التعامل مع الاشارات +، -

الجمع والطرح

اذا تشابهت اشارة العددان نجمع ونضع نفس اشارة العددان

-٣ + -٨ = -١١

-٨ - ٢ = -١٠

-١٢ + -٥ = -١٧

-٢٠ - ١ = -٢١

١ + ٨ = ٩

اذا اختلفت اشارة العددان نطرح ونختار اشارة العدد الاكبر

-٧ + ١ = -٦

٣٠ + -٢ = ٢٨

-٨ + ٩ = ١

٩ - ١٢ = -٣

انتبه: العدد الذي قبله اشارة الطرح يعتبر عدد سالب

ارتقِ بهدفي

الضرب والقسمة

اذا تشابهت الاشارات نضع اشارة موجب

-٣ × -٨ = ٢٤

-٩ ÷ -٣ = ٣

-٢٠ × -٣ = ٦٠

اذا اختلفت الاشارات نضع اشارة سالب

-٨ × ٩ = -٧٢

-٢٠ ÷ ١٠ = -٢

-٨ × ٤ = -٣٢

انتبه: ٩/٣ تكافئ ٩ ÷ ٣

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

العدد صفر

- صفر ÷ أي عدد يعطي صفراً
  - ٠ ÷ ٥ = ٠
  - ٠ ÷ ١٣ = ٠
- صفر × أي عدد يعطي صفراً
  - ٠ × ٨ = ٠
  - ٠ × ٩ = ٠
- صفر + أي عدد يعطي العدد نفسه
  - ٠ + ٣ = ٣
  - ٠ + -٩ = -٩
- صفر − عدد موجب يعطي سالب العدد، أما صفر − عدد سالب يعطي موجب العدد
  - ٠ − ٨ = -٨
  - ٠ − -٩ = ٩

انتبه

① قسمة أي عدد على نفسه يعطي (١) ان كان لهما نفس الإشارة، ويعطي (-١) ان كانا مختلفان بالاشارة

-٨ ÷ -٨ = ١

٩ ÷ ٩ = ١

-٧ / -٧ = ١

② عدد ÷ صفراً يعطي قيمة غير معروفة

٨ / ٠ غير معروفة

٩ / ٠ غير معروفة

١٠١ / ٠ غير معروفة

③ قسمة أي عدد على العدد (١) تعطي العدد نفسه

٩ ÷ ١ = ٩

٨ / ١ = ٨

④ واحد × أي عدد يعطي العدد نفسه

٣٠ × ١ = ٣٠

-٩٠ × ١ = -٩٠

أ. فتن صالحي

قابلية القسمة

١) العدد الذي آحاده زوجي يقبل القسمة على (٢)

٢) العدد الذي آحاده صفراً أو خمسة يقبل القسمة على (٥)

٣) العدد الذي آحاده صفراً يقبل القسمة على العدد (١٠)

الكسور $\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$

$\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$ ← اذا كان هنا عدد يسمى عدد كسري

الجمع والطرح

قم أولاً بتوحيد المقامات
ثم اجمع أو اطرح البسط مع بقاء المقام نفسه

* $\frac{٣}{١٠}+\frac{٢}{٥}$

$\frac{٣}{١٠}+\frac{٢\times ٢}{٥\times ٢}$

$\frac{٣}{١٠}+\frac{٤}{١٠}$

$\frac{٧}{١٠}$

* $\frac{١}{٢}-\frac{٧}{٨}$

$\frac{٤\times ١}{٤\times ٢}-\frac{٧}{٨}$

$\frac{٤}{٨}-\frac{٧}{٨}$

$\frac{٣}{٧}$

* $\frac{١}{٤}+\frac{١}{٣}$

$\frac{٣\times ١}{٣\times ٤}+\frac{٤\times ١}{٤\times ٣}$

$\frac{٣}{١٢}+\frac{٤}{١٢}$

$\frac{٧}{١٢}$

انت صافي

الضرب

قم بضرب البسط مع البسط والمقام مع المقام.

* $\frac{٣}{٢}\times\frac{١}{٥}$

$\frac{٣}{١٠}=\frac{٣\times ١}{٢\times ٥}$

* $\frac{١}{٧}\times ٨$

$\frac{٨}{٧}=\frac{١\times ٨}{٧\times ١}$

العدد الصحيح مقامه (١) $\frac{٨}{١}=٨$

القسمة

قم بتحويل القسمة الى ضرب، ثم اقلب الكسر بعد اشارة القسمة، بجعل البسط مقاماً والمقام بسط ثم قم بعملية الضرب

* $\frac{٤}{٧}\div\frac{٥}{٣}$

$\frac{٧}{٤}\times\frac{٥}{٣}$

$\frac{٣٥}{١٢}$

* $٥\div\frac{٧}{٨}$

$\frac{١}{٥}\times\frac{٧}{٨}$

$\frac{٧}{٤٠}$

* $\frac{٣}{٨}\div ١$

$\frac{٨}{٣}\times\frac{١}{١}$

$\frac{٨}{٣}$

* $\frac{٨}{\frac{٣}{٥}}$

$\frac{٥}{٣}\times\frac{٨}{١}$

$\frac{٤٠}{٣}$

UMNIAH 47% 4:08 م

تبسيط الكسور

هو قسمة كل من البسط والمقام على نفس العدد الى أن يصبح العددان لا يقبلان القسمة الا على العدد (١)

* $\frac{٥}{٢٠}$ $\frac{٥ \div ٥}{٢٠ \div ٥} = \frac{١}{٤}$
* $\frac{٢٤}{٣٢}$ $\frac{٢٤ \div ٨}{٣٢ \div ٨} = \frac{٣}{٤}$
* $\frac{١٦}{٣٠}$ $\frac{١٦ \div ٢}{٣٠ \div ٢} = \frac{٨}{١٥}$

الكسور العشرية

هي كسور تحوي فاصلة (و) واصلها كسور بسطها العدد كاملاً بدون فاصلة ومقامها ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، ... وذلك حسب عدد المنازل بعد الفاصلة

* ٨و١ ← $\frac{١٨}{١٠}$
* ٨١٨و٠ ← $\frac{٨١٨}{١٠٠٠}$
* ٨و١٠ ← $\frac{١٠٨}{١٠٠}$
* ٢١و١ ← $\frac{١٢١}{١٠٠}$

جمع وطرح الكسور العشرية

نرتب الكسور فوق بعضها، بحيث الفاصلة العشرية تحت الفاصلة العشرية، ثم نضع اصفار مكان المنازل الخالية من الارقام

* ٣و٢١ + ١٢و٧

```
   ٣٠ و ٢١
+  ١٢ و ٠٧
-----------
   ٤٢ و ٢٨
```

* ٦٨و٧ − ١٠و٦

```
   ٦٨ و ٧
-  ١٠ و ٦
----------
   ٥٨ و ١
```


رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

UMNIAH 47% 4:09 م

ضرب الكسور العشرية

نقوم بالضرب وكأن الفاصلة غير موجودة ثم نضع الفاصلة في الناتج بحيث ان عدد المنازل بعد الفاصلة مساوٍ لمجموع عدد المنازل في العددان

* $٧٫٢ \times ٢٫٠٨$ ① ②

$$\begin{array}{r} ٢٠٨ \\ \times\ ٧٢ \\ \hline ٠٤١٦ \\ +\ ١٤٥٦٠ \\ \hline ١٤٩٧٦ \end{array}$$

الجواب $١٤٫٩٧٦$

٣ منازل

انتبه

العدد الصحيح فاصلته على اليمين

* $٠٫٣ \times ٠٫٠٠٢$

$$\begin{array}{r} ٣ \\ \times\ ٢ \\ \hline ٦ \end{array}$$

الجواب $٠٫٠٠٠٦$

قسمة الكسور العشرية

نفضل تحويلها لكسور عادية

* $٠٫٢ \div ٠٫١٤$

$\frac{٢}{١٠} \div \frac{١٤}{١٠٠}$

$\frac{٢}{١٠} \times \frac{١٠٠}{١٤}$

$\frac{٢٠٠}{١٤٠} = \frac{١٠}{٧}$

* $٧ \div ١٫٤$

$\frac{٧}{١} \div \frac{١٤}{١٠}$

$\frac{٧}{١} \times \frac{١٠}{١٤}$

$\frac{٧٠}{١٤} = \frac{٣٥}{٧}$

ملاحظة

عند ضرب أو قسمة كسر عشري مع كسر عادي نفضل تحويل العشري الى عادي

* $٠٫٦ \times \frac{٣}{٥}$

$\frac{٦}{١٠} \times \frac{٣}{٥} = \frac{١٨}{٥٠} = \frac{٩}{٢٥}$

* $\frac{٢}{٧} \div ٠٫٢$

$\frac{٢}{٧} \div \frac{٢}{١٠} = \frac{٢}{٧} \times \frac{١٠}{٢}$

$= \frac{٢٠}{١٤} = \frac{١٠}{٧}$

ضرب كسر عشري في ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠

نحرك الفاصلة لليمين بعدد الاصفار

* ١و٨٣ × ١٠ = ١٨و٣
* ٢٢و٨٩٧ × ١٠٠ = ٢٢٨٩و٧
* ٢و١ × ١٠٠ = ٢١٠و٠
* ٢و٨١ × ١٠٠٠ = ٢٨١٠٠و٠

قسمة كسر عشري على ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠

نحرك الفاصلة لليسار بعدد الاصفار

* ٥٨و٣٢ ÷ ١٠ = ٥و٨٣٢
* ٣٢٨و١ ÷ ١٠٠ = ٣و٢٨١
* ٧و٠ ÷ ١٠٠٠ = ٠و٠٠٠٧

ضرب عدد صحيح في عدد يحوي اصفار

عند الضرب في عدد يحوي اصفار، نضع الاصفار في الناتج ثم نضرب بدون اصفار، وهكذا للقسمة

$\frac{٣٢ \times ٣}{٩٦}$

* ٣٢٠ × ٣٠٠٠ = ٩٦٠٠٠٠٠
* ٨١٥ × ١٠٠٠٠ = ٨١٥٠٠٠٠
* ٤٩٠٠ ÷ ٧ = ٧٠٠
* ٨١٠٠٠ ÷ ٩ = ٩٠٠٠

معكوس ومقلوب العدد

* معكوس العدد: نغير فقط اشارته، بحيث ناتج جمع أي عدد مع معكوسه يعطي صفراً

-٩ معكوسه ٩ ، ٤ معكوسه -٤

* مقلوب العدد: نجعل البسط مقام والمقام بسط

٥ ← مقلوبه $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٣}{٤}$ مقلوبه ← $\frac{٤}{٣}$

رانت ابراهيم صالح بكالوريوس رياضيات [illegible]

UMNIAH 46% 4:09 م

التحويل بين الكسور

من كسر عادي الى عشري: اجعل المقام ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، ... ان امكن أو قسمة طويله

$\frac{٣}{٥}$

$\frac{٣ \times ②}{٥ \times ②} = \frac{٦}{١٠} = ٠{,}٦$

٥ ⟌ ٣٠ → ٦و٠
٣٠-
٠

من عشري الى عادي: نضع العدد كاملاً بدون فاصلة في البسط والمقام ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠ ... حسب المنازل بعد الفاصلة

* ٨و٢ ⟵ $\frac{٨٢}{١٠}$

رأفت صافي

* ٠,٠٠٧ ⟵ $\frac{٧}{١٠٠٠}$

من عدد كسري الى كسر عادي: اضرب المقام بالعدد الصحيح ثم اجمع للناتج البسط ثم ضع الناتج النهائي في البسط، مع بقاء المقام نفسه

* $٥\frac{٢}{٧} \longleftarrow \frac{٧ \times ٥ + ٢}{٧} = \frac{٣٧}{٧}$

من كسر عادي الى عدد كسري: نلجأ الى القسمة الطويله، حيث الباقي نضعه في البسط والناتج يمثل العدد الصحيح والمقام يبقى نفسه

* $\frac{١٢}{٥}$ ⟵ ٥ ⟌ ١٢ → ٢ ، ١٠- ، ٢ ⟵ $٢\frac{٢}{٥}$

الباقي → ٢ ، الناتج ← ٢ ، المقام نفسه ← ٥

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الأسس وقوانينها

$أ^{ن}$: ن ← الأس ، أ ← الأساس

$$أ^{ن} = أ \times أ \times أ \times \dots \text{ ن مرة}$$

(عدد موجب أو سالب)^{ن} ← ن زوجي : الناتج دائماً موجب

(عدد سالب)^{ن} ← ن فردي : الناتج سالب دائماً

$$٣^{٢} = ٣ \times ٣ = ٩$$

$$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٣} = \frac{٢}{٣} \times \frac{٢}{٣} \times \frac{٢}{٣} = \frac{٨}{٢٧}$$

$$(-٢)^{٤} = -٢ \times -٢ \times -٢ \times -٢ = ١٦$$

$$(-٣)^{٣} = -٣ \times -٣ \times -٣ = -٢٧$$

انت شاطر

$$أ^{٠} = ١$$

أي عدد قوة "صفر" دائماً الناتج (١)

$$٨^{٠} = ١$$

$$\left(\frac{١}{٢}\right)^{٠} = ١$$

$$أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$$

$$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{-ن} = \left(\frac{ب}{أ}\right)^{ن}$$

اذا كان الأس سالب ، نعتبر السالب غير موجود ، ثم نجد الناتج ثم نقلب الناتج ، نجعل البسط مقام والمقام بسط

* $(٢)^{-٣} \longrightarrow ٢^{٣} = ٨ \longrightarrow (٢)^{-٣} = \frac{١}{٨}$

* $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{-٣} \longrightarrow \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٣} = \frac{٢٧}{١٢٥} \longrightarrow \left(\frac{٣}{٥}\right)^{-٣} = \frac{١٢٥}{٢٧}$

$أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$

اذا تشابهت الاساسات نجمع الأسس في حالة الضرب

* $٥^{٢} \times ٥^{٣} = ٥^{٥}$
* $٨^{٢} \times ٨^{٣} = ٨^{٥}$
* $س^{٢} \times س^{٦} = س^{٨}$
* $ص \times ص^{٥} = ص^{٦}$

تنويه: س هنا القوة (١)

$\frac{أ^{م}}{أ^{ن}}$

في حالة القسمة وكانت الاساسات متساوية نطرح الأسس مع بقاء الأساس نفسه

رأفت صافي

* $\frac{٥^{٣}}{٥^{٢}} = ٥^{١}$
* $\frac{س^{٩}}{س^{٢}} = س^{٧}$

$(أ^{م})^{ن} = أ^{م \times ن}$

اذا كان العدد مرفوع لقوتان، نضرب القوتان معاً

$(٥^{٢})^{٣} = ٥^{٦}$

$(س^{٢})^{٩} = س^{١٨}$

$(٢^{-٣})^{٤} = ٢^{-١٢}$

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

مربع ومكعب العدد

مربع العدد :- هو ضرب العدد في نفسه مرتان (م²)

مكعب العدد :- هو ضرب العدد في نفسه ٣ مرات (م³)

تنويه

يفضل حفظ مربعات الاعداد من (١ - ١٥)

يفضل حفظ مكعب الاعداد من (١ - ٦)

العدد	مربع العدد
١	١
٢	٤
٣	٩
٤	١٦
٥	٢٥
٦	٣٦
٧	٤٩
٨	٦٤
٩	٨١
١٠	١٠٠
١١	١٢١
١٢	١٤٤
١٣	١٦٩
١٤	١٩٦
١٥	٢٢٥

العدد	مكعب العدد
١	١
٢	٨
٣	٢٧
٤	٦٤
٥	١٢٥
٦	٢١٦
٧	٣٤٣

ملاحظة

مربع العدد السالب "موجب"

مكعب العدد السالب "سالب"

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٠٨٢٤٤٦٤

الجذور

$\sqrt[ن]{عدد}$ ← رمز الجذر، ن ← دليل الجذر

الجذر التربيعي $\sqrt{}$

ما هو العدد الذي اذا ضرب في نفسه مرتان ، أعطى ما تحت الجذر

* $\sqrt{٩} = ٣$
* $\sqrt{١٤٤} = ١٢$
* $\sqrt{٦٤} = ٨$
* $\sqrt{٤٩} = ٧$

رفقة صافي

تنويه لايجاد الجذر التربيعي لعدد يحوي اصفار ، نأخذ صفر من كل صفران ثم نجد الجذر للعدد بدون اصفار

* $\sqrt{٩٠٠} = ٣ ، ٠ = ٣٠$
* $\sqrt{٤٠٠٠٠} = ٢ ، ٠٠ = ٢٠٠$

الجذر التكعيبي $\sqrt[٣]{}$

ما هو العدد الذي اذا ضرب في نفسه ثلاث مرات ، أعطى ما تحت الجذر

* $\sqrt[٣]{٨} = ٢$
* $\sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$
* $\sqrt[٣]{-٦٤} = -٤$ ← السالب يخرج دائماً من تحت الجذر ويوضع في الناتج
* $\sqrt[٣]{٢٧٠٠٠} = ٣٠$ ← نأخذ من كل ثلاث اصفار صفر واحد

ملاحظة

نتعامل مع باقي الجذور حسب دليل الجذر ← $\sqrt[٤]{١٦} = ٢$ ، $\sqrt[٥]{٣٢} = ٢$

المعلمة: رفقة صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٠٨٢٤٤٦٤

الأسس الكسرية $أ^{\frac{م}{ن}}$

يحول الأس الكسري الى جذر وذلك كما يلي :

$$أ^{\frac{م}{ن}} \longrightarrow \left(\sqrt[ن]{أ}\right)^{م}$$

* $٢٧^{\frac{٢}{٣}} \longrightarrow \left(\sqrt[٣]{٢٧}\right)^{٢} = ٣^{٢} = ٩$
* $٨^{\frac{١}{٣}} \longrightarrow \left(\sqrt[٣]{٨}\right)^{١} = ٢^{١} = ٢$
* $٦٤^{\frac{-٢}{٣}} \longrightarrow \left(\sqrt[٣]{٦٤}\right)^{-٢} = ٤^{-٢} = \frac{١}{١٦}$

الفترات

انت صافي

[أ، ب]	(أ، ب)	[أ، ب)	(أ، ب]
مغلقة	مفتوحة	نصف مغلقة او مفتوحة	نصف مغلقة او مفتوحة

* تكتب الفترة من الأصغر الى الأكبر
* ∞ : أكبر عدد ممكن ودائماً يكون على يسار الفترة
* $-\infty$: أصغر عدد ممكن ودائماً يكون على يمين الفترة

أمثلة

١) [-٣، ٥) ٢) (-∞، ٤] ٣) [٢، ∞)

٤) [١، ٩] ٥) (٣، ١٧) ٦) (٤، ٩]

اولويات العمليات الحسابية

في حالة وجود اكثر من عملية حسابية ، نتبع تسلسل العمليات كما يلي :. (ان وجدت) :.

* ما داخل الاقواس * الأسس * الضرب أو القسمة من جهة اليمين
* الجمع أو الطرح من جهة اليمين

① ٣ + ٨ × ٢ ÷ ٤
الحل : ٣ + ١٦ ÷ ٤
٣ + ٤
٧

② ٣ × (٦+١) − ٥٧
الحل : ٣ × ٧ − ٥٧
= ٢١ − ٥٧
= ٣٦−

③ ٧ × $٢^٢$ + ٥
الحل : ٧ × ٤ + ٥
٢٨ + ٥
٣٣

④ ٦ ÷ ٢ × ٧
الحل : = ٣ × ٧
= ٢١

رافت صافي

المقادير الجبرية والعمليات عليها

الحد الجبري حاصل ضرب عدد ثابت في متغير ، حيث نسمي العدد "بالمعامل" ونرمز للمتغير بحرف س، ص، ل، ...

امثلة

- ٣ س : ٣ معامل ، س متغير
- ٧ $ص^٢$: ٧ معامل ، ص متغير
- ٧ $ل^٥$
- $س^٣$: هنا المعامل (١)

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٠٨١٢٤٤٦٤

الحدود الجبرية المتشابهة

هي حدود لها نفس المتغير مع قوته وان اختلفت المعاملات

امثلة

$\text{٥س}^{٢} ، \text{٧س}^{٢}$ (متشابهان)	$\text{٨ص}^{٢} ، \text{٧ص}^{٢}$ (متشابهان)	$\text{٥ص} ، \text{٥ص}^{٣}$ (مختلفان)	$\text{٦س}^{٢} ، \text{٤س}$ (مختلفان)

أنت صاحي

العمليات على الحدود الجبرية

الجمع والطرح ← عند جمع او طرح مقادير جبرية ، ننظر فقط الى الحدود الجبرية المتشابهة ، بحيث نجمع أو نطرح المعاملات فقط مع بقاء المتغير كما هو.

① $\text{٥س}^{٢} + \text{٧س}^{٢} = \text{١٢س}^{٢}$ ② $\text{٨ل} + \text{ل} = \text{٩ل}$

③ $\text{٩ص}^{٢} - \text{٤س} + \text{٨ص}^{٢} + \text{س} = \text{١٧ص}^{٢} - \text{٣س}$

④ ٩س + ٧ "تبقى كما هي"

تنبيه: لا يجوز جمع أو طرح حد جبري مع عدد

الضرب

حالة (١) :- ضرب حد جبري في حد جبري :- نضرب المعاملات ثم نطبق قواعد الأسس بحيث نجمع الأسس للمتغيرات

① $\text{٨س}^{٢} \times \text{٧س}^{٥} = \text{٥٦س}^{٧}$ ② $\text{٨ل}^{٣} \times \text{٢ل} = \text{١٦ل}^{٤}$

③ $-\text{٥ص}^{٢}\text{ل} \times \text{٢ص} = -\text{١٠ص}^{٣}\text{ل}$ ④ $\text{٨س}^{٧} \times \text{س} = \text{٨س}^{٨}$

حالة (٢) :- ضرب حد جبري في مقدار جبري :-

$$أ \times (ب \pm جـ) = أ \times ب \pm أ \times جـ$$

تنويه
عند فك الأقواس نضرب بين كل حد وحد آخر إشارة الجمع أو الطرح وذلك حسب قواعد الإشارات

① $٢س^{٥}(٢س^{٢} - ٤) = ٤س^{٧} - ٨س^{٥}$

② $س(٩ - ٣س^{٢}) = ٩س - ٣س^{٣}$

حالة (٣) :- ضرب مقدار جبري في مقدار جبري آخر

$$(أ + ب)(جـ + د) = أ \times جـ + أ \times د + ب \times جـ + ب \times د$$

① $(٣س^{٢} - ٢س)(س^{٢} + ٣س) = ٣س^{٤} + ٩س^{٣} - ٢س^{٣} - ٦س^{٢}$

$= ٣س^{٤} + ٧س^{٣} - ٦س^{٢}$

② $(٩ - ٨س)(٨ - ٢س) = ٧٢ - ١٨س - ٦٤س + ١٦س^{٢}$

$= ٧٢ - ٨٢س + ١٦س^{٢}$

رأفت صافي

مفكوك $(أ \pm ب)^{٢}$

$$(أ \pm ب)^{٢} = أ^{٢} \pm ٢ \times أ \times ب + ب^{٢}$$

الأول في نفسه ± ٢×الأول×الثاني + الثاني في نفسه

① $(٣س + ٣)^{٢} = ٣س \times ٣س + ٢ \times ٣س \times ٣ + ٣ \times ٣$

$= ٩س^{٢} + ١٨س + ٩$

② $(س - ٤)^{٢} = س^{٢} - ٨س + ١٦$

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٠٩٧٢٤٤٦٤

UMNIAH 46% 4:10 م

المقادير الكسرية

في حالة جمع أو طرح كسور جبرية "توحيد المقامات"

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \pm \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ}\times\text{د} \pm \text{ب}\times\text{جـ}}{\text{ب}\times\text{د}}$$

امثلة

١) $\frac{٢}{\text{س}-٣} + \frac{٤}{\text{س}+٦}$

الحل:

$$= \frac{٢\text{س}+١٢+٤\text{س}-١٢}{(\text{س}-٣)(\text{س}+٦)}$$

$$= \frac{٦\text{س}}{(\text{س}-٣)(\text{س}+٦)}$$

هنا (١) فقط اشارته سالب

٢) $\frac{١}{\text{س}+١} - \frac{١}{٢\text{س}}$

الحل:

$$\frac{٢\text{س}-\text{س}-١}{(\text{س}+١)(٢\text{س})}$$

انت صاحي

$$\frac{\text{س}-١}{(\text{س}+١)(٢\text{س})}$$

٣) $\frac{١}{\text{س}-٥} + \frac{٢}{٤\text{س}+١٠}$

الحل:

$$\frac{٤\text{س}+١٠+٢\text{س}-١٠}{(\text{س}-٥)(٤\text{س}+١٠)}$$

$$\frac{٦\text{س}}{(\text{س}-٥)(٤\text{س}+١٠)}$$

٤) $\frac{١}{\text{س}-٢} - \frac{١}{٥}$

$$\frac{٥-\text{س}+٢}{(\text{س}-٢)(٥)}$$

$$\frac{٧-\text{س}}{(\text{س}-٢)(٥)}$$

٥) $\frac{١}{\text{س}+١} - \frac{١}{٣}$

$$\frac{٣-\text{س}-١}{(\text{س}+١)(٣)} = \frac{٢-\text{س}}{(\text{س}+١)(٣)}$$

٦) $\frac{\text{س}}{\text{س}+٢} + \frac{٣+\text{س}}{\text{س}-٢}$

$$\frac{\text{س}^٢-٢\text{س}+٣\text{س}+٦+\text{س}^٢+٢\text{س}}{(\text{س}+٢)(\text{س}-٢)}$$

$$\frac{٢\text{س}^٢+٣\text{س}+٦}{(\text{س}+٢)(\text{س}-٢)}$$

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

طرق التحليل

كتابة المقادير الجبرية على شكل ضرب أقواس

رأفت صافي

أولاً: فرق بين مربعين

$$أ^{٢} - ب^{٢} = (أ - ب)(أ + ب)$$

① ② جذر الحد الأول جذر الحد الثاني

$س^{٢} - ٩ = (س - ٣)(س + ٣)$	$٤ - س^{٢} = (٢ - س)(٢ + س)$
$س^{٢} - ٢٥ = (س - ٥)(س + ٥)$	$س^{٢} - ٤٩ = (س - ٧)(س + ٧)$
$(٢س - ١)^{٢} - ٨١ = (٢س - ١ - ٩)(٢س - ١ + ٩) = (٢س - ١٠)(٢س + ٨)$	

ثانياً: فرق مكعبين

$$أ^{٣} - ب^{٣} = (أ - ب)(أ^{٢} + أب + ب^{٢})$$

عكس

دائماً موجب

الجذر التكعيبي للحد الأول، الجذر التكعيبي للحد الثاني، الأول في نفسه، الأول في الثاني، الثاني في نفسه

مجموع مكعبين

$$أ^{٣} + ب^{٣} = (أ + ب)(أ^{٢} - أب + ب^{٢})$$

عكس

$$س^{٣} - ٨ = (س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)$$

$$٢٧ - س^{٣} = (٣ - س)(٩ + ٣س + س^{٢})$$

$$س^{٣} + ٦٤ = (س + ٤)(س^{٢} - ٤س + ١٦)$$

ثالثاً: المقدار الثلاثي

$$س^2 + م س + هـ = (س \;\square)(س \;\square)$$

نبحث عن عددان ضربهما (هـ) ومجموعهما (م)

ملاحظة

* اذا كانت (هـ) موجبة فان العددان داخل المربع موجبان أو سالبان وذلك حسب اشارة الحد الاوسط (م س)
* اذا كانت (هـ) سالبة فان العددان داخل المربع مختلفان بالاشارة حيث العدد الاكبر يأخذ اشارة الحد الاوسط (م س)

$س^2 + ٦س + ٥ = (س + ١)(س + ٥)$ ← عددان ضربهما (٥) ومجموعهما (٦)

$س^2 - س - ٦ = (س - ٣)(س + ٢)$

$س^2 - ٥س + ٦ = (س - ٢)(س - ٣)$	$س^2 - ٣س + ٢ = (س - ٢)(س - ١)$
$س^2 + س - ٢ = (س - ١)(س + ٢)$	$س^2 - ٣س - ٤ = (س - ٤)(س + ١)$
$س^2 - ٢س - ٣ = (س - ٣)(س + ١)$	$س^2 + ٢س - ٨ = (س - ٢)(س + ٤)$
$س^2 + ٥س + ٦ = (س + ٣)(س + ٢)$	$س^2 - ٦س + ٩ = (س - ٣)(س - ٣)$
$س^2 - ٢س + ١ = (س - ١)(س - ١)$	$س^2 - ٦س + ٥ = (س - ١)(س - ٥)$
$س^2 - س - ٢ = (س - ٢)(س + ١)$	$س^2 - ٢س - ٨ = (س - ٤)(س + ٢)$
$س^2 + ٢س - ١٥ = (س + ٥)(س - ٣)$	$س^2 + ٦س + ٨ = (س + ٤)(س + ٢)$
$س^2 + ٧س + ١٢ = (س + ٣)(س + ٤)$	$س^2 - ٥س - ١٤ = (س - ٧)(س + ٢)$

رابعاً عامل مشترك

* اذا لم يكن المقدار كما في الحالات السابقة ، نلجأ الى اخراج عامل مشترك ، يتكون العامل المشترك من عدد أو متغير أو عدد مع متغير حيث :-

١) المقدار من الدرجة الاولى يحلل باخراج المعامل فقط عامل مشترك
٢) اذا احتوى كل حد على (س) نخرج اقل قوة لـ (س) عامل مشترك
٣) اذا احتوى كل مقدار على (س) وكان هناك عدد يقبل القسمة على جميع المعاملات ، نخرج عدد مع متغير عامل مشترك

* $س^{٢} - ٢س = س(س - ٢)$

نقسم كل حد على العامل المشترك

$\frac{س^{٢}}{س} = س$ ، $\frac{٢س}{س} = ٢$

* $٣س^{٢} - ٦س = ٣س(س - ٢)$

$\frac{٣س^{٢}}{٣س} = س$ ، $\frac{٦س}{٣س} = ٢$

انتبه صافي

$س^{٣} + ٥س^{٢} + ٦س = س(س^{٢} + ٥س + ٦)$ $= س(س + ٢)(س + ٣)$	$٣س^{٢} - ١٥س = ٣س(س - ٥)$
$س^{٢} - س = س(س - ١)$	$٢س^{٣} + ١٦ = ٢(س^{٣} + ٨)$ $= ٢(س + ٢)(س^{٢} - ٢س + ٤)$
$٣س - ١٥ = ٣(س - ٥)$	$٣س^{٢} - ٩س = ٣س(س - ٣)$
$١٢ - ٣س = ٣(٤ - س)$	$س^{٣} - ٤س^{٢} = س^{٢}(س - ٤)$

حل المعادلات

معادلة من الدرجة الأولى ← أعلى قوة لـ (س) هي (١)

* فك أقواس " ان وجد "
* اذا وجدت (س) في اكثر من حد ، نجمع السينات في طرف والثوابت (الاعداد) في طرف ثم نبسط ونقسم طرفي المعادلة على معامل (س) اذا لم يكن معاملها (١) ، مع تغيير اشارة الحد المنقول.

ملاحظة ← ان وجد المتغير في حد واحد ، نحاول جعل (س) لوحدها بحيث نتخلص أولاً من الجمع أو الطرح ثم الضرب أو القسمة.

حالة (١)

① ٢س − ٣ = ٩

 +٣ +٣

 ٢س / ٢ = ١٢ / ٢

 $\boxed{\text{س} = ٦}$

② ٢ − ٤ل = −٦

 −٢ −٢

 −٤ل / −٤ = −٨ / −٤

 $\boxed{\text{ل} = ٢}$

③ ٢(س + ١) = ١٢

 ٢س + ٢ = ١٢

 −٢ −٢

 ٢س / ٢ = ١٠ / ٢

 $\boxed{\text{س} = ٥}$

رافت صادقي

حالة (٢)

① ٣س − ٦ = س − ٢

 ٣س − س = −٢ + ٦ نبسط

 ٢س / ٢ = ٤ / ٢ نقسم على (٢)

 $\boxed{\text{س} = ٢}$

② ٣(س + ٥) = ١١ + س

 ٣س + ١٥ = ١١ + س

 ٣س − س = ١١ − ١٥

 ٢س / ٢ = −٤ / ٢

 $\boxed{\text{س} = −٢}$

رافت ابراهيم صادقي   بكالوريوس رياضيات   ٠٧٨٨٣٢٤٤٤٦٤

معادلة من الدرجة الثانية ← أعلى قوة لـ (س) هي (٢)

$أس^٢ + ب س + جـ$

حالة (١) :-

وجود ($س^٢$) مع عدد بدون وجود (س)، نتبع نفس خطوات حالة (١) من المعادلة من الدرجة الأولى، لكن في نهاية الحل، نأخذ جذر الطرفين

① $٢س^٢ - ٣١ = ١$

$+٣١ \quad +٣١$

$\frac{٢س^٢}{٢} = \frac{٣٢}{٢}$

$س^٢ = ١٦$ جذر الطرفين

$س = ٤ ، -٤$

② $٥س^٢ - ٥ = ٠$

$+٥ \quad +٥$

$\frac{٥س^٢}{٥} = \frac{٥}{٥}$

$س^٢ = ١$ جذر الطرفين

$س = ١ ، -١$

③ $٨ - ٢س^٢ = ٠$

$-٨ \quad -٨$

$\frac{-٢س^٢}{-٢} = \frac{-٨}{-٢}$

$س^٢ = ٤$

$س = ٢ ، -٢$

رأفت صافي

حالة (٢) :-

وجود $س^٢$ مع س بدون الحد الثابت (جـ)، نلجأ إلى إخراج عامل مشترك، ويكون أول متغير لـ (س) هي الصفر

① $٢س^٢ - ٨س = ٠$

الحل :-

$٢س(س - ٤) = ٠$

$س = ٠ \quad س = ٤$

② $س^٢ = س$

الحل :-

$س^٢ - س = ٠$

$س(س - ١) = ٠$

$س = ٠ \quad س = ١$

③ $٣س^٢ - س = ٠$

الحل :-

$س(٣س - ١) = ٠$

$س = ٠ \quad س = \frac{١}{٣}$

رأفت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٣٤٤٦٤

UMNIAH 46% 4:11 م

حالة (٣) وجود $س^{٢}$ مع $س$ مع عدد، نلجأ الى التحليل، لكن نصفر الطرف الأيسر ثم نبسط (ان وجد) ويمكن استخدام القانون العام.

① $س^{٢} + ٦س = -٨$

الحل:

$س^{٢} + ٦س + ٨ = ٠$

$(س + ٤)(س + ٢) = ٠$

$س = -٤$ ، $س = -٢$

② $٦س^{٢} - ٦س + ٥ = ٤١$

الحل:

$٦س^{٢} - ٦س - ٣٦ = ٠ \quad /٦$

$س^{٢} - س - ٦ = ٠$

$(س - ٣)(س + ٢) = ٠$

$س = ٣$ ، $س = -٢$

رافت صافي

طريقة القانون العام

يفضل استخدامها اذا كان معامل $(س^{٢})$ ليس (١)

* $٣س^{٢} - ٤س = -١$ — نصفر الطرف الأيسر

الحل: $٣س^{٢} - ٤س + ١ = ٠$ — نحدد أ، ب، جـ

$أ = ٣$ معامل $(س^{٢})$

$ب = -٤$ معامل $(س)$

$جـ = ١$ الحد المطلق — نجد المميز

$\Delta = ب^{٢} - ٤ أ جـ$

$= ١٦ - ٤ \times ٣ \times ١ = ٤$ — نكتب القانون

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{المميز}}{٢ \times أ}$$

$$= \frac{٤ \pm \sqrt{٤}}{٢ \times ٣} = \frac{٤ \pm ٢}{٦}$$

$س_{١} = \frac{٤ + ٢}{٦} = ١$ ، $س_{٢} = \frac{٤ - ٢}{٦} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

المعادلات الكسرية

نتخلص من خط الكسر بالضرب التبادلي .

① $\frac{٣س+١}{٥} = \frac{٣}{٢}$

الحل :-

$٦س + ٢ = ١٥$
$\quad -٢ \quad\ \ -٢$

$\frac{٦س}{٦} = \frac{١٣}{٦}$

$\boxed{س = \frac{١٣}{٦}}$

② $\frac{س^٢ + ٣٠}{٢} = ١٧$

المقام (١)

الحل :-

$س^٢ + ٣٠ = ٣٤$
$\quad -٣٠ \quad -٣٠$

$س^٢ = ٤$ جذر الطرفين

$\boxed{س = ٢ ، -٢}$

معادلة تحوي قوس مرفوع لقوة

رأفت صافي

نقوم بحل هذا النوع من المسائل وذلك بأخذ الجذر التربيعي أو التكعيبي وذلك حسب دليل الجذر

① $(٢س+١)^٣ = ٨$

الحل :-

$\sqrt[٣]{(٢س+١)^٣} = \sqrt[٣]{٨}$

$٢س + ١ = ٢$
$\quad -١ \quad -١$

$\frac{٢س}{٢} = \frac{١}{٢}$

$\boxed{س = \frac{١}{٢}}$

② $٣(س-١)^٣ - ١ = ٢٣$
$\quad +١ \quad +١$

الحل :

$\frac{٣(س-١)^٣}{٣} = \frac{٢٤}{٣}$

$(س-١)^٣ = ٨$ الجذر التكعيبي

$\sqrt[٣]{(س-١)^٣} = \sqrt[٣]{٨}$

$س - ١ = ٢$
$\quad +١ \quad +١$

$\boxed{س = ٣}$

رأفت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات [illegible]

معادلة تحوي متغيران ← وجود متغيران أ، ب أو س، ص
مع معادلتان مختلفتان

* نرتب المعادلتان بوضع المتغيرات في طرف والعدد في طرف آخر
* نجعل أحد المتغيران لهما نفس المعامل مع اختلاف الاشارة وذلك بضرب المعادلة بعدد
* نجمع المعادلتان
* ننتج معادلة في متغير واحد، نقوم بحلها فنحصل على قيمة أحد المتغيرات
* نعوض قيمة المتغير الناتج بإحدى المعادلتان

① س = ص + ١ ، ٥ص = ٢س + ١

رافت صافي

الحل :-

س − ص = ١ ←(×٢)— ٢س − ٢ص = ٢

−٢س + ٥ص = ١ ←— −٢س + ٥ص = ١ نجمع

٣ص ÷ ٣ = ٣ ÷ ٣

ص = ١

نعوض في معادلة (١) ← س = ١ + ١ = ٢

② ٣أ + ٢ب = ٧ ، ٢أ − ٣ب = −٤

الحل :-

٣أ + ٢ب = ٧ ←(×٣)— ٩أ + ٦ب = ٢١

٢أ − ٣ب = −٤ ←(×٢)— ٤أ − ٦ب = −٨ +

١٣أ ÷ ١٣ = ١٣ ÷ ١٣

أ = ١

نعوض في معادلة (١) ← ٣ + ٢ب = ٧
−٣ −٣

٢ب ÷ ٢ = ٤ ÷ ٢

ب = ٢

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٨٨٢٤٤٦٤

الاقترانات

كل عنصر في المجال له صورة واحدة ، له قاعدة وهي بالاغلب ق(س) ، هـ(س) ، ل(س) ، ص ، ---

① ق(س) = ٣س² − ١ جد ق(٣)

الحل :-

هنا المقصود ايجاد صورة العدد ٣ ، حيث نقوم بالتعويض بدل (س) بالعدد (٣)

ق(٣) = ٣ × ٣² − ١

= ٣ × ٩ − ١

= ٢٧ − ١ = ٢٦

② ل(س) = (√(س+٣) + ٢) / (س² − ٥) جد ل(١)

الحل :-

ل(١) = (√(١+٣) + ٢) / ((١)² − ٥) = (٢+٢) / (١−٥) = ٤ / −٤ = −١

انواع الاقترانات

* كثير الحدود :- قوة (س) عدد صحيح موجب ١، ٢، ٣، ٦، ... وغير موجودة (س) في المقام أو تحت جذر

① ق(س) = ٣س − ٨س³ + ١ كثير حدود

② ق(س) = س(س − ٢) + ٨ كثير حدود

③ ق(س) = √(س+١) − ٧ ليس كثير حدود

④ ق(س) = ٨ / (س − ١) ليس كثير حدود

⑤ ق(س) = ٣س + ١ (كثير حدود) ويسمى اقتران خطي لأنه اعلى قوة لـ (س) هي (١)

رافت ابراهيم صالح بكالوريوس رياضيات ٠٧٨...

* الاقتران المتشعب :- هو اقتران معرف بأكثر من قاعدة

$$ق(س) = \begin{cases} ٣س+٣ \text{ ، } س \leq ١ \\ ٦س-٨ \text{ ، } ١ < س \leq ٩ \end{cases}$$

هنا نعوض فيها الأعداد الأقل أو تساوي (١)

هنا نعوض فيها الأعداد الأكبر من (١) والأقل أو تساوي ٩

① ق(٢) = ٦×٢-٨ = ٤

② ق(-٣) = ٣×-٣+٣ = -٦

③ ق(١) = ٣×١+٣ = ٦

④ ق(٠) = ٣×٠+٣ = ٣

⑤ ق(٥) = ٦×٥-٨ = ٢٢

المرافق التربيعي

نعلم أن $أ^٢-ب^٢ = (أ-ب)(أ+ب)$

مقدار

مرافق المقدار التربيعي.

حيث لمعرفة المرافق التربيعي نغير فقط الإشارة بين الحدين

حيث حاصل ضرب أي مقدار في مرافقه هو "مربع الأول - مربع الثاني"

انتبه: عند ضرب الجذر في نفسه، نزيل إشارة الجذر ونأخذ ما تحت الجذر فقط.

المقدار	المرافق التربيعي	حاصل الضرب
$\sqrt{س+١}-٣$	$\sqrt{س+١}+٣$	س+١-٩ = س-٨
$\sqrt{٣س+١}-٢$	$\sqrt{٣س+١}+٢$	٣س+١-٤ = ٣س-٣
$٥-\sqrt{س}$	$٥+\sqrt{س}$	٢٥-س

رافت ابراهيم صالح بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٥١٢٤٤٦٤

UMNIAH 4G 45% م 4:12

متفرقات

① يجوز توزيع البسط على المقام اذا كان المقام مكون من حد واحد.

$$* \quad \frac{٣\text{س}^{٢} + ٤\text{س} - ٨}{\text{س}^{٢}} = \frac{٣\text{س}^{٢}}{\text{س}^{٢}} + \frac{٤\text{س}}{\text{س}^{٢}} - \frac{٨}{\text{س}^{٢}}$$

$$= ٣ + ٤\text{س}^{-١} - ٨\text{س}^{-٢}$$

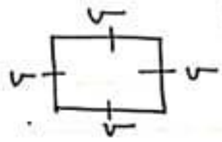
② اذا كان قبل القوس (سالب) عند فك القوس تتغير اشارة كل حد داخل القوس.

$$-(٣\text{س} - ٨) = -٣\text{س} + ٨$$

$$-(٢\text{س} + ٧) = -٢\text{س} - ٧$$

③ $\frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{ب} - \text{أ}} = -١$ ، $\frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{ب} + \text{أ}} = ١$ ، $\frac{\text{ب} + \text{أ}}{\text{أ} + \text{ب}} = ١$

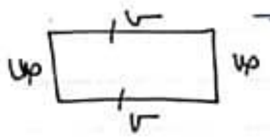
* $\frac{\text{س} + ٣}{٣ + \text{س}} = ١$ ، $\frac{\text{س} - ٩}{٩ - \text{س}} = -١$ ، $\frac{\text{س} + ٧}{٧ + \text{س}} = ١$



④ مساحة المربع ومحيطه

* المساحة = الضلع × الضلع = $\text{س}^{٢}$

* المحيط = مجموع اطوال اضلاعه = ٤س



⑤ مساحة المستطيل ومحيطه

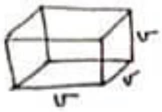
* المساحة = الطول × العرض = س × ص

* المحيط = ٢ × (الطول + العرض)

= ٢ × (س + ص)

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٠٨٨٢٤٤٦٢

⑥ حجم ومساحة المكعب



* الحجم = $س^{٣}$
* المساحة الكلية = $٦س^{٢}$
* المساحة الجانبية = $٤س^{٢}$

⑦ $\frac{أ}{س^{ن}} = أ\,س^{-ن}$ ، $\frac{أ}{س^{-ن}} = أ\,س^{ن}$

* عند تغيير مكان (س) من البسط الى المقام أو العكس نغير اشارة الأس فقط ، اما العدد أو الكسر نقوم بقلبه

$\frac{٧}{س^{٣}} = ٧س^{-٣}$ ، $\frac{٥}{س^{-٣}} = ٥س^{٣}$ ، $\frac{١}{س^{٦}} = س^{-٦}$

⑧ $\sqrt[ن]{س^{م}}$ تماثل $س^{\frac{م}{ن}}$ م ← الداخل ، ن ← الخارج

$\sqrt[٧]{س^{٥}} = س^{\frac{٥}{٧}}$ ، $\sqrt{س} = س^{\frac{١}{٢}}$

$\frac{٥}{\sqrt[٣]{س}} = ٥س^{-\frac{١}{٣}}$ ، $\frac{٨}{\sqrt{س^{٥}}} = ٨س^{-\frac{٥}{٢}}$

⑨ مفكوك $(أ+ب)^{٣} = أ^{٣} + ٣×أ^{٢}×ب + ٣×ب^{٢}×أ + ب^{٣}$

$(س+٢)^{٣} = س^{٣} + ٣×س^{٢}×٢ + ٣×٢^{٢}×س + ٢^{٣}$

$= س^{٣} + ٦س^{٢} + ١٢س + ٨$

⑩ القيمة المطلقة :- رمزها | | حيث تحول ما داخلها الى موجب

$|-٢| = ٢$ ، $|٩| = ٩$ ، $|-٢٩| = ٢٩$

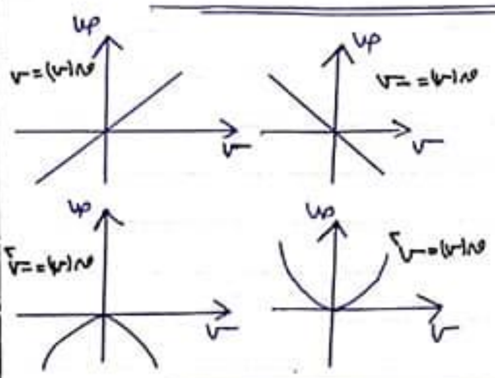
⑩ النسب المثلثية :-

جا س :- جيب.

جتا س :- جيب تمام.

ظا س :- الظل.

⑪ رسومات مشهورة :-



⑫ المستوى الديكارتي :- تقاطع خطي أعداد متعامدين، يسمى الخط الأفقي (محور السينات)، بينما الخط العمودي (محور الصادات) ونقطة تقاطع المحورين "نقطة الأصل" والنقاط داخل المستوى (س، ص) حيث س: الاحداثي السيني
ص: الاحداثي الصادي