بسم الله الرحمن الرحيم

ادارة مجموعة وصفحة (توجيهي الأردن) التعليمية

امتحان في الرياضيات العلمي

(التكامل وتطبيقاته)

التاريخ : ٢٠١٨/٤/١٢ - ٣

الزمن المحدد : ساعتان

من اعداد الأستاذ : أحمد موسى ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

أجب عن الاسئلة الآتية وعددها (٥) علما بان عدد الصفحات (٤)

السـؤال الأول (٣٠ علامة) :

أ) اذا كان $ق''(س) = \frac{-٢}{س^{٣}} + جا\pi س + هـ^{س-١}$ ، وكان $ق'(\frac{١}{٢}) = ٤$ ، $ق(١) = هـ^{-\frac{١}{٢}}$

جد قاعدة الاقتران ق (س) (٨ علامات)

ب) جد التكاملات الآتية :

١- $\int هـ^{٢س} جا^{٢}(هـ^{س}) \, دس$ (٩ علامات)

٢- $\int \frac{١ - ٤س}{ظا^{٢}(٢س^{٢}-س)} \, دس$ (٧ علامات)

ج) يتكون هذا الفرع من فقرتين ، لكل فقرة أربعة بدائل ، واحد منها فقط صحيح ، انقل الى دفتر اجابتك رقم الفقرة ورمز الاجابة الصحيحة لها : (٦ علامات)

١) اذا كان $\int_{١}^{٣} ٢ق(س)دس = ٨$ ، $\int_{١}^{٣} (١ + ق(س)) \, دس = ١٥$ ، فإن $\int_{٣}^{-٣} |ق(س)| \, دس =$

أ) ٦ ب) ٢٢ ج) ١٤ د) -٢٢

٢) اذا كان $ق(س) = \int_{٠}^{س} (٤س^{٢} + ٣ق(س)) \, دس + \int_{٠}^{٣} ق(س) \, دس$ ، فإن $ق'(٢) =$

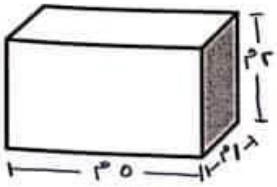
أ) -٤ ب) ٤ ج) ٨ د) -٨

يتبع الصفحة (٢) ـــ

الاستاذ احمد موسى 0785536266

السـؤال الثاني (٣٠ علامة) :

أ) الشكل المجاور يمثل خزان ماء على شكل متوازي مستطيلات ، فيه ٢ م^{٣} ماء ، بدأ يصب فيه الماء بمعدل $\frac{دح}{دن}$ = ٣ن^{٢} م^{٣}/ساعة



جد الزمن اللازم حتى يمتلىء الخزان . (٧ علامات)

ب) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س) = س^{٢} – ٢س ومحور السينات والمستقيم المار بالنقطتين (-١، -٢) ، (٢ ، ٤) . (١٤ علامة)

ج) يتكون هذا الفرع من ٣ فقرات ، لكل فقرة أربعة بدائل ، واحد منها فقط صحيح ، انقل الى دفتر اجابتك رقم الفقرة ورمز الاجابة الصحيحة لها : (٩ علامات)

١) اذا كان م(س) معكوس مشتقة الاقتران ق(س) ، فإن قيمة $\int$ قَ(س) قَ(مَ(س)) دس =

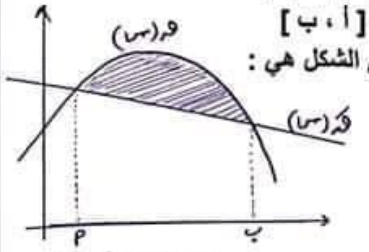
أ) (ق ○ قَ)(س) + جـ ب) (ق ○ ق)(س) + جـ

ج) (قَ ○ ق)(س) + جـ د) (م ○ مَ)(س) + جـ

٢) اذا كان ص = هـ$^{س\ ص}$ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عندما ص = ١ يساوي :

أ) ٢ ب) هـ ج) صفر د) ١

٣) الشكل المجاور يمثل منحنى ق(س) ، قَ(س) في الفترة [أ ، ب]
اذا كان م(س) هو معكوس مشتقة الاقتران ق(س) في [أ ، ب]
وكان مَ(ب) = ق(أ) ، فإن قيمة المساحة المظللة في الشكل هي :



أ) م(ب) – ق(أ) ب) ق(أ) – ق(ب)

ج) م(ب) – م(أ) د) ق(ب) – م(أ)

يتبع الصفحة (٣) ...

0785536266 الاستاذ احمد موسى

السـؤال الثالث (٣٠ علامة) :

أ) جد التكاملات الآتية :

١- $\int \frac{\text{قا}^{٤}\text{س}}{\text{قا}^{٢}\text{س} - ١٠}$ دس (٩ علامات)

٢- $\int \frac{\text{لوس}}{(\text{لوس} + ١)^{٢}}$ دس (٧ علامات)

٣- $\int \frac{٢\,\text{جا}^{٣}\text{س}\,\text{جتاس}}{\text{جتا}^{٢}\text{س}}$ دس (٧ علامات)

ب) اذا كان $\int_{-١}^{٣} (٤\text{س} - \int_{١}^{P٢} ٤\text{س}\,\text{دس})\,\text{دس} = P_{٣٢}$ جد قيمة (قيم) الثابت P (٧ علامات)

السـؤال الرابع (٣٠ علامة) :

أ) اذا كان $\text{هـ}^{\text{ص}} = \text{جتاس}$ ، أثبت أن $\text{صَّ} + (\text{صَ})^{٢} + ١ = \text{صفر}$ (٦ علامات)

ب) يتحرك جسيم من السكون حسب العلاقة $\text{ت} = \frac{٤}{٤ + ١}$ ، ع > ٠ حيث ع: سرعة الجسيم

، ت : تسارع الجسيم . اذا قطع مسافة ($\frac{٥}{٤}$) م في ثانية واحدة .

المطلوب : جد المسافة المقطوعة بعد (٣) ثواني من حركته (١٠ علامات)

ج) جد التكاملات الآتية :

١- $\int$ جاس (س – قتا^{٣}س) . دس (٦ علامات)

٢- $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}} \sqrt{\text{جاس} - \text{جا}^{٣}\text{س}}$. دس (٨ علامات)

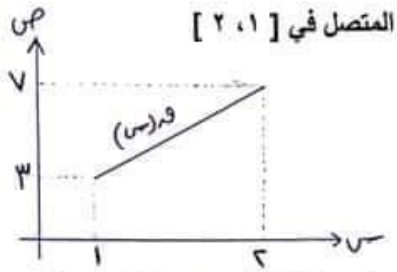
يتبع الصفحة (٤) ...

الاستاذ احمد موسى 0785536266

السـؤال الخامس (٣٠ علامة) :

أ) جد اصغر واكبر قيمة للمقدار $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{٢}{٣ + جا^٢س}$ دس دون اجراء التكامل له . (٩ علامات)

ب) معتمدا على الشكل المجاور، الذي يمثل منحنى ق(س) المتصل في [١، ٢]



جد $\int_{٠}^{١} س^٥ ق'(س^٣ + ١)$ دس . (٩ علامات)

ج) يتكون هذا الفرع من ٤ فقرات ، لكل فقرة أربعة بدائل ، واحد منها فقط صحيح ، انقل الى دفتر اجابتك رقم الفقرة ورمز الاجابة الصحيحة لها : (١٢ علامة)

١) اذا كان ق(أ)× هـ(أ) = ٢ ، ق(ب)× هـ(ب)= ٩ ، $\int_{م}^{ب}$ ق. دهـ = ٣ فإن $\int_{م}^{ب}$ هـ دق =

أ) −١٠ ب) ٤ ج) −٤ د) ١٠

٢) اذا كان ق(س) دس = م لو جتاس + $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{دس}{جا س + ١}$ ، وكان ق'$(\frac{\pi}{٤})$ = ٢ ، فإن قيمة م =

أ) ٣ ب) ٢ ج) −١ د) −٣

٣) قيمة التكامل الآتي $\int_{٣}^{٤} \frac{قتا^٢س - ظتا^٢س}{٢ س^٢ - ٦س + ٩}$ دس تساوي :

أ) ٣ ب) −٣ ج) $\frac{١}{٣}$ د) $-\frac{١}{٣}$

٤) اذا كان $\int_{٢}^{٣}$ ق(س) دس ≤ ٢ ، فإن أكبر قيمة للتكامل $\int_{٢}^{٣}$ (ق(س) -٢س) دس هي :

أ) −٢ ب) ٦ ج) ٢ د) −٣

انتهت الاسئلة

امنياتي بالتوفيق لكم ... الاستاذ أحمد موسى ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦ .

الاستاذ احمد موسى 0785536266

عزيزي الطالب :

- اختبر نفسك بأجواء امتحان خلال مدة ساعتين لتعلم قدرتك الحقيقية على الاجابة

- هذا الامتحان متميز المستوى ويراعي الفروق الفردية والمستويات بين الطلبة

- ليس محبطا ان تخطئ اليوم فالهدف ان تصل امتحان الوزارة وعندك الخبرة الكافية عن الاخطاء التي كنت تقع بها والخدع الموجودة في الاسئلة

- تابع صفحة ومجموعة توجيهي الاردن وخاصة اوقات الامتحانات لان فيها الكثير من النصائح والارشادات والاسئلة والافكار التي تساعدك على اجتياز التوجيهي بامتياز

محبكم دوما : الاستاذ احمد موسى ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

هذا الامتحـــان برعاية :

الاستاذ احمد موسى 0785536266

* الإجابة النموذجية للامتحان القياسي *
لوحدة التكامل

* السؤال الأول:

أ) $ق(س) = \frac{س^{-3}}{-3} + جا\pi س + ص^{-1}$

$ق(\frac{1}{2}) = 3$ ، $ق(1) = ص^{\frac{1}{2}}$

$ق(س) = ؟$

$ق(س) = \int ق'(س)\, د س$

$= \int (-س^{-4} + جا\pi س + ص^{-1})\, د س$

$= \frac{س^{-3}}{3} - \frac{جتا\pi س}{\pi} + ص^{-1} + ب$ ②

$ق(\frac{1}{2}) = 3 - صفر + ص^{\frac{1}{2}} + ب = 3$

$ب = -ص^{\frac{1}{2}}$ ①

$ق(س) = \frac{س^{-3}}{3} - \frac{1}{\pi} جتا\pi س + ص^{-1} - ص^{\frac{1}{2}}$ ①

$ف(س) = \int ق(س)\, د س$

$= \int \frac{س^{-3}}{3} - \frac{جتا\pi س}{\pi} + ص^{-1} - ص^{\frac{1}{2}}\, د س$

$= |س| - \frac{جا\pi س}{\pi^2} + ص^{-1} - ص^{\frac{1}{2}} س + ج$ ②

$ف(1) = صفر - صفر + ص^{-1} - ص^{\frac{1}{2}} + ج$

$ص^{\frac{1}{2}} = 1 - ص^{\frac{1}{2}} + ج \Rightarrow ج = ص^{\frac{1}{2}} - 1$ ①

$ف(س) = |س| - \frac{جا\pi س}{\pi^2} + ص^{-1} - ص^{\frac{1}{2}} س + ص^{\frac{1}{2}} - 1$ ①

ب) ① $\int ص^{س} جا(ص^{س})\, د س$

$ص^{س} = ص$ ① $د س = \frac{د ص}{ص^{س}}$

$= \int ص^{س} جا ص \frac{د ص}{ص^{س}}$ ①

$= \int ص جا ص\, د ص$

$= \int ص \times \frac{1}{2}(1 - جتا 2ص)\, د ص$ ①

$= \int (\frac{ص}{2} - \frac{ص جتا 2ص}{2})\, د ص$

$= \frac{ص^2}{4} - \frac{1}{2} \int \frac{ص جتا 2ص}{ص}\, د ص$ ①

$ه = ص$ ① $د ه = جتا 2ص\, د ص$

$د ه = د ص$ $ه = \frac{جا 2ص}{2}$

$= \frac{ص^2}{4} - \frac{1}{2}(\frac{ص جا 2ص}{2} - \int \frac{جا 2ص}{2}\, د ص)$ ①

$= \frac{ص^2}{4} - \frac{ص جا 2ص}{4} + \frac{1}{8} جتا 2ص + ج$ ①

$= \frac{ص^2}{4} - \frac{ص^{س}}{4} جا(ص^{س}) + \frac{1}{8} جتا 2ص^{س} + ج$ ①

② $\int \frac{1 - 3س}{ظا^2(2س - س^3)}\, د س$

$= \int (1 - 3س) ظتا^2(2س - س^3)\, د س$ ①

$2س - س^3 = ص$ ① $د س = \frac{د ص}{1 - 3س^2}$

$= \int (1 - 3س) ظتا^2 ص \frac{د ص}{1 - 3س^2}$ ①

$\leftarrow$ ① $= \int ظتا^2 ص\, د ص$

منتدى معلمي الاردن

$= \int -(\cos^2\theta - 1)\, d\theta$

$= -\tan\theta + \theta + c$

$= -\tan(2x-x) + 2x + c$

(20)

(1) $\int_1^3 f(x)\, dx = 4$

$\int_1^2 f(x)\, dx + \int_2^3 f(x)\, dx = 15$

$\int_1^3 f(x)\, dx = 18$

$\int_3^1 f(x)\, dx = -18$

$\int_3^2 |f(x)|\, dx = \int_3^1 |f(x)|\, dx + \int_1^2 |f(x)|\, dx$

$= |-14| + |18| = 32$ (السالبة)

$\int_3^2 |f(x)|\, dx = -32$ (3) (5)

(2) $g(x) = \int (x^4 + 3f(x)) + \int_2^x f(t)\, dt$

$g'(x) = 4x^3 + 3f(x) + 0$

$g'(2) = 16 + 3f(2)$

$-2 = 16 + 3f(2)$

$f(2) = -18$ (5) (3)

السؤال الثاني:

(a) $\frac{dy}{dx} = 3x^2$ $\quad y(0) = 2$

$dy = 3x^2\, dx$ (1)

$\int dy = \int 3x^2\, dx$ (1)

$y = x^3 + c$ (1)

$2 = 0 + c$ (1)

$c = 2$

$y = x^3 + 2$

جمع الحزان الكلي $= 2 \times 1 \times 5 = 10$ (1)

المطلوب x عندما $y = 10$

$10 = x^3 + 2$ (1)

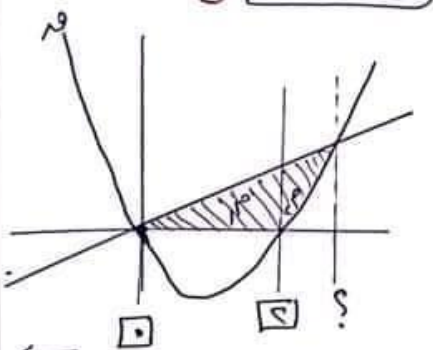
$x = 2$ (1)

(b) نجد معادلة المستقيم $(-1, -2)$ $(2, 4)$

الميل $= \frac{4 - (-2)}{2 - (-1)} = \frac{6}{3} = 2$ (1)

$y - 4 = 2(x - 2)$

$y = 2x$ (1)



$٢س = س^{٤} - ٢س$ ①

$س^{٤} - ٣س = ٠$ ، $س(س-٣)(س+١) = ٠$

$س = ٠$ ، $س = ٣$ ①

$م = م_{١} + م_{٢}$

$م_{١} = \int_{-١}^{٠} (٢س - س^{٤}) \, دس$ ②

$= [\frac{٢س^{٣}}{٣} - \frac{س^{٥}}{٥}]_{-١}^{٠}$ ①

$= ٠ - (-\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٥})$ ①

$م_{٢} = \int_{٠}^{٣} (٢س - (س^{٤} - ٢س)) \, دس$ ①

$= \int_{٠}^{٣} (٤س - س^{٤}) \, دس$

$= [٢س^{٢} - \frac{س^{٥}}{٥}]_{٠}^{٣}$ ②

$= ٣٢ - \frac{٢٤٣}{٥} - (٨ - \frac{٣٢}{٥})$

$= ٢٤ - \frac{٥٦}{٥} = \frac{١٦}{٥}$ ①

$\therefore م = ٤ + \frac{١٦}{٥} = \frac{٣٨}{٥}$ وحدة مساحة ①

ج) ⑪ $\int ق'(س) \, ق'(م(س)) \, دس$

$ص = م(س)$ ، $دس = \frac{دص}{م'(س)}$

$= \int ق'(س) \, ق'(ص) \, \frac{دص}{ق'(س)}$

$= \int ق'(ص) \, دص$

$= ق(ص) + ج$

$= ق(م(س)) + ج$ ③

$= (ق \circ ق)(س) + ج$ ⑦

---

② $ص = ص$

$س^{ص} = ه^{ص}$ ، $\frac{دص}{دس} = ه^{ص} (ص + س \frac{دص}{دس})$

بفرض $ص = ١$ ⇐ $ه^{س} = ١$

$\therefore س = ٠$

$\frac{دص}{دس} = ه^{ص} (١ + ٠ \times \frac{دص}{دس})$

$\frac{دص}{دس} = ١$ ⑤ ④

③ المساحة $= \int_{م}^{ب} (ق(س) - ق(س)) \, دس$

$= [م(س) - ق(س)]_{م}^{ب}$

$= م(ب) - ق(ب) - (م(م) - ق(م))$

لكن $م(ب) = ق(ب)$

$\therefore ق(ب) = ق(م)$

$\therefore$ المساحة $= م(ب) - م(م)$ ⑳

③

منتدى معلمي الاردن

السؤال الثالث :

$$\int \frac{\text{قا}^2 س}{\text{قا}^2 س - 1} \, د س$$

$$= \int \frac{\text{قا}^2 س}{\text{ظا}^2 س + 1 - 1} \, د س$$

$$\text{ظا} س = ص \quad (1) \quad د س = \frac{د ص}{\text{قا}^2 س}$$

$$= \int \frac{\text{قا}^2 س}{ص^2 - 9} \times \frac{د ص}{\text{قا}^2 س}$$

$$= \int \frac{\text{ظا}^2 س + 1}{ص^2 - 9} \, د ص$$

$$= \int \frac{ص^2 + 1}{ص^2 - 9} \, د ص$$

$$ص^2 - 9 \overline{)\, ص^2 + 1} \quad (1)$$

$$\frac{ص^2 \mp 9}{10}$$

$$= \int 1 \, د ص + \int \frac{10}{(ص-3)(ص+3)} \, د ص$$

$$\frac{10}{(ص-3)(ص+3)} = \frac{ب}{ص+3} + \frac{ا}{ص-3}$$

$$ا(ص+3) + ب(ص-3) = 10 \quad (1)$$

$$ص = 3 \quad (1) \quad ا = \frac{10}{6}$$

$$ص = -3 \quad ب = \frac{-10}{6}$$

$$= ص + \int \frac{\frac{10}{6}}{ص-3} + \frac{\frac{-10}{6}}{ص+3} \, د ص \quad (1)$$

$$= ص + \frac{10}{6} \text{لو} |ص-3| - \frac{10}{6} \text{لو} |ص+3| + ج$$

$$= ص + \frac{10}{6} \text{لو} \left| \frac{ص-3}{ص+3} \right| + ج$$

$$= \text{ظا} س + \frac{10}{6} \text{لو} \left| \frac{\text{ظا} س - 3}{\text{ظا} س + 3} \right| + ج \quad (1)$$

$$\int \frac{\text{لو} س}{س (\text{لو} س + 1)^2} \, د س$$

$$\text{لو} س = ص \quad (1) \quad د س = س \, د ص$$

$$= \int \frac{ص}{س (ص+1)^2} \times س \, د ص \quad \text{حيث } س = هـ^ص$$

$$= \int \frac{ص هـ^ص}{(ص+1)^2 هـ^ص} \, د ص \quad (1)$$

$$ف = ص هـ^ص \quad د ف = (ص+1) هـ^ص \, د ص$$

$$د هـ = هـ^ص (ص+1) د ص \quad (1) \quad هـ = \frac{-1}{ص+1}$$

$$= \int \frac{ص هـ^ص}{(ص+1)^2 هـ^ص} \, د ص \quad (1)$$

$$= \frac{-ص هـ^ص}{ص+1} + \int \frac{هـ^ص}{ص+1} \, د ص \quad (1)$$

$$= \frac{-ص هـ^ص}{ص+1} + هـ^ص + ج$$

$$= \frac{-\text{لو} س \times هـ^{\text{لو} س}}{\text{لو} س + 1} + هـ^{\text{لو} س} + ج$$

$$= \frac{-س \, \text{لو} س}{\text{لو} س + 1} + س + ج \quad (1)$$

منتدى معلمي الاردن

(٣) $\int \frac{2\,جا٣س\,جتاس}{جتا^{2}س}\,دس$

$= \int \frac{2 \times \frac{1}{2}(جا٢س + جا٤س)}{جتا^{2}س}\,دس$ ②

$= \int ظا^{2}س + \frac{2\,جا٢س\,جتا٢س}{جتا^{2}س}\,دس$ ②

$= \frac{1}{2}$ لو$|جتا^{2}س| + 2\int \frac{جتا٢س}{جتا^{2}س}\,دس + ج$ ①

$= -\frac{1}{2}$ لو$|جتا^{2}س| - جتا٢س + ج$ ①

ب) $\int_{1}^{2}(٤س - \int_{1}^{2س} ٤\,دص)\,دس = ٢ب$

نبدأ بالداخلي $\int_{1}^{2س} ٤\,دص = ٤ص]_{1}^{2س}$ ①

$= ٢(٤ب^{2} - ١)$

$= ٨ب^{2} - ٢$ ①

$\Leftarrow \int_{1}^{2}(٤س - (٨ب^{2} - ٢))\,دس = ٢ب$

$٤س - (٨ب^{2} - ٢)]_{1}^{2}$ ① $= ٢ب$

$٨ - (١٦ب^{2} - ٤) = ٢ب$ ①

$١٢ - ٢ب = ٨ب^{2}$

$٨ب^{2} + ٢ب - ١٢ = ٠$

$٤ب^{2} + ب - ٣ = ٠$

$(٤ب - ٣)(ب + ١) = ٠$

$ب = \frac{٣}{٤}$ ①، $\frac{١}{٤}$ ①

السؤال الرابع:

أ) $ص = جتاس$

$ص_{س} = -جاس$ ②

$ص_{س} \times ص_{ص} = -جاس$ ①

$ص_{س}(ص_{ص} \times ص_{ص}) + ص_{ص} ص_{ص} = -جتاس$ ①

$ص_{س}(ص_{ص})^{2} + ص_{ص} ص_{ص} + ص_{ص} = ٠$ ①

$ص_{ص} \neq ٠$ ① بالقسمة على $ص_{ص}$

$\Leftarrow (ص_{ص})^{2} + ص_{ص} + ١ = ٠$ ✳

ب) $ت = \frac{ع}{ع + ١}$ $ف(١) = \frac{٥}{٤}$

$ع(٠) = ٠$

المطلوب ف(٣)

$\frac{د ع}{د ن}$ ① $= \frac{ع}{ع + ١}$

$(ع + ١)\,د ع = ع\,د ن$

$\int (ع + ١)\,د ع = \int ع\,د ن$ ①

$\frac{(ع + ١)^{2}}{2}$ ① $= \frac{ن^{2}}{2} + ج$

$ع = ٠$ عندما $ن = ٠$ $\Rightarrow ج = \frac{١}{2}$

$\Leftarrow \frac{(ع + ١)^{2}}{2} = \frac{ن^{2}}{2} + \frac{١}{2}$

$(ع + ١)^{2} = ن^{2} + ١$ ① ←

منتدى معلمي الاردن

$\leftarrow$

$ع + ١ = \pm\sqrt{٨ن + ١}$ $ع > ٠$

$\Rightarrow ع = \sqrt{٨ن + ١} - ١$ (١)

$\frac{د ف}{د ن} = \sqrt{٨ن + ١} - ١$

$ف = \int (\sqrt{٨ن + ١} - ١) د ن$ (١)

$ف = \frac{(٨ن + ١)^{\frac{٣}{٢}} \times ٣}{٨ \times ٣} - ن + جـ$ (١)

$ف = \frac{١}{١٢}(٨ن + ١)^{\frac{٣}{٢}} - ن + جـ$

$ف(١) = \frac{٧}{١٢} - ١ + جـ = \frac{٥}{١٢}$

$جـ = ١$ (١)

$ف(ن) = \frac{١}{١٢}(٨ن + ١)^{\frac{٣}{٢}} - ن + ١$ (١)

$ف(٣) = \frac{٧٥}{١٢} - ٣ + ١ = \frac{١٣}{١٢}$ م (١)

٤) (١) $\int جا س (س - ظتا س) د س$

(١) $= \int س جا س - \int ظتا س د س$

(١) (١) (١) $= -س جتا س + \int جتا س د س + \int ظتا س$

(١) $= -س جتا س + جا س + \int ظتا س + جـ$

٥) (١) $\int |جا س - جا^٣ س| د س$

(١) $= \int |جا س (١ - جا^٢ س)| د س$

(١) $= \int |جا س| |جتا س| د س$

$|جتا س| \leftarrow$ ---- $\frac{\pi}{٢}$ ++++

(١) $= \int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} جا س جتا س د س$

$ص = جا س$ (١) $د ص = جتا س د س$

$س = ٠ \Rightarrow ص = ٠$ (١)

$س = \frac{\pi}{٢} \Rightarrow ص = ١$

(١) $= \int_{٠}^{١} ص د ص$

(١) $= \left[\frac{ص^٢}{٢}\right]_{٠}^{١}$

(١) $= \frac{١}{٢}$

السؤال الخامس

م)

$\frac{\pi}{3} \leq$ جا$س \leq 1$ في $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ ①

$\frac{3}{4} \leq$ جا$^2 س \leq 1$ ①

$3 + \frac{3}{4} \leq 3 +$ جا$^2 س \leq 3 + 1$

$\frac{15}{4} \leq 3 +$ جا$^2 س \leq 4$ ①

$\frac{4}{15} \geq \frac{1}{3 +$ جا$^2 س} \geq \frac{1}{4}$

$\frac{4}{15} \geq \frac{ح}{3 +$ جا$^2 س} \geq \frac{1}{4}$ ①

$\frac{8}{15} \leq \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{ح}{3 +$ جا$^2 س} \, دس \leq \frac{\pi}{12}$ ①

$\frac{8}{15} \times \frac{\pi}{6} \leq \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{ح}{3 +$ جا$^2 س} \, دس \leq \frac{1}{4} \times \frac{\pi}{6}$ ①

$\frac{4\pi}{45} \leq \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{ح}{3 +$ جا$^2 س} \, دس \leq \frac{\pi}{12}$ ①

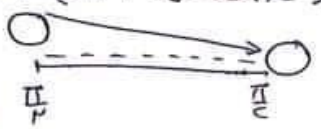
اصغر مقدار $\frac{4\pi}{45}$ ①

اكبر مقدار $\frac{\pi}{12}$ ①

حل آخر $ق(س) = \frac{ح}{3 +$ جا$^2 س}$

$ق'(س) = \frac{-ح \times 2$ جا$س$ جتا$س}{(3 +$ جا$^2 س)^2}$ ②

$ق' = 0 \Leftarrow س = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ ...



اكبر قيمة عند $س = \frac{\pi}{3}$ $ق(\frac{\pi}{3}) = \frac{8}{15}$ ①

اصغر قيمة عند $س = \frac{\pi}{2}$ $ق(\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{4}$ ①

$\frac{8}{15} \geq \frac{ح}{3 +$ جا$^2 س} \geq \frac{1}{4}$ ح ②

باجراء التكامل ...

اكبر مقدار $\frac{\pi}{12}$ ①

اصغر مقدار $\frac{8}{15}$ ①

منتدى معلمي الاردن

ب) $\int_{1}^{2} س^{9} هـ^{(س^{3}+1)}\, د س$

$ص = س^{3}+1$ ① $\quad \frac{د ص}{3 س^{2}} = د س$

$س^{3} = ص - 1$

$س = 0 \Leftarrow ص = 1$

$س = 1 \Rightarrow ص = 2$

$= \int_{1}^{2} س^{9} هـ^{ص} \frac{د ص}{3 س^{2}}$ ①

$= \frac{1}{3} \int_{1}^{2} (ص-1)^{3} هـ^{ص} د ص$ ①

$= \frac{1}{3} \left[(ص-1)^{3} هـ^{ص} \right]_{1}^{2} - \int_{1}^{2} 3(ص-1)^{2} هـ^{ص} د ص$ ①

$= \frac{1}{3} \left(هـ^{2} - صفر \right) - \int_{1}^{2} 3(ص-1)^{2} هـ^{ص} د ص$ ①

المساحة ↗

$= \frac{1}{3} \left(هـ^{2} - \frac{1}{2} (3+7) \times 1 \right)$ ①

شبه منحرف

$= \frac{1}{3} \left(هـ^{2} - 5 \right) = \frac{هـ^{2}}{3} - \frac{5}{3}$ ①

ج) ① $\int_{0}^{2} هـ^{س} د س = هـ^{ب} - هـ^{ا}$

$= هـ(ب) \times هـ(2) - هـ(ا) هـ(0) - \int_{0}^{2} هـ^{س} د س$

$3 = 9 - 2 - \int_{0}^{2} هـ^{س} د س$

$\int_{0}^{2} هـ^{س} د س = 4$ ② ③

---

② $هـ(س) = \frac{جتا س}{جا س} + صفر \times 8 - جا س$

$= -8$ ظا س

$هـ(\frac{\pi}{4}) = -8 \times 1 = -8$ ج

$-8 = -4$ ② ③

③ $\int_{2}^{3} \frac{قتا^{2} س - ظتا^{2} س}{\sqrt{س^{4} - 6س + 9}}\, د س$

$\rightarrow 1 =$

$= \int_{2}^{3} \frac{1}{\sqrt{(س-3)^{4}}}\, د س$

$= \int_{2}^{3} (س-3)^{-2}\, د س$

$= 3 (س-3)^{-1} \Big]_{2}^{3}$ ① ②

$= -3 (-1 - صفر) = -3$

④ $\int_{2}^{4} هـ(س) د س - \int_{2}^{4} جتا س\, د س$

$\int_{2}^{4} هـ(س) د س - س \Big]_{2}^{4}$

$\int_{2}^{4} هـ(س) د س - 5$ ③

$-3 = 5 - ج$ ⑤

منتدى معلمي الاردن