العمليات الحسابية

قواعد الاشارات :-

١. موجب + موجب = موجب

٢. سالب + سالب = سالب

٣. سالب + موجب = نأخذ إشارة الكبير ثم نطرح

٤. موجب × موجب = موجب ونتم الضرب

٥. سالب × موجب = سالب ونتم الضرب

٦. سالب × سالب = موجب ونتم الضرب

٧. موجب ÷ موجب = موجب ونتم القسمة

٨. سالب ÷ سالب = موجب ونتم القسمة

٩. موجب ÷ سالب = سالب ونتم القسمة

مثال :-

* -٢ × ٣ = -٦   * -٣ × -٤ = ١٢   * ٤ - ٣ =

* -٦ - ٧ = -١   * -٧ - ٩ =   * -١ + ٤ =

* ٩ / -٤ = -٩ / ٤   * -٣ / ٥ =   * -٤ / -٢ =

* -١٢٥ / ٥ =   * -٢ - -٩ =   تذكر أن أ - - ب = أ + ب

-٢ + ٩ = ٧

* -٣ - -٤   * ٥ × ٥ =   * ٦ / ٦ =

ترتيب العمليات الحسابية :-

[1] في حال (عدم) وجود أقواس   ١. الأسس

٢. كل من عملية القسمة والضرب من اليمين إلى اليسار

٣. كل من عملية الجمع والطرح من اليمين الى اليسار

مثال :- جد ناتج ما يلي :-

(١) $٦ \times ٣ \div ١٢ + ٨ =$

$٦ \times ٤ + ٨ =$

$٢٤ + ٨ =$

$٣٢ =$

* نقسم ثم نضرب ثم نجمع

(٢) $٥ - ٥ \times ٨ + ٩ =$

$٥ - ٤٠ + ٩ =$

$٥ - ٤٩ =$

$٤٤ =$

* نضرب ثم نجمع ثم نطرح

(٣) $١ - ٥ \div ٢٥ - ٢ \times ٤$

$١ - ٥ \div ٢٥ - ٨ =$

$١ - ٥ - ٨ =$

$١ - ٣ =$

$٢ =$

$\boxed{٢}$ في حال وجود أقواس

نقوم بإجراء العمليات الموجودة داخل الأقواس أولاً ثم نقوم بإزالة الأقواس ونكمل باقي العمليات :-

مثال: جد ناتج ما يلي :-

* $(١١ - ٢٣) \div ١٢ + ٥$

$١٢ \div ١٢ + ٥ =$

$١ + ٥ =$

$٦ =$

* $٢ \times ٣ \div (١٩ \div ١٩) - ١٥$

$٢ \times ٣ \div ١ - ١٥ =$

$٢ \times \frac{١}{٣} - ١٥ =$

$\frac{٢}{٣} - ١٥ =$

$\frac{٢ - ٣ \times ١٥}{٣} =$ نوحد مقامات

* $٢ \times ٣ \div (١ - ١٩) - ١٥$

$٢ \times ٣ \div ١٨ - ١٥ =$

$٢ \times ٦ - ١٥ =$

$١٢ - ١٥ =$

$٣ =$

عملية الضرب :-

الضرب لأكثر من منزلة واحدة :-

ضع الرقم الأكبر فوق الرقم الأصغر وأرتب الوحدات في أماكنها مع المئات والعشرات والآحاد

مثال :- ٥٤ × ١٨٧

الحل

١٨٧
٥٤ ×
٧٤٨
٩٣٥٠ +
١٠٠٩٨

١٠٠٩٨ = ٥٤ × ١٨٧ ⇐

(٢) ٣٤٥ × ٣٢

الحل :

٣٤٥
٣٢ ×
٦٩٠
١٠٣٥٠ +
١١٠٤٠

١١٠٤٠ = ٣٤٥ × ٣٢ ⇐

(٣) - ١٣٥ × ١٩٧

الحل

١٩٧
١٣٥ ×
٩٨٥
٥٩١٠
١٩٧٠٠
٢٦٥٩٥

٢٦٥٩٥ = ١٣٥ × ١٩٧ ⇐

سؤال : جد حاصل ضرب كل من :-

* ١٤٣ × ٢٧٦
* ٥٦٩ × ١٤٥
* ٦٢ × ٤٣
* ١٣٧٦٥ × ٢٣
* ١١٤ × ٣٢
* ١٣١ × ٩٤٥

Scanned by CamScanner

القسمة الطويلة :-

الخطوات

١. أقسم ٢. أضرب ٣. أطرح ٤. نزل رقم ٥. أعد الخطوات السابقة

مثال: ١٥٧٠٨ ÷ ٣

الحل

٣) ١٥٧٠٨ = ٥٢٣٩

- ١٥
- ٠٧٠٨
- ٦
- ١٠٨
- ٩
- ١٨
- ١٨
- ٠٠

١٥٧٠٨ ÷ ٣ = ٥٢٣٩

* ٩٣٦ ÷ ٤

الحل :

٤) ٩٣٦ = ٢٣٤

- ٨
- ١٣٦
- ١٢
- ١٦
- ١٦
- ٠٠

٩٣٦ ÷ ٤ = ٢٣٤

سؤال : جد قسمة كل مما :-

* ١٦٤ ÷ ٢
* ١٢٠ ÷ ٥
* ٣٦٠ ÷ ٦

القسمة الطويلة على عدد من رقمين

مثال: ٨٨٧٥ ÷ ٢٥

الحل:

```
        ٣٥٥
   ٢٥ ⟌ ٨٨٧٥
      - ٧٥
        ----
        ١٣٧٥
      - ١٢٥
        ----
         ١٢٥
      -  ١٢٥
        ----
           ٠
```

مثال (٢): ٥٧٥ ÷ ٢٥

الحل:

```
        ٢٣
   ٢٥ ⟌ ٥٧٥
        ---
         ٧٥
      -  ٧٥
        ---
          ٠
```

⟸ ٥٧٥ ÷ ٢٥ = ٢٣

مثال (٣): ٨٩٠١ ÷ ٤٣

الحل:

```
        ٢٠٧
   ٤٣ ⟌ ٨٩٠١
      - ٨٦
        ----
         ٣٠١
      -  ٣٠١
        ----
           ٠
```

⟸ ٨٩٠١ ÷ ٤٣ = ٢٠٧

سؤال: جد قسمة كل من:

أ- ٦٣٠٠ ÷ ٣٠   ب- ٨٤٢ ÷ ٢٠   جـ- ٢٥٠٠ ÷ ٥٠

هـ- ١٥١٢٩ ÷ ٤١   و- ٣٧٠٥ ÷ ١٥

د- ٩٢٢٥ ÷ ٢٥

Scanned by CamScanner

طرح وجمع الكسور

* عند جمع أو طرح كسرين متجانسين (أي أن مقاماتهما متساويين) نجمع البسطين ونبقي المقام كما هو.

مثال: أ- $\frac{٣}{٥} - \frac{٢}{٥} = \frac{١}{٥}$

ب- $\frac{٦}{٤} + \frac{١٠}{٤} = \frac{١٠٦}{٤}$

جـ- $\frac{-٣}{٥} - \frac{٤}{٥} = \frac{-٧}{٥}$

د- $\frac{٣}{٥} - \frac{٧}{٥} = \frac{-٤}{٥}$

هـ- $\frac{٥}{٣} + \frac{٤}{٣} = \frac{٩}{٣}$

و- $\frac{٦}{٤} + \frac{٧}{٤} = \frac{١٦}{٤}$

ز- $\frac{-٣}{٤} - \frac{-١}{٤} = \frac{-٣}{٤} + \frac{١}{٤} = \frac{-٢}{٤}$

ح- $\frac{٥}{٢} + \frac{٩}{٢} = \frac{٤}{٢}$

* عند جمع أو طرح كسرين غير متجانسين (نقوم بعملية توحيد المقامات) ثم نقوم بعملية الجمع أو الطرح

أمثلة:- أ- $\frac{٤}{٥} - \frac{٣}{١٠} = \frac{٢ \times ٤}{٢ \times ٥} - \frac{٣}{١٠} = \frac{٨}{١٠} - \frac{٣}{١٠} = \frac{٥}{١٠}$

ب- $\frac{٥}{٢} - \frac{٤}{٨} = \frac{٤ \times ٥}{٤ \times ٢} - \frac{٤}{٨} = \frac{٢٠}{٨} - \frac{٤}{٨} = \frac{٢٠ - ٤}{٨} = \frac{١٦}{٨}$

جـ- $\frac{٥}{٦} + \frac{٧}{٩} = \frac{٥}{٣ \times ٢} + \frac{٧}{٣ \times ٣} = \frac{٣ \times ٥}{٢ \times ٣ \times ٣} + \frac{٢ \times ٧}{٢ \times ٣ \times ٣} = \frac{١٥}{١٨} + \frac{١٤}{١٨}$

$= \frac{١٥ + ١٤}{١٨} = \frac{٢٩}{١٨}$

د- $\frac{-٣}{٤} - \frac{٦}{٣} = \frac{-٣}{٢ \times ٢} - \frac{٦}{٣} = \frac{-٣ \times ٣}{٣ \times ٢ \times ٢} - \frac{٦ \times ٢ \times ٢}{٣ \times ٢ \times ٢}$

$- \frac{٩}{١٢} - \frac{٢٤}{١٢} = \frac{-٩ - ٢٤}{١٢} = \frac{٣٣}{١٢}$

سؤال:- جد ناتج كل من:-

أ- $\frac{٥}{٦} - \frac{٤}{٦}$ ب- $\frac{-٣}{٢} + \frac{٥}{١٤}$ جـ- $\frac{٨}{٢٥} - \frac{-٤}{٢}$

د- $\frac{-٦}{٤} - \frac{٥}{٩}$ هـ- $\frac{١١١}{٣} + \frac{٦}{٢}$ و- $\frac{٣}{١٨} - \frac{٦}{٩}$

طرح وجمع كسر عادي من عدد صحيح .

مثال : (١) $٧ - \frac{٣}{٥}$ * مقام العدد الصحيح دائماً ١

نقوم بتوحيد المقامات

$$\frac{٧\times٥}{١\times٥} - \frac{٣}{٥} = \frac{٣٥}{٥} - \frac{٣}{٥} = \frac{٣٥-٣}{٥} = \frac{٣٢}{٥}$$

ب- $٦ + \frac{٤}{٣} = \frac{٦\times٣}{١\times٣} + \frac{٤}{٣} = \frac{١٨+٤}{٣} = \frac{٢٢}{٣}$

جـ- $-٧ - \frac{٣}{٢} = \frac{-٧\times٢}{١\times٢} - \frac{٣}{٢} = \frac{-١٤}{٢} - \frac{٣}{٢} = \frac{-١٤-٣}{٢} = \frac{-١٧}{٢}$

سؤال : جد ناتج ما يلي :

أ- $-٦ + \frac{٥}{٣}$ د- $\frac{٧}{٥} + ١$

ب- $\frac{-٦}{٣} - ٥$ هـ- $٥ + \frac{٤}{٢}$

جـ- $٢ - \frac{-٤}{٢}$ و- $٣ - \frac{٩}{٢}$

ضرب الكسور العادية

١. ضرب عدد صحيح في كسر

نضرب العدد الصحيح في بسط الكسر ونبقي مقام الكسر كما هو

مثال : أ- $٤ \times \frac{١}{٧} = \frac{٤\times١}{٧} = \frac{٤}{٧}$ ب- $٥ \times \frac{٢}{٦} = \frac{٥\times٢}{٦} = \frac{١٠}{٦}$

جـ- $٣ \times \frac{٢}{٤} = \frac{٣\times٢}{٤} = \frac{٦}{٤}$ د- $\frac{٦}{٣} \times ٤ = \frac{٦\times٤}{٣} = \frac{٢٤}{٣}$

٢. ضرب كسرين عاديين

ناتج ضرب كسرين عاديين هو كسر عادي بسطه هو ناتج ضرب بسطي الكسرين ومقامه هو ناتج ضرب مقامي الكسرين

مثال : أ- $\frac{٢}{٣} \times \frac{٤}{٥} = \frac{٢\times٤}{٣\times٥} = \frac{٨}{١٥}$ جـ- $\frac{٦}{٢} \times \frac{٥}{٣} = \frac{٦\times٥}{٢\times٣} = \frac{٣٠}{٦}$

ب- $\frac{٧}{٩} \times \frac{١٠}{٧} = \frac{٧\times١٠}{٧\times٩} = \frac{٧٠}{٦٣}$ د- $\frac{٢}{٤} \times \frac{٥}{٦} = \frac{٢\times٥}{٦\times٤} = \frac{١٠}{٢٤}$

تذكر أن ⇐

عملية الاختصار في الكسور تتم بين بسط الكسر الأول ومقام الكسر الثاني والعكس وهي عملية قسمة البسط على المقام الآخر.

مثال : أ $\frac{٥}{٦} \times \frac{٢}{٣} = \frac{١ \times ٥}{٣ \times ٣} = \frac{٥}{٩}$

ب- $\frac{٧}{٩} \times \frac{١٠}{١٤} = \frac{١٠}{٩}$

سؤال :- أ- $\frac{٦}{٤} \times \frac{٤}{٣} =$

ب- $\frac{١٥}{٢} \times \frac{١٠}{٥} =$

جـ- $\frac{٣}{٤} \times \frac{٥}{٩} =$

د- $\frac{٧}{٨} \times \frac{٤}{٤٩} =$

قسمة كسر على كسر

لقسمة كسر على كسر يجب أن نقلب الكسر الثاني ليصبح بسطه مقاماً ومقامه بسطاً ونحول العملية من قسمة إلى ضرب.

مثال : أ- $\frac{٨}{٤} \div \frac{٢}{٣} = \frac{٨}{٤} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٨ \times ٣}{٤ \times ٢} = \frac{٦}{٢}$

ب- $\frac{٥}{٦} \div \frac{٤}{٦} = \frac{٥}{٦} \times \frac{٦}{٤} = \frac{٥}{٤}$

جـ- $\frac{٩}{٥} \div \frac{٤}{٢٥} = \frac{٩}{٥} \times \frac{٢٥}{٤} = \frac{٩ \times ٥}{٤} = \frac{٤٥}{٤}$

د- $\frac{٦}{٧} \div \frac{٦}{٧} = \frac{٦}{٧} \times \frac{٧}{٦} = \frac{١}{١} = ١$

سؤال :-

أ- $\frac{٣}{٢} \div \frac{٥}{٤}$

ب- $\frac{٧}{٤} \div \frac{٥}{٢}$

جـ- $\frac{٤}{٩} \div \frac{١٢}{٤}$

ضرب وقسمة الأعداد العشرية

١. ضرب الأعداد العشرية :-

نقوم بإجراء عملية الضرب باعتبار عدم وجود الفاصلة ومن ثم نقوم بإعادة الفاصلة إلى مكانها المناسب بالناتج النهائي

مثال :- أ- ٢،١٣ × ٥ ⇐ ٢،١٣ × ٥ ← الفاصلة بعد منزلتين

٢١٣
× ٥
١٠٦٥

١٠،٦٥ = ٢،١٣ × ٥

ب- ٠،٣ × ٠،٢ =

٣
× ٢
٦

⇐ ٠،٣ على بعد منزلة واحدة

٠،٢ على بعد منزلة واحدة

وبالتالي نقوم بجمع عدد المنازل العشرية وتساوي (٢) منزلتين

إذاً فالناتج الفاصلة على بعد منزلتين

ولكنه (٦) هو عدد من منزلة واحدة

تذكر أن ٦ = ٦. = ٠٦. = ٠٠٦.

نحتاج إلى منزلتين ٠،٣ × ٠،٢ = ٠،٠٦

جـ - ١،٦ × ١،٢

الحل : ١٦ × ١٢

٣٢
١٦٠
١٩٢

⇐ ١،٦ على بعد منزلة واحدة

١،٢ الفاصلة على بعد منزلة واحدة

إذاً الناتج الفاصلة على بعد منزلتين

١،٦ × ١،٢ = ١،٩٢

تذكر أن عند ضرب عدد عشري أو قواها فإن كل صفر من أصفار العدد عشرة أو قواها نقوم بتحريك الفاصلة باتجاه اليمين منزلة واحدة

مثال : أ ٢،١٥ × ١٠ = ٢١،٥ ب- ٧، × ١٠٠ = ٧٠

جـ - ٣،٦٧ × ١٠٠ = ٣٦٧

تذكر أن ٢،٥ = ٢،٥٠ = ٢،٥٠٠ = ٢،٥٠٠٠

إذا وضع الصفر إلى يمين العدد في الجزء العشري فإن أي عدد من الأصفار لا يؤثر على قيمته.

د - ١,٨ × ١٠٠٠ =

نحرك الفاصلة ٣ منازل إلى اليمين

١,٨٠٠ × ١٠٠٠ = ١٨٠٠,٠

سؤال: أ- ٣,٥ × ٢   هـ- ,٧٨٩ × ١٠

ب- ,٨٣ × ٢   د- ,٧٦ × ,٢٠

قسمة عدد عشري على عدد عشري آخر.

عند قسمة الأعداد العشرية فإننا نحول المقسوم عليه إلى عدد صحيح ثم نجري عملية القسمة.

مثال: أ- ٤,٩٧ ÷ ,٧

الحل: غير موقع الفاصلة العشرية بحيث يصبح المقسوم عليه عدداً صحيحاً

نضرب العدد ,٧ × ١٠ لتتحرك منزلة عشرية واحدة حتى تصبح عدداً صحيحاً

وكذلك نقوم بضرب ١٠ للعدد المقسوم

$$\frac{١٠ \times ٤,٩٧}{١٠ \times ,٧} = \frac{٤٩,٧}{٧}$$

(١)

$$\begin{array}{r|l} & ٧,١ \\ ٧ & ٤٩,٧ \\ - & ٤٩ \\ \hline & ٧ \\ - & ٧ \\ \hline & ٠ \end{array}$$

(٢) ٢٢,٥ ÷ ,١٥

$$= \frac{٢٢,٥}{,١٥} \frac{\times ١٠٠}{\times ١٠٠} = \frac{٢٢٥٠,٠}{١٥} = \frac{٢٢٥٠}{١٥}$$

$$\begin{array}{r|l} & ١٥ \\ ١٥ & ٢٢٥٠ \\ & ١٥ \\ \hline & ٧٥٠ \\ & ٧٥ \\ \hline & ٠٠ \end{array}$$

(٣) ٨٣,٢ ÷ ,٢١٦

= ٨٣٢٠ ÷ ٢١٦

$$\begin{array}{r|l} & ٣ \\ ٢١٦ & ٨٣٢٠ \end{array}$$

(٤) ٦,٢٥ ÷ ٠,٥ = ٦٢,٥ ÷ ٥

$$\begin{array}{r} ١٢,٥ \\ ٥ \overline{)\,٦٢,٥} \\ ٥ \\ \hline ١٢ \\ ١٠ \\ \hline ٢٥ \\ ٢٥ \\ \hline ٠ \end{array}$$

(هـ) ٦٧,٥ ÷ ١,٢٥
= ٦٧٥٠ ÷ ١٢٥

$$\begin{array}{r} ٥٤ \\ ١٢٥ \overline{)\,٦٧٥٠} \\ ٦٢٥ \\ \hline ٥٠٠ \\ ٥٠٠ \\ \hline ٠ \end{array}$$

سؤال :-

أ- ١,٦٤ ÷ ٠,٢   ب- ١٢,٥ ÷ ٥   جـ- ٣,٦٠ ÷ ٠,٠٦

جمع وطرح الأعداد العشرية :-

مثال : أ- ٠,٤٠٩ - ٠,٣٦٨

الحل : ٠,٤٠٩
٠,٣٦٨
―――
٠,٠٤١

ب- ٦,٦٢٥ + ١٥,٢١٥

الحل : ٦,٦٢٥
١٥,٢١٥
―――
٢١,٨٤٠

جـ- ٦,٣٢ + ٢,٩٤٥١

الحل : ٦,٣٢٠٠
٢,٩٤٥١
―――
٩,٢٦٥١

ملاحظة : نجعل الأعداد العشرية متساوية العدد الأعداد العشرية للعدد الآخر

سؤال : أ- ٧٢,٦٥ + ٣١,٨٢   ب- ٢٣,١٩ - ٢,٥٣٨

مربع العدد

مربع العدد هو ناتج ضرب العدد نفسه

٢×٢ = ٤   العدد (٤) هو ناتج ضرب العدد (٢) بنفسه ويسمى العدد (٤) مربع العدد (٢)

٧×٧ = ٤٩   العدد (٤٩) هو ناتج ضرب العدد (٧) بنفسه ويسمى العدد (٤٩) مربع العدد (٧)

تحليل مربعات الأعداد

١×١ = ١   ٦×٦ = ٣٦   ٢×٢ = ٤   ٤×٤ = ١٦

٩×٩ = ٨١   ١٠×١٠ = ١٠٠   ٧×٧ = ٤٩   ٨×٨ = ٦٤

سؤال : حلل المربعات الآتية :-

= ٩   = ٢٥   = ١٠٠٠

الأعداد الأولية:

العدد الأولي: هو العدد الذي له عاملان فقط هما العدد نفسه

مثل: ٣ ، ٥ ، ١٧

معلومة: العدد ١ ليس عدد أولي

سؤال: أي الأعداد التالية من ١ – ١٠ أولي وأيها غير أولي؟

العدد	عوامل العدد	أولي	غير أولي
١	١		✓
٢	١،٢	✓	
٣	١،٣	✓	
٤	٤،٢،١	✓	
٥	٥،١	✓	
٦	٦،٣،٢،١		✓
٧			
٨			
٩			
١٠			

سؤال:- ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة: العدد الأولي هو

أ) ٢٥ ب) ٢٧ ج) ٣٥ د) ٤١

الحل:- د) ٤١

٢- جميع الأعداد التالية هي أعداد أولية ما عدا

أ) ١٧ ب) ١٩ ج) ٢١ د) ٢٩

سؤال: اذا كان عدد ما يساوي ٥×٧×٦ فهذا يعني أنه عدد أولي أو غير أولي؟

الجواب:-

تحليل العدد إلى عوامله

* تحليل العدد إلى عوامله باستخدام الطريقة العامودية:-

بعض التعميمات على قابلية القسمة

١. اذا كانت آحاد العدد زوجياً (صفر-٢-٤-٦-...) فانه يقبل القسمة على (٢)

مثال:- ٤٨ - ٩٠ - ٥٦ - ١٤ - ٣٥٤١٢ هي أعداد تقبل القسمة على (٢) لأن آحادها زوجياً

٢. يقبل القسمة على (٣) اذا كان مجموع أرقام العدد من مضاعفات العدد (٣)

مثال:- ٨٩١ ⇐ ١+٩+٨ = ١٨ العدد (١٨) من مضاعفات العدد (٣)

٤١٣٤ ⇐ ٤+٣+١+٤ = ١٢ العدد (١٢) من مضاعفات العدد (٣)

٣. يقبل القسمة على (٥) اذا كان آحاده (صفر) أو (٥)

مثال:- ٩١٠ - ٦٩٨٥ - ٣٦٥٤٩٠

جميعها آحادها إما (٥) أو (٠)

مثال:- حلل العدد (٣٤) إلى عوامله الأولية

الحل: آحاد العدد (٣٤) هو (٤) وهو عدد زوجي

إذا نقسم على العدد (٢)

⇐ نكتب مضاعفات العدد (٢)

٢ - ٤ - ٦ - ٨ - ١٠ - ١٢ - ١٦ - ١٨

٢٤	٢
١٢	٢
٦	٢
٣	٣
١	

(١) نقسم ٢ على ٢

(٢) نقسم ٤ على ٢

← العدد ١٢ يقبل القسمة على ٢ لأن آحاده عدد زوجي

(١) نقسم ١ على ٢ لا يقبل نضع صفر

(٢) نقسم ١٢ على ٢

← ٦ تقبل القسمة على (٢) لأنه عدد زوجي

وتقبل القسمة على (٣) لأنه من مضاعفات العدد (٣)

نقسم العدد (٦) على (٢)

← ٣ تقبل القسمة على العدد (٣) **فقط**

٣ ÷ ٣ = ١ (عند الحصول على العدد ١ نتوقف).

٢٤ = ٢ × ٢ × ٢ × ٣

مثال: - حلل العدد ٧٥ إلى عوامله الأولية:

الحل: آحاد العدد ٧٥ هي ٥ إذاً ٧٥ تقبل القسمة على ٥

نكتب مضاعفات العدد ٥

٥ - ١٠ - ١٥ - ٢٥ - ٣٠ - ٣٥ - ٤٠ - ٤٥

① ٧ ÷ ٥ = ١ والباقي ٢

٢٥ ÷ ٥ = ٥

← العدد ١٥ يقبل القسمة على ٥ لأن آحاده العدد ٥

* ١٥ ÷ ٥ = ٣

← ٣ تقبل القسمة على العدد ٣ فقط

٣ ÷ ٣ = ١ نتوقف

٧٥	٥
١٥	٥
٣	٣
١	

٧٥ = ٥ × ٥ × ٣

مثال: - حلل العدد ٤٠٥ إلى عوامله الأولية

٤٠٥ يقبل القسمة على ٥ لأنه آحاده ٥ ويقبل القسمة على ٣ لأن مجموع أرقامه ٥ + ٠ + ٤ = ٩ من مضاعفات العدد ٣

مضاعفات العدد ٣: ٣ - ٦ - ٩ - ١٢ - ١٥ - ١٨ - ٢١ - ٢٤ - ٢٧

مضاعفات العدد ٥: ٥ - ١٠ - ١٥ - ٢٥ - ٢٠ - ٣٥ - ٤٠ - ٤٥

٤٠٥	٣
١٣٥	٥
٢٧	٣
٩	٣
٣	٣
١	

⇐ ٤٠٥ = ٣ × ٣ × ٣ × ٣ × ٥

سؤال ٤ - حلل كل من إلى عوامله الأولية :-

أ) ٣٦٠ ب) ٦٥٥٢ جـ) ٨١٩ د) ١٠٥ هـ) ٥٦ و) ٢١٦ ي) ٢٤٢

الأسس : هو تكرار العدد بنفسه عدة مرات

$٣^{٤} = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣$

تقرأ ٣ أس ٤ وتسمى ٣ بالأساس و ٤ بالأس

مثال :- $٥^{٦} = ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥$ ⇐ تكرر ضرب ٥ ست مرات

سؤال :- جد قيمة كل مما يلي :-

أ) $(٣)^{٣}$ ب) $(١-٥)^{٣}$

* قوانين الأسس

١- $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$

مثال : $٣^{٤} \times ٣^{٥} = ٣^{٤+٥} = ٣^{٩}$

$٤^{٢} \times ٢ = ((٢)^{٢})^{٢} \times ٢ = ٢^{٤} \times ٢ = ٢^{٥}$

٢- $((أ)^{م})^{ن} = أ^{م \times ن}$

مثال : $(٢^{٣})^{٤} = ٢^{٣ \times ٤} = ٢^{١٢}$

$٢^{٣} \times ٨^{٤} = ٢^{٣} \times (٢ \times ٢ \times ٢)^{٤} = ٢^{٣} \times ((٢)^{٣})^{٤} = ٢^{٣} \times ٢^{١٢} = ٢^{١٥}$

٣- $(أ \times ب)^{م} = أ^{م} \times ب^{م}$

$(أ \div ب)^{م} = أ^{م} \div ب^{م}$

مثال : أ) $(٣ \times ٤)^{٢} = ٣^{٢} \times ٤^{٢}$

ب) $\left(\frac{٥}{٢}\right)^{٦} = \frac{٥^{٦}}{٢^{٦}}$

جـ) $(٢ \times ٥)^{١٠} = ٢^{١٠} \times ٥^{١٠}$

د) $(٣ \div ٤)^{٧} = ٣^{٧} \div ٤^{٧}$

٤. $\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م-ن}$

مثال: $\frac{هـ^{٧}}{هـ^{٢}} = هـ^{٧-٢} = هـ^{٥} = هـ \times هـ \times هـ \times هـ \times هـ$

مثال: $\frac{٧^{٢}}{٧^{٦}} = ٧^{٢-٦} = ٧^{-٤}$

٥. $أ^{\frac{١}{ن}} = \sqrt[ن]{أ}$

مثال $هـ^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{هـ}$

$٦^{\frac{١}{٢}} = \sqrt[٢]{٦}$

* تذكر أن $\sqrt{أ} = \sqrt[٢]{أ}$

سؤال: أوجد كل مما يأتي بأبسط صورة أسية

(١) أ. $(\sqrt{٣})^{٥} = ٣^{\frac{٥}{٢}}$

ب. $(٦^{٣} \times ٢^{٤})^{٢} =$

جـ. $\sqrt[٥]{٦^{٤}} = ٦^{\frac{٤}{٥}}$

د. $\left(\frac{٦^{٥}}{٦^{٤}}\right)^{٣} =$

(٢) $\frac{أ^{٨} ب^{٢٠}}{أ^{٣} ب^{١٢}} \times \frac{أ^{١٠} ب^{١٥}}{أ^{٨} ب^{٩}}$

الحل:-

(٣) $\frac{(\sqrt{٧} - ٢)^{٥}}{(\sqrt{٧} - ٢)^{٢}}$ الحل

٦. $أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$

مثال أ. $٣^{-٢} = \frac{١}{٣^{٢}} = \frac{١}{٩}$

ب. $٢^{-٥} = \frac{١}{٢^{٥}}$

Scanned by CamScanner

سؤال : اكتب المقادير التالية بأبسط صورة أسية .

أ. $\frac{٣^{٢}}{٣^{٣}}$ ب. $\frac{ص^{٢}}{ص^{٥}}$

جـ. $\left(\frac{}{\sqrt{٥}}\right)^{-٤}$ د- $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٢}$

هـ - $\frac{م^{-٣}}{م^{-٤}}$

٧- $م^{٠} = ١$ ، م ≠ صفر

مثال : ① $٣^{٠} = ١$ ② $٤^{٠} = ١$ ③ $١٠٠^{٠} = ١$

سؤال أوجد كل مما يلي :

أ. $(٢س + ٥)^{٠}$

ب. $\left(\frac{س}{ص}\right)^{٠}$

جـ. $\left(\frac{٨ \times ١٠^{٩}}{٤ \times ١٠^{٥}}\right)^{٠}$

٨- إذا كان م عدد موجب و (م ≠ ١) وكان $م^{٣} = م^{ن}$ فإن ٣ = ن

مثال : حل المعادلة التالية :

① $٢^{ن} = ٦٤$

$٢^{ن} = ٨ \times ٨$

$٢^{ن} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢$

$٢^{ن} = ٢^{٦} \Leftarrow ن = ٦$

② $م^{٥} = ٣٢$

$م^{٥} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢$

$م^{٥} = ٢^{٥} \Leftarrow م = ٢$

③ $٣^{ن} = ٢٤٣$

٢٤٣	٣
٨١	٣
٢٧	٣
٩	٣
٣	٣
١	

$٢٤٣ = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣$

$= ٣^{٥}$

$\Leftarrow ٣^{ن} = ٣^{٥}$

ن = ٥

ايجاد الجذور التربيعية والتكعيبية :-

العدد المربع :-

الأعداد ٧ - ١٠ - ٣ - ٥٦ هي أعداد مربعة لأنه لا يمكنه تحليل أي منهما إلى عددين متساوين

١٠ = ٥×٢   ٥ ≠ ٢

سؤال (١) العدد المربع من بين الأعداد التالية هو :-

أ - ٦   ب - ٢٠   جـ - ٤٩   د - ٧٧

سؤال (٢) جميع الأعداد التالية هي أعداد مربعة ماعدا ؟

أ - ٩   ب - ١٦   جـ - ٨١   د - ٩٩

الجذر التربيعي للعدد المربع

هو العدد الذي اذا ضرب في نفسه يعطي العدد المربع

* لاحظ أن الجذر التربيعي للعدد ٩ هو ٣ لأن ٣×٣ = ٩
* الجذر التربيعي للعدد ٦٤ هو العدد ٨ لأن ٨×٨ = ٦٤

يرمز للجذر التربيعي √

وعليه √٩ = ٣   √٦٤ = √٨×٨ = ٨

مثال: أ) √٣٦ = √٦×٦ = ٦   ب) √١٠٠ = √١٠×١٠ = ١٠

جـ) √٨١ = √٩×٩ = ٩

ايجاد الجذر التربيعي عن طريق التحليل

مثال: √١٤٤

١٤٤	٢	٢
٧٢	٢	
٣٦	٢	٢
١٨	٢	
٩	٣	٣
٣	٣	
١		

ملاحظة ⇐ لما أننا نتحدث عن الجذر التربيعي فنأخذ من كل عاملين متشابهين رقماً واحداً فقط

⇐ √١٤٤ = ٢×٢×٣
= ٦

Scanned by CamScanner

② $\sqrt{196}$ الحل:

١٩٦	٢
٩٨	٢
٤٩	٧
٧	٧
١	

٢ ←] ٢ ، ٢

٧ ←] ٧ ، ٧

$\sqrt{١٩٦}$ = ٢ × ٧
= ١٤

③ $\sqrt{٢٢٥}$ الحل:

٢٢٥	٥
٤٥	٥
٩	٣
٣	٣
١	

٥ ←] ٥ ، ٥

٣ ←] ٣ ، ٣

$\sqrt{٢٢٥}$ = ٥ × ٣
= ١٥

④ $\sqrt{٢١٦}$ الحل:

٢١٦	٢
١٠٨	٢
٥٤	٢
٢٧	٣
٩	٣
٣	٣
١	

⇐ $\sqrt{٢١٦}$ = $\sqrt{٢×٣}$ × ٢ × ٢ × ٣
= ٦ $\sqrt{٦}$

سؤال: ① $\sqrt{٥٠٦}$ ② $\sqrt{٣٢٤}$ ③ $\sqrt{٤٤١}$

* العدد المكعب:

لاحظ أن ١ = ١×١×١ ، ٨ = ٢×٢×٢ ، ٢٧ = ٣×٣×٣

الأعداد ٩ - ١٨ - ١٥ - ٣٥ - ٧٧ هي ليست أعداد مكعبة لأنه لا يمكن كتابة أي منها على شكل حاصل ٣ أعداد متساوية

سؤال: - العدد المكعب من بين الأعداد الآتية هو: -

أ. ٩ ب. ٢٥ جـ. ١٠ د. ٦٤

سؤال: - جميع الأعداد التالية هي أعداد مكعبة ماعدا:

أ. ٨ ب. ٢٧ جـ. ١٢١ د. ١٠٠٠

الجذر التكعيبي للعدد المكعب :-

هو العدد الذي إذا ضرب في نفسه ٣ مرات يعطي العدد المكعب ويرمز للجذر التكعيبي بـ $\sqrt[٣]{}$

أ. $\sqrt[٣]{٢٧} = \sqrt[٣]{٣\times٣\times٣} = ٣$

ب. $\sqrt[٣]{١٢٥} = \sqrt[٣]{٥\times٥\times٥} = ٥$

ج. $\sqrt[٣]{٦٤} = \sqrt[٣]{٤\times٤\times٤} = ٤$

إيجاد الجذر التكعيبي باستخدام التحليل :-

مثال :-

أ. $\sqrt[٣]{٢١٦}$

٢١٦	٢	٢ ←
١٠٨	٢	
٥٤	٢	
٢٧	٣	٣ ←
٩	٣	
٣	٣	
١		

$\sqrt[٣]{٢١٦} = ٢\times٣$

$= ٦$

* ملاحظة : في الجذر التكعيبي نأخذ من كل ٣ عوامل عاملاً واحداً فقط

ب. $\sqrt[٣]{٥١٢}$

٥١٢	٢	
٢٥٦	٢	٢ ←
١٢٨	٢	
٦٤	٢	
٣٢	٢	٢ ←
١٦	٢	
٨	٢	
٤	٢	٢ ←
٢	٢	
١		

$\sqrt[٣]{٥١٢} = ٢\times٢\times٢$

$= ٨$

سؤال :- أ. $\sqrt[٣]{٧٢٩}$ ب. $\sqrt[٣]{١٧٢٨}$ ج. $\sqrt[٣]{٣٣٧٥}$

تذكير :-

٢×٣ = ٦ أي أن ٢ عامل من عوامل العدد ٦ لأنه يقبل القسمة عليه دون باقي، وكذلك العدد ٣ عامل من عوامل العدد ٦ لأنه يقبل القسمة عليه دون باقي

مثال :- عوامل العدد (٤٠) :- ١ - ٢ - ٤ - ٥ - ٨ - ١٠ - ٢٠ - ٤٠

لأن ٤×١٠ أو ٤×٢٠ أو ٨×٥

أو ٢×٢×١٠ أو ٤٠×١

عوامل العدد (٣٢) : ١ - ٢ - ٤ - ٨ - ١٦ - ٣٢

لأن ١×٣٢ أو ١٦×٢ أو ٨×٤

العامل المشترك الأكبر :- (ع - م - أ)

العوامل المشتركة

عوامل العدد (٤٠) : ١ - ٢ - ٤ - ٥ - ٨ - ١٠ - ٢٠ - ٤٠

عوامل العدد (٣٢) : ١ - ٢ - ٤ - ٨ - ١٦ - ٣٢

العوامل المشتركة ١ - ٢ - ٤ - ٨ وهي كلها تقسم كلاً من ٣٢ - ٤٠ دون باقي

* لإيجاد العامل المشترك الأكبر :-

(١) حلل كل عدد إلى عوامله الأولية
(٢) ثم نكتبها على صورة قوى
(٣) - العامل المشترك الأكبر هو القوى ذات الأساس المشترك وبأصغر أس

مثال :- جد العامل المشترك الأكبر بين كل من ١٦ - ٢٤

١٦	٢
٨	٢
٤	٢
٢	٢
١	

$$١٦ = ٢^{٤}$$

٢٤	٢
١٢	٢
٦	٢
٣	٣
١	

$$٢٤ = ٢^{٣} \times ٣^{١}$$

⇐ $٢^{٤} = ١٦$

$٢^{٣} \times ٣^{١} = ٢٤$

القوى ذات الأساس المشترك $٢^{٣}$ و $٢^{٤}$

نأخذ القوى ذات الأس الأصغر وهي $٢^{٣}$

⇐ ع.م.أ لـ(١٦ - ٢٤) = $٢^{٣}$ = ٢×٢×٢ = ٨

مثال ٤- ١٢ ، ١٨

١٢	٢
٦	٢
٣	٣
١	

$٢^{٢} \times ٣ = ١٢$

١٨	٢
٩	٣
٣	٣
١	

$٢^{١} \times ٣^{٢} = ١٨$

⇐ القوى ذات الأساس المشترك

$٢^{٢}$ و $٢^{١}$ ، $٣^{١}$ و $٣^{٢}$

نأخذ القوى ذات الأساس الأصغر

$٢^{١} \times ٣^{١} = ٦$ ⇐ ع.م.أ لـ ١٢ ، ١٨ = ٦

مثال ٥- ١٥ ، ٢٦ ، ٤٩

١٥	٥
٣	٣
١	

$٣ \times ٥ = ١٥$

٢٦	٢
١٣	١٣
١	

$١٣ \times ٢ = ٢٦$

سؤال ٥:

أوجد ع.م.أ

أ. ١٦ ، ٢٧ ب. ٢٢٥ ، ١٢٥ ج. ٤٩ ، ٦٤

المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ)

لإيجاد م.م.أ

١. نحللها إلى عواملها الأولية

٢. ثم نكتبها على صورة قوى

٣. المضاعف المشترك الأصغر: هو القوى ذات الأساس المشترك وغير المشترك وبأكبر أس

مثال: أوجد م.م.أ لكل من:

أ. ٢١، ٨٤

$٢١ = ٣ \times ٧$

٨٤	٢
٤٢	٢
٢١	٣
٧	٧
١	

$٨٤ = ٢^٢ \times ٣ \times ٧$

١. القوى ذات الأساس المشترك ونأخذ القوى ذات الأس الأكبر ٣×٧

٢. نبحث عن القوى ذات الأساس غير المشترك وهو $٢^٢$

⇐ م.م.أ $= ٣ \times ٧ \times ٢^٢$

ب. ١٤، ٦، ٨

$٨ = ٢ \times ٢ \times ٢ = ٢^٣$

$١٤ = ٢ \times ٧$

$٦ = ٢ \times ٣$

١. القوى ذات الأساس المشترك $٢^٣$، ٢، ٢

٢. نأخذ ذات الأس الأكبر ⇐ $٢^٣$

٣. نأخذ القوة ذات الأساس غير المشترك وهي ٣×٧

م.م.أ $= ٧ \times ٣ \times ٢^٣ = ٧ \times ٣ \times ٨ = ١٦٨$

سؤال: أوجد م.م.أ

أ- ٢١٦، ٢٧

ب- ٥، ٣، ٧

جـ- ٤٩، ٦٤

د- ١٥، ٦

هـ- ٢٢٥، ١٢٥

خواص المعادلات :-

١. لو أضفنا عدد إلى طرفي المعادلة تبقى المعادلة صحيحة

مثال :- ص + ٤ = ٣

← ص + ٤ + ٣ = ٣ + ٣ تبقى المعادلة صحيحة

٢. لو طرحنا من طرفي المعادلة تبقى المعادلة صحيحة

ص + ٥ = ٦

← ص + ٥ - ٥ = ٦ - ٥ تبقى المعادلة صحيحة .

٣. لو ضربنا طرفي المعادلة تبقى المعادلة صحيحة

ص = $\frac{١}{٢}$ ← ٢ ص = ٢ × $\frac{١}{٢}$

٤. القسمة بحيث أن المقسوم عليه ≠ صفر .

* حل المعادلات

مثال : جد مجموعة حل المعادلات التالية :-

أ- س + ١٠ = ١

الحل : س + ١٠ - ١٠ = ١ - ١٠

س = -٩

ب- س - ٣ = ٥

س - ٣ + ٣ = ٥ + ٣

س = ٨

جـ- ٤ س = ٢

الحل: $\frac{٤ س}{٤}$ = $\frac{٢}{٤}$

س = $\frac{١}{٢}$

د- $\frac{س}{٧}$ = ٢

الحل $\frac{س}{٧}$ × ٧ = ٢ × ٧

س = ١٤

هـ- ٥س + ٣ = ١٣

الحل: ٥س + ٣ - ٣ = ١٣ - ٣

$\frac{٥س}{٥}$ = $\frac{١٠}{٥}$

س = ٢

و- $\frac{س}{٧}$ - ٧ = ٣

$\frac{س}{٧}$ - ٧ + ٧ = ٣ + ٧

٧ × $\frac{س}{٧}$ = ١٠ × ٧

س = ٧٠

و- $٥س + ٢ = س + ١٠$

الحل $٥س + ٢ - ٢ = س + ١٠ - ٢$

$٥س = س + ٨$

$٥س - س = س - س + ٨$

$\frac{٤}{٤}س = \frac{٨}{٤} \Leftarrow س = ٢$

سؤال: حل كل من المعادلات التالية :-

١. $٦س + ٤ = ٥س - ١١$

٢. $٢٠س - [illegible] = \frac{٣}{٤}س + ٥$

٣. $٣س + [illegible] = ٣ - [illegible]$

٤. $٤س = ٣س + ١$

٥. $٣س = ٩$

٦. $٦س = \frac{١}{٢}$

٧. $س + ٣ = -١٠$

٨. $\frac{١}{٤}س = \frac{٣}{٤}$

٩. $\frac{١}{٣}س = \frac{١}{٢}س - ٥$

١٠. $١٠س + ٢٠ = ٤٠س$

جمع المقادير الجبرية :-

١. الحد الجبري الذي يشبه ٤س هو :

أ. $٢ص$ ب. $س^٢$ ج. $٣س$ د. $٧س ص$

٢. الحد الجبري الذي يشبه $٢س^٢ص$ هو :

أ. $٣س ص^٢$ ب. $٢س ص$ ج. $٥س^٢ص^٢$ د. $-٧س^٢ص$

* عند جمع الحدود الجبرية المتشابهة تجمع المعاملات فقط بينما المتغير يبقى كما هو

مثال :- أوجد ناتج ما يلي :-

أ. $٣س + ٧س = (٣+٧)س = ١٠س$

ب. $٢ص^٣ + ٦ص^٣ = (٢+٦)ص^٣ = ٨ص^٣$

ج. $-٤س ص + أ س ص = (-٤ + أ) س ص = س ص$

د. $-٣س ص^٢ + ٤س ص^٢ + ٨س^٢ص = (-٣+٤) س ص^٢ + ٨س^٢ص$

$= س ص^٢ + ٨س^٢ص$

ملاحظة : $أس^٢$
معامل $س^٢$ هو أ
$ب ص$:
معامل ص هو ب

٢- جد ناتج جمع المقادير الجبرية التالية

أ. ٣س + ٢ص ، ٥س + ٤ص

٣س + ٢ص
٥س + ٤ص

س (٣ + ٥) + ص (٤ + ٢)

= ٨س + ٦ص

ب. ٥س + ٢ص ، -٣س - ٤ص

٥س + ٢ص
+ -٣س - ٤ص

٢س - ٢ص

جـ. س + ٣س^{٢} + ٢ ، ٢س^{٢} - ٥س + ١

س + ٣س^{٢} + ٢
-٥س + ٢س^{٢} + ١

-٤س + ٥س^{٢} + ٣

د. س + ٣ص ، ٢ص + ٤س ، ٥س - ٧ص + ١

س + ٣ص
٤س + ٢ص
٥س - ٧ص + ١

١٠س - ٢ص + ١

سؤال ٥: جد ناتج طرح المقادير الجبرية الآتية

١. ٣س + ٢ص ، ٥س + ٤ص   ٢. س + ٣ص ، ٢ص - ٤س

٣. س - ٣س^{٢} ، ٢س^{٢} + ٥س + ٣   ٤. ٤س + ٣ص ، -٣ص - ٥

سؤال ؛- ضع اشارة (✓) اذا كانت الاجابة صحيحة واشارة (✗) اذا كانت الاجابة خا.

١. ( ) معامل الحد الجبري -٢س^٣ هو ٢

٢. ( ) ٢س + ٣ص = ٥س ص

٣. ( ) ٥س^٢ص + س^٢ص = ٦س^٢ص

٤. ( ) (٧أ + ٢ب) + (٣أ - ٤ب) = ١٠أ - ٢ب

سؤال ٢؛ اذا كانت كل من س = ٥ ، ص = ٢

جد القيمة العددية لكل من المقادير الجبرية الآتية :-

أ. ٢س + ص

الحل: ٢س + ص ⇐ ٢×٥ + ٣ = ١٠ + ٣ = ١٣

ب. ٧س - ٣ص

الحل :- ٧س - ٣ص

٧×٥ - ٣×٣ = ٣٥ - ٩ = ٢٦

جـ. اذا كانت كل من س = ٢ ، ص = -١

* ٢س + ٥

٢×٢ + ٥ = ٩

* ٨س + ص

٨(٢) - ١ = ١٦ - ١ = ١٥

د. اذا كانت كل من س = ٣ ، ص = ٤ ، ع = -١

* ٨ + س + ع

الحل ٨ + ٣ + -١

= ١٠

* ٥س + ٢ص - ٣ع

٥(٣) + ٢×٤ - ٣×-١

= ١٥ + ٨ + ٣

= ٢٦

ضرب الحدود الجبرية

مثال: جد ناتج ضرب الحدود الجبرية

أ. ٣س × ٥ص = (٣ × ٥)(س × ص) = ١٥ س ص

نقوم بضرب المعاملات وضرب المتغيرات

ب. س × س^{٢} = س^{٣}

ج. ٧س × -٢ص = -٢ × ٧ × س × ص = -١٤ س ص

د. س^{٣}ص^{٢} × ٤س ص^{٤} = ٤ × س × س^{٣} × ص^{٢} × ص^{٤}

= ٤ س^{٤} . ص^{٦}

سؤال: جد ناتج ما يلي:

أ. ٢س^{٢}ص × ٣س^{٣} ب. ٢س × ٤ص

ج. ٥ص^{٢}س^{٤} × ص^{٢}س د. ٩س^{٦}ص^{٥} × $\frac{١}{٩}$ س^{٦} ص$^{\frac{١}{٥}}$

قانون توزيع عملية الضرب على الجمع والطرح

١. س × (ص + ٤) = س × ص + س × ٤

٢. (س + ص) × ٤ = س × ٤ + ص × ٤

٣. ص (س − ٤) = ص × س − ٤ × ص

* مثال:

١. (٤س − ٧) × ص = ٤س ص − ٧ص

٢. (٢س − ١) × ٩ = ٢س × ٩ − ١ × ٩

٣. ٦(س + ٣) = ٦ × س + ٣ × ٦ = ٦س + ١٨

٤. ٢س (٣ص + ٥س) = ٢ × ٣ × س × ص + ٢ × ٥ × س × س

= ٦س ص + ١٠س^{٢}

قانون ضرب مقدارين جبريين :-

(س + ص) × (ع + ل) = س(ع + ل) + ص(ع + ل)

مثال :- * (س + ٥)(ص + ٢) = س(ص + ٢) + ٥(ص + ٢)

* (س + ٤)(ص - ١) = س(ص - ١) + ٤(ص - ١) .

= س ص - س + ٤ص - ٤

* (٢س + ٣ص) × (٤س + ١) = ٢س(٤س + ١) + ٣ص(٤س + ١)

= ٢س × ٤س + ٢س + ٣ص × ٤س + ٣ص

= ٨س² + ٢س + ١٢ص س + ٣ص

سؤال :- جد كل مما يلي بأبسط صورة :-

١. (٣س - ٤)(س + ٣ص)

٢. (٥ص - ١)(٣س - ٤ص)

٣. (م - س)(٤س + ١)

٤. (ص - س)(س + ص)

الفرق بين مربعين

تذكر أن س × س = س²

* قاعدة: أ² - ب² = (أ + ب)(أ - ب)

مثال :- ١. س² - ٢٥ = (س - ٥)(س + ٥)

٢. ص² - ٦٤ = (ص - ٤)(ص + ٤)

٣. ص² - ٣ لاحظ ٣ ليست عدد مربع ولكن يمكننا كتابتها بشكل عدد مربع ٣ = (√٣)²

اذاً ص² - ٣ = ص² - (√٣)²

= (ص - √٣)(ص + √٣)

٤. ١٦ - ٩ = ٤^{2} - ٣^{2} = (٤ - ٣)(٤ + ٣) = ١ × ٧ = ٧

٥. ٩ ص^{2} - ٤٩ = (٣ص)^{2} - ٧^{2} = (٣ص - ٧)(٣ص + ٧)

٦. ٤٩ س^{2} - ٣٦ ص^{2} = (٧س)^{2} - (٦ص)^{2}

= (٧س + ٦ص)(٧س - ٦ص)

سؤال: استخدم تحليل الفرق بين المربعين لايجاد قيمة ما يلي:

١. (٣٥)^{2} - (٢٥)^{2} ‏ ‏ ‏ ٣. ٨١ ص^{2} - ٩

٢. ص^{2} - ١٠٠ ‏ ‏ ‏ ٤. ٤ س^{2} - ١٦ ص^{2}

٥. ٢٥ - ٣٦ ‏ ‏ ‏ ٦. ٩ س^{2} - ٤

٧. (م - ل)^{2} - (م + ل)^{2} ‏ ‏ ‏ ٨. س^{2} - ١٦ ص^{2}

الفرق بين مكعبين ومجموع مكعبين

س^{3} - ص^{3} = (س - ص)(س^{2} + س ص + ص^{2})

س^{3} + ص^{3} = (س + ص)(س^{2} - س ص + ص^{2})

مثال: ① س^{3} - ٢٧ = (س - ٣)(س^{2} + ٣س + ٩)

② س^{3} - ١٢٥ = (س - ٥)(س^{2} + ٥س + ٢٥)

③ ص^{3} + ٦٤ س^{3}

الحل: ص^{3} عبارة عن ص × ص × ص اذاً قيمة المقدار الأول ص، ٦٤ س^{3} عبارة عن ٤س × ٤س × ٤س إذاً قيمة المقدار الثاني عبارة عن ٤س

ص^{3} + ٦٤ س^{3} = (ص + ٤)(ص^{2} - ٤ص + ١٦)

سؤال: أ. ٨ س^{3} - ٢٧ ‏ ‏ ‏ ج. ٣٦ س^{3} + ١٢٥

ب. ٩ ص^{3} - ٨ ‏ ‏ ‏ د. ص^{3} + ٢٧ س^{3}

تذكر أن ← $(أ + ب)^٢ = أ^٢ + ٢أب + ب^٢$

$(أ - ب)^٢ = أ^٢ - ٢أب + ب^٢$

$(أ \pm ب)^٣ = أ^٣ \pm ٣أ^٢ب + ٣أب^٢ + ب^٣$

مثال ٤ -

أ. $(س - ٤)^٢ = س^٢ - ٢ \times ٤ \times س + ٤^٢$

$= س^٢ - ٨س + ١٦$

ب - $(٢ص + ٣)^٢ = ٤ص^٢ + ٢ \times ٣ \times ٢ \times ص + ٩$

$= ٤ص^٢ + ١٢ص + ٩$

جـ - $(س + ٣)^٣ = س^٣ + ٣ \times ٣ \times س^٢ + ٣ \times س \times ٣^٢ + ٣^٣$

$= س^٣ + ٩س^٢ + ٢٧س + ٩$

د - $(٢س - ٢)^٣ = (٢س)^٣ - ٣ \times (٢س)^٢ \times ٢ + ٣ \times ٢س \times ٢^٢ + ٢^٣$

$٨س^٣ - ٢٤س^٢ + ٢٤س + ٨$

سؤال ٤: جد ما يلي بأبسط صورة

أ. $(٣س - ٢)^٢$　　　　جـ. $(٤ص + ٦)^٢$

ب. $(س - ٣ص)$　　　　د. $(٥س + ٣)^٢$

هـ. $(س - ٢)^٣$　　　　و. $(٢ص - ٣)^٣$

ي. $(٣س + ٤)^٣$　　　　ر. $(٣س + ٥)^٣$

قسمة مقدار جبري على مقدار جبري

مثال: ① $٢س^{٢} + ١٣س + ١٥ \div س + ٥$

الحل

$$\begin{array}{r|l} & ٢س + ٣ \\ س + ٥ & ٢س^{٢} + ١٣س + ١٥ \\ & ٢س^{٢} + ١٠س \\ \hline & ٠ + ٣س + ١٥ \\ \ominus & ٣س + ١٥ \\ \hline & ٠ \end{array}$$

٠ الباقي

$\Leftarrow ٢س^{٢} + ١٣س + ١٥ \div س + ٥$

$= ٢س + ٣$

② $٣س^{٢} + س^{٣} - ٣ \div س^{٢} - ١$

$$\begin{array}{r|l} & س + ٣ \\ س^{٢} - ١ & س^{٣} + ٣س^{٢} + ... \\ & س^{٣} - س \\ \hline & صفر + ٣س^{٢} + س - ٣ \\ - & ٣س^{٢} - ٣ \\ \hline & ٠ + س + ٠ \end{array}$$

③ $س^{٢} + س - ١٢ \div س + ٤$

$$\begin{array}{r|l} & س - ٣ \\ س + ٤ & س^{٢} + س - ١٢ \\ - & س^{٢} + ٤س \\ \hline & - ٣س - ١٢ \\ \ominus & - ٣س - ١٢ \\ \hline & ٠ \end{array}$$

$\Leftarrow س^{٢} + س - ١٢ \div س + ٤$

$= س - ٣$

④ $س^{٣} + ٢س^{٢} - ٣ \div س + ١$

الحل:

$$\begin{array}{r|l} & س^{٢} + س - ١ \\ س + ١ & س^{٣} + ٢س^{٢} - ٣ \\ & س^{٣} + س^{٢} \\ \hline & س^{٢} - ٣ \\ - & س^{٢} + س \\ \hline & - س - ٣ \\ & - س - ١ \\ \hline & - ٢ + صفر \end{array}$$

سؤال :-
أ. $٣س^{٢} + س^{٣} - س - ٣ \div (س^{٢} - ١)$

ب. $س^{٣} - ٣س^{٢} - ٢٥س \div (س^{٢} + ٤س + ٣)$

جـ. $٢س^{٢} + ٧س - ١٥ \div (س + ٥)$

تذكر أن ← عند إجراء قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر فإنه :-

١. يتم ترتيب حدود كل من المقدار المقسوم والمقدار المقسوم عليه تنازلياً حسب قوى المتغيرات

٢. قسمة الحد الأول في المقسوم على الحد الأول من المقسوم عليه

٣. ضرب خارج القسمة في المقسوم عليه

٤. وضع الناتج تحت الحد المتشابه له في المقسوم ثم نطرحه منه

٥. تكرار الخطوات السابقة حتى يصبح ناتج الطرح النهائي يساوي صفر أو أقل من المقسوم عليه.

قاعدة : نقول أن (س − م) عامل من عوامل ق(س)

إذا كان باقي قسمة ق(س) على (س − م) يساوي صفر

مثال : إذا كان ق(س) = $س^{٣} + ٢س − ٥$

احسب ق(٢) ، ق(−١) ، ق($\frac{١}{٢}$)

١. ق(٢) = $(٢)^{٣} + ٢×٢ − ٥ = ٨ + ٤ − ٥ = ١٢ − ٥ = ٧$

٢. ق(−١) = $(−١)^{٣} + ٢(−١) − ٥ = −١ − ٢ − ٥ = −٨$

٣. ق($\frac{١}{٢}$) = $(\frac{١}{٢})^{٣} + ٢ × \frac{١}{٢} − ٥ = \frac{١}{٨} + ١ − ٥ = \frac{١}{٨} − \frac{٤×٨}{٨×١}$

$= \frac{١ − ٣٢}{٨} = \frac{−٣١}{٨}$

سؤال : أثبت أن (س − ٣) عامل من عوامل كثير الحدود

ق(س) = $س^{٢} + س − ١٢$

الحل :

$$\begin{aligned} &(س^{٢} + س − ١٢) \div (س − ٣) = س + ٤ \\ &−(س^{٢} − ٣س) \\ &\overline{\quad ٠ + ٤س − ١٢} \\ &−(٤س − ١٢) \\ &\overline{\quad ٠} \end{aligned}$$

الباقي = صفر

⇐ (س − ٣) عامل من عوامل ق(س)

سؤال ٢ : أثبت أن (س + ٥) عامل من عوامل ق(س) = $٢س^{٢} + ١٣س + ١٥$

التحليل بإيجاد العامل المشترك

* العامل المشترك للمقادير الجبرية :-

مثال :- جد العامل المشترك للحدين الجبريين :-

أ - ٥س^{٢} ، ١٠ص^{٢}

٥س^{٢} = ٥ × س × س

١٠ص^{٢} = ٥ × ٢ × ص × ص

العدد ٥ هو العامل المشترك

ب - أس ، ٢أب س

الحل :- أس = أ × س

٢أبس = ٢ × ب × أ × س

العامل المشترك هو أ × س

ج - (س+١)(س-٢) ، (س+١)(٢س-١)

(س+١)(س-٢)

(س+١)(٢س-١)

العامل المشترك هو (س+١)

د - (س+١)(س+٣) ، (س+٣)(س-١)

(س+١)(س+٣)

(س-١)(س+٣)

العامل المشترك هو (س+٣)

التحليل باستخدام العامل المشترك:

١. نجد العامل المشترك لحدود المقدار الجبري
٢. نقسم كل حد في المقدار الجبري على العامل المشترك
٣. المقدار = ع.م.أ × (ناتج القسمة)

مثال: - حلل المقدار التالي باستخدام العامل المشترك

(١) ٢س + ٦ص

الحل: ٢س = ٢ × س

٦ص = ٣ × ٢ × ص

العامل المشترك هو ٢

(٢س + ٦ص) ÷ ٢ = س + ٣ص

← العامل المشترك

٢س + ٦ص = ٢ × (س + ٣ص) ← ناتج القسمة

↑ العامل المشترك

(٢) ٣٥س² − ١٥س

الحل: ٣٥س² = ٧ × ٥ × س × س

١٥س = ٣ × ٥ × س

ع.م.أ = ٥ × س

⇐ (٣٥س² − ١٥س) ÷ ٥س = ٧س − ٣

← ٣٥س² − ١٥س = ٥س(٧س − ٣)

٣. أ(٢س+١) − ٤(٢س+١)

الحل: أ(٢س+١) = أ × (٢س+١)

٤(٢س+١) = ٢ × ٢ × (٢س+١)

ع.م.أ = (٢س+١)

= (٢س+١) × [أ(٢س+١) − ٤(٢س+١)] ÷ (٢س+١) = أ(٢س+١) ÷ (٢س+١) − ٤(٢س+١) ÷ (٢س+١)

= أ − ٤

ـه أ(٢س+١) − ٤(٢س+١) = (أ − ٤)(٢س+١)

سؤال: حلل كل مما يأتي باستخدام ع.م.أ

١. ٤(س^2+١) − ٨(س−١)

٢. ٤$(\text{س}+1)^2$ + ٢(س+١)

٣. ٢٥(س^2−١) − ٥(س^2−١)(س+٣)

٤. ٣(٣س+١) + ٩(٥س+٤)

٥. ٢٨س^2 − ٧

٦. $(3\text{ع}-2)^2$ − ٤

٧. ١٢١ − ٤$\text{س}^2\text{ص}^2$

٨. ٥أب^3 − ٢٠أب

٩. − ٤٩أ^2 + ٢٥س^2

المميز وجذور المعادلة التربيعية :-

الصورة العامة للمعادلة التربيعية

أس^2 + ب س + جـ

معامل س^2 = أ   معامل الحد الأوسط س = ب

جـ هو الحد الثابت

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

$$\text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{أ}\text{جـ}}}{2\text{أ}}$$

المميز = ب^2 − ٤أجـ

* حالات مميز المعادلة التربيعية

1. إذا كان المميز ب^{2} - ٤ أ جـ > صفر أي أنه موجب فإن للمعادلة جذرين حقيقيين مختلفين

2. اذا كان المميز ب^{2} - ٤ أ جـ < صفر أي أنه سالب فإن المعادلة ليس لها جذور حقيقية

3. اذا كان المميز ب^{2} - ٤ أ جـ = صفر فإن للمعادلة جذرين متساويين

مثال :- اذا كان ٤س^{2} - ٦س + ١ = صفر جد قيمة كل من

أ = ب = جـ =

* اذا كان ٢س^{2} + ٥س + ٣ = صفر فقيمة

أ = ب = جـ =

* جد قيمة المميز للمعادلة السابقة

ب^{2} - ٤ أ جـ = (٥)^{2} - ٤ × ٢ × ٣ = ٢٥ - ٢٤ = ١

مثال :- جد قيمة المميز لكل من المعادلات الاتية :-

١. ٤س^{2} - ٦س + ١ = ٠

٢. ٢س^{2} + ٣س + ٤

٣. س^{2} + ٦س + ٩ = ٠

مثال :- جد جذور المعادلات الاتية

أ. س^{2} - ٥س + ٦ = ٠

أولاً نجد المميز = ب^{2} - ٤ أ جـ = ٢٥ - ٤ × ١ × ٦ = ٢٥ - ٢٤ = ١ > صفر

أي أنه يوجد جذران مختلفان

$$\text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{2} - ٤\,\text{أ}\,\text{جـ}}}{٢\,\text{أ}} = \frac{-(-٥) \pm \sqrt{١}}{٢ \times ١}$$

$$\text{س} = \frac{٥ + ١}{٢} = ٣ \quad \text{و} \quad \text{س} = \frac{٥ - ١}{٢} = ٢$$

ب- ٢س^{2} - ٦س + ٣ = صفر

المميز = ب^{2} - ٤أجـ = -٦^{2} - ٤×٢×٣ = ٣٦ - ٢٤ = ١٢ > صفر

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{2} - ٤أجـ}}{٢أ} = \frac{--٦ \pm \sqrt{١٢}}{٢ \times ٢}$$

$$س = \frac{٦ + \sqrt{١٢}}{٤} \quad و \quad س = \frac{٦ - \sqrt{١٢}}{٤}$$

جـ- ٢س^{2} - ٤س + ٥

الحل: المميز = ب^{2} - ٤أجـ = (-٤)^{2} - ٤×٢×٥ = ١٦ - ٤٠ = -٢٤

المميز < صفر ⟸ لا يوجد جذور حقيقية لهذه المعادلة

د. س^{2} + ٦س + ٩

المميز = ٣٦ - ٣٦ = صفر

أي أنه له جذرين متساويين

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{2} - ٤أجـ}}{٢أ} = \frac{-٦ \pm \sqrt{صفر}}{٢ \times ١}$$

$$س = \frac{-٦}{٢} = -٣$$

مثال: جد قيمة ب التي تجعل المعادلة ٢س^{2} - ب س + ٨ = ٠ لها جذراً واحداً (جذران متساويان)

الحل: المعادلة التي لها جذران متساويين أي أن قيمة المميز صفر

هذا يعني أن ب^{2} - ٤أجـ = صفر

⟸ (-ب)^{2} - ٤×٢×٨ = صفر

ب^{2} - ٦٤ = ٠

ب^{2} = ٦٤

$\sqrt{ب^{2}} = \sqrt{٦٤}$ ⟸ ب = ±٨

سؤال ٣ : جد جذور المعادلة التالية :

علماً أن $\sqrt{١٣} = ٣,٦$ ⟸ $س^٢ + ٣س = ١$

الحل : نقوم بترتيب المعادلة بصورتها العامة

$س^٢ + ٣س - ١ = صفر$

نجد المميز $= ب^٢ - ٤أجـ = ٩ - ٤(١)(-١) = ٩ + ٤ = ١٣$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أجـ}}{٢أ}$ ⟸ $س = \frac{-٣ \pm \sqrt{١٣}}{٢}$

$س = \frac{-٣ \pm ٣,٦}{٢}$

$س = \frac{-٣ + ٣,٦}{٢} = \frac{٠,٦}{٢} = ٠,٣$

و $س = \frac{-٣ - ٣,٦}{٢} = \frac{-٦,٦}{٢} = -٣,٣$

سؤال ٤ : حل جذور المعادلات الآتية :

أ. $س^٢ + س - ١٢$ ب. $س^٢ - ٧س + ١٠$

جـ. $س^٢ + س - ١$ د. $س^٢ + ٥س + ٦$

هـ. $٥س^٢ + ١٢س + ٧$ و. $٥س^٢ + ٩س - ٢$

تحليل العبارة التربيعية

الصورة العامة للمعادلة التربيعية :

$أس^{٢} + ب س + جـ$

أولاً : اذا كان معامل $س^{٢} = ١$ $\boxed{أ = ١}$

طريقة الحل :-

١. نفتح قوسين ( )( )

٢. نحلل $س^{٢}$ إلى س × س ونضعها في الأقواس (س)(س)

٣. نحلل الحد الثابت جـ إلى عاملين بحيث يكون مجموعهما = ب (معامل الحد الأوسط س) ثم نضعهما داخل القوسين

ملاحظة :-

١. اذا كان الحد الثابت (+) والحد الأوسط (+) معاملا الحد الثابت الأخير موجبان معاً

٢. اذا كان الحد الثابت (+) والحد الأوسط (-) سالب فعاملا الحد الثابت الأخير سالبان معاً

٣. إذا كان الحد الثابت سالب (-) معاملاه لهما اشارتين مختلفتين

مثال :- ١. حلل $س^{٢} + ٥س + ٦$

أولاً : (س)(س)

عاملا الحد الثابت ٦	مجموعهما
١،٦	٧
٣،٢	٥ ✓

(س + ٢)(س + ٣) * حسب الملاحظة معاملا الحد الثابت الأخير موجبان معاً

٢. حلل −٧س + س² + ١٠

الحل: س² − ٧س + ١٠

(س)(س)

عاملا الحد الثابت ١٠	مجموعهما
−١ ، −١٠	−١١
−٢ ، −٥	−٧ ✓

⟸ (س − ٥)(س − ٢)

* حسب الملاحظة (٢) عاملا الحد الثابت الأخير سالبان معاً

٣. حلل س² − ١٥ + ٢س

الحل: س² + ٢س − ١٥

(س)(س)

عاملا الحد الثابت (١٥)	مجموعهما
−٣ ، ٥	٢
٣ ، ٥	−٢
−١٥ ، ١	−١٤
١٥ ، −١	١٤

* حسب الملاحظة (٣) عاملا الحد الثابت الأخير مختلفان بالإشارة

⟸ (س − ٣)(س + ٥)

٤. حلل: (س + ١)² − ٢(س + ١) − ٨

نفرض أن ص = (س + ١) ليصبح ص² − ٢ص − ٨

(ص)(ص)

عاملا الحد الثابت ٨	مجموعهما
١ ، −٨	−٧
−١ ، +٨	٧
−٤ ، ٢	−٢ ✓
−٢ ، ٤	٢

⟸ (ص − ٤)(ص + ٢)

((س + ١) − ٤)((س + ١) + ٢)

سؤال: حلل كل مما يلي:

١. $س^2 - ٥س + ٦$

٢. $س^2 + ٦س + ٩$

٣. $س^2 + ٣س - ١٠$

٤. $س^2 - ٢س - ٨$

ثانياً: عندما معامل $س^2 \neq ١$ $أ \neq ١$

* حلل كل حد من الحدود التالية:

١. $س^2 = س \times س$

٢. $٨س = ٨ \times س$ أو $٤س \times ٢$

٣. $٣س = ٣ \times س$

طريقة الحل:

١. نحلل الحد الأول $أس^2$ إلى عاملين تحت بعضهما باستخدام المقص

٢. نحلل الحد الثابت جـ إلى عاملين تحت بعضهما

٣. نجد ناتج ضرب الطرفين وناتج ضرب الوسطين حسب اتجاه الأسهم

٤. نجمع ناتجي الضرب ونقارن ذلك بالحد الأوسط

مثال: ١. حلل $٥س^2 + ١٢س + ٧$

أولاً: نحلل الحد الأول $٥س^2$ إلى $٥س \times س$

الحد الثابت ٧ عاملاه موجبان حسب الملاحظة (١) وهما ١، ٧

$$\begin{array}{cc} ٥س & ٧ \\ س & ١ \end{array}$$

$٥س \times ١ = ٥س$

$+ \quad س \times ٧ = ٧س$

$١٢س =$ الحد الأوسط

$\Leftarrow ٥س^2 + ١٢س + ٧ = (٥س + ٧)(س + ١)$

٢- ٢س² + ٧س + ٣ ، ١ ، ٣ عاملاه

نحلل الحد الأول ٢س² إلى ٢س × س ثم نحلل الحد الثابت إلى ٣ ، ١

موجبان معاً حسب الملاحظة (١)

٢س × ١ = ٢س
٣ × س = ٣س
= ٥س ≠ ٧س الحد الأوسط

٢س × ٣ = ٦س
س × ١ = س
٧س الحد الأوسط

⟸ ٢س² + ٧س + ٣ = (٢س + ١)(س + ٣)

٣. حلل : ٣س² − ٨س + ٤

نحلل الحد الأول ٣س² إلى ٣س ، س الحد الثابت ٤ سالبان معاً حسب الملاحظة (٢) وهما −٤ ، −١ أو −٢ ، −٢

٣س × −١ = −٣س
−٤ × س = −٤س
−٧س ≠ −٨س

⟸ −٢ × س = −٢س
٣س × −٢ = −٦س
−٨س = الحد الأوسط

⟸ ٣س² − ٨س + ٤
= (س − ٢)(٣س − ٢)

سؤال : حلل كل من

١. $٢س^{٢} + ٧س + ٣$

٢. $٥س^{٢} + ٩س - ٢$

٣. $٦س^{٢} - س - ١$

حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

* $(س + ب)^{٢} = س^{٢} + ٢ب س + ب^{٢}$

في الطرف الأيسر من المقدار السابق نجد أن الحد ب هو عبارة عن مربع نصف معامل س وفي حال كان لدينا مقدار جبري حده المطلق يساوي مربع نصف معامل س فإن المقدار الجبري يكون مربعاً كاملاً.

* طريقة حل المعادلة بطريقة إكمال مربع

إضافة مربع نصف معامل س وطرحه من المعادلة ثم تجميع الحدود المتشابهة

$\left(\frac{\text{معامل س}}{٢}\right)^{٢}$

مثال ٥- حلل المقدار التالي بطريقة إكمال مربع

١. $س^{٢} + ٢س - ٨ = \text{صفر}$

الحل : المقدار $س^{٢} + ٢س - ٨$ ليس مربعاً كاملاً

إذاً نحوله إلى مربع كامل :

معامل س = ٢ ← نضيف ونطرح $\left(\frac{\text{معامل س}}{٢}\right)^{٢}$

$= \left(\frac{٢}{٢}\right)^{٢} = ١$

← $س^{٢} + ٢س - ٨ - ١ + ١ = \text{صفر}$

$(س^{٢} + ٢س + ١) - ٩ = \text{صفر}$

$((س + ١) - ٣)((س + ١) + ٣)$

$= (س + ٤)(س - ٢)$

الحل: نضيف ونطرح $\left(\frac{\text{معامل س}}{٢}\right)^{٢} = \left(\frac{٤}{٢}\right)^{٢} = ٤$

$\Leftarrow س^{٢} - ٤س + ٤ - ٤$

$= (س^{٢} - ٤س + ٤) - ٤$

$= (س - ٢)^{٢} - ٤$

$= ((س - ٢) - ٢)((س - ٢) + ٢)$

$= (س - ٤)\,س$

٣. حل المعادلة الآتية باستخدام طريقة إكمال المربع:

$٣س^{٢} - ٨س + ٤ = ٠$

الحل: أولاً نقسم طرفي المعادلة على معامل $س^{٢}$ وهو ٣

$\Leftarrow س^{٢} - \frac{٨}{٣}س + \frac{٤}{٣} = ٠ \Leftarrow س^{٢} - \frac{٨}{٣}س = \frac{-٤}{٣}$

$\left(\frac{\text{معامل س}}{٢}\right)^{٢} = \left(\frac{٤}{٣}\right)^{٢} = \frac{١٦}{٩}$

$\Leftarrow س^{٢} - \frac{٨}{٣}س + \frac{١٦}{٩} = \frac{١٦}{٩} - \frac{٤}{٣}$

$س^{٢} - \frac{٨}{٣}س + \frac{١٦}{٩} = \frac{٤}{٩}$

$\left(س - \frac{٤}{٣}\right)^{٢} = \frac{٤}{٩}$

$\sqrt{\left(س - \frac{٤}{٣}\right)^{٢}} = \sqrt{\frac{٤}{٩}}$

$س - \frac{٤}{٣} = \pm \frac{٢}{٣}$ إما $س - \frac{٤}{٣} = \frac{٢}{٣}$ و $س - \frac{٤}{٣} = \frac{-٢}{٣}$

$س = \frac{٦}{٣} = ٢$ $\quad$ $س = \frac{-٢}{٣}$

سؤال : استخدم طريقة إكمال المربع في حل المعادلات الآتية :

١. $س^{٢} - ٤س - ١٢ = ٠$ ٥. $٣س^{٢} - س = ٠$

٢. $٣س^{٢} - ٦س - ٩ = ٠$ ٦. $س^{٢} - ٦س - ٧ = ٠$

٣. $س^{٢} - س - ١٢ = ٠$ ٧. $٥س^{٢} - ١٥س = ٠$

٤. $٤س - ٢س^{٢} + ٦ = ٠$

المعادلة الخطية :-

مثال :- ١. ٣س + ٧ = صفر ٢. ص - ٣ = صفر

كلها معادلات خطية

مثال ٢: أ. $س^{٢} + ٧ص + ٣ = ٠$ جـ. $\frac{١}{س} = ص - ٦$

ب. س ص + س - ص = ٣

كلها معادلات غير خطية

* المعادلة الخطية بمتغيرين هي كل معادلة على شكل

أ س + ب ص + جـ = ٠ ، أ أو ب $\neq$ صفر

* موضوع القانون

مثال : أ. اجعل ص موضوع القانون

٢س + ص = ٧

الحل : ٢س + ص = ٧ $\Leftarrow$ $\boxed{ص = ٧ - ٢س}$

ب- اجعل س موضوع القانون

الحل : ٢س + ص = ٧

٢س = ٧ - ص

$\frac{٢س}{٢} = \frac{٧ - ص}{٢}$ $\Leftarrow$ $\boxed{س = \frac{٧ - ص}{٢}}$

- سؤال ٩:- اجعل كل من س ، ص موضوع القانون

أ. ٥س − ٢ص − ١ = ٠

ب. ٤س − ٨ص − ٢ = ٠

جـ- ٣ص − ٩س − ١٨ = ٠

حل المعادلات الخطية

١. طريقة التعويض

أ. أن تجعل أحد المتغيرين موضوعاً للقانون في إحدى المعادلتين

ب. التعويض عنه في المعادلة الأخرى لتنتج معادلة خطية بمتغير واحد

جـ. ثم التعويض بالقيمة الناتجة بإحدى المعادلتين لإيجاد قيمة المتغير الآخر

مثال ١: حل المعادلات الخطية بطريقة التعويض

أ- س + ص = ٥ ، س − ص = ١

١. نجعل س أو ص موضوع القانون في المعادلة الأولى أو الثانية

مثلاً نختار س في المعادلة الأولى

$\boxed{\text{س} = ٥ - \text{ص}}$

٢. نعوض قيمة س بالمعادلة الثانية

س − ص = ١ ⇐ ٥ − ص − ص = ١

⇐ ٥ − ٢ص = ١ ⇐ −٢ص = ١ − ٥

$\frac{-٢\text{ص}}{-٢} = \frac{-٤}{-٢}$ ⇐ $\boxed{\text{ص} = ٢}$

٣. نعوض قيمة ص بـ

س = ٥ − ص

س = ٥ − ٢ ⇐ $\boxed{\text{س} = ٣}$

مجموعة الحل: {(٣، ٢)}

سؤال ٥ :- جد حل المعادلات الخطية بطريقة التعويض

أ- س + ص = ٢   س - ص = ٤

ب- ٣س - ٢ص = ٦   س + ص = ٧

ج- ٣س + ٢ص = ٩   س + ص = ٠

د- س + ص = ٩٠   ص = ٢س + ٣٦

* حل معادلتين خطيتين بطريقة الحذف

طريقة الحل :

١. نجعل معامل س في المعادلة الأولى يساوي معكوس إشارة معامل س في المعادلة الثانية أو نجعل معامل ص في المعادلة الأولى يساوي معكوس معامل ص في المعادلة الثانية

٢. ثم نجمع المعادلتين فنتخلص من أحد المتغيرين ونحصل على قيمة المتغير الآخر

٣. نعوض عن المتغير الذي حصلنا على قيمته في إحدى المعادلتين لنحصل على قيمة المتغير الآخر

مثال : حل المعادلات التالية بطريقة الحذف :

س + ص = ٥   س - ص = ١

١. نلاحظ أن معامل س في المعادلة الأولى يساوي معامل س في المعادلة الثانية لذا فناتج مجموعهما لا يساوي صفر

بينما معامل ص في المعادلة الأولى +١ ومعامل ص في المجموعة الثانية -١

لذا يمكن التخلص من المتغير ص

س + ص = ٥

س - ص = ١

٢س = ٦ ⟸ ٢س/٢ = ٦/٢ ⟸ $\boxed{\text{س = ٣}}$

نعوض بإحدى المعادلتين قيمة س

س + ص = ٥ ⟸ ٣ + ص = ٥ ⟸ $\boxed{\text{ص = ٢}}$

٢. $س + ٢ص = ٥$ ، $س − ص = −٤$

ـ الحل: لاحظ أن معامل س في المعادلة الأولى يساوي معامل س في المعادلة الثانية +١ ، لذا يمكنه أن تضرب أي معادلة بـ −١ ليتم جمعها في المعادلة الأخرى للتخلص من س

بينما معامل ص في المعادلة الأولى +٢ ومعامل ص في الثانية −١ لذا يمكنه التخلص من ص عن طريق ضرب المعادلة الثانية بـ +٢

⇐ $س + ٢ص = ٥$

$(س − ص + ٤) × ٢$

⇐ $س + \cancel{٢ص} = ٥$

$٢س − \cancel{٢ص} = −٨$

$٣س = −٣$

$\boxed{س = −١}$

$س + ٢ص = ٥$

$−١ + ٢ص = ٥$

$٢ص = ٦$

$\boxed{ص = ٣}$

سؤال: ـ

أ. $س − ص = ٤$ ، $س + ص = ٢$

ب. $٣س − ٢ص = ٦$ ، $س + ص = ٧$

جـ. $٢س + ٢ص = ٤٤$ ، $س − ص = ٢$

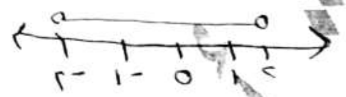
الفترات

١. الفترات المفتوحة: اذا كان أ، ب عددين حقيقين بحيث $أ < س < ب$ فان $س \in (أ، ب)$ يعبر عن الفترة المفتوحة المكونة من جميع الأعداد الحقيقية المحصورة بين أ و ب دون العددين أ و ب كما في الشكل

مثال ١: مثل الفترة التالية على خط الأعداد

$-٢ < س < ٢$

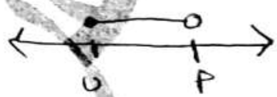
الحل $س \in (-٢، ٢)$



٢. الفترة النصف مغلقة

أ. إذا كان أ، ب عددين حقيقين بحيث $أ \leq س < ب$ فإن الرمز $س \in [أ، ب)$ يمثل الفترة، أي أن س تنتمي لجميع الأعداد المحصورة بين أ و ب دون أ

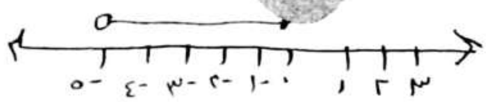
تمثل كما في الشكل



مثال ٢: أ. مثل الفترة التالية على خط الأعداد

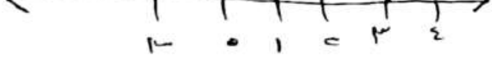
$-٥ < س \leq ٠$

الحل $س \in (-٥، ٠]$



ب. $-١ \leq س < ٤$

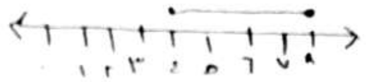
الحل $س \in [-١، ٤)$



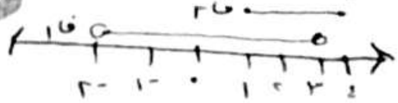
٣. الفترة المغلقة :-
إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين بحيث أ ≤ س ≤ ب فإن الرمز س ∈ [أ، ب]
يمثل الفترة . أي أن الفترة مكونة من جميع الأعداد المحصورة بين أ، ب
مع العددين أ و ب
كما في الشكل

مثال :- ٨ ≥ س ≥ ٤

الحل : س ∈ [٤، ٨]



عمليتا الاتحاد والتقاطع على الفترات
١. عملية الاتحاد على الفترات
ف١ ∪ ف٢ = جميع الأعداد التي تنتمي إلى الفترة ف١ أو ف٢ أو كليهما
مثال : مستعيناً بخط الأعداد جد ف١ ∪ ف٢
اذا كان ف١ = (-٢، ٣) ف٢ = [١، ٤]
الحل :



ف١ ∪ ف٢ = (-٢، ٤]

٢. عملية التقاطع
ف١ ∩ ف٢ = مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين ف١، ف٢
مثال : اذا كانت ف١ = (-٢، ٣) ، ف٢ = [١، ٤] جد ف١ ∩ ف٢
الحل :

سؤال :- جد ف١ ∩ ف٢ و ف١ ∪ ف٢ لكل من الفترات الآتية
* ف١ = [-٣، ١) ، ف٢ = (-١، ٣]   * ف١ = [٢، ٤] ، ف٢ = (-١، ٣]
* ف١ = (-٥، ٠] ، ف٢ = [-١، ٢]   * ف١ = [٢، ٥] ، ف٢ = (٠، ٤)

المتباينة الخطية

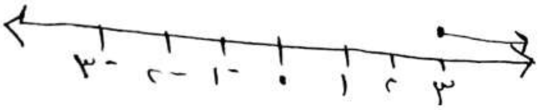
١. المتباينة الخطية بمتغير واحد

أ س + ب < جـ ، أ س + ب > جـ

أ س + ب ≤ جـ ، أ س + ب ≥ جـ

مثال: جد مجموعة حل المتباينة ثم مثل على خط الأعداد

١. ٢س ≥ ٦ ⟸ ٢س/٢ ≥ ٦/٢ ⟸ س ≥ ٣

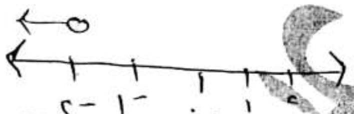


مجموعة الحل: {س : س ≥ ٣}

٢. -٤س > ٨

⟸ -٤س/-٤ < ٨/-٤ ⟸ س < -٢

تذكر أن عند الضرب أو القسمة في طرفي المعادلة المتباينة بعدد سالب فإننا نقوم بعكس إشارة المتباينة



مجموعة الحل {س : س < -٢}

سؤال: جد مجموعة حل المتباينة ثم مثل على خط الأعداد

أ) ٢س - ٣ ≤ ١ جـ) -٤س - ١ > ٧

ب) ٥س + ٣ < -٢ د) -١٢س ≤ ٢٤

Scanned by CamScanner

سؤال: اكتب المتباينة التي تعبر عن الجمل الآتية .

١. تبقى درجات الحرارة هذه الليلة فوق ١٦ درجة

أ. س ≥ ١٦ ج. س ≤ ١٦

ب. س > ١٦ د. س < ١٦

٢ . أعلى درجة حصل عليها الطالب في امتحان الرياضيات ١٩

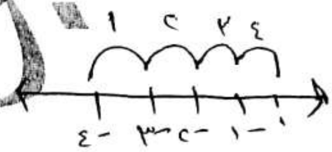
أ. س ≥ ١٩ ج. س ≤ ١٩

ب. س > ١٩ د. س < ١٩

القيمة المطلقة لعدد نسبي :-

القيمة المطلقة للعدد النسبي س هي البعد (المسافة) بين الصفر والنقطة التي تمثل العدد س ويرمز لها |س|

* |٣|  ← |٣| = ٣

* |-٤|  ← |-٤| = ٤

مثلاً |-٣| = ٣ |-١| = ١ |٢| = ٢

سؤال: جد قيمة كل مما يلي :-

أ. |٨| د. |-١٠٠| ح. |-٥٠٠|

ب. |-$\frac{1}{2}$| هـ. |$\frac{3}{5}$| ز. |-$\frac{6}{11}$|

ج. |١٢ + ٦٢| و. |-π|

مثال: أوجد ناتج ما يلي بأبسط صورة

أ. $\sqrt{٣} - |١ - \sqrt{٣}| \Leftarrow \sqrt{٣} - |\sqrt{٣} - ١| = \sqrt{٣} - \sqrt{٣} = \therefore$

ب. $١ - \sqrt{٣} | ١ - \sqrt{٣} = \sqrt{٣} - \sqrt{٣} = \therefore$

جـ. $|\sqrt{٢} + |٤||$ والحل $|٤| = ٤ \Leftarrow |\sqrt{٢} + ٤| = \sqrt{٢} + ٤$

د. $||١.١ - \sqrt{٧}|| = |١ - \sqrt{٧}| = \sqrt{٧}$

هـ. $|\pi + ٣| - \pi = \pi + ٣ \div \pi = ٣$

و. $||١ - \frac{٢}{٥}| + \pi| = |\frac{٥-٢}{٥}| + \pi = \pi + \frac{٣}{٥}$

* المعادلة $|س| = ب$ تعني أن $س = \pm ب$

مثال: حل المعادلات الآتية:

١. $|س - ٢| = ٠ \Leftarrow س - ٢ = ٠$
$\Leftarrow س = ٢$

٢. $|٤س + ٨| = ٠ \Leftarrow ٤س + ٨ = ٠$
$٤س = -٨ \Leftarrow س = -٢$

سؤال: حل المعادلات الآتية:-

أ. $|س + \sqrt{٣}| = ٠$ جـ. $|٥س - ١| = ٠$

ب. $|٤س + ٢٤| = ٠$ د. $|\frac{١}{٢}س - ٣| = ٠$

* إذا كان أ عدد حقيقي موجب فإن |س| = أ تعني س = أ أو س = −أ

مثال: |س| = ٣ ⇐ س = ٣ أو س = −٣

مثال: |س − ١| = √٥ ⇐ س − ١ = √٥ أو س − ١ = −√٥

س = √٥ + ١ أو س = −√٥ + ١

سؤال: أوجد س في ما يلي:

أ. |س + π − ١| = π   ب. |٥س − ١٠| = ١٥

ج. |٢س − ٩| = ٣   د. |٦س − ١٢| = ٤

* حل المتباينة تحوي قيمة مطلقة

|س| < أ ⇐ −أ < س < أ

|س| > أ ⇐ س > أ أو س < −أ

مثال * |س| ≤ ٣ ⇐ −٣ ≤ س ≤ ٣

* |٣س| < ٦ ⇐ −٦ < ٣س < ٦

−٢ < س < ٢

* |س| > ٣ ⇐ س > ٣ أو س < −٣

* |٣س| > ٦ ⇐ ٣س > ٦ أو ٣س < −٦ ⇐ س > ٢ أو س < −٢

* |٤ − س| < ٧ ⇐ −٧ < ٤ − س < ٧

−٧ − ٤ < −س < ٧ − ٤

−١١ < −س < ٣   ÷ −١

١١ > س > −٣

* |س| = -١ ⟸ ليس لها حل

* |٢س - ٣| - ١٥ < -٥ ⟸ |٢س - ٣| < -٥ + ١٥

⟸ |٢س - ٣| < ١٠

⟸ ١٠ > ٢س - ٣ > -١٠

⟸ ١٠ + ٣ > ٢س > -١٠ + ٣

⟸ ١٣ > ٢س > -٧ ⟸ ١٣/٢ > س > -٧/٢

سؤال: حل المتباينات الآتية

* |ص + ١/٢| ≥ ٣/٤
* |س| = ٥
* |س| ≥ -١٢
* |٥س - ٢| ≥ ١٣
* |٢س + ٣| ≥ ٦
* |-٣س| = ١٨
* |٥ص| = ٣٥
* ٣|س + ٧| = ١٢
* |س + ٥| = ٣س - ٧
* |٢س - ٣| = ٣س - ٢
* |٤س + ٣| - ٢ = ٥
* ٢|ص + ١| - ٣ = ص - ٢
* ١/٢ |٢ص - ١| - ٣ ≥ ١

اقتران أكبر عدد صحيح

ق(س) = [س] أكبر عدد صحيح أصغر من س أو يساوي س

مثال: [٣,٦]

الحل: نحدد الأعداد الصحيحة الأصغر من ٣,٦ وهي ٣، ٢، ١، ... إذن أكبر هذه الأعداد هو ٣ ⟸ [٣,٦] = ٣

مثال: [-٨,٥]

الحل: نحدد الأعداد الصحيحة الأصغر من -٨,٥ وهي -٩، -١٠، ...

إذن أكبر هذه الأعداد هي -٩ ⟸ [-٨,٥] = -٩

سؤال : جد ناتج ما يلي

* [٨]   * [٩,٥-]   * [٩,٥]   * [٥,٣]

* [٦-]   * [٣,٢]   * [٤,٥-]   * [٤,٢-]

إعادة تعريف الاقتران

١. اقتران أكبر عدد صحيح

ق(س) = [أ س + ب]

تقسم إلى قسمين ١. إذا كانت أ موجبة

٢. إذا كانت أ سالبة

طريقة الحل :-

١. نجد طول الدرجة = $\frac{1}{|أ|}$ ← المقلوب معامل س|

٢. نقطة الارتكاز ، إذا كان الحد الثابت ب عدداً صحيحاً فنبدأ من س = . بخط الأعداد

٣. نأخذ فترات جزئية طول كل منها = طول الدرجة

أ* إذا كانت أ موجبة

١. المساواة للمتباينة الأولى (بداية الفترة الجزئية).

٢. نجد أول قيمة للاقتران نعوض بأول قيمة لـ س ثم نضيف ١ لكل فترة ثانية

ب* إذا كانت أ سالبة

١. المساواة للمتباينة الثانية (نهاية الفترة الجزئية)

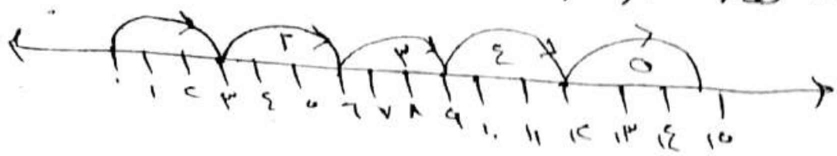
٢. نجد أول قيمة للاقتران حيث نعوض أول قيمة لـ س ثم نطرح واحد لكل فترة ثانية .

مثال : أعد تعريف

ق(س) = [⅓ س + ١] عند س ∈ [٣ ، ١٢]

الحل ١. طول الدرجة = $\frac{1}{|أ|} = \frac{1}{|\frac{1}{3}|}$ = ٣

٢. نقطة الارتكاز = صفر لأن الحد الثابت ١ عدد صحيح



ق(س) =
- ٢ ، ٣ ≤ س < ٦
- ٣ ، ٦ ≤ س < ٩
- ٤ ، ٩ ≤ س < ١٢
- ٥ ، ١٢ ≤ س < ١٥

مثال : هـ(س) = [٣ − ٠,٥ س] عند س ∈ [٤ ، ١٢]

الحل ١. طول الدرجة = $\frac{1}{|أ|} = \frac{1}{|0,5|}$ = ٢

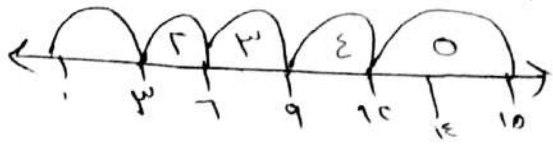
٢. نبدأ من س = . لأن الحد الثابت عدد صحيح

هـ(س) =
- ١ ، س = ٤
- ٤ < س ≤ ٦
- −١ ، ٦ < س ≤ ٨
- −٢
- −٣ ، ١٠ < س ≤ ١٢

ق(س) = [⅓ س + ١] عند س ∈ [٢، ١٤]

الحل: طول الدرجة = ٣

الارتكاز = صفر



ق(س) =
٢ ، ٣ ≤ س < ٦
٣ ، ٦ ≤ س < ٩
٤ ، ٩ ≤ س < ١٢
٥ ، ١٢ ≤ س ≤ ١٤

* مثال: ق(س) = [٢س − ٠٫٦] عند س ∈ [٠٫٣، ١٫٨]

طول الدرجة = ½

الارتكاز بما أن الحد الثابت صفر نبدأ من صفر الاقتران

٢س − ٠٫٦ = صفر ⟸ ٢س = ٠٫٦ ⟸ س = ٠٫٣

ق(س) =
٠ ، ٠٫٣ ≤ س < ٠٫٨
١ ، ٠٫٨ ≤ س < ١٫٣
٢ ، ١٫٣ ≤ س < ١٫٨
٣ ، س = ١٫٨

سؤال: أعد تعريف الاقترانات الآتية

ق(س) = [٥س − ٣] ، س ∈ [١، ٧]

ع(س) = [٠٫٥س − ٢] ، س ∈ [١، ٧]

٢. اقتران القيمة المطلقة

$$ق(س) = |س| = \begin{cases} -س & س < ٠ \\ س & س \geq ٠ \end{cases}$$

* مثال : أعد تعريف ق(س) = |٣س - ٦|

الحل : ٣س - ٦ = ٠ ⇐ ٣س = ٦ ⇐ س = ٢

نفس +   عكس -

(٢)

$$ق(س) = \begin{cases} ٣س - ٦ & س \geq ٢ \\ -٣س + ٦ & س < ٢ \end{cases}$$

* مثال ق(س) = |س² - ٤|

س² - ٤ = ٠ ⇐ س² = ٤ ⇐ س = ±√٤

⇐ س = ±٢

نفس   عكس   نفس

(-٢)   (٢)

$$ق(س) = \begin{cases} س^2 - ٤ & س < -٢ \\ -س^2 + ٤ & -٢ < س < ٢ \\ س^2 - ٤ & س > ٢ \end{cases}$$

* ق(س) = |٣س - س²|

٣س - س² = ٠ : س(٣ - س) = ٠

س = ٠ ، س = ٣

نفس -   عكس +   نفس -

(٠)   (٣)

$$ق(س) = \begin{cases} ٣س - س^2 & س > ٣ \\ س^2 - ٣س & ٣ > س > ٠ \\ ٣س - س^2 & س \leq ٠ \end{cases}$$

سؤال : أعد تعريف

$س \in [-١ ، ٦]$

١. $ق(س) = |س^٢ - ٢س - ٣|$

٢. $ق(س) = |س^٢ - ٦س + ٩|$

٣. $ق(س) = |٤س^٢ - ٢س|$

٤. $ق(س) = |٥س + ٣|$

٥. $ق(س) = |٣س - ٩س^٢|$

رسم الاقتران

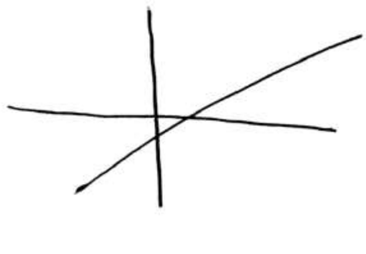
١. الاقتران الثابت ق(س) = أ هو اقتران ثابت وتمثيله بيانياً عبارة عن خط مستقيم يوازي محور السينات ويقطع محور الصادات عند النقطة (٠، أ)

مثال : ق(س) = ٣

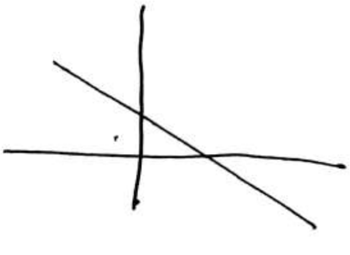
٢. ق(س) = س + أ هو اقتران خطي كثير حدود يكفي تعيين نقطتين والوصل بينهما بالرسم وبيانه عبارة عن خط مائل مستقيم

س	٠	
ق(س)		٠

أ. اذا كان معامل س موجب أ > ٠



ب. اذا كان معامل س سالب أ < ٠



مثال: ق(س) = س + ١

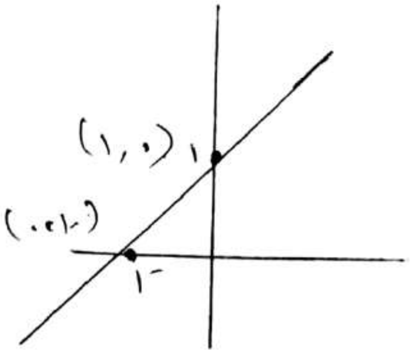
الحل

س	٠	-١
ق(س)	١	٠

١. ق(٠) = ٠ + ١ = ١

٢. ق(س) = ٠ ⟸ ٠ = س + ١

(٠، ١) ، (-١، ٠)



٣. الاقتران التربيعي

تذكر أن الصيغة العامة للاقتران التربيعي هي: أس² + ب س + جـ

معلومة ⟸ الإحداثي السيني لرأس الاقتران التربيعي هو $\frac{-ب}{٢أ}$

طريقة رسم الاقتران التربيعي

١. نجد الإحداثي السيني لرأس الاقتران

٢. الاقتران التربيعي إما يكون مفتوحاً للأعلى إذا كان معامل س² موجب وتكون أصغر قيمة للاقتران هي الإحداثي الصادي للرأس
وإما أن يكون مفتوحاً للأسفل (إذا كان معامل س² سالب) وأكبر قيمة للاقتران هي الإحداثي الصادي للرأس.

٣.

س	٠	
ق(س)		٠

لايجاد نقاط التقاطع

إذا كان مميز المعادلة سالب(-) فلا يوجد نقاط تقاطع للاقتران مع محور السينات

مثال ٩ :-

ق(س) = $س^٢ + ١$

الحل : الاحداثي السيني لرأس الاقتران = $\frac{-ب}{٢أ} = \frac{٠}{٢}$

ق(٠) = $(٠)^٢ + ١$

= ١

إحداثي الرأس = (٠،١)

معامل $س^٢$ موجب إذاً الاقتران مفتوح للأعلى

سؤال ٩ :- مثل كل من الاقترانات التالية بيانياً :-

أ- س = -٢

ب- ٥ - س = ع(س)

جـ- ٢س + ٤ = ل(س)

د- $٢س^٢ + ٧س + ٣$ = هـ(س)

هـ- $س - س^٢$ = ق(س)

و- $٣س^٢ + -٨س + ٤$ = ق(س)

ز- س - ٣ = ق(س)

معادلة الخط المستقيم

ميل الخط المستقيم

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

* معادلة الخط المستقيم

$$ص - ص_1 = م(س - س_1)$$

مثال: أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٢،٤) وميله ٢

الحل: $ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$$ص - ٤ = ٢(س - ٢)$$

$$ص - ٤ = ٢س - ٤$$

$$ص = ٢س$$

٢- يمر بالنقطتين (٥،٢) ، (٤،١)

الحل: $م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{١ - ٢}{٤ - ٥} = \frac{-١}{-١} = ١$

$$ص - ص_1 = م(س - س_1)$$

$$ص - ٢ = ١(س - ٥)$$

$$ص - ٢ = س - ٥ \Leftarrow ص = س - ٥ + ٢ \Leftarrow ص = س - ٣$$

سؤال: جد معادلة الخط المستقيم في حالة مما يلي:

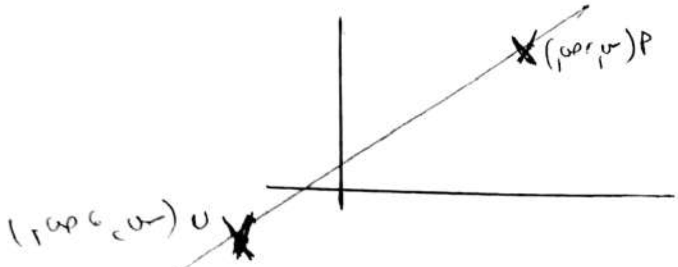
١. ميله ٣ ويمر بالنقطة (٣،−٢)　　٢. ميله −٤ ويمر بالنقطة (٢،١)

٣. يمر بالنقطتين (٦،٣) ، (٥،٢)

قانون المسافة بين نقطتين :

إذا كانت أ(س١، ص١) ، ب(س٢، ص٢) نقطتين بالمستوى

القانون : أب = $\sqrt{(\text{س}_٢ - \text{س}_١)^٢ + (\text{ص}_٢ - \text{ص}_١)^٢}$

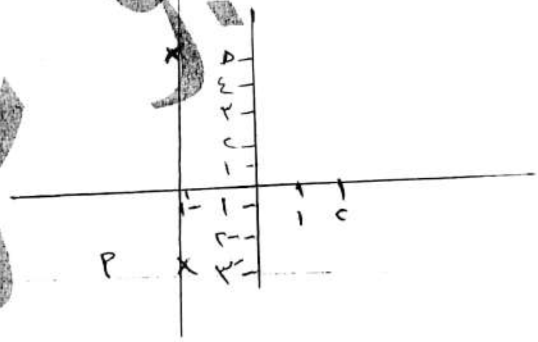


مثال : جد المسافة بين النقطتين أ(٢، ٣) ب(٥، ٧)

الحل : أب = $\sqrt{(\text{س}_٢ - \text{س}_١)^٢ + (\text{ص}_٢ - \text{ص}_١)^٢}$

= $\sqrt{(٥ - ٢)^٢ + (٧ - ٣)^٢}$ = $\sqrt{٩ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

* جد المسافة بين النقطتين الممثلتين بالمستوى أ، ب.



الحل : أ(-١، -٣) ب(-٢، ٥)

أب = $\sqrt{(-٢ + ١)^٢ + (٥ + ٣)^٢}$ = $\sqrt{١ + ٦٤}$ = $\sqrt{٦٥}$

سؤال : جد المسافة بين النقطتين

١. أ(٢، ٤) ب(٥، ٦)

٣. أ(٣، ٧) ب(٢، ٧)

إحداثيات نقطة منتصف قطعة مستقيمة

إذا كان النقطتان أ(س$_1$ ، ص$_1$) ، ب(س$_2$ ، ص$_2$) فإن إحداثيات نقطة منتصف القطعة أب هما :

$$\left(\frac{\text{س}_1+\text{س}_2}{2} \ ، \ \frac{\text{ص}_1+\text{ص}_2}{2}\right)$$

مثال :- جد إحداثيات نقطة المنتصف القطعة المستقيمة أب حيث

أ(٣ ، -٤) ب (-٥ ، ٨)

الحل $\left(\frac{\text{س}_1+\text{س}_2}{2} \ ، \ \frac{\text{ص}_1+\text{ص}_2}{2}\right)$

$$\left(\frac{3-5}{2} \ ، \ \frac{8-4}{2}\right) \Leftarrow (-1 \ ، \ 2)$$

٢. اذا كانت أ(س+١ ، ص-١) ، ب (س+٢ ، ٥) وكانت م منتصف القطعة المستقيمة أب و م($\frac{1}{2}$ ، ٤)

نجد كلا من س و ص

الحل $\left(\frac{1}{2} \ ، \ 4\right) = \left(\frac{\text{س}_1+\text{س}_2}{2} \ ، \ \frac{\text{ص}_1+\text{ص}_2}{2}\right)$

$$\left(\frac{1}{2} \ ، \ 4\right) = \left(\frac{\text{س}+1+\text{س}+2}{2} \ ، \ \frac{5+\text{ص}-1}{2}\right)$$

$$\left(\frac{1}{2} \ ، \ 4\right) = \left(\frac{2\text{س}+3}{2} \ ، \ \frac{4+\text{ص}}{2}\right)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2\text{س}+3}{2} \Leftarrow 2\text{س}+3 = 1 \Leftarrow 2\text{س} = -2$$

$$\text{س} = -1$$

(٢) $4 = \frac{4+\text{ص}}{2} \Leftarrow 4\times 2 = 4+\text{ص}$

$$8 = 4+\text{ص}$$

$$\text{ص} = 4$$

سؤال (١) : اذا كانت النقاط أ(س٢، ٢) ب(س٢ + ٢، ص٢ + ص) م(٢، ٤) وكانت م منتصف القطعة المستقيمة أب فجد كل من س، ص

سؤال (٢): اذا كانت أ (٢، ٦) جـ(٤، ٧) م نقطة منتصف القطعة أ ب فما إحداثيات النقطة ب ؟

الزوايا المتتامة والزوايا المتكاملة :-

١. الزاويتان المتتامتان : هما الزاويتان اللتان مجموعهما ٩٠

٢. الزاويتان المتكاملتان : هما اللتان مجموعها ١٨٠

مثال ١:- أي الأزواج من الزوايا متتامتان وأيها متكاملة :-

أ. (٤٧، ٤٣) ⟸ ٤٧ + ٤٣ = ٩٠ متتامة

ب. (١٤٠، ٤٠) ⟸ ١٤٠ + ٤٠ = ١٨٠ متكاملة

د. (٤٥، ٤٦) ⟸ ٤٥ + ٤٦ = ٩١ غير ذلك

ـ. (١٢٢، ٥٢) ⟸ ١٢٢ + ٥٢ = ١٧٤ غير ذلك

مثال ٢- اذا كانت زاوية قياسها ٥٠ فما قياس متممتها ومكملتها؟

الحل المتممة = ٩٠ - ٥٠ = ٤٠

المكملة = ١٨٠ - ٥٠ = ١٣٠

٣. إذا كان قياس زاوية يزيد بمقدار ٤٠ عن متممتها فما قياس كل من الزاوية ومتممتها ؟

الحل : الزاوية = س + ٤٠ متممتها = س

س + س + ٤٠ = ٩٠

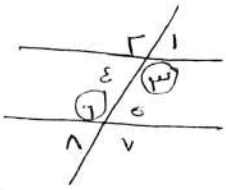
٢س = ٥٠

س = ٢٥ ⟸ المتممة الزاوية = س + ٤٠

= ٢٥ + ٤٠

= ٦٥

الزوايا المتبادلة :



اذا كان ل // م

∡٣ ، ∡٦

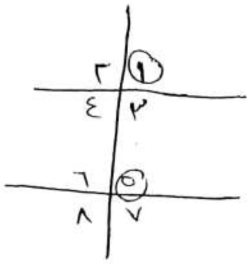
∡٤ ، ∡٥] زوايا متبادلة

* الزوايا المتبادلة متساوية ← ∡٣ = ∡٦

∡٤ = ∡٥

الزوايا المتناظرة

م ل تكون خارج الخطين وزاوية بين الخطين وعلى جهة واحدة



* الزوايا المتناظرة متساوية بالقياس

∡٣ = ∡٧ ، ∡٢ = ∡٦

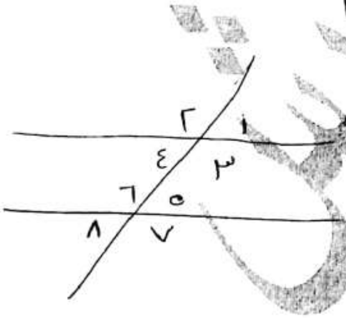
∡٤ = ∡٨ ، ∡١ = ∡٥

الزوايا المتحالفة

بين الخطين وعلى جهة واحدة

ل // م

(∡٣ ، ∡٥) ، (∡٤ ، ∡٦)



مجموع الزاويتين المتحالفتين ١٨٠

⇐ ∡٣ + ∡٥ = ١٨٠

∡٤ + ∡٦ = ١٨٠

سؤال: جد قياس الزاوية جـ بالشكل المجاور

الحل: ∡٤ = ∡١ تقابل بالرأس

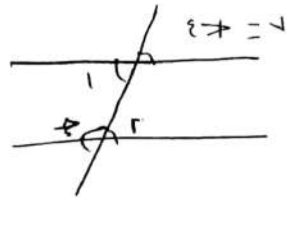
∡ = ٤ = ٧٠ = ∡١

∡١ = ∡٢ تبادل

∡٣ مجاورة للزاوية ∡٢

∡٣ + ∡٢ = ١٨٠

∡٣ + ٧٠ = ١٨٠ ⟸ ∡٣ = ١١٠



جد كل من المجهولين س و ص؟

الحل ∡١ + ١٠٠ = ١٨٠

∡١ = ٨٠

∡١ = ٢س − ١٠

٢س − ١٠ = ٨٠

٢س = ٩٠

$\boxed{\text{س} = ٤٥}$

٢س − ١٠ ⟸ ٩٠ − ١٠ = ٨٠

$\boxed{\text{ص} = ٢٠}$ ⟸ ٨٠ = ٤ص تقابل بالرأس

∡٥ = ∡٦ تقابل

∡١ = ∡٥ تبادل

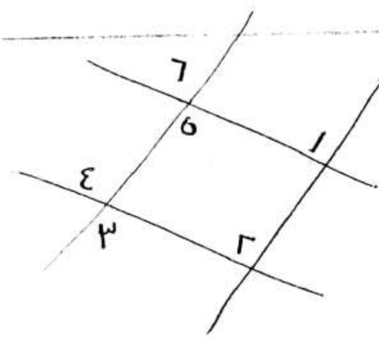
∡٤ = ∡٥ تبادل

∡٤ = ∡١ تناظر

∡٣ = ∡٤ تقابل بالرأس

∡٢ = ∡٣ تبادل

∡٦ = ∡٤ تناظر



Scanned by CamScanner

المثلث : هو شكل هندسي مغلق يتكون من ثلاث قطع مستقيمة

أنواع الزوايا

١. الزاوية الحادة قياسها بين الصفر و ٩٠° 

٢. الزاوية القائمة قياسها ٩٠° 

٣. الزاوية المنفرجة وقياسها بين ٩٠° و ١٨٠° 

٤. الزاوية المستقيمة وقياسها ١٨٠° 

أنواع المثلث

١. المثلث الحاد الزوايا جميع زواياه الثلاث حادة 

٢. المثلث قائم الزاوية : احدى زواياه قائمة والباقيتان حادتان 

٢. المثلث المنفرج : احدى زواياه منفرجة والباقيتان حادتان 

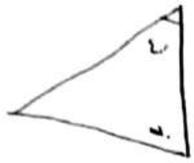
* معلومة *

مجموع قياس زوايا المثلث ١٨٠°

مجموع قياس زوايا المربع ٣٦٠°

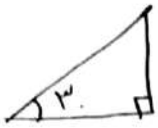
مثال ٣ أوجد قياس الزاوية المجهولة في كل من المثلثات الآتية

١.

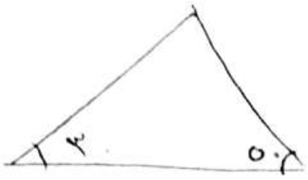


٢.

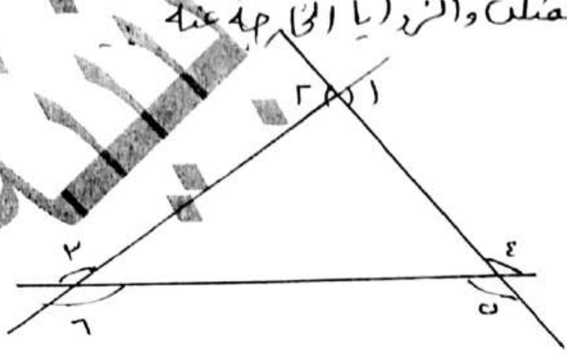
٢.



٤.



المثلث والزوايا الخارجة عنه

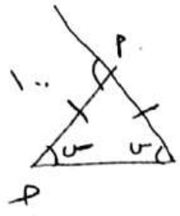


∡١ ، ∡٢ ، ∡٣ ، ∡٤ ، ∡٥ ، ∡٦

هي جميع زوايا خارجة عن المثلث

* معلومة * الزاوية الخارجة للمثلث تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها

مثال



جد قيمة س

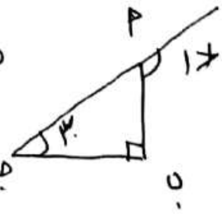
الحل : ∡ب = ∡جـ

∡ب + ∡جـ = ١٠٠

س + س = ١٠٠ ⇐ ٢س = ١٠٠

= س = ٥

مثال ∡١



جد قياس ∡١؟

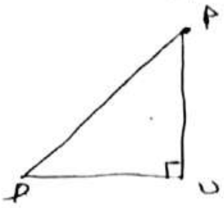
∡١ = ∡ب + ∡جـ

∡١ = ٩٠ + ٣٠

∡١ = ١٢٠

نظرية فيثاغورس :-

* المثلث أ ب جـ فيه قياس الزاوية أ ب جـ = ٩٠ درجة (ق ∠ أ ب جـ = ٩٠°)



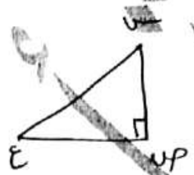
يسمى أ ب ضلع القائمة

يسمى ب جـ ضلع القائمة

يسمى أ جـ المقابل للزاوية القائمة بوتر المثلث

نظرية فيثاغورس : (أ ب)² + (ب جـ)² = (أ جـ = الوتر)²

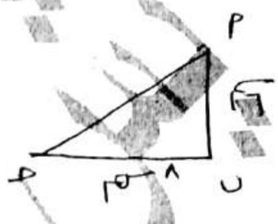
سؤال :- مستعيناً بالأشكال الهندسية التالية أكمل الفراغ :-



( )² + ( )² = ( )²

( )² + ( )² = ( )²

مثال : في الشكل المجاور أوجد طول أ جـ



الحل :- نظرية فيثاغورس

(أ جـ)² = (ب جـ)² + (أ ب)²

(جـ أ)² = ٨² + ٦²

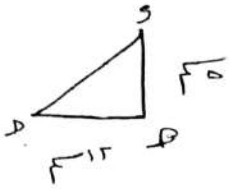
(جـ أ)² = ٦٤ + ٣٦

(جـ أ)² = ١٠٠

أ جـ = ١٠ سم

مثال: جد طول $\overline{\text{د م}}$

الحل: Δ د هـ م قائم الزاوية في هـ، نطبق نظرية فيثاغورس



(د هـ)^2 + (هـ م)^2 = (د م)^2

٢٥ + ١٤٤ = (د م)^2

١٦٩ = (د م)^2 ⟸ د م = ١٣

مثال: في الشكل المجاور، أوجد طول $\overline{\text{ص ع}}$

الحل: Δ س ص ع قائم في ص

* نظرية فيثاغورس (س ص)^2 + (ص ع)^2 = (س ع)^2

٤^2 + (ص ع)^2 = ٥^2

١٦ + (ص ع)^2 = ٢٥ ⟸ (ص ع)^2 = ٩

ص ع = ٣

مثال: في الشكل المجاور أوجد $\overline{\text{ل م}}$

الحل: المثلث قائم الزاوية

∴ نظرية فيثاغورس

(ل م)^2 + (م ن)^2 = (ل ن)^2

(ل م)^2 + (١٢)^2 = (١٥)^2

(ل م)^2 + ١٤٤ = ٢٢٥

(ل م)^2 = ٢٢٥ − ١٤٤ = ٨١

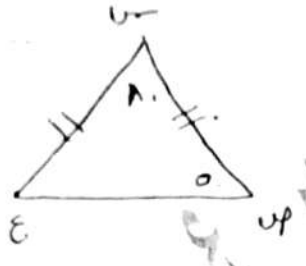
(ل م)^2 = ٨١ ⟸ (ل م) = ٩

* معلومة * إذا كان المثلث متساوي الساقين فإن قياس زاويتي القاعدة متساويين

∵ س ص = س ع

∴ ق ∠ ص = ق ∠ ع

مثال: في الشكل المجاور



س ص = س ع

ق ∠ ص = ق ∠ ع = ٥٠

مثال: جد قيمة س

مجموع قياس زوايا المثلث يساوي ١٨٠

∴ ق ∠ أ + ق ∠ ب + ق ∠ جـ = ١٨٠

س + ٢س + ٢س = ١٨٠

٥س = ١٨٠ ⟸ $\boxed{\text{س} = ٣٦}$

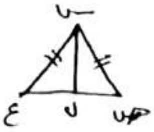
* معلومة * العامود النازل من رأس المثلث متساوي الساقين على القاعدة ينصفها هذه القاعدة

∵ س ص = س ع

∵ س ل ⊥ ص ع

∴ ص ل = ل ع

* ملحوظة * العامود النازل من رأس المثلث المتساوي الساقين على القاعدة ينصف زاوية الرأس



∵ س ص = س ع

∴ س ل ⊥ ص ع

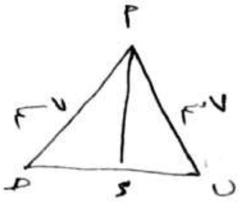
∴ ق ∡ ص س ل = ق ∡ ع س ل

مثال ٥: أ ب = أ هـ = ٧ سم

ق ∡ أ د ب = ٩٠

ب د = د هـ = ٤ سم

ق ∡ ب أ د = ق ∡ هـ أ د = ٣٥



مثال ٦: المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في د جد طول ب جـ ؟

نستخدم نظرية فيثاغورس لايجاد ب د و د جـ

① $(أب)^2 = (ب د)^2 + (أ د)^2$

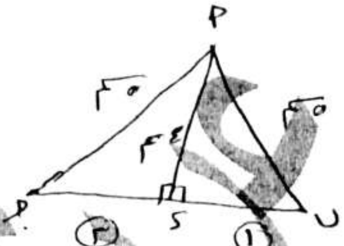
$٢٥ = (ب د)^2 + ١٦$

$(ب د)^2 = ٩ \Leftarrow ب د = ٣$

ب جـ = ٢ ب د

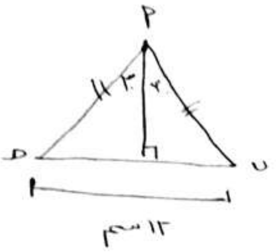
ب جـ = ٢ × ٣ = ٦

* لأن أ د ينصف ب جـ



على القاعدة

معلومة : منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين يكون عمودياً على القاعدة وينصفها



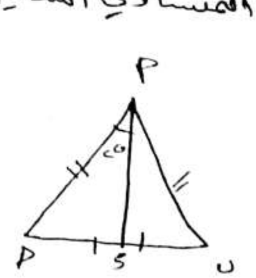
سؤال :- أب = أجـ

∴ ق ∢ ب أ د = (ق ∢ ب أ جـ)/٢ = ٣٠

∴ ق ∢ أ د ب = ٩٠

∴ ب د = د جـ = ٦ سم

* معلومة * منصف القاعدة الواصل برأس المثلث المتساوي الساقين يكون عمودياً عليها وينصف زاوية الرأس



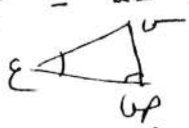
سؤال : أب = أجـ

∴ ب د = د جـ

∴ ق ∢ أ د ب = ٩٠

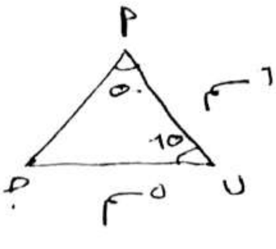
∴ ق ∢ ب أ د = ق ∢ د أ جـ = ٢٥

* معلومة * إذا تساوت قياسا زاويتين في مثلث كان المثلث متساوي الساقين



∢ ق ∢ ص = ق ∢ ع

∴ س ص = س ع ⟸ المثلث س ص ع متساوي الساقين



سؤال : ق ∢ جـ = ١٨٠ − (٥٠ + ٦٥) = ٦٥°

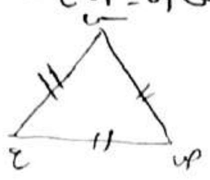
∴ ق ∢ ب = ق ∢ جـ

∴ أب = أجـ = ٦ سم

∴ المثلث أ ب جـ متساوي الساقين

المثلث المتساوي الأضلاع

١. هو مثلث جميع أضلاعه متساوية أي أن س ص = ص ع = س ع

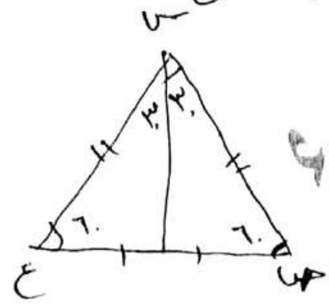


٢. قياس كل زاوية من زواياه تساوي ٦٠°

∴ ق∠ص = ق∠ع = ق∠س = ٦٠°

٣. العمود النازل من رأس أي زاوية يكون عمودي على الضلع

مثال ١:- المثلث س ص ل هو نصف المثلث ص س ع



ق∠ص س ل = ق∠ع س ل = ٣٠

ص ل = $\frac{1}{2}$ ص ع

∴ ص ل = $\frac{1}{2}$ س ص

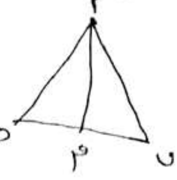
و ص ل = $\frac{1}{2}$ ص س ، ص ل = $\frac{1}{2}$ س ع

المساحة :- تذكر أن مساحة المربع = (طول الضلع)^2

مساحة المستطيل = الطول × العرض

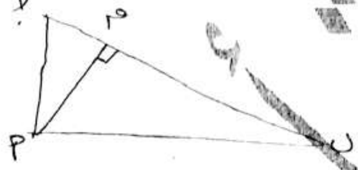
* المثلث *

ارتفاع المثلث : هو العمود النازل من أحد رؤوس المثلث إلى الضلع المقابل لهذا الرأس



أم هو ارتفاع المثلث

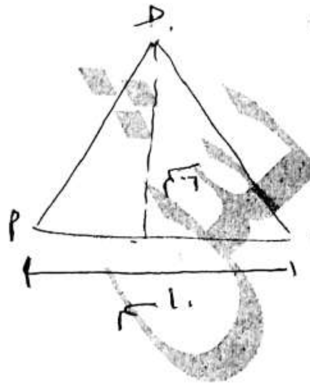
ب جـ قاعدة المثلث



أم ارتفاع المثلث

ب جـ قاعدة المثلث

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × ق × ع



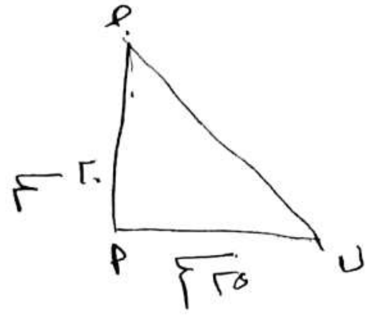
مثال ٥:- جد مساحة المثلث أ ب جـ

* الحل : مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ ق × ع

= $\frac{1}{2}$ × ٦ × ١٠

= ٣٠ سم^2

* مثال:



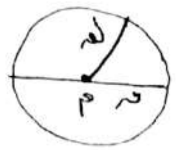
مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × ق × ع

= $\frac{1}{2}$ ب أ × أ جـ

= $\frac{1}{2}$ × ٢٥ × ٢٠

= ٢٥٠ سم^2

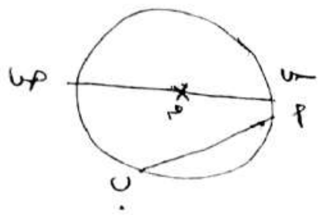
الدائرة :



مساحة الدائرة = π نق^2

محيط الدائرة = ٢ π نق

نق يرمز إلى نصف القطر



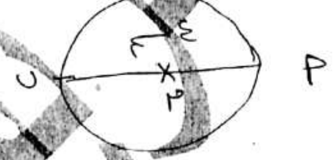
ه يرمز إلى القطر

م يرمز إلى مركز الدائرة

الوتر هو القطعة المستقيمة الواصلة بين نقطتين على الدائرة وأطول وتر في الدائرة هو قطرها

س ص ، أ ب هو وتر في الدائرة

مثال ٣:- جد مساحة ومحيط الدائرة الآتية



الحل: ه = أ ب = ٤ سم

ه = ٢ نق

← نق = ٢

مساحة الدائرة = π نق^2

= π (٢)^2

= ٤π

محيط الدائرة = ٢ π نق

= ٢ π × (٢)

= ٤ π

التقدير الدائري

* تحويل قياس الزوايا من الدرجة الى التقدير الدائري والعكس

١. التحويل من الدرجة الى التقدير الدائري

للتحويل من درجة الى التقدير الدائري نضرب د $\frac{\pi}{١٨٠}$

٢. التحويل من التقدير الدائري الى الدرجة نضرب ب $\frac{١٨٠}{\pi}$

مثال : حول الزوايا الآتية الى التقدير الدائري

أ- ١٨٠   ج- ٩٠   هـ- ٦٠

ب- ٤٥   د- ٣٦٠

مثال : حول الزوايا الآتية الى تقدير الدرجة

أ- π ج- $\frac{٣\pi}{٢}$ هـ- $\frac{\pi}{٦}$

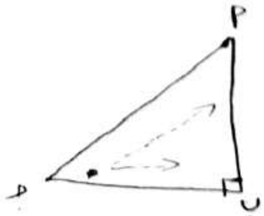
ب- $\frac{\pi}{٢}$ د- $\frac{\pi}{٤}$ و- ٢π

النسب المثلثية لقياسات الزوايا الحادة

أب الضلع المقابل للزاوية جـ

ب جـ الضلع المجاور للزاوية جـ

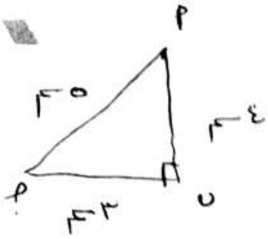
أ جـ الوتر في المثلث القائم أ ب جـ



أولاً :

* جيب الزاوية الحادة (جا)

جا س = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$



جا جـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}}$ = $\frac{٤}{٥}$

جا أ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$ = $\frac{٣}{٥}$

ثانياً : جيب تمام الزاوية الحادة (جتا)

جتا س = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

في المثال السابق ، جتا جـ = $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$ = $\frac{٣}{٥}$

جتا أ = $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}}$ = $\frac{٤}{٥}$

ثالثاً :- ظل الزاوية الحادة (ظا)

ظا س = $\frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}}$ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

* في المثال السابق

ظا جـ = $\frac{٤}{٣}$

ظا أ = $\frac{٣}{٤}$

رابعاً: (قا ، قتا ، ظتا)

$$\text{قا س} = \frac{1}{\text{جتا س}}$$

$$\text{قتا س} = \frac{1}{\text{جا س}} \quad ، \quad \text{ظتا} = \frac{1}{\text{ظا س}}$$

في المثال السابق:

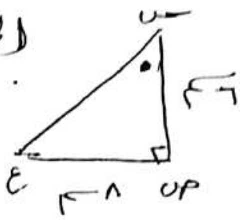
$$\text{قا م} = \frac{1}{\text{جتا م}} = \frac{٥}{٣} \qquad \text{ظتا م} = \frac{1}{\text{ظا م}} = \frac{٣}{٤}$$

$$\text{قا م} = \frac{1}{\text{جتا م}} = \frac{٥}{٤} \qquad \text{ظتا م} = \frac{1}{\text{ظا م}} = \frac{٤}{٣}$$

$$\text{قتا م} = \frac{1}{\text{جا م}} = \frac{٥}{٤}$$

$$\text{قتا م} = \frac{1}{\text{جا م}} = \frac{٥}{٣}$$

مثال: في الشكل المجاور جد كل من: جا س ، جتا س ، ظا س ، قا س ، قتا س ، ظتا س



الحل: جا س = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{ص ع}}{\text{س ع}}$

س ع مجهولة نجدها عن طريق فيثاغورس

$$(\text{س ع})^2 = (\text{س ص})^2 + (\text{ص ع})^2$$

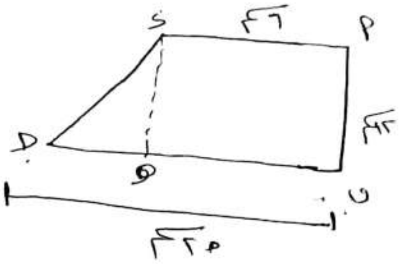
$$١٠٠ = (٦)^2 + (٨)^2 \Leftarrow \text{س ع} = ١٠$$

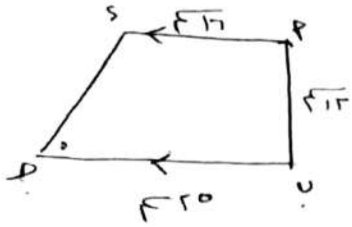
$$\text{جا س} = \frac{\text{ص ع}}{\text{س ع}} = \frac{٨}{١٠} \qquad \text{ظتا س} = \frac{1}{\text{ظا س}} = \frac{1}{\frac{٨}{٦}} = \frac{٦}{٨}$$

$$\text{جتا س} = \frac{\text{س ص}}{\text{س ع}} = \frac{٦}{١٠} \qquad \text{قتا س} = \frac{1}{\text{جا س}} = \frac{١٠}{٨}$$

$$\text{ظا س} = \frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}} = \frac{٨}{١٠} \qquad \text{قا س} = \frac{1}{\text{جتا س}} = \frac{١٠}{٦}$$

مثال: تأمل الشكل المقابل ثم جد جتا جـ :





الحل: أولاً نقوم برسم

د هـ ⊥ ب جـ

∴ د هـ = أ ب = ١٢ سم

∴ ب هـ = أ د = ١٦ سم

∴ هـ جـ = ٢٥ - ١٦ = ٩ سم

في △ د هـ جـ

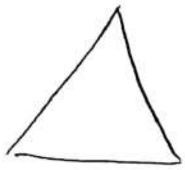
$(د جـ)^2 = (د هـ)^2 + (هـ جـ)^2$

$= (١٢)^2 + (٩)^2$

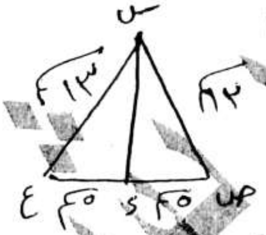
$= ١٤٤ + ٨١$

$= ٢٢٥ \Leftarrow (د جـ)^2 = ٢٢٥ \Leftarrow د جـ = ١٥$

$\Leftarrow$ جتا جـ $= \frac{هـ جـ}{د جـ} = \frac{٩}{١٥} = \frac{٣}{٥}$



مثال ٥- في الشكل المجاور جد ظا ص



الحل: في المثلث س ص = س ع

⟸ △ س ص ع مثلث متساوي الساقين

⟸ نقوم برسم س د ⊥ ص ع

$\Leftarrow$ ص د = د ع = $\frac{1}{٢}$ ص ع = ٥

بنظرية فيثاغورس

$(د س)^2 = (س ص)^2 + (ص د)^2$

$= (١٣)^2 + (٥)^2 \Leftarrow ١٦٩ - ٢٥ = ١٤٤$

$(د س)^2 = ١٤٤ \Leftarrow د س = ١٢$ سم

$\Leftarrow$ ظا ص $= \frac{س د}{ص د} = \frac{١٢}{٥}$

النسب المثلثية للزوايا المشهورة

س	صفر	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	صفر	٣٠°	٤٥°	٦٠°	٩٠°	١٨٠	٢٧٠	٣٦٠
جا س	٠	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	١	٠	١−	٠
جتا س	١	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	٠	١−	٠	١
ظا س	٠	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	١	$\sqrt{3}$	—	٠	—	٠

أمثلة :-

أ. جا ٣٠ × جتا ٣٠ = $\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

ب- ٤ جا ٣٠ − $\sqrt{3}$ ظا ٣٠ = ٤ × $\frac{1}{2}$ − $\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$ = ٢ − ١ = ١

ج- أثبت أن * جا² ٦٠ + جتا² ٦٠ = ١

الطرف الأيمن جا² ٦٠ + جتا² ٦٠ = $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$ = ١

* ٢ جتا² ٣٠ − ١ = جتا ٦٠

الطرف الأيمن ٢ جتا² ٣٠ − ١ = ٢$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ − ١ = ٢ × $\frac{3}{4}$ − ١ = $\frac{3}{2}$ − ١ = $\frac{3-2}{2} = \frac{1}{2}$

الطرف الأيسر جتا ٦٠ = $\frac{1}{2}$

* ٢ جتا ٣٠ × ظا ٦٠ − ٤ جا² ٤٥ = ظا ٤٥

الطرف الأيمن ٢ جتا ٣٠ × ظا ٦٠ − ٤ جا² ٤٥

= ٢ × $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3}$ − ٤ $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

= $\sqrt{9}$ − ٤ × $\frac{1}{2}$ = ٣ − ٢ = ١

الطرف الأيسر ظا ٤٥ = ١ #

* ظا ٤٥ + جتا ٦٠ + جا ٣٠

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$

* حل المعادلات الآتية :

أ. جا س = $\frac{1}{2}$ حيث س زاوية حادة

جا ٣٠ = $\frac{1}{2}$ ⇐ س = ٣٠°

ب - ظا س = $\sqrt{3}$

الحل ظا ٦٠ = $\sqrt{3}$ ⇐ س = ٦٠°

جـ. جتا س = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

الحل : جتا ٤٥ = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⇐ س = ٤٥°

د. جتا س − $\frac{1}{2}$ = صفر

الحل جتا س = $\frac{1}{2}$ ⇐ جتا ٦٠ = $\frac{1}{2}$ ⇐ س = ٦٠°

هـ. $\sqrt{3}$ ظا س + ٢ = ٣

الحل : $\sqrt{3}$ ظا س = ٣ − ٢

$\sqrt{3}$ ظا س = ١ ⇐ ظا س = $\frac{1}{\sqrt{3}}$

نعلم أن ظا ٣٠ = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⇐ س = ٣٠

و- ٣ ظا س + ٢ = ٢ ظا س + ٣

الحل : ٣ ظا س + ٢ = ٢ ظا س + ٣

٣ ظا س = ٢ ظا س + ٣ − ٢

٣ ظا س − ٢ ظا س = ١

نعلم أن ظا س = ١

ظا ٤٥ = ١ ⇐ س = ٤٥

ز . ٤ جا^{2} س = ٣

الحل : جا^{2} س = $\frac{٣}{٤}$ ⟸ جا س = $\sqrt{\frac{٣}{٤}}$

⟸ جا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

⟸ نعلم أن ⟸ جا ٦٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

⟸ س = ٦٠

٢ . ظا^{2} س − ٢ ظا س + ١ = صفر .

الحل : نلاحظ أن الطرف الأيمن على شكل عبارة تربيعية ...

نقوم بتحليلها بسهولة لتصبح ...

⟸ (ظا س − ١)(ظا س − ١) = صفر

ومنها ظا س − ١ = صفر

ظا س = ١

⟸ نعلم أن ظا ٤٥° = ١ ⟸ س = ٤٥°