قد ادخرته سابقاً .

الحل :

نفرض المبلغ الذي ادخرته هدى ← س

المبلغ - ما صرفته هدى ←← (س − ١٥)

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

هـ) المبلغ الذي دفعه وليد عند شرائه ٧ كغ من البندورة ، و ٣ كغ من البطاطا ، و ٥ كغ من البصل .

الحل : نفرض ثمن ١ كغ من :

البندورة س ← ثمن ٧ كغ ← ٧ س

البطاطا ص ← ثمن ٣ كغ ← ٣ ص

البصل ع ← ثمن ٥ كغ ← ٥ ع

المبلغ الذي دفعه وليد ← ٧ س + ٣ ص + ٥ ع

٢) إذا كانت سكرتيرة تطبع ٥٥ كلمة في الدقيقة ، فأجب عن كل مما يأتي :

أ) أكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن عدد الكلمات التي تطبعها في ن دقيقة .

الحل : عدد الكلمات × الزمن ← ٥٥ × ن = ٥٥ ن

ب) جد عدد الكلمات التي تطبعها في ٢٠ دقيقة .

الحل : ن = ٢٠ ،، عدد الكلمات = ٥٥ × ٢٠ = ١١٠٠

٣) حديقة منزل مستطيلة الشكل طولها يساوي ثلاثة أمثال عرضها ، يراد إحاطتها بسياج ، إذا علمت أن تكلفة المتر الطولي الواحد من السياج ٧ دنانير .

أ) أكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن تكلفة السياج الذي يحيط بالحديقة .

ب) احسب تكلفة السياج الذي يحيط بالحديقة إذا علمت أن عرض الحديقة ٣٠ مترا

الحل :

نفرض عرض الحديقة س

طول الحديقة : ٣ أمثال العرض ← ٣ س

ثمن متر السياج الطولي : ٧ دنانير

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

أ) ** طول السياج = محيط المستطيل

= (٢ × الطول + ٢ × العرض)

= (٢ × ٣ س + ٢ × س)

= ٦ س + ٢ س

= ٨ س متراً

** تكلفة السياج = طول السياج × تكلفة المتر الطولي

= ٨ س × ٧

= ٥٦ س ديناراً

ب) تكلفة السياج عندما س = ٣٠ (نعوض بدل س بـ ٣٠)

تكلفة السياج = ٥٦ × ٣٠ = ١٦٨٠ ديناراً .

٤) عبرت أسماء عن العبارة (ناتج طرح ٥ أمثال عدد من ٩٣) بالمقدار الجبري التالي

٥ س ــ ٩٣ ، هل توافقها على ذلك ؟ برر إجابتك .

الحل :

لا أوافق ، لأن ٥ أمثال عدد تمثل المطروح ، و ٩٣ تمثل المطروح منه

الصواب ٩٣ ـ ٥ س

٥) مشفى به بئر مملوءة بالماء سعتها ٤٠٠ م^{٣} ، إذا كان معدل الاستهلاك اليومي ١٦٠ م^{٣} فأجب عن كل مما يأتي :

أ) ما كمية الماء المتبقية بعد مرور يوم واحد ؟

ب) ما كمية الماء المتبقية بعد مرور ١٢ ساعة ؟

جـ) بعد كم يوم تنفذ كمية الماء في البئر ، إذا استمر استهلاك الماء بهذا المعدل ؟

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

الحل :

سعة البئر ٤٠٠ م^{٣} ،،،، معدل الاستهلاك اليومي ١٦٠ م^{٣} ،،، الزمن بالأيام ن

** نفرض كمية الماء المتبقية في البئر ص

كمية الماء المتبقية = سعة البئر - (معدل الاستهلاك اليومي × الزمن)

$$\boxed{ص = ٤٠٠ - ١٦٠ن}$$

أ) الزمن يوم واحد ← ن = ١ ،، نعوض في العلاقة $\boxed{ص = ٤٠٠ - ١٦٠ن}$

ص = ٤٠٠ – (١٦٠ × ١) ← ص = ٤٠٠ – ١٦٠

ص = ٢٤٠ م^{٣} (كمية الماء المتبقية بعد مرور يوم واحد)

ب) الزمن ١٢ ساعة ← $\frac{١}{٢}$ يوم

$$ص = ٤٠٠ - ١٦٠\left(\frac{١}{٢}\right) \leftarrow ص = ٤٠٠ - ٨٠$$

ص = ٣٢٠ م^{٣} (كمية الماء المتبقية بعد مرور ١٢ ساعة)

ج) المطلوب :: بعد كم يوم (ن) ، تكون كمية الماء في البئر (ص) تساوي صفر ؟

$$ص = ٤٠٠ - ١٦٠ن \leftarrow ٠ = ٤٠٠ - ١٦٠ن$$

$$١٦٠ن = ٤٠٠ \leftarrow ن = \frac{٤٠٠}{١٦٠} = \frac{٤٠}{١٦} = \frac{٥}{٢} = ٢و٥$$

بعد يومين ونصف (٦٠ ساعة) تنفذ كمية الماء في الخزان .

٦) أكتب مسألة لفظية تعبر عن المقدار ٢ ع – ٣ .

الحل : ناتج طرح ٣ من مثلي ع .

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٧) يؤجر رجل منزله بأجرة سنوية ، قدرت دائرة الضرائب الأجرة السنوية بقيمة ما ، والتي تسمى القيمة التخمينية للإيجار ، ثم فرضت مجموعة ضرائب أخرى بنسب محددة من القيمة التخمينية كما هو موضح في الجدول الآتي :

الضرائب	نسبة الضريبة من القيمة التخمينية للإيجار	قيمة الضريبة (بالدينار)
المعارف	٢ %	٥٠
المسقفات	١٠ %	
الصرف الصحي	٣ %	

اعتمادا على الجدول ، أجب عن كل مما يأتي :

أ) ما القيمة التخمينية لأجرة المنزل ؟

ب) أكمل الجدول .

الحل :

نفرض القيمة التخمينية لأجرة المنزل س ،، قيمة الضريبة ص ،، نسبة الضريبة ن

قيمة الضريبة = نسبة الضريبة × القيمة التخمينية لأجرة المنزل

$$\boxed{ص = ن \times س}$$

أ) من ضريبة المعارف ← ص = ٥٠ ،، ن = ٢ ٪ $= \frac{٢}{١٠٠}$ ، المطلوب س = ؟؟

$$ص = ن \times س \leftarrow ٥٠ = \frac{٢}{١٠٠} س$$

$$٥٠ \times \frac{١٠٠}{٢} = \frac{٢}{١٠٠} \times \frac{١٠٠}{٢} س$$

$$س = ١٠٠ \times ٢٥$$

$$\boxed{س = ٢٥٠٠}$$

القيمة التخمينية لأجرة المنزل السنوية ٢٥٠٠ دينار

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

ب) ** ضريبة المسقفات

$$\text{ص} = \text{ن} \times \text{س} \leftarrow \text{ص} = \frac{١٠}{١٠٠} \times ٢٥٠٠ = ٢٥٠$$

٢٥٠ دينار ضريبة المسقفات

** الصرف الصحي

$$\text{ص} = \text{ن} \times \text{س} \leftarrow \text{ص} = \frac{٣}{١٠٠} \times ٢٥٠٠ = ٧٥$$

٧٥ دينار ضريبة الصرف الصحي .

٨) يملك أحمد مثلي ما يملكه سعيد من الكتب ، ويملك خليل ٦ كتب زيادة عما يملكه سعيد إذا كانت س تمثل الكتب التي يملكها سعيد ، أكتب المقدار الجبري الذي يمثل مجموع الكتب التي يملكها الأولاد الثلاثة .

الحل :

** سعيد يملك س من الكتب (من السؤال)

** يملك أحمد مثلي ما يملكه سعيد من الكتب ← ٢ × س = ٢ س

** يملك خليل ٦ كتب زيادة عما يملكه سعيد ← س + ٦

مجموع الكتب = كتب سعيد + كتب أحمد + كتب خليل

= س + ٢ س + س + ٦

= ٤ س + ٦

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

الدرس الثالث : ضرب حد جبري في مقدار جبري

أولاً : ضرب حد جبري في حد آخر :

لإيجاد حاصل ضرب حد جبري في حد جبري آخر ، يتم ضرب معامل الحد الأول بمعامل الحد الثاني ، والقسم الرمزي للحد الأول بالقسم الرمزي للحد الثاني مع مراعاة قوانين الأسس .

مثال (١) :

جد ناتج الضرب في كل مما يأتي :

١) $٥ \times ٤ ع ٢$ ٢) $٢ س \times - ٥ س^{٣}$ ٣) $- ٥ ق \times ٣ ق \times ٤ ق$

٤) $ل س \times ٢ ل \times - ٣ ل^{٣} س$ ٥) $(٣ س)^{٢} \times ٥ س$ ٦) $(س^{٢} ص)^{٢} \times ٥ ص$

الحل :

١) $٥ \times ٤ ع ٢ = ١٠ ع$

٢) $٢ س \times - ٥ س^{٣} = ٢ \times - ٥ \times س \times س^{٣} = - ١٠ س^{٤}$

٣) $- ٥ ق \times ٣ ق \times ٤ ق = - ٥ \times ٣ \times ٤ \times ق \times ق \times ق = - ٦٠ ق^{٣}$

٤) $ل س \times ٢ ل \times - ٣ ل^{٣} س = - ٦ ل^{٥} س^{٢}$

٥) $(٣ س)^{٢} \times ٥ س = ٣ س \times ٣ س \times ٥ س = ٤٥ س^{٣}$

أو $(٣ س)^{٢} \times ٥ س = ٣^{٢} \times س^{٢} \times ٥ س = ٤٥ س^{٣}$

٦) $(س^{٢} ص)^{٢} \times ٥ ص = س^{٢} ص \times س^{٢} ص \times ٥ ص = ٥ س^{٤} ص^{٣}$

حل تدريب (١) ص٥٨ :

جد ناتج $- ١٤ أ^{٢} ب^{٣} \times - ٩ أ^{٣} ب^{٧} ص$

الحل : $- ١٤ أ^{٢} ب^{٣} \times - ٩ أ^{٣} ب^{٧} ص = ١٢٦ أ^{٥} ب^{١٠} ص$

سليمان دلدوم أبو هبه

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

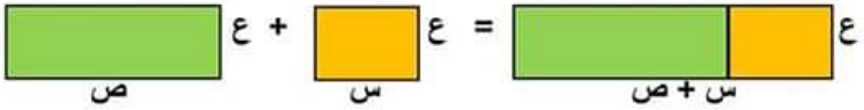
ثانياً : ضرب حد جبري في مقدار جبري

لإيجاد حاصل ضرب حد جبري في مقدار جبري نستخدم خاصية توزيع الضرب على الجمع ، (سواء كان التوزيع من اليمين أو اليسار) .

خاصية توزيع الضرب على الجمع :

- $\overbrace{\text{ع} \times (\text{س} + \text{ص})}^{\times} = (\text{ع} \times \text{س}) + (\text{ع} \times \text{ص})$ التوزيع من اليمين
- $\overbrace{(\text{س} + \text{ص}) \times \text{ع}}^{\times} = (\text{س} \times \text{ع}) + (\text{ص} \times \text{ع})$ التوزيع من اليسار

لاحظ الشكل التالي ثم فسر العملية بلغتك الخاصة :



مثال (٢) :

جد ناتج كل مما يأتي :

١) $٥(٢س + ٣)$ ٢) $-٤(٧ - ٢ص)$

٣) $٢ع(٧ + ٣ك - ٥ع)$ ٤) $٥ك \times (٢ + ك^{٣})$

الحل : نستخدم خاصية توزيع الضرب على الجمع بحيث يتم ضرب الحد الجبري بجميع حدود المقدار .

١) $٥(٢س + ٣) = (٥ \times ٢س) + (٥ \times ٣)$ التوزيع

$= ١٠س + ١٥$

لاحظ أن ١٠ س ، ١٥ حدين جبريين غير متشابهين ، ولا يمكن جمعهما ، لذلك الناتج بصورته النهائية .

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٢) $-٤(٧-٢ص) = (-٤\times٧)+(-٤\times-٢ص)$

$= -٢٨ + ٨ ص$

لاحظ أن - ٢٨ ، ٨ ص حدين جبريين غير متشابهين ، ولا يمكن جمعهما ، لذلك الناتج بصورته النهائية .

٣) $٢ع(٧+٣م-٥ع) = (٢ع\times٧)+(٢ع\times٣م)+(٢ع\times-٥ع)$

$= ١٤ع + ٦م ع - ١٠ ع^{٢}$

لاحظ أن ١٤ ع ، ٦ ع م ، - ١٠ ع^{٢} حدود جبرية غير متشابهة ، ولا يمكن جمعهما ، لذلك الناتج بصورته النهائية .

٤) $٥م(ل م^{٢}+٢) = (٥م\times ل م^{٢})+(٥م\times٢)$

$= ٥ل م^{٣} + ١٠ م$

لاحظ أن ٥ل م^{٣} ، ١٠ م حدين جبريين غير متشابهين ، ولا يمكن جمعهما ، لذلك الناتج بصورته النهائية .

حل تدريب ٢ ص٥٩ :

حل المسألة الواردة في بداية الدرس .

** عدد أفراد العائلة ٥ ،،، نفرض عدد اللعب س

** رسم الدخول = ٢ دينار + ٥ و ٠ × عدد اللعب

رسم الدخول = (٢ + ٥و٠ س) دينار

المبلغ الذي تدفعه الأسرة كاملة = عدد أفراد الأسرة × رسم الدخول

$= ٥ (٢ + ٥و٠ س)$

١) المبلغ الذي يدفعه الشخص الواحد = (٢ + ٥و٠ س)

٢) $٥ (٢ + ٥و٠ س) = ٥\times٢ + ٥\times٥و٠ س$

$= ١٠ + ٥ و٢ س$

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

حل تمارين ومسائل ص ٦٠

١) جد ناتج مما يأتي :

أ) $(٧ل^{صفر} + ٥ل - ٣)^{٢} = ٢ل^{٢} \times ٧ل^{٤} + ٧ل^{٤} \times ٥ل + ٧ل^{٤} \times -٣$

$= ٤ ا ل^{٦} + ٣٥ل^{٥} - ٢١ل^{٤}$

ب) $(٩ل ع)(١٠ ا ل ع^{٧}) =$ صفر (خاصية : صفر × أ = صفر)

جـ) $(٦ل + ٥م) \times ٢ل = ٦ل \times ٢ل + ٥م \times ٢ل$

$= ١٢ ا ل^{٢} + ١٠ ا م ل^{٢}$

د) $-٦ع \times (٣ع^{٢} - ٤ع + ٥) = -٦ع \times ٣ع^{٢} + ٦ع \times ٤ع - ٥ \times ٦ع$

$= -١٨ ا ع^{٣} + ٢٤ع^{٢} - ٣٠ع$

هـ) $٣(-٢س^{٣}ص^{٥}م)^{٤} = ٣(-٢)^{٤}(س^{٣})^{٤}(ص^{٥})^{٤}(م)^{٤}$ قوانين الأسس

$= ٣ \times ٦ ا س^{١٢}ص^{٢٠}م^{٤} = ٤٨س^{١٢}ص^{٢٠}م^{٤}$

٢) اكتشف الخطأ في ما يأتي وأكتب الصواب :

$٧(-٤س^{٣}ص ك^{٢}) = -٢٨س^{٣} + ٧ص + ٧ك^{٢}$

الحل :

العملية هي ضرب حد جبري في حد جبري وليس حد جبري في مقدار جبري (ما قام به) والصواب :

$٧(-٤س^{٣}ص ك^{٢}) = -٢٨س^{٣}ص ك^{٢}$

أي فقط نضرب ٧ في معامل الحد الجبري

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٣) قطعة أرض مستطيلة الشكل ، طولها (٣ س) متر ، وعرضها (٢ ص) متر ، نحتاج لإحاطتها بسور ، إذا كان سعر المتر الواحد ٩ دنانير ، فأكتب التعبير الجبري الذي يعبر عن تكلفة السور .

الحل : طول الأرض ٣ س ،،، عرض الأرض ٢ ص

تكلفة المتر الواحد من السور ٩ دينار

المطلوب : تكلفة السور = ؟؟؟

*** تكلفة السور = سعر المتر الواحد × (محيط قطعة الأرض)

= ٩ × (٢ × الطول + ٢ × العرض)

= ٩ × (٢ × ٣ س + ٢ × ٢ ص)

= ٩ × (٦ س + ٤ ص)

= ٩ × ٦ س + ٩ × ٤ ص

= ٥٤ س + ٣٦ ص دينارا

٤) خزان ماء على شكل متوازي مستطيلات ، مساحة قاعدته $(٢س^{٢} + ٥س)$ وحدة مساحة ، وارتفاعه (٢س) وحدة طول ، جد حجم الخزان بدلالة (س) .

الحل :

** مساحة القاعدة $(٢س^{٢} + ٥س)$ ،،، ارتفاع الخزان (٢س)

** المطلوب : حجم الخزان = ؟؟؟؟ وحدة حجم

حجم الخزان = حجم متوازي المستطيلات = مساحة القاعدة × الارتفاع

$= (٢س^{٢} + ٥س) \times ٢س = ٢س^{٢} \times ٢س + ٥س \times ٢س$

$= ٤س^{٣} + ١٠ س^{٢}$ وحدة حجم

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

الدرس الرابع : ضرب مقدار جبري في مقدار جبري

***

لإيجاد حاصل ضرب مقدار جبري في مقدار جبري أخر ، يتم ضرب كل حد من حدود المقدار الجبري الأول بجميع حدود المقدار الثاني ، وجمع النواتج إن أمكن ٠

:::

تتم عملية ضرب مقدار جبري في أخر بعدة طرق هي :

١) الضرب الأفقي (قانون التوزيع) ٠

٢) الضرب العمودي ٠

٣) التوزيع بالترتيب (تستخدم إذا كان كل مقدار جبري يتكون من حدين)

مثال (١)

جد ناتج $(س + ٣)(٢س - ٥)$

الحل : سوف نستخدم الطرق الثلاثة في الحل :

١) الضرب الأفقي (قانون التوزيع)

** توزيع كل حد في القوس الأول على القوس الثاني

$$(س + ٣)(٢س - ٥) = س \times (٢س - ٥) + ٣ \times (٢س - ٥)$$

** استخدام قانون توزيع الضرب على الجمع في الطرف الأيسر

$$= س \times ٢س + س \times -٥ + ٣ \times ٢س + ٣ \times -٥$$
$$= ٢س^{٢} - ٥س + ٦س - ١٥$$

** جمع الحدود الجبرية المتشابهة (إن وجدت)

$$= ٢س^{٢} - ٥س + ٦س - ١٥ = \boxed{٢س^{٢} + س - ١٥}$$

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

٢) الضرب العمودي :

** نرتب المقادير الجبرية تحت بعضها البعض (كما في الضرب العادي)

		س	+ ٣
	×	٢س	− ٥
		٢س^{٢}	+ ٦س
← ناتج ضرب ٢ س في (س + ٣)			
			− ٥س
← ناتج ضرب −٥ في (س + ٣) وترتيب الحدود المتشابهة			− ١٥
	=	٢س^{٢}	+ س − ١٥

٣) التوزيع بالترتيب

لاحظ أن كل مقدار جبري يتكون من حدين ، ويتم تسمية الحدود في كل مقدار جبري كما يلي :

** (س + ٣) ،، س تسمى بالحد الأول و أيضاً الطرف

+ ٣ تسمى بالحد الأخير وأيضاً الحد الأوسط

** (٢س − ٥) ،، ٢س تسمى بالحد الأول و أيضاً الحد الأوسط

−٥ تسمى بالحد الأخير وأيضاً الطرف

وتتم عملية الضرب كما يلي : (س + ٣) (٢س − ٥)

ناتج ضرب الحدين الأوليين	ناتج ضرب الحدين الأوسطين	ناتج ضرب الحدين الطرفين	ناتج ضرب الحدين الأخيرين
س × ٢س	+ ٣ × ٢س	س × − ٥	+ ٣ × − ٥
٢س^{٢}	+ ٦س	− ٥س	− ١٥
جمع الحدود الجبرية المتشابهة	الناتج = ٢س^{٢} + س − ١٥		

وبالرموز : ع$_{١}$ ع$_{١}$ + و و + ط ط + ع$_{ع}$ ع$_{ع}$ :: أنظر المخطط في الصفحة التالية

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

*** مخطط

$$\overbrace{\left(\text{س}_{ع_1} + \text{٣}_{ع_2}\right)\left(\overbrace{\text{٢س}_{ع_1}}^{\text{و و}} - \text{٥}_{ع_2}\right)}^{\text{ط ط}}$$

==========

مثال (٢) : جد ناتج $(\text{س}^{\text{٢}} - \text{٤})(\text{٢س} + \text{٥})$

الحل :

١) الضرب الأفقي

$$(\text{س}^{\text{٢}} - \text{٤})(\text{٢س} + \text{٥}) = \text{س}^{\text{٢}}(\text{٢س} + \text{٥}) - \text{٤}(\text{٢س} + \text{٥})$$
$$= \text{س}^{\text{٢}} \times \text{٢س} + \text{س}^{\text{٢}} \times \text{٥} - \text{٤} \times \text{٢س} - \text{٤} \times \text{٥}$$
$$= \text{٢س}^{\text{٣}} + \text{٥س}^{\text{٢}} - \text{٨س} - \text{٢٠}$$

٢) الضرب العمودي

	$\text{س}^{\text{٢}}$		$-\text{٤}$
×	٢س		$+\text{٥}$
	$\text{٢س}^{\text{٣}}$		$-\text{٨س}$
		$+\text{٥س}^{\text{٢}}$	$-\text{٢٠}$
=	$\text{٢س}^{\text{٣}}$	$+\text{٥س}^{\text{٢}}$	$-\text{٨س} - \text{٢٠}$

ناتج ضرب ٢ س في (س٢ – ٤)

ناتج ضرب + ٥ في (س٢ – ٤)

الناتج النهائي

****

لاحظ أن الضرب الأفقي أسهل من الضرب العمودي

٣) التوزيع بالترتيب

نستخدم $\text{ع}_1\,\text{ع}_1 + \text{و و} + \text{ط ط} + \text{ع}_2\,\text{ع}_2$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

$$(س^{٢} - ٤)(٢س + ٥) = \underbrace{س^{٢} \times ٢س}_{ع_{١}ع_{١}} + \underbrace{-٤ \times ٢س}_{و\,و} + \underbrace{س^{٢} \times ٥}_{ط\,ط} + \underbrace{-٤ \times ٥}_{ع_{٢}ع_{٢}}$$

$$= ٢س^{٣} - ٨س + ٥س^{٢} - ٢٠$$ لا يوجد حدود متشابهة / الناتج

مثال (٣) :

جد ناتج $(٣ص + ل)(٢ع + ٤)$

الحل :

١) الطريقة الأفقية

$$(٣ص + ل)(٢ع + ٤) = ٣ص(٢ع + ٤) + ل(٢ع + ٤)$$
$$= ٣ص \times ٢ع + ٣ص \times ٤ + ل \times ٢ع + ل \times ٤$$
$$= ٦صع + ١٢ص + ٢لع + ٤ل$$

٢) الطريقة العمودية

	٣ص		+ ل	
×	٢ع		+ ٤	
	٦صع		+ ٢لع	
		+ ١٢ص		+ ٤ل
=	٦صع	+ ١٢ص	+ ٢لع	+ ٤ل

٣) التوزيع بالترتيب

نستخدم $ع_{١}ع_{١} + و\,و + ط\,ط + ع_{٢}ع_{٢}$

$$(٣ص + ل)(٢ع + ٤) = \underbrace{٣ص \times ٢ع}_{ع_{١}ع_{١}} + \underbrace{ل \times ٢ع}_{و\,و} + \underbrace{٣ص \times ٤}_{ط\,ط} + \underbrace{ل \times ٤}_{ع_{٢}ع_{٢}}$$
$$= ٦صع + ٢لع + ١٢ص + ٤ل$$

لاحظ مما سبق أن الطرق الثلاثة تعطي نفس الناتج ، وأن أسهل طريقة يمكن اعتمادها في الحل هي الطريقة الأفقية ، لسهولة التعامل معها وخاصة حينما يكون لدينا مقادير جبرية مكونة من أكثر من حدين

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

مثال (٤) : جد ناتج $(س^{٢}+١)(٣س^{٢}+٢س-٥)$

الحل : سوف نستخدم طريقتي الضرب الأفقي والضرب العمودي في الحل

١) الضرب الأفقي (الضرب المباشر) نختصر في الخطوات

$$(س^{٢}+١)(٣س^{٢}+٢س-٥) = ٣س^{٤}+٢س^{٣}-٥س^{٢}+٣س^{٢}+٢س-٥$$
$$= ٣س^{٤}+٢س^{٣}-٢س^{٢}+٢س-٥$$

٢) الضرب العمودي

نرتب المقادير بحيث يكون المقدار الأكثر حدوداً في الأعلى

		$٣س^{٢}$	$+٢س$	-٥	
	×	$س^{٢}$	$+١$		
		$٣س^{٤}$	$+٢س^{٣}$	$-٥س^{٢}$	
				$+٣س^{٢}$	$+٢س$	-٥
	=	$٣س^{٤}$	$+٢س^{٣}$	$-٢س^{٢}$	$+٢س$	-٥

:: تحدث ص٦٣ :

تحدث عن كيفية إيجاد حاصل ضرب مقدار جبري مكون من حدين في مقدار جبري آخر مكون من حدين بالطريقة الأفقية .

:: نضرب كل حد في المقدار الجبري الأول في المقدار الجبري الثاني .

:: نستخدم قانون توزيع الضرب على الجمع في الخطوة الثانية .

:: نجمع الحدود الجبرية المتشابهة (إن وجدت) .

:: تحدث ص٦٣ :

هل ستختلف طريقة الضرب الأفقية أو العمودية إذا كان المقدار الأول أو الثاني مكوناً من ثلاثة حدود جبرية .

:: لا لن تختلف (أنظر مثال ٤) .

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

حل تدريب (١) ص٦٤ :

جد ناتج الضرب في كل مما يأتي :

١) $(٢ل - ٧)(ل - ٤)$ ٢) $(٣ن + ٢)(٥ن - ن^{-٢} - ٢)$

٣) $(س - ع)(س + ع)$

الحل :

١) $(٢ل - ٧)(ل - ٤)$

:: **الطريقة الأفقية**

$$(٢ل - ٧)(ل - ٤) = ٢ل(ل - ٤) - ٧(ل - ٤)$$
$$= ٢ل^{٢} - ٨ل - ٧ل + ٢٨$$
$$= ٢ل^{٢} - ١٥ل + ٢٨$$

:: **الطريقة العمودية**

	٢ل	-٧	
×	ل	-٤	
	$٢ل^{٢}$	$-٧ل$	
		$-٨ل$	$+٢٨$
=	$٢ل^{٢}$	$-١٥ل$	$+٢٨$

:: **التوزيع بالترتيب**

نستخدم $ع_{١} ع_{١} + و و + ط ط + ع_{٤} ع_{٤}$

$$(٢ل - ٧)(ل - ٤) = ٢ل^{٢} - ٧ل - ٨ل + ٢٨$$
$$= ٢ل^{٢} - ١٥ل + ٢٥$$

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

٢) $(٣ن+٢)(-٥ن-ن^{٢}-٢)$

:: الضرب الأفقي

$$(٣ن+٢)(-٥ن-ن^{٢}-٢)=٣ن(-٥ن-ن^{٢}-٢)+٢(-٥ن-ن^{٢}-٢)$$
$$=-١٥ن^{٢}-٣ن^{٣}-٦ن-١٠ن-٢ن^{٢}-٤$$
$$=-٣ن^{٣}-١٣ن^{٢}-١٤ن-٤$$

:: الضرب العمودي : نعيد ترتيب المقدار الثاني ونضعه في الأعلى

$$(٣ن+٢)(-ن^{٢}-٥ن-٢)$$

	$-ن^{٢}$	$-٥ن$	-٢	
×	$٣ن$	$+٢$		
	$-٣ن^{٣}$	$-١٥ن^{٢}$	$-٦ن$	
		$-٢ن^{٢}$	$-١٠ن$	-٤
=	$-٣ن^{٣}$	$-١٣ن^{٢}$	$-١٤ن$	-٤

٣) $(س-ع)(س+ع)$

:: الضرب الأفقي

$$(س-ع)(س+ع)=س(س+ع)-ع(س+ع)$$
$$=س^{٢}+عس-عس-ع^{٢}$$
$$=س^{٢}-ع^{٢}$$

دقق في المقدارين $(س-ع)$ ، $(س+ع)$ ، ماذا تلاحظ ؟؟

اقترح تسمية للمقدار $= س^{٢}-ع^{٢}$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

:: الضرب العمودي

		س	+ ع	
×		س	– ع	
		س²	+ عس	
			– عس	– ع²
=		س²	٠	– ع² ← س² – ع²

:: التوزيع بالترتيب

نستخدم $ع_1 ع_1 + و و + ط ط + ع_2 ع_2$

$(س - ع)(س + ع) = س^2 - عس + عس - ع^2$

$= س^2 - ع^2$

==========

فكر وناقش ص٦٤ :

أعط مثالاً على مقدارين جبريين حاصل ضربهما $٣س^2 + ٦س ص$ ، هل هناك إجابات أخرى ؟

الحل :

$٣س^2 + ٦س ص = ٣س(س + ٢ص)$

$= س(٣س + ٦ص)$

$= ٣(س^2 + ٢س ص)$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

مثال (٥) : نشاط ص ٦٥

جد ناتج ما يأتي بأبسط صورة :

أ) $(س + ص)^{٢}$ ب) $(هـ + ل)^{٢}$

جـ) $(س - ص)^{٢}$ د) $(م - ن)^{٢}$

الحل : سوف نستخدم فقط طريقة الضرب الأفقي

أ) $(س + ص)^{٢} = (س + ص)(س + ص)$

$= س(س + ص) + ص(س + ص)$

$= س^{٢} + س ص + س ص + ص^{٢}$

$= س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}$

ب) $(هـ + ل)^{٢} = (هـ + ل)(هـ + ل)$

$= هـ(هـ + ل) + ل(هـ + ل)$

$= هـ^{٢} + هـ ل + هـ ل + ل^{٢}$

$= هـ^{٢} + ٢ هـ ل + ل^{٢}$

جـ) $(س - ص)^{٢} = (س - ص)(س - ص)$

$= س(س - ص) - ص(س - ص)$

$= س^{٢} - س ص - س ص + ص^{٢}$

$= س^{٢} - ٢ س ص + ص^{٢}$

د) $(م - ن)^{٢} = (م - ن)(م - ن)$

$= م(م - ن) - ن(م - ن)$

$= م^{٢} - م ن - م ن + ن^{٢}$

$= م^{٢} - ٢ م ن + ن^{٢}$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

لاحظ أن كل قوس يتكون من حدين وأن الأس = ٢ (فوق القوس) ، كما يلي :

$(ع_١ + ع_٢)^٢$ أو $(ع_١ - ع_٢)^٢$ وأن الناتج دائماً على الصورة

$$(ع_١ + ع_٢)^٢ = (ع_١)^٢ + ٢ \times ع_١ \times ع_٢ + (ع_٢)^٢$$

أو

$$(ع_١ - ع_٢)^٢ = (ع_١)^٢ - ٢ \times ع_١ \times ع_٢ + (ع_٢)^٢$$

وتسمى هذه القاعدة مربع مجموع حدين .

لفظاً :

مجموع مربعي حدين = مربع الحد الأول + ٢ × الحد الأول × الحد الثاني + مربع الحد الثاني

مثال (٦) : جد ناتج أ) $(س+٣)^٢$ ب) $(ص-٥)^٢$

الحل : حسب القاعدة أعلاه :

أ) $(س+٣)^٢ = (س)^٢ + ٢ \times س \times ٣ + (٣)^٢$

$= س^٢ + ٦س + ٩$

أ) $(ص-٥)^٢ = (ص)^٢ + ٢ \times ص \times -٥ + (-٥)^٢$

$= ص^٢ - ١٠ص + ٢٥$

*****

اكتشف الخطأ وأكتب الصواب في ما يأتي :

$(٩س + ٤ص)^٢ = ٨١س^٢ + ١٦ص^٢$

الخطأ : (قام بتوزيع الأس على الجمع وهذا لا يجوز) ، والصواب : حسب القاعدة :

$(٩س + ٤ص)^٢ = ٨١س^٢ + ٧٢س ص + ١٦ص^٢$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

تمارين ومسائل ص٦٦ :

١) جد ناتج كل مما يأتي :

في هذا السؤال سوف نحل كل فرع بطريقة مختلفة .

أ) $٧س^{٤}(٢س^{٢} - ٣س + ٥)$ قانون توزيع الضرب على الجمع

الحل : أ) $٧س^{٤}(٢س^{٢} - ٣س + ٥) = ١٤س^{٦} - ٢١س^{٥} + ٣٥س^{٤}$

ب) $(س + ٧)(٢س - ١)$ الضرب الأفقي

الحل :

$$(س + ٧)(٢س - ١) = س(٢س - ١) + ٧(٢س - ١)$$
$$= ٢س^{٢} - س + ١٤س - ٧$$
$$= ٢س^{٢} + ١٣س - ٧$$

جـ) $(ع - ٣)^{٢}$ قاعدة مربع مجموع حدين

الحل :

$$(ع - ٣)^{٢} = (ع)^{٢} - ٢ \times ع \times ٣ + (-٣)^{٢}$$
$$= ع^{٢} - ٦ع + ٩$$

د) $(٢س + ٣ص - ٤)(س - ٢ص + ١)$ الضرب العمودي

الحل :

				٢س	+ ٣ص	- ٤
×				س	- ٢ص	+ ١
				٢س^{٢}	+ ٣سص	- ٤س
					- ٤سص	- ٦ص^{٢}	+ ٨ص
						+ ٢س	+ ٣ص	- ٤
=	٢س^{٢}	- سص	- ٢س	- ٦ص^{٢}	+ ١١ص	- ٤

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

هـ) $(٣ص^{٢}+٢ص)(٥ص-٨)$ التوزيع بالترتيب

الحل :

نستخدم $ع_{١}ع_{١}+و و+ط ط+ع_{٤}ع_{٤}$

$(٣ص^{٢}+٢ص)(٥ص-٨)=٥ا ص^{٣}+٠ا ص^{٢}-٤٢ص^{٢}-٦ا ص$

$=٥ا ص^{٣}-٤ا ص^{٢}-٦ا ص$

و) $(ل^{٢}-هـ^{٢})(ل^{٢}+هـ^{٢})$

الحل : الضرب الأفقي

$(ل^{٢}-هـ^{٢})(ل^{٢}+هـ^{٢})=ل^{٢}\times(ل^{٢}+هـ^{٢})-هـ^{٢}\times(ل^{٢}+هـ^{٢})$

$=ل^{٤}+\cancel{هـ^{٢}ل^{٢}}-\cancel{هـ^{٢}ل^{٢}}-هـ^{٤}$

$=ل^{٤}-هـ^{٤}$

ز) $(س^{٢}+٥)(٣س-س^{٣}+٤ل-٢)$

الحل : الضرب الأفقي

$(س^{٢}+٥)(٣س-س^{٣}+٤ل-٢)=$

$=س^{٢}(٣س-س^{٣}+٤ل-٢)+٥(٣س-س^{٣}+٤ل-٢)$

$=٣س^{٣}-س^{٥}+٤ل س^{٢}-٢س^{٢}+٥ا س-٥س^{٣}+٠٢ل-١٠$

$=-س^{٥}+٢س^{٣}+٤ل س^{٢}-٢س^{٢}+٥ا س+٠٢ل-١٠$

======

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٢) ملعب مستطيل الشكل طوله $(س^{٢} + ٥س + ٤)$ متراً ، وعرضه $(٣س + ٢)$ متراً ، يراد زراعته بالنجيل ، جد مساحة المنطقة المزروعة بالنجيل بدلالة س ٠

الحل : الطول $(س^{٢} + ٥س + ٤)$ ،،، العرض $(٣س + ٢)$

المطلوب : مساحة المنطقة المزروعة بالنجيل = ؟؟؟

مساحة المنطقة المزروعة بالنجيل = مساحة المستطيل

= الطول × العرض

$= (س^{٢} + ٥س + ٤)(٣س + ٢)$

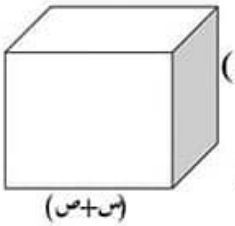
بالضرب الأفقي (من اليسار لليمين)

$(س^{٢} + ٥س + ٤)(٣س + ٢) = (س^{٢} + ٥س + ٤) \times ٣س + (س^{٢} + ٥س + ٤) \times ٢$

$= ٣س^{٣} + ١٥س^{٢} + ٢١س + ٨ + ١٠س^{٢} + ٢٠س + ٨$

$= ٣س^{٣} + ٢٥س^{٢} + ٤١س + ٨$ م^{٢}

٣) خزان ماء مكعب الشكل طول حرفه $(س + ص)$ متراً ، جد حجم الخزان بدلالة كل من س ، ص ٠



الحل :

حجم الخزان = حجم المكعب

= (طول الحرف)^{٣} = $(س + ص)^{٣}$

= $(س + ص)(س + ص)^{٢}$ (س+ص)

مع المقدار الثاني نستخدم قاعدة (مربع مجموع حدين)

$(س + ص)(س + ص)^{٢} = (س + ص)(س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢})$ نستخدم الضرب الأفقي

$= س(س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}) + ص(س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢})$

$= س^{٣} + ٢س^{٢}ص + س ص^{٢} + س^{٢}ص + ٢س ص^{٢} + ص^{٣}$

$= س^{٣} + ٣س^{٢}ص + ٣س ص^{٢} + ص^{٣}$ م^{٣}

سليمان دلدوم أبو هبه

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

الدرس الخامس : تحليل المقادير الجبرية بإخراج عامل مشترك

** مراجعة :

- عوامل العدد ٨ هي : ١ ، ٢ ، ٤ ، ٨

عوامل العدد ١٢ هي : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ١٢

العوامل المشتركة بين العددين هي : ١ ، ٢ ، ٤

يسمى العدد ٤ بالعامل المشترك الأكبر بين العددين ٨ ، ١٢

- مثال : جد العامل المشترك الأكبر بين :

(١٠ ، ١٥) ،، (١٢ ، ١٨) ،، (٢٠ ، ٣٠) ،، (٢٥ ، ٥٠)

الحل :

** العامل المشترك الأكبر بين (١٠ ، ١٥) هو ٥

** العامل المشترك الأكبر بين (١٢ ، ١٨) هو ٦

** العامل المشترك الأكبر بين (٢٠ ، ٣٠) هو ١٠

** العامل المشترك الأكبر بين (٢٥ ، ٥٠) هو ٢٥

ملاحظة : إذا كان أحد العددين مضاعف للأخر فإن العامل المشترك الأكبر أصغرهما

- يمكن استخدام طريقة التحليل إلى العوامل الأولية في إيجاد العامل المشترك الأكبر

مثال : جد العامل المشترك الأكبر بين : (١٢ ، ١٨)

الحل :

$١٢ = \underline{٢} \times ٢ \times \underline{٣}$

$١٨ = \underline{٢} \times ٣ \times \underline{٣}$

العوامل المشتركة
٢ ، ٣

١٨ | ٢	١٢ | ٢
٩ | ٣	٦ | ٢
٣ | ٣	٣ | ٣
١	١

العامل المشترك الأكبر = ٢ × ٣ = ٦

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

مثال : جد العامل المشترك الأكبر بين ٣ س ٢ ، ٦ س ٣

الحل : نحلل كل حد جبري إلى عوامله الأولية

٣ س ٢ = ٣ × س × س

٦ س ٣ = ٢ × ٣ × س × س × س

العوامل المشتركة : ٣ ، س ، س

العامل المشترك الأكبر = ٣ × س × س = ٣س ٢

مما سبق نلاحظ أنه لتحليل عدد أو مقدار جبري نكتبه على صورة حاصل ضرب عوامله الأولية (إحدى الطرائق) ، ولإيجاد العامل المشترك الأكبر بين عددين أو مقدارين جبريين نحلل كل منهما إلى عوامله الأولية ثم نأخذ العوامل المشتركة بينهما ويكون حاصل ضربهما هو العامل المشترك الأكبر .

مثال :

جد ع . م . أ للمقدارين (١٥ س ص ٢ ، ٢٠ س ٢ ص)

الحل :

١) نحلل المقدار الجبري ١٥ س ص ٢

٣	١٥
٥	٥
	١

١٥ س ص ٢ = ٣ × ٥ × س × ص × ص

٢) نحلل المقدار الجبري ٢٠ س ٢ ص = ٢ × ٢ × ٥ × س × س × ص

٣) العوامل المشتركة ٥ ، س ، ص

٢	٢٠
٢	١٠
٥	٥
	١

٤) ع . م . أ = ٥ × س × ص = ٥س ص

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

حل تدريب (١) ص ٦٨

جد ع . م . أ للمقادير الجبرية في كل مما يأتي :

١) $٢٧ل^{٢}م^{٤}$ ، $١٢ل^{٥}م^{٣}$ ، $١٨ل^{٣}م^{٣}ك$

الحل :

$٢٧ل^{٢}م^{٤} = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ل \times ل \times م \times م \times م \times م$

$١٢ل^{٥}م^{٣} = ٢ \times ٢ \times ٣ \times ل \times ل \times ل \times ل \times ل \times م \times م \times م$

$١٨ل^{٣}م^{٣}ك = ٢ \times ٣ \times ٣ \times ل \times ل \times ل \times م \times م \times م \times ك$

العوامل المشتركة بين المقادير الثلاثة هي : ٣ ، ل ، ل ، م

إذاً ع . م . أ $= ٣ \times ل \times ل \times م = ٣ل^{٢}م$

٢) $٨ص^{٤}$ ، $٣هـ$ ، $١٢ف^{٣}ص$

الحل :

$٨ص^{٤} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ص \times ص \times ص \times ص$

$٣هـ = ٣ \times هـ$

$١٢ف^{٣}ص = ٢ \times ف \times ف \times ف \times ص$

لاحظ أنه لا يوجد عوامل مشتركة بين المقادير الثلاثة لذلك نقول أن

ع . م . أ = ١

ملاحظة :

في التدريب السابق : من المتغيرات المتشابهة بالتعبير الرمزي نأخذ عامل مشترك ذو الأس الأصغر

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

مثال : استخدم قانون التوزيع في إيجاد ناتج ما يلي : ٥ س (٢ س + ٣)

الحل :

$$٥ س (٢ س + ٣) = ٥ س \times ٢ س + ٥ س \times ٣$$
$$= ١٠ س^{٢} + ١٥ س$$

الآن هل نستطيع تحليل المقدار ١٠ س^{٢} + ١٥ س ؟؟

الجواب : نعم وذلك عن طريق إخراج العامل المشترك الأكبر بين حدي المقدار الجبري

كما يلي :

١) تحليل كل حد إلى عوامله الأولية .

$$١٠ س^{٢} = ٢ \times ٥ \times س \times س$$

$$١٥ س = ٣ \times ٥ \times س$$

٢) تحديد العوامل المشتركة ٥ ، س

٣) إيجاد العامل المشترك الأكبر ← ٥ × س = ٥ س

٤) نقسم كل حد في المقدار الجبري على العامل المشترك الأكبر .

$$\frac{١٠ س^{٢}}{٥ س} = ٢ س \quad ، \quad \frac{١٥ س}{٥ س} = ٣ \quad \text{أي أن :}$$

$$١٠ س^{٢} + ١٥ س = ٥ س (٢ س + ٣)$$

ملاحظة :

بعد إيجاد العامل المشترك الأكبر يمكن الحل كما يلي :

$$١٠ س^{٢} + ١٥ س = ٥ س \left(\frac{١٠ س^{٢}}{٥ س} + \frac{١٥ س}{٥ س} \right) = ٥ س (٢ س + ٣)$$

تحذير :

ليس الآن وقت الحل المباشر

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

فكر وناقش ص٦٩ :

- كيف يمكن أن نتحقق من صحة الحل في المثال السابق ؟

الجواب : استخدام قانون توزيع الضرب على الجمع

- هل يمكن إضافة خطوات إلى الطريقة السابقة لتوضيحها أكثر ؟

الجواب : نعم (أنظر الملاحظة بعد المثال أعلاه) أو كما يلي :

$٠ ١ س^{٢} + ٥ ١ س = \left(٢ \times \underline{٥} \times \underline{\underline{س}} \times س + ٣ \times \underline{٥} \times \underline{\underline{س}} \right)$ ، نقوم بتحليل كل حد داخل المقدار الجبري إلى عوامله ثم نأخذ حاصل ضرب العوامل المشتركة كعامل مشترك أكبر خارج القوس $٥ \times س (٢ \times س + ٣)$ ثم نكتب دون استخدام إشارة الضرب $\left(٠ ١ س^{٢} + ٥ ١ س \right) = ٥ س (٢ س + ٣)$

تحدث ص٦٩ :

عن الاختلاف بين عملية توزيع الضرب على الجمع ، وعملية إخراج عامل مشترك .

::::

تعتبر كل منهما عملية عكسية للأخرى ، فعملية توزيع الضرب على الجمع تحول العلاقة بين المقادير الجبرية من عملية ضرب إلى جمع ، بينما عملية إخراج عامل مشرك تحول العلاقة بين الحدود الجبرية المكونة للمقدار الجبري إلى عملية ضرب بين المقادير الجبرية

حل تدريب (٢) ص٦٩ :

حلل كلاً من المقادير الآتية بإخراج العامل المشترك الأكبر ، ثم تحقق من صحة الحل :

١) $٠ ٣ س^{٤} ص^{٦} + ٥ ٤ س^{٧} ص^{٤}$

الحل :

- العامل المشترك الأكبر بين العددين ٣٠ ، ٤٥ = ١٥
- العامل المشترك الأكبر بين $س^{٤}$ ، $س^{٧}$ ← $س^{٤}$ الأس الأصغر
- العامل المشترك الأكبر بين $ص^{٦}$ ، $ص^{٤}$ ← $ص^{٤}$ الأس الأصغر

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

- العامل المشترك الأكبر للمقدار الجبري ٥ ١ س ٤ ص ٤
- نقسم كل حد في المقدار الجبري على ع ٠ م ٠ أ = ٥ ١ س ٤ ص ٤

$$٠ ٣ س ٤ ص ٦ + ٥ ٤ س ٧ ص ٤ = ٥ ١ س ٤ ص ٤ \left(\frac{٠ ٣ س ٤ ص ٦}{٥ ١ س ٤ ص ٤} + \frac{٥ ٤ س ٧ ص ٤}{٥ ١ س ٤ ص ٤} \right)$$
$$= ٥ ١ س ٤ ص ٤ (٢ ص ٢ + ٣ س ٣)$$

وللتأكد من صحة الحل نستخدم قانون توزيع الضرب على الجمع ٠

٢) $- ١ ١ ع ل - ٦ ٦ ع ٢$

الحل :

- العامل المشترك الأكبر بين العددين - ١١ ، - ٦٦ = - ١١
- العامل المشترك الأكبر بين ع ، ع ٢ ← ع الأس الأصغر
- لاحظ عدم وجود عامل مشترك للمتغير ل (يوجد في الحد الأول لكنه غير موجود في الحد الثاني)
- العامل المشترك الأكبر للمقدار الجبري $- ١ ١ ع$
- نقسم كل حد في المقدار الجبري على ع ٠ م ٠ أ = $- ١ ١ ع$

$$- ١ ١ ع ل - ٦ ٦ ع ٢ = - ١ ١ ع \left(\frac{- ١ ١ ع ل}{- ١ ١ ع} + \frac{- ٦ ٦ ع ٢}{- ١ ١ ع} \right)$$
$$= - ١ ١ ع (ل + ٦ ع)$$

وللتأكد من صحة الحل نستخدم قانون توزيع الضرب على الجمع ٠

٣) $٤ ب + ١ ٢ ب ٥ - ١٨ ب ٢$

الحل :

- العامل المشترك الأكبر بين الأعداد ٨ ، ١٢ ، ٤ = ٤
- العامل المشترك الأكبر بين ب ، ب ٥ ، ب ← ب الأس الأصغر

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

- لاحظ عدم وجود عامل مشترك للمتغير أ (يوجد في الحد الأول لكنه غير موجود في الحدين الثاني و الثالث)
- العامل المشترك الأكبر للمقدار الجبري ٤ ب
- نقسم كل حد في المقدار الجبري على ع . م . أ = ٤ ب

$$١٨ أ^{٢} ب - ١٢ أ^{٥} + ٤ ب = ٤ ب \left(\frac{١٨ أ^{٢} ب}{٤ ب} - \frac{١٢ أ^{٥}}{٤ ب} + \frac{٤ ب}{٤ ب} \right)$$

$$= ٤ ب \left(١٢ أ^{٢} - ٣ ب^{٤} + ١ \right)$$

وللتأكد من صحة الحل نستخدم قانون توزيع الضرب على الجمع .

فكر وناقش ص٧٠ :

- كلف خالد وزيد بتحليل المقدار الجبري ٢٠ س^{٢} + ٥ س ، فكتب خالد

٢٠ س^{٢} + ٥ س = ٥ س (٤ س)

بينما كتب زيد ٢٠ س^{٢} + ٥ س = ٥ س (٤ س + ١)

من منهما إجابته صحيحة ؟

::: إجابة زيد هي الصحيحة ، بينما خطأ خالد كان في أنه لم يضع +١ ناتج قسمة الحد + ٥ س على العامل المشترك الأكبر ٥ س

- كلفت حنان وريم بتحليل المقدار الجبري ٨ − ٤ ص ، فكتبت حنان

٨ − ٤ ص = −٤(ص − ٢)

بينما كتبت ريم ٨ − ٤ ص = ٤(٢ − ص)

ناقش إجابة كل منهما .

:: إجابة حنان صحيحة لأنها أخرجت − ٤ عامل مشترك ، وكذلك إجابة ريم صحيحة لأنها أخرجت ٤ عامل مشترك .

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

تحدث ص ٧٠ :

- ماذا نعني بتحليل المقدار الجبري إلى عوامله ؟

هو كتابته على صورة حاصل ضرب مقدارين جبريين أو أكثر .

- هل يختلف تحليل المقدار الجبري إلى عوامله عن معنى تحليل العدد إلى عوامله ؟

برر إجابتك .

:: لا يختلف :: فمثلا العدد ١٢ يكتب على صورة ١٢ = ٣ × ٤ أو ١٢ = ٢× ٢ × ٣

والمقدار الجبري ١٥ س^{٢} = ٣ × ٥ × س × س

==========

حل تمارين ومسائل ص ٧١

١) جد ع . م . أ للمقادير الجبرية التالية :

أ) ٧ س^{٣} هـ ، ٤٩ س^{٢} هـ ، ٦٣ س^{٥} هـ ل^{٣}

الحل :

- العامل المشترك الأكبر بين الأعداد (٧ ، ٤٩ ، ٦٣) = ٧ .
- العامل المشترك الأكبر بين (س^{٣} ، س^{٢} ، س^{٥}) = س^{٢} (الأس الأصغر) .
- العامل المشترك الأكبر بين (هـ ، هـ ، هـ) = هـ
- بالنسبة للمغير ل لا يوجد في الحدين الأول والثاني
- ع . م . أ = ٧ × س^{٢} × هـ = ٧ س^{٢} هـ

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

ب) ٦ أ (س − ص) ٢ ، ٥ أ (س − ص) ٣

الحل :

- ع . م . أ بين العددين (٦ ، ١٥) = ٣ .
- ع . م . أ بين (م ، م) = م
- ع . م . أ بين ((س − ص) ٢ ، (س − ص) ٣) = (س − ص) ٢

إذاً ع . م . أ بين المقدارين = ٣ أ (س − ص) ٢

---

٢) حلل كلا من المقادير الآتية بإخراج العامل المشترك الأكبر :

أ) ١٦ هـ٢ − ٤٠ ل

الحل :

- ع . م . أ بين العددين (١٦ ، ٤٠) = ٨ .
- لا يوجد عوامل مشتركة بين المتغيرات
- إذا ع . م . أ للمقدار الجبري = ٨
- نقسم كل حد في المقدار الجبري على ٨

$$١٦ هـ^{٢} - ٤٠ ل = ٨ \left(\frac{١٦ هـ^{٢}}{٨} - \frac{٤٠ ل}{٨} \right)$$

$$= ٨ (٢ هـ^{٢} - ٥ ل)$$

ب) ٢٠ ع س ٣ + ١٠ ع ٢ س ٢

الحل :

- ع . م . أ بين العددين (١٠ ، ٢٠) = ١٠ .
- ع . م . أ بين (ع ، ع ٢) = ع .

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

- ع . م . أ بين (س٣ ، س^{٢}) = س^{٢} .
- إذا ع . م . أ للمقدار الجبري = ١٠ ع س^{٢}
- نقسم كل حد في المقدار الجبري على ١٠ ع س^{٢}

$$٢٠ع س^{٣} + ١٠ع^{٢} س^{٢} = ١٠ع س^{٢} \left(\frac{٢٠ع س^{٣}}{١٠ع س^{٢}} + \frac{١٠ع^{٢} س^{٢}}{١٠ع س^{٢}} \right)$$
$$= ١٠ع س^{٢} (٢س + ع)$$

جـ) $-٢١^{٥} ب^{٤} - ١٨ ب^{٤} هـ$

الحل : بإتباع نفس الخطوات السابقة نجد أن $ع = ١٠ = -٦ب^{٤}$

إذاً
$$-٢١^{٥} ب^{٤} - ١٨ ب^{٤} هـ = -٦ب^{٤} \left(\frac{-٢١^{٥} ب^{٤}}{-٦ب^{٤}} + \frac{-١٨ ب^{٤} هـ}{-٦ب^{٤}} \right)$$
$$= -٦ب^{٤} (٢١^{٥} + ٣هـ)$$

د) $٥س^{٢} ص^{٢} - ٢س^{٢} ص + ١٠ س ص^{٢}$

الحل :

بإتباع نفس الخطوات السابقة نجد أن $ع = ١٠ = س ص$

$$٥س^{٢} ص^{٢} - ٢س^{٢} ص + ١٠ س ص^{٢} = س ص \left(\frac{٥س^{٢} ص^{٢}}{س ص} + \frac{-٢س^{٢} ص}{س ص} + \frac{١٠ س ص^{٢}}{س ص} \right)$$
$$= س ص (٥س ص - ٢س + ١٠ ص)$$

هـ) $٩ل^{٥} + ١٨ ل^{٧} - ٢٤ ل^{٤} + ٣ل^{٣}$

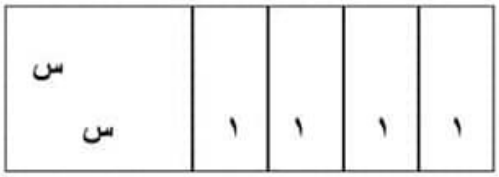
الحل : $ع = ١٠ = ٣ل^{٣}$

$$٩ل^{٥} + ١٨ ل^{٧} - ٢٤ ل^{٤} + ٣ل^{٣} = ٣ل^{٣} \left(\frac{٩ل^{٥}}{٣ل^{٣}} + \frac{١٨ ل^{٧}}{٣ل^{٣}} + \frac{-٢٤ ل^{٤}}{٣ل^{٣}} + \frac{٣ل^{٣}}{٣ل^{٣}} \right)$$
$$= ٣ل^{٣} (٣ل^{٢} + ٦ل^{٤} - ٨ل + ١)$$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٣)

اعتماداً على الشكل المجاور :



أ) أكتب مقداراً جبرياً يعبر عن مساحة الشكل .

الحل : يوجد لدينا مربع طول ضلعه س ،، وأربعة مستطيلات بعدي كل منها ١ ، س

مساحة الشكل = مساحة المربع + ٤ × (مساحة المستطيل)

= (طول الضلع)^{٢} + ٤ × (الطول × العرض)

= س^{٢} + ٤ × (س × ١)

= س^{٢} + ٤س

ب) حلل المقدار الجبري الذي حصلت عليه في الفرع (أ) إلى عوامله .

الحل : ع . م . أ = س

س^{٢} + ٤س = س (س + ٤)

جـ) أكتب مقداراً جبرياً يعبر عن محيط الشكل ، ثم حلله إلى عوامله .

الحل : أبعاد الشكل كاملاً هي س ،، س + ٤

محيط المستطيل = ٢ × (مجموع بعديه)

= ٢ × (س + س + ٤) = ٤ س + ٨

التحليل : ع . م . أ = ٤ ← ٤ س + ٨ = ٤(س + ٢)

٤) اكتشف الخطأ وأكتب الصواب في ما يأتي :

٢ ٣ س^{٤} ص + ٤ ٢ س^{٢} ص^{٢} = ٨ س^{٢} ص (٣ ص − ٤ س^{٢})

الحل : الخطأ في الإشارة السالبة والصواب

٢ ٣ س^{٤} ص + ٤ ٢ س^{٢} ص^{٢} = ٨ س^{٢} ص (٣ ص + ٤ س^{٢})

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

الدرس السادس : تحليل المقادير الجبرية

مثال : جد ناتج ما يلي :

$(٣ص + ٤)(٥ص + ٣س)$

الحل : باستخدام طريقة الضرب الأفقي

$(٣ص + ٤)(٥ص + ٣س) = ٣ص(٥ص + ٣س) + ٤(٥ص + ٣س)$

$= ١٥ص^{٢} + ٩س ص + ٢٠ص + ١٢س$

كيف يمكن التأكد من صحة الحل في المثال السابق ؟

الحل : تتبع الخطوات التالية :

- تجميع كل حدين جبريين فيهما عوامل مشتركة مع بعضهما البعض

$١٥ص^{٢} + ٩س ص + ٢٠ص + ١٢س =$

$= (١٥ص^{٢} + ٢٠ص) + (٩س ص + ١٢س)$

- نخرج العامل المشترك الأكبر من كل قوس

$= ٥ص(٣ص + ٤) + ٣س(٣ص + ٤)$

- نخرج العامل المشترك الأكبر من المقدار كاملاً (القوس)

$= (٣ص + ٤)(٥ص + ٣س)$

::: تسمى العملية السابقة المستخدمة في التأكد من صحة الحل (التحليل بتجميع الحدود)

وهذه الطريقة تستعمل لتحليل مقدار جبري يتكون من أربعة حدود أو أكثر ، حيث يجمع كل حدين جبريين معاً ، ويحللان بإخراج العامل المشترك الأكبر مرتين .

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

مثال :

حلل المقادير الجبرية الآتية ، ثم تحقق من صحة الحل :

١) $٨ل^{٢} + ٤ل - ٢ا ع - ٤ع$

الحل :

العبارة الأصلية + تحديد الحدود = $٨ل^{٢} + ٤ل - ٢ا ع - ٤ع$

تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة ٠ = $(٨ل^{٢} + ٤ل) + (-٢ا ع - ٤ع)$

إخراج ع ٠ م ٠ أ من كل قوس ٠ = $٤ل(٢ل + ١) + -٤ع(٢ل + ١)$

من كامل المقدار $(٢ل + ١)$ **إخراج ع ٠ م ٠ أ** = $(٢ل + ١)(٤ل - ٤ع)$

$٨ل^{٢} + ٤ل - ٢ا ع - ٤ع = (٢ل + ١)(٤ل - ٤ع)$

وللتأكد من صحة الحل نستعمل طريقة الضرب الأفقي ٠

٢) $٣هـ^{٢} - ٥هـ + ٢٠ - ٢١هـ$

الحل :

العبارة الأصلية + تحديد الحدود = $٣هـ^{٢} - ٥هـ + ٢٠ - ٢١هـ$

تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة ٠ = $(٣هـ^{٢} - ٢١هـ) + (-٥هـ + ٢٠)$

إخراج ع ٠ م ٠ أ من كل قوس ٠ = $٣هـ(هـ - ٤) + -٥(هـ - ٤)$

من كامل المقدار $(هـ - ٤)$ **إخراج ع ٠ م ٠ أ** = $(هـ - ٤)(٣هـ - ٥)$

$٣هـ^{٢} - ٥هـ + ٢٠ - ٢١هـ = (هـ - ٤)(٣هـ - ٥)$

وللتحقق من صحة الحل نستعمل طريقة الضرب الأفقي ٠

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

حل تدريب (١) ص ٧٤

حلل كلاً من المقادير التالية باستخدام طريقة التجميع ، ثم تحقق من صحة الحل :

١) $٧س^{٢}ص^{٣} - ١٤س^{٣} + ٣ص^{٣} - ٦س$

الحل :

الطريقة الأولى : تجميع الحدود (١ + ٢) + (٣ + ٤)

$٧س^{٢}ص^{٣} - ١٤س^{٣} + ٣ص^{٣} - ٦س$ = العبارة الأصلية + تحديد الحدود

$(٧س^{٢}ص^{٣} - ١٤س^{٣}) + (٣ص^{٣} - ٦س)$ تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة .

$٧س^{٢}(ص^{٣} - ٢س) + ٣(ص^{٣} - ٢س)$ إخراج ع . م . أ من كل قوس .

$(ص^{٣} - ٢س)(٧س^{٢} + ٣)$ إخراج ع . م . أ = $(ص^{٣} - ٢س)$ من كامل المقدار

$٧س^{٢}ص^{٣} - ١٤س^{٣} + ٣ص^{٣} - ٦س = (ص^{٣} - ٢س)(٧س^{٢} + ٣)$.

الطريقة الثانية : تجميع الحدود (١ + ٣) + (٢ + ٤)

$٧س^{٢}ص^{٣} - ١٤س^{٣} + ٣ص^{٣} - ٦س =$

$= (٧س^{٢}ص^{٣} + ٣ص^{٣}) + (-١٤س^{٣} - ٦س)$

$= ص^{٣}(٧س^{٢} + ٣) + -٢س(٧س^{٢} + ٣)$

$= (٧س^{٢} + ٣)(ص^{٣} - ٢س)$

$٧س^{٢}ص^{٣} - ١٤س^{٣} + ٣ص^{٣} - ٦س = (ص^{٣} - ٢س)(٧س^{٢} + ٣)$

فكر : لماذا لا يمكن تجميع الحدين ١ ، ٤ ،، وكذلك الحدين ٢ ، ٣ لتحليل المقدار ؟؟

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٢) ع ٢ ل ٣ ك + ٧ ك + ع ٢ ل ٣ + ٧

الحل : الطريقة الأولى : تجميع الحدود (١ + ٢) + (٣ + ٤)

ع ٢ ل ٣ ك + ٧ ك + ع ٢ ل ٣ + ٧ =

= (ع ٢ ل ٣ ك + ٧ ك) + (ع ٢ ل ٣ + ٧)

= ك (ع ٢ ل ٣ + ٧) + (ع ٢ ل ٣ + ٧)

= (ع ٢ ل ٣ + ٧) (ك + ١)

ع ٢ ل ٣ ك + ٧ ك + ع ٢ ل ٣ + ٧ = (ع ٢ ل ٣ + ٧) (ك + ١)

الطريقة الثانية : تجميع الحدود (١ + ٣) + (٢ + ٤)

ع ٢ ل ٣ ك + ٧ ك + ع ٢ ل ٣ + ٧ =

= (ع ٢ ل ٣ ك + ع ٢ ل ٣) + (٧ ك + ٧)

= ع ٢ ل ٣ (ك + ١) + ٧ (ك + ١)

= (ك + ١) (ع ٢ ل ٣ + ٧)

ع ٢ ل ٣ ك + ٧ ك + ع ٢ ل ٣ + ٧ = (ع ٢ ل ٣ + ٧) (ك + ١)

ملاحظة : نترك للطالب كتابة التبرير لكل خطوة .

فكر : لماذا لا يمكن تجميع الحدين ١ ، ٤ ،، وكذلك الحدين ٢ ، ٣ لتحليل المقدار ؟؟

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

فكر وناقش ص ٧٥

- حلل كل من خالد وعادل وحمزة المقدار $٨س^{٢} - ٤س + ١٢س ص - ٦ص$ فكانت إجاباتهم على الترتيب :

$$٨س^{٢} - ٤س + ١٢س ص - ٦ص = (٢س - ١)(٤س + ٦ص)$$
$$٨س^{٢} - ٤س + ١٢س ص - ٦ص = (٢س + ٣ص)(٤س - ٢)$$
$$٨س^{٢} - ٤س + ١٢س ص - ٦ص = ٢(٢س - ١)(٢س + ٣ص)$$

- ناقش كل إجابة وتحقق من صحتها .

الحل :

خالد :
$$(٢س - ١)(٤س + ٦ص) = ٢س(٤س + ٦ص) - ١(٤س + ٦ص)$$
$$= ٨س^{٢} + ١٢س ص - ٤س - ٦ص$$

إجابته صحيحة

عادل :
$$(٢س + ٣ص)(٤س - ٢) = ٢س(٤س - ٢) + ٣ص(٤س - ٢)$$
$$= ٨س^{٢} - ٤س + ١٢س ص - ٦ص$$

إجابته صحيحة

حمزة :
$$٢(٢س - ١)(٢س + ٣ص) = ٢(٢س(٢س + ٣ص) - ١(٢س + ٣ص))$$
$$= ٢(٤س^{٢} + ٦س ص - ٢س - ٣ص)$$
$$= ٨س^{٢} + ١٢س ص - ٤س - ٦ص$$

إجابته صحيحة

خالد : قام بتجميع الحدين ١ ، ٣ وكذلك الحدين ٢ ، ٤

عادل : قام بتجميع الحدين ١ ، ٢ وكذلك الحدين ٣ ، ٤

حمزة : قام بتجميع الحدين ١ ، ٣ وكذلك الحدين ٢ ، ٤ ، ثم قام بإخراج ٢ عامل مشترك من المقدار $(٤س + ٦ص)$ في الناتج النهائي .

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

تحدث : ص٧٥

متى تستخدم طريقة التحليل بالتجميع لتحليل مقدار جبري إلى عوامله :

الحل :

١) وجود مقدار جبري مكون من أربعة حدود على الأقل .

٢) وجود عامل مشترك بين كل حدين على الأقل مثنى مثنى .

==========

حل تمارين ومسائل ص٧٦

١) حلل كلاً مما يأتي إلى عوامله ، وتحقق من صحة الحل :

أ) $أ^{٢} - ١٢أب + ٢١أب^{٢} - ٢٤ب^{٣}$

الحل : (نترك للطالب كتابة التبرير) **التبرير**

$أ^{٢} - ١٢أب + ٢١أب^{٢} - ٢٤ب^{٣} =$ .....

$= (أ^{٢} - ١٢أب) + (٢١أب^{٢} - ٢٤ب^{٣})$ .....

$= أ(أ - ٢ب) + ٢١ب^{٢}(أ - ٢ب)$ .....

$= (أ - ٢ب)(أ + ٢١ب^{٢})$ .....

$أ^{٢} - ١٢أب + ٢١أب^{٢} - ٢٤ب^{٣} = (أ - ٢ب)(أ + ٢١ب^{٢})$

ب) $٩ن ك - ١٨ن - ٢ + ك$

الحل : **التبرير**

$٩ن ك - ١٨ن - ٢ + ك =$ .....

$= (٩ن ك + ك) + (-١٨ن - ٢)$ .....

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

= ك(٩ن + ١) + ـ ٢(٩ن + ١) .....

= (٩ن + ١)(ك ـ ٢) .....

٩ن ك ـ ٨ ١ن ـ ٢ + ك = (٩ن + ١)(ك ـ ٢)

ج) ٧ل ف + ٩هل + ٣٦هـ + ٢٨ ف

الحل : التبرير

٧ل ف + ٩هل + ٣٦هـ + ٢٨ ف = ...

= (٧ل ف + ٢٨ ف) + (٩هل + ٣٦هـ) .....

= ٧ ف(ل + ٤) + ٩هـ(ل + ٤) .....

= (ل + ٤)(٧ ف + ٩هـ) .....

٧ل ف + ٩هل + ٣٦هـ + ٢٨ ف = (ل + ٤)(٧ ف + ٩هـ)

د) س ن ـ ٩ س ـ ٩ن + ٨١

الحل : التبرير

س ن ـ ٩ س ـ ٩ن + ٨١ = ...

= (س ن ـ ٩ س) + (ـ ٩ن + ٨١) .....

= س(ن ـ ٩) + ـ ٩(ن ـ ٩) .....

= (ن ـ ٩)(س ـ ٩) .....

س ن ـ ٩ س ـ ٩ن + ٨١ = (ن ـ ٩)(س ـ ٩)

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

هـ) $س^{٢} ص + ٣ س ص + ٢ س + ٤ س ص ل + ٢ ١ ص ل + ٨ ل$

الحل : التبرير

$س^{٢} ص + ٣ س ص + ٢ س + ٤ س ص ل + ٢ ١ ص ل + ٨ ل$ = ...

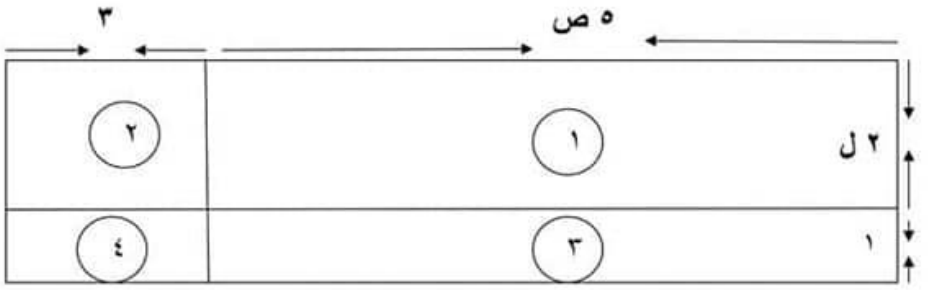
= $(س^{٢} ص + ٣ س ص + ٢ س) + (٤ س ص ل + ٢ ١ ص ل + ٨ ل)$ .....

= $س(س ص + ٣ ص + ٢) + ٤ ل (س ص + ٣ ص + ٢)$ .....

= $(س ص + ٣ ص + ٢)(س + ٤ ل)$ .....

$س^{٢} ص + ٣ س ص + ٢ س + ٤ س ص ل + ٢ ١ ص ل + ٨ ل = (س ص + ٣ ص + ٢)(س + ٤ ل)$

٢)أكتب مقداراً جبرياً يعبر عن مساحة الشكل التالي بطريقتين .



الحل : الطريقة الأولى :

مساحة الشكل = مجموع مساحة الأشكال ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤

= ١٠ ل ص + ٥ ل + ٥ ص + ٣

الطريقة الثانية :

طول الشكل كاملاً = $(٥ ص + ٣)$ ،،، عرض الشكل كاملاً = $(٢ ل + ١)$

مساحة الشكل كاملاً = الطول × العرض

= $(٥ ص + ٣)(٢ ل + ١)$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٣) خزان ماء على شكل متوازي مستطيلات ، حجمه (س ص ع + س ع + ص ع + ع) متر مكعب ، وارتفاعه (ع) متر . ما المقداران الجبريان اللذان يعبران عن بعديه الآخرين ؟

الحل :

حجم متوازي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع

باستخدام طريقة التجميع نكتب حجم متوازي المستطيلات بدلالة أبعاده .

$$\begin{aligned}(س ص ع + س ع + ص ع + ع) &= ع(س ص + س + ص + ١)\\ &= ع((س ص + س) + (ص + ١))\\ &= ع(س(ص + ١) + (ص + ١))\\ &= ع(ص + ١)(س + ١)\end{aligned}$$

١) وبما أن الارتفاع (ع) ، إذاً المقداران الجبريان اللذان يعبران عن بعديه الآخرين هما (ص + ١) ، (س + ١)

==========

حل أسئلة المراجعة ص ٧٧ + ٧٨

١) جد ناتج كل مما يأتي :

أ) $(٤س^{٢}ص)(٢س ص^{٣} ع) = ٨س^{٣}ص^{٤}ع$ قوانين الأسس

ب) $(-٣جـ^{٤}هـ)^{٣} = (-٣)^{٣}(جـ^{٤})^{٣}(هـ)^{٣} = -٢٧جـ^{١٢}هـ^{٣}$

جـ) $٥(-٢ك^{٧}ل^{٢}ن)^{٢}(٣ن^{٣}هـ) = ٥(٤ك^{١٤}ل^{٤}ن^{٢})(٣ن^{٣}هـ)$
$= ٥(١٢ك^{١٤}ل^{٤}ن^{٥}هـ) = ٦٠ك^{١٤}ل^{٤}ن^{٥}هـ$

د) $(٣ + ٢ع)^{٢} = (٣)^{٢} + ٣ \times ٢ع \times ٢ + (٢ع)^{٢}$
$= ٩ + ١٢ع + ٤ع^{٢}$

ذ) $(٢س + \sqrt{٥})^{٢} = (٢س)^{٢} + ٢ \times ٢س \times \sqrt{٥} + (\sqrt{٥})^{٢}$
$= ٤س^{٢} + ٤\sqrt{٥}س + ٥$

منتدى معلمي الاردن www.jo-teachers.com

و) $(٥س^{٢} - ٤)(٢س + ٣ص) = ٥س^{٢}(٢س + ٣ص) - ٤(٢س + ٣ص)$

$= ١٠س^{٣} + ١٥س^{٢}ص - ٨س - ١٢ص$

ز) $(-٢ل + ١)(ل + ٣)(ل - ١) = (-٢ل + ١)((ل + ٣)(ل - ١))$

$= (-٢ل + ١)(ل(ل - ١) + ٣(ل - ١))$

$= (-٢ل + ١)(ل^{٢} - ل + ٣ل - ٣)$

$= (-٢ل + ١)(ل^{٢} + ٢ل - ٣)$

$= -٢ل(ل^{٢} + ٢ل - ٣) + (ل^{٢} + ٢ل - ٣)$

$= -٢ل^{٣} - ٤ل^{٢} + ٦ل + ل^{٢} + ٢ل - ٣$

$= -٢ل^{٣} - ٣ل^{٢} + ٨ل - ٣$

---

٢) حلل كلاً مما يأتي إلى عوامله :

أ) $ص - ٦ص^{٢} = ص(١ - ٦ص)$

ب) $١٠س^{٣}ل - ٢٠س^{٢} + ١٥س ص^{٢} = ٥س(٢س^{٢}ل - ٤س + ٣ص^{٢})$

جـ) $٢هو + ٩هز - ٨بو - ٣٦بز$

الحل : **التبرير**

$٢هو + ٩هز - ٨بو - ٣٦بز =$ .....

$= (٢هو + ٩هز) + (-٨بو - ٣٦بز)$ .....

$= ه(٢و + ٩ز) + -٤ب(٢و + ٩ز)$ .....

$= (٢و + ٩ز)(ه - ٤ب)$ .....

$٢هو + ٩هز - ٨بو - ٣٦بز = (٢و + ٩ز)(ه - ٤ب)$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

د) $٥١س^{٥} - ٢٠س^{٣}ص^{٣} + ٣س^{٢} - ٤ص$

الحل : التبرير

$٥١س^{٥} - ٢٠س^{٣}ص^{٣} + ٣س^{٢} - ٤ص$ = ...

= $(٥١س^{٥} + ٣س^{٢}) + (-٢٠س^{٣}ص^{٣} - ٤ص)$ .....

= $٣س^{٢}(٥س^{٣} + ١) + -٤ص(٥س^{٣} + ١)$ .....

= $(٥س^{٣} + ١)(٣س^{٢} - ٤ص)$ .....

$٥١س^{٥} - ٢٠س^{٣}ص^{٣} + ٣س^{٢} - ٤ص = (٥س^{٣} + ١)(٣س^{٢} - ٤ص)$

==========

٣) صندوق على شكل متوازي مستطيلات ، قاعدته مربعة الشكل ، طول ضلعها $(٣س - ١)$ وحدة طول ، وارتفاعه $(س^{٣})$ وحدة طول ، اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن حجم الصندوق .

الحل :

طول ضلع القاعدة = $(٣س - ١)$ ،، مساحة القاعدة (مربع) = $(٣س - ١)^{٢}$

ارتفاع المتوازي = $(س^{٣})$

حجم متوازي المستطيلات = مساحة القاعدة × الارتفاع

= $(٣س - ١)^{٢}(س^{٣})$

= $((٣س)^{٢} + (٢ \times ٣س \times -١) + (-١)^{٢})(س^{٣})$

= $(٩س^{٢} - ٦س + ١)(س^{٣})$

= $٩س^{٥} - ٦س^{٤} + س^{٣}$

$(٩س^{٥} - ٦س^{٤} + س^{٣})$ وحدة حجم

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٤) إذا كانت مساحة مستطيل (س ص + ٥ س + ص + ٥) وحدة مربعة ، وكان أحد بعديه (ص + ٥) وحدة طول ، فما البعد الآخر ؟

الحل :

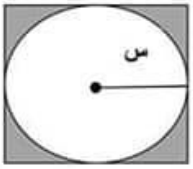
باستخدام طريقة التجميع في تحليل المقادير الجبرية

$$(س ص + ٥ س + ص + ٥) = (س ص + ٥ س) + (ص + ٥)$$
$$= س (ص + ٥) + (ص + ٥)$$
$$= (ص + ٥)(س + ١)$$

وبما أن أحد الأبعاد (ص + ٥) ، إذا البعد الآخر (س + ١) .

==========

٥) معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل مربعاً بداخله دائرة تمس أضلاعه ، أجب عما يأتي :



أ) أكتب مساحة المنطقة المظللة .

ب) حلل المقدار الذي حصلت عليه في الفرع (أ) إلى عوامله .

الحل :

أ) طول ضلع المربع = طول قطر الدائرة = ٢ س

نصف قطر الدائرة = س

مساحة المنطقة المظللة = مساحة المربع - مساحة الدائرة

$$= (٢س)^{٢} - \pi (س)^{٢}$$
$$= ٤س^{٢} - \pi س^{٢}$$

ب) $٤س^{٢} - \pi س^{٢} = س^{٢} (\pi - ١)$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٦) بركة سباحة على شكل متوازي مستطيلات في أحد النوادي الرياضية ، طولها (ص + ٢) متر ، وعرضها (ص + ١) متر ، وارتفاعها $\left(\frac{١}{٣}\text{ ص}\right)$ متر ، أجب عن كل مما يأتي :

أ) أكتب المقدار الذي يعبر عن كمية الماء اللازمة لملء البركة .

ب) إذا قررت إدارة النادي دهن الجدران الداخلية للبركة ، وكان ثمن دهان المتر المربع الواحد ١٢ ديناراً ، فما تكلفة الدهان ؟

الحل : أ) كمية الماء = حجم متوازي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع

$$= \left(\frac{١}{٣}\text{ ص}\right)(\text{ ص} + ١)(\text{ ص} + ٢)$$

$$= \left(\frac{١}{٣}\text{ ص}\right)((\text{ ص} + ١)(\text{ ص} + ٢))$$

$$= \left(\frac{١}{٣}\text{ ص}\right)(٢ + ٣\text{ ص} + \text{ ص}^{٢})$$

$$= \left(\frac{١}{٣}\text{ ص}^{٣} + \text{ ص}^{٢} + \frac{٢}{٣}\text{ ص}\right)(\text{م}^{٣})$$

ب) مساحة الجدران الجانبية للبركة = المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات

= محيط القاعدة (مستطيل) × الارتفاع

= ٢ (الطول + العرض) × الارتفاع

$$= ٢(\text{ ص} + ٢ + \text{ ص} + ١)\left(\frac{١}{٣}\text{ ص}\right)$$

$$= ٢(٢\text{ص} + ٣)\left(\frac{١}{٣}\text{ ص}\right)$$

$$= (٤\text{ص} + ٦)\left(\frac{١}{٣}\text{ ص}\right)$$

$$= \left(\frac{٤}{٣}\text{ ص}^{٢} + ٢\right)(\text{م}^{٢})$$

تكلفة الدهان = ثمن المتر المربع الواحد × المساحة الجانبية

$$= ١٢ \times \left(\frac{٤}{٣}\text{ ص}^{٢} + ٢\right) = (١٦\text{ص}^{٢} + ٢٤) \text{ ديناراً .}$$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

حل الاختبار الذاتي ص ٧٩ + ٨٠ + ٨١

١) يتكون هذا السؤال من ٨ فقرات من نوع الاختيار من متعدد ، لكل منها ٤ بدائل ، واحد منها فقط صحيح ، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح :

(١) دفعت كريمة س ديناراً ثمناً لـ ٣ صناديق من العصير ، ما ثمن الصندوق الواحد من العصير بالدينار ؟

أ) س + ٣ ب) ٣س [جـ) $\frac{س}{٣}$] د) $\frac{٣}{س}$

الحل : ثمن الصندوق الواحد = ثمن الصناديق الكلي ÷ عدد الصناديق

(٢) ناتج ضرب ٤س ، − ٣ص^{٢}ل هو :

أ) ص^{٢}ل ب) − ١٢ص^{٢}

جـ) ١٢ص^{٣}ل [د) − ١٢ص^{٣}ل]

(٣) العامل المشترك الأكبر للحدين ١٢س^{٥}ع^{٣} ، ٧ل^{٢}م هو :

[أ) ١] ب) ١٢

جـ) ١٢س^{٥}ع^{٣}ل^{٢}م د) ١٩س^{٥}ع^{٣}ل^{٢}م

(٤) ناتج − ١(ع − ٥) هو :

أ) ع + ٥ ب) ع − ٥ [جـ) ٥ − ع] د) ٥ع

(٥) ناتج (س + ٣)^{٢} هو :

أ) س^{٢} + ٩ ب) س^{٢} + ٦

جـ) س^{٢} + ٣س + ٩ [د) س^{٢} + ٦س + ٩]

الحل : حسب قاعدة مجموع مربعين أو الضرب الأفقي

(س + ٣)^{٢} = (س)^{٢} + ٢ × س × ٣ + (٣)^{٢}

= س^{٢} + ٦س + ٩

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

(٦) زرع محمود ثلاثة أمثال ما زرعه سعيد من الشجر ، وزرع رائد سبعة أشجار زيادة عن مثلي ما زرعه سعيد

إذا كانت س تمثل عدد الأشجار التي زرعها سعيد ، أي مما يأتي يمثل مجموع الأشجار التي زرعها الثلاثة ؟

أ) ٧ س + ٦ ب) ٤ س + ٧

جـ) ٥ س + ٧ د) ٦ س + ٧

الحل : ما زرعه سعيد ← س

ما زرعه محمود ← ثلاثة أمثال ما زرعه سعيد ← ٣ س

ما زرعه رائد ← ٧ + مثلي ما زرعه سعيد ← ٢ س + ٧

المجموع : ← س + ٣ س + ٢ س + ٧ = ٦ س + ٧

(٧) أي مما يأتي يعد عاملاً للمقدار الجبري ٦ ع^{٢} − ٣ ع − ٢ + ٤ ع :

أ) ٢ ع + ١ ب) ع + ٢

جـ) ٣ ع + ٢ د) ٣ ع − ٢

الحل :

$$٦ع^{٢} - ٣ع - ٢ + ٤ع = (٦ع^{٢} - ٣ع) + (-٢ + ٤ع)$$
$$= ٣ع(٢ع - ١) + ٢(-١ + ٢ع)$$
$$= ٣ع(٢ع - ١) + ٢(٢ع - ١)$$
$$= (٢ع - ١)(٣ع + ٢)$$

(٧) إذا كانت مساحة مربع (ص^{٢} + ٨ ص + ١٦) وحدة مربعة ، فإن طول ضلعه

أ) (ص + ٤)^{٢} ب) ص + ٤

جـ) ص + ٨ د) ص + ١٦

$$(ص^{٢} + ٨ص + ١٦) = (ص)^{٢} + ٢ \times ٤ \times ص + (٤)^{٢} = (ص + ٤)^{٢}$$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٢) جد ناتج كل مما يأتي بأبسط صورة :

أ) $(٣س^{٢} + ٥ع)(س^{٢} - ٢ع)$

الحل : باستخدام طريقة الضرب الأفقي :

$$(٣س^{٢} + ٥ع)(س^{٢} - ٢ع) = ٣س^{٢}(س^{٢} - ٢ع) + ٥ع(س^{٢} - ٢ع)$$
$$= ٣س^{٤} - ٦ع س^{٢} + ٥ع س^{٢} - ١٠ ع^{٢}$$

ب) $٧ل^{٣} م^{٢}(٢ل^{٢} - ٣م)^{٢}$

الحل : نستخدم قاعدة مربع مجموع حدين ، ثم قاعدة توزيع الضرب على الجمع :

$$٧ل^{٣} م^{٢}(٢ل^{٢} - ٣م)^{٢} = ٧ل^{٣} م^{٢}\left((٢ل^{٢})^{٢} + ٢ \times ٢ل^{٢}(-٣م) + (-٣م)^{٢}\right)$$
$$= ٧ل^{٣} م^{٢}(٤ل^{٤} - ١٢ ل^{٢} م + ٩م^{٢})$$
$$= ٢٨ل^{٧} م^{٢} - ٨٤ ل^{٥} م^{٣} + ٦٣ل^{٣} م^{٣}$$

٣) حلل كلاً مما يأتي إلى عوامله :

أ) $٢٤ص^{٥} ك^{٣} + ٤٠ص^{٢} ك^{٤}$

الحل :

$$٢٤ص^{٥} ك^{٣} + ٤٠ص^{٢} ك^{٤} = ٨ص^{٢} ك^{٣}\left(\frac{٢٤ص^{٥} ك^{٣}}{٨ص^{٢} ك^{٣}} + \frac{٤٠ص^{٢} ك^{٤}}{٨ص^{٢} ك^{٣}}\right)$$
$$= ٨ص^{٢} ك^{٣}(٣ص^{٣} + ٥ك)$$

ب) $٣هـس + ٥هـص - ٢١ ل س - ٢٠ ل ص$

الحل :

نستخدم طريقة التجميع في تحليل المقادير الجبرية

$$٣هـس + ٥هـص - ٢١ ل س - ٢٠ ل ص = (٣هـس + ٥هـص) + (-٢١ ل س - ٢٠ ل ص)$$
$$= هـ(٣س + ٥ص) + -٤ل(٣س + ٥ص)$$
$$= (٣س + ٥ص)(هـ - ٤ل)$$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٤) معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل لوحاً خشبياً على شكل شبه منحرف ، ارتفاعه (ع) وحدة طول ، وطول قاعدته السفلى

ثلاثة أمثال ارتفاعه ، وطول قاعدته العليا يقل بمقدار (٢) عن مثلي ارتفاعه ، فأجب عن كل مما يأتي :

أ) أكتب عبارة جبرية تمثل مساحة اللوح الخشبي .

ب) إذا كان ارتفاع اللوح الخشبي ٥ و١ متراً ، فجد مساحته .

الحل : نترجم المعطيات إلى تعابير رمزية

- الارتفاع ← ← ع .
- طول القاعدة السفلى ثلاثة أمثال ارتفاعه ← ← ٣ ع .
- طول القاعدة العليا يقل بمقدار ٢ عن مثلي ارتفاعه ← ← ٢ ع – ٢ .
- مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (مجموع القاعدتين) × الارتفاع

أ) مساحة اللوح الخشبي = مساحة شبه المنحرف

$$= \frac{١}{٢}(٣ ع + ع ٢ - ٢) \times ع$$

$$= \frac{١}{٢}(٣ ع - ٢) \times ع = \boxed{ع - ٢ ع \frac{٣}{٢}}$$

ب) الارتفاع ← ← ع = ٥ و١ = $\frac{٣}{٢}$ متر ::: المساحة = ؟؟؟

نعوض قيمة الارتفاع في مساحة اللوح الخشبي (فرع أ) .

المساحة عندما ع = $\frac{٣}{٢}$ $= \left(ع - ٢ ع \frac{٣}{٢}\right)$

$$= \left(\frac{٣}{٢}\right)\frac{٣}{٢} - \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \frac{٢٧}{٨} - \frac{٣}{٢} = \frac{١٥}{٨}(٢م)$$

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن

٥) مصنع للثلاجات والتلفزيونات ، يبيع س تلفزيون ، ص ثلاجة شهرياً ، معتمداً على الجدول الآتي الذي يمثل التكلفة ومقدار الربح لكل قطعة بالدينار :

النوع	التكلفة	الربح
تلفزيون	٢٤٠	٢٥
ثلاجة	٤٥٠	٣٠

أ) أكتب العلاقة التي تعبر عن التكلفة التي يدفعها المصنع شهرياً بدلالة س ، ص .

ب) أكتب العلاقة التي تعبر عن مبلغ البيع في المصنع شهرياً بدلالة س ، ص .

الحل :

أ) التكلفة = عدد القطع المنتجة × تكلفة القطعة الواحدة

تلفزيونات : التكلفة = س × ٢٤٠ = ٢٤٠ س

ثلاجات : التكلفة = ص × ٤٥٠ = ٤٥٠ ص

التكلفة الكلية = تكلفة التلفزيونان + تكلفة الثلاجات

= ٢٤٠ س + ٤٥٠ ص (ديناراً)

ب) مبلغ البيع = مبلغ التكلفة + مبلغ الربح

تلفزيونات : مبلغ البيع = ٢٤٠ س + ٢٥ س = ٢٦٥ س

ثلاجات : مبلغ البيع = ٤٥٠ ص + ٣٠ ص = ٤٨٠ ص

مبلغ البيع الكلي = مبلغ بيع التلفزيونات + مبلغ بيع الثلاجات

= ٢٦٥ س + ٤٨٠ ص (ديناراً)

نهاية الوحدة الثانية

www.jo-teachers.com منتدى معلمي الاردن