إدارة المناهج والكتب المدرسية

إجابات وحلول أسئلة مادة الرياضيات

الصف: الثامن **الجزء الثاني**

رقم الوحدة: (٧) **عنوان الوحدة : المثلثات.**

الدرس الأول: خصائص المثلث(١)

تدريب(١): أي الأطوال الآتية تمثل أطوال أضلاع مثلث؟ مبررا إجابتك.

أ) ٤سم ، ٦سم ، ٦سم.

ب) ٨سم ، ٣سم ، ٥سم.

جـ) ٢،٥سم ، ٦،٥سم ، ١٠سم.

الحل:

أ) تشكل أضلاع مثلث، لأن ٦+٦=١٢>٤ ، ٤+٦=١٠>٦ .

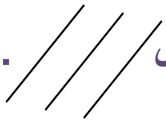
ب) لا تشكل أضلاع مثلث لأن ٣+٥ =٨ ≯ ٨.

جـ) لا تشكل أضلاع مثلث لأن ٦،٥+٢،٥=٩ ≯ ١٠ .

ناقش صحة العبارات الآتية، مبررا إجابتك:

- مجموع طولي الضلعين الأصغرين في المثلث مختلف الأضلاع > طول الضلع الأكبر.
- كل ثلاث قطع متساوية في الطول تصلح لتشكيل مثلث.

الحل:

- **العبارة صحيحة لأن مجموع طولي أي ضلعين في المثلث > طول الضلع الثالث.**
- **العبارة خاطئة ، يمكن أن تكون القطع على الشكل**  .

فكر وناقش:

هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه ٨سم، ٨سم، ١٦سم؟ برر إجابتك.

الحل:

لا يمكن لأن مجموع طولي الضلعين الأصغرين ≯ الضلع الثالث، حيث أن ٨+٨=١٦ .

تدريب(٢): Δ أ هـ س أطوال أضلاعه أ هـ = ١١سم، أ س = ١٥سم، هـ س =٨سم، سمِّ الزاوية الكبرى، والزاوية الصغرى.

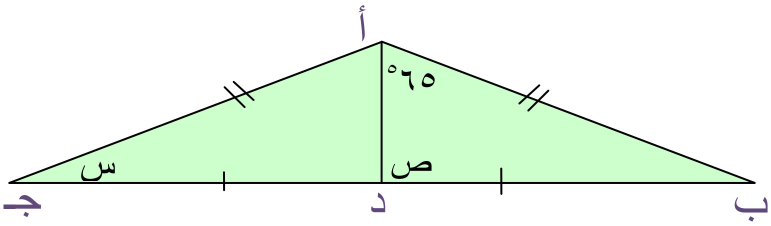
الحل:

(إرشاد: يمكن الاستعانة بالرسم).

الزاوية الكبرى هي ∠ هـ ، أما الصغرى فهي ∠ أ.

تدريب(٣): جد ق∠ ص، ق∠ س في الشكل الآتي.

مبررا إجابتك، وبطريقتين مختلفتين .



الحل:

نسمي المثلث أ ب جـ .

ق∠ ص = ٩٠°، لأن من خصائص المثلث المتطابق الضلعين (الضلع النازل من الرأس على منتصف القاعدة يكون عموديا عليها).

ق∠ س = ٢٥°، لأن في المثلث أ د جـ ∠ جـ أ د =٦٥°، ∠ أ د جـ = ٩٠°.

(خصائص متطابق الضلعين، ومجموع زوايا المثلث=١٨٠°).

إجابات التمارين و المسائل

١) أي الأطوال في كل مما يأتي تمثل أطوال أضلاع مثلث؟ مبررا إجابتك.

أ) ٢١سم ، ١٣سم ، ٢٦سم.

ب) ٦سم ، ١٠سم ، ٨سم.

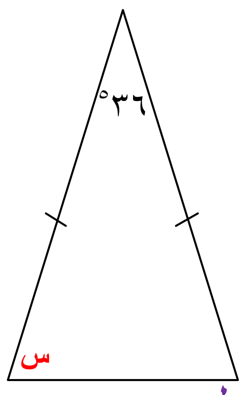
جـ) ١٨،٥سم ، ٥،٣سم ، ١٣،٢سم.

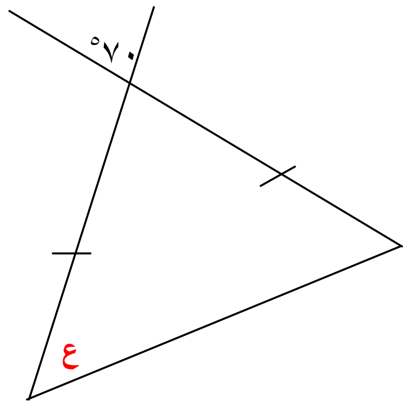
د) ٦سم ، ٦سم ، ٦سم.

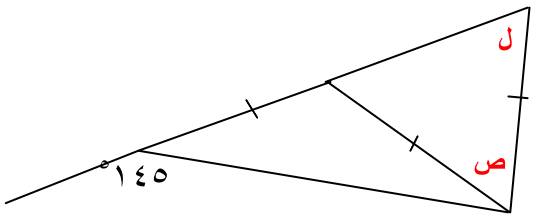
الحل:

الأطوال في الفروع (أ ، ب، د) تشكل مثلثا لأن مجوع طولي أي ضلعين أكبر من الضلع الثالث. أما الفرع (جـ) لا تشكل الأطوال فيه مثلثا لأن ٥،٣+١٣،٢=١٨،٥.

٢) جد قيم الزوايا المجهولة في كل شكل من الأشكال الآتية، مبررا إجابتك:



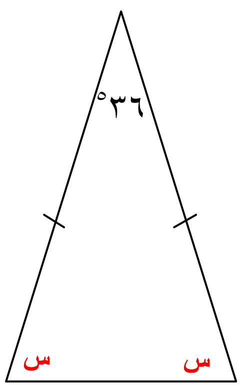




الحل:

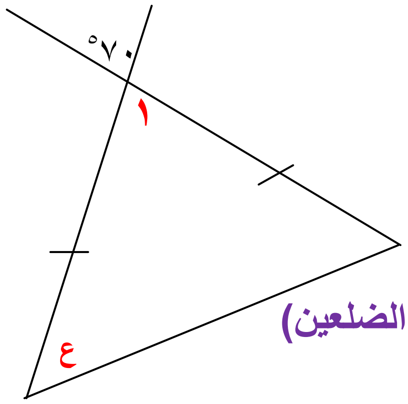
أ) ٣٦° + ٢س = ١٨٠°

(مجموع زوايا المثلث، زوايا القاعدة متساوية في متطابق الضلعين)



إذن س = ٧٢°.

ب) (إرشاد يمكن تسمية المثلث أو ترقيم الزوايا).



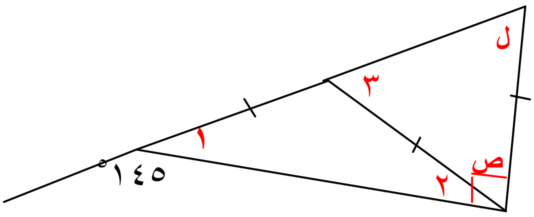
∡١ = ٧٠° (تقابل بالرأس).

٧٠° + ٢ع = ١٨٠°

(مجموع زوايا المثلث، زوايا القاعدة متساوية في متطابق الضلعين)

إذن س = ٥٥°.

جـ) (إرشاد رقم الزوايا)



لإيجاد قيمة ص:

∡١ + ١٤٥° = ١٨٠° (تجاور على مستقيم).

∡١ = ٣٥°

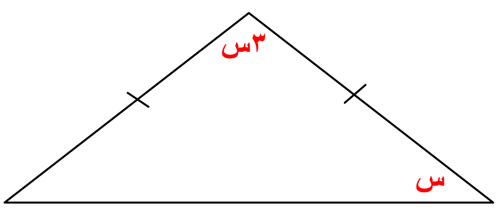
∡٢ = ∡١ = ٣٥°(زوايا قاعدة في متطابق الضلعين).

ص = ٩٠° - ٣٥° =٥٥°

لإيجاد قيمة ل:

ص + ل +∡٣ = ١٨٠° (مجموع زوايا المثلث).

ل= ∡٣ = ٦٢،٥°. (خصائص متطابق الضلعين).



٣) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

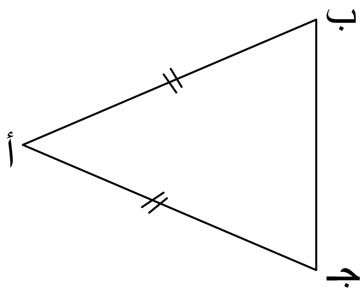
الحل:(إرشاد: نستعين برسم توضيحي).

س+س+٣س= ١٨٠° ← ٥س=١٨٠° ← س=٣٦° = زاوية القاعدة.

زاوية الرأس = ٣× ٣٦° = ١٠٨,°

٤) الشكل المجاور يبين Δ أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ ،

ارسم خطا يقسمه إلى مثلثين متطابقين.



الحل:

من خصائص المثلث المتطابق الضلعين (العمود النازل من الرأس على القاعدة ينصف القاعدة وينصف زاوية الرأس)، فيقسم المثلث إلى مثلثين متطابقين .

إذن ارسم أ د ⊥ ب جـ .

٥) اعتمادا على خصائص المثلث المتطابق الضلعين، بين أن قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع تساوي ٦٠°.

الحل:

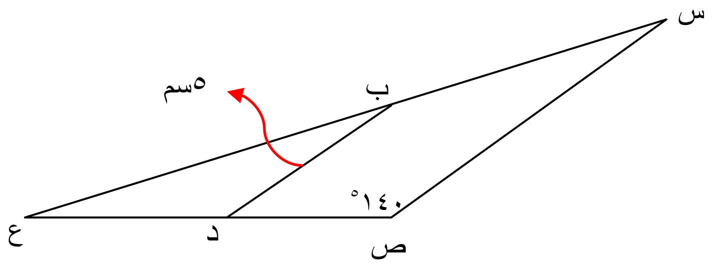
المثلث متطابق الأضلاع زواياه متساوية (خصائص المثلث متطابق الأضلاع).

نفرض قياس الزاوية يساوي س؛

إذن ٣س= ١٨٠° ⟵ س= ١٨٠°÷ ٣ = ٦٠°.

الدرس الثاني: خصائص المثلث (٢).

تدريب(١): في الشكل المجاور؛ إذا علمت أن ب د قطعة مستقيمة واصلة بين منتصفي الضلعين ع ص ، وَ ع س، وأن طولها ٥سم، وأن ق ∠ ص= ١٤٠°.



فجد طول س ص ، ق ∠ ب د ع .

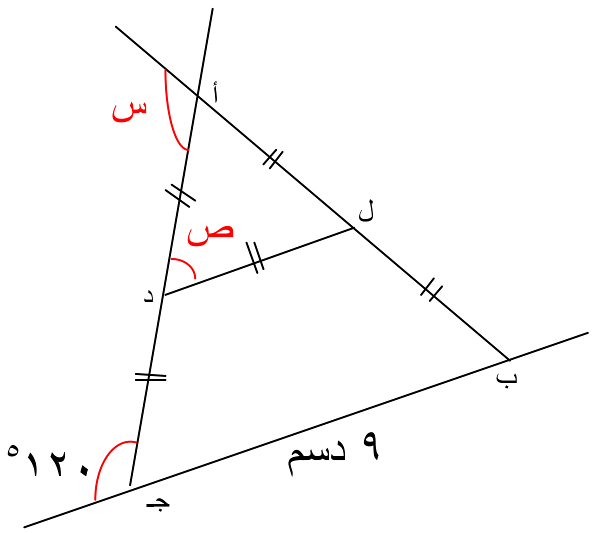
مع التبرير.

الحل:

س ص = ٢× ب د = ١٠سم. (نتيجة القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث)

ق ∠ ب د ع= ∠ ص = ١٤٠°. (الزاويتان متناظرتان)

تدريب(٢): في الشكل المجاور:



جد كلا من طول أ ب ، طول د جـ ،

ق∠ ص، ق∠ س. مع التبرير.

الحل:

لإيجاد طول كل من أ ب ، د جـ :

∆ أ ل د متطابق الأضلاع. (معطيات)

طول ل د = طول أ ل = $\frac{\text{ب جـ}}{٢}$ = $\frac{٩}{٢}$ = ٤،٥ سم. (نتيجة القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث).

طول أ ب = ٢ × أ ل = ٩سم.

طول د جـ = طول أ د = ٤،٥ سم.

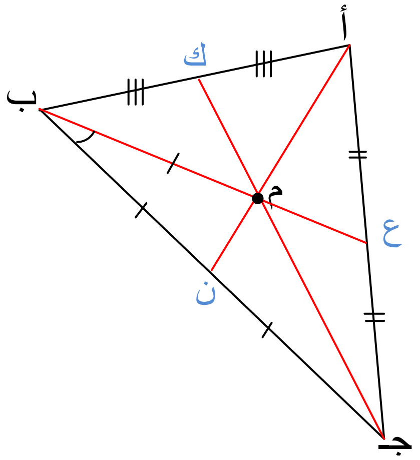
لإيجاد قياس كل من ص، س:

ق$\angle$ص =ق$\angle$د جـ ب = ١٨٠° – ١٢٠° = ٦٠° (نتيجة، وتجاور على مستقيم).

$\angle$ص=$\angle$د أ ل = ٦٠°. (المثلث متطابق الأضلاع من المعطيات).

$\angle$س = ١٨٠° – ٦٠° = ١٢٠° (تجاور على مستقيم).

تدريب(٣): في الشكل الآتي، إذا علمت أن أ ع = ٣،٨ سم، ع م = ٢سم،



قياس $\angle$ ن ب م = ٢٠°. جد كلا من:

طول أ جـ ، طول ب ع ، طول ب جـ ،

ق$\angle$ ب ن أ.

الحل:

من الشكل نجد أن م نقطة تلاقي القطع المتوسطة في Δ أ ب جـ.

طول أ جـ = ٢× أ ع = ٢× ٣،٨ = ٦،٦سم.

طول ع ب = ع م + م ب

= ٢ + ٤ = ٦سم. (ب م : م ع = ٢ : ١ = س : ٢ ← س=ب م = ٤سم)

لكن د م = ١٢سم ، ومنه م ص = ٦سم. لماذا؟

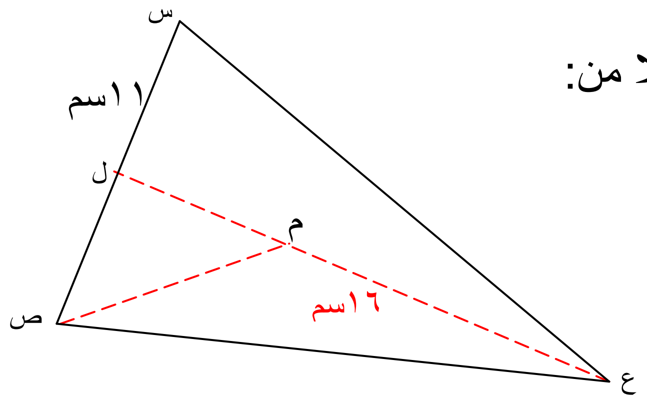
إذن د ص = ١٢ + ٦ = ١٨سم.

طول ب جـ = ٢× ب ن = ٢× ٤= ٨سم. (ب ن = ب م من المعطيات)

ق$\angle$ب ن أ = ٨٠° (Δ ب م ن متطابق الضلعين، $\angle$ب = ٢٠° من المعطيات).

إجابات التمارين و المسائل

١) في الشكل المجاور، م نقطة تلاقي القطع المتوسطة،



ع م = ١٦سم، س ل = ١١سم، فجد كلًّا من:

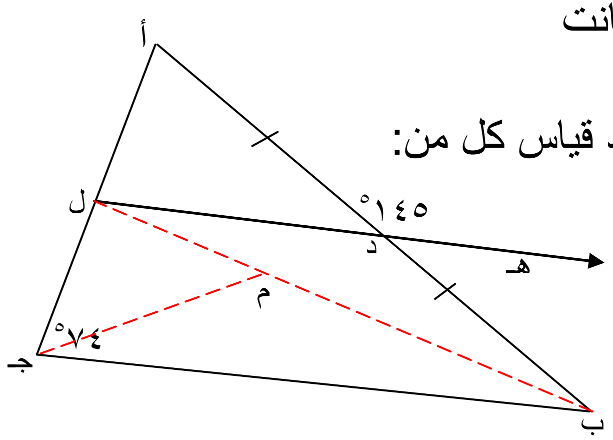
س ص، ع ل، مبررا إجابتك.

الحل:

س ص= ٢× ص ل= ٢٢سم.

ع ل = ع م + م ل = ١٦ + ٨ = ٢٤سم. (م ل = ع م ÷ ٢ نتيجة).

٢) إذا كانت م نقطة تلاقي القطع المتوسطة، وكانت



ق∡ أ جـ ب= ٧٤° ، ق∡ أ د هـ= ١٤٥°.فجد قياس كل من:

ق∡ أ ب جـ ، ق∡ أ . مبررا إجابتك.

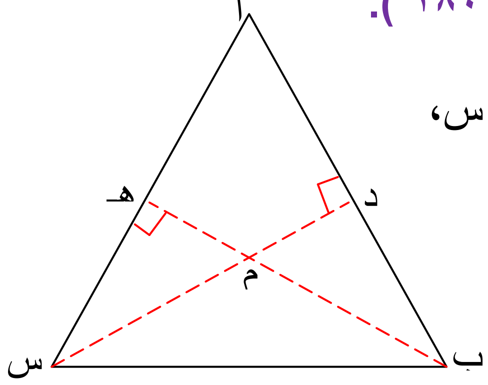
الحل:

ق∡ أ د ل = ٣٥° (تجاور على مستقيم).

ق∡ أ ب جـ = ق∡ أ د ل = ٣٥° (تناظر).

ق∡ أ = ٧١° (مجموع زوايا المثلث أ ب جـ تساوي ١٨٠°).

٣) إذا كانت م نقطة تلاقي القطع المتوسطة في Δ أ ب س،



وكانت $\overline{\text{س د}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}} \perp \overline{\text{أ س}}$.

فبين أن Δ أ ب س متطابق الأضلاع.

الحل:

Δ أ ب س فيه

طول أ د = طول ب د (م نقطة تلاقي منتصفات الأضلاع).

س د ⊥ أ ب (معطيات)

ينتج أن المثلث متطابق الضلعين فيه أ س = ب س (خصائص المثلث متطابق الضلعين)

كذلك أ هـ = هـ س (م نقطة تلاقي منصفات الأضلاع)

ب هـ ⊥ أ س (معطيات)

ينتج أن المثلث متطابق الضلعين فيه أ ب = ب س (خصائص المثلث متطابق الضلعين)

بما أن أ س = ب س = أ ب

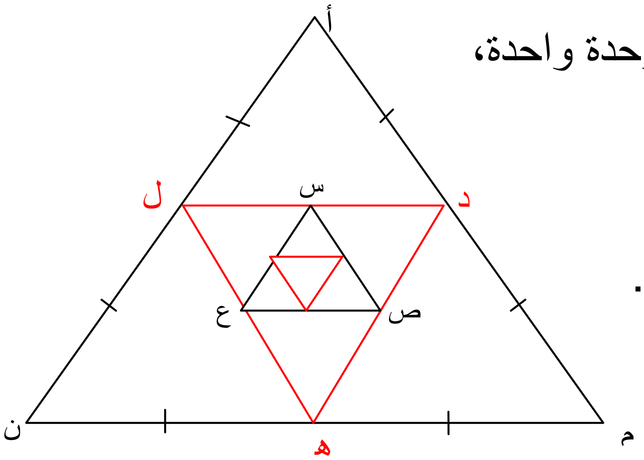
إذن المثلث متطابق الأضلاع.

٤) Δ أ م ن متطابق الأضلاع، وُصِلت منتصفات أضلاعه فتكون Δ د هـ ل، كذلك وُصِلت منتصفات أضلاع Δ د هـ ل فتكون Δ س ص ع، ثم استمرت العملية على النمط نفسه، كما في الشكل الآتي؛

- هل جميع المثلثات الناتجة متطابقة الأضلاع؟
- إذا علمت أن طول ضلع Δ أ م ن وحدة واحدة،

فجد محيط كلٍّ من:

Δ أ م ن ، Δ د هـ ل، Δ س ص ع .



الحل:

أ) جميع المثلثات متطابقة لأن؛

د ل منتصف م ن ، د هـ منتصف أ ن ، كذلك ل هـ منتصف أ م ، وبما أن المثلث أ م ن متطابق الأضلاع ، ينتج أن المثلث د هـ ل متطابق الأضلاع.

وبنفس الطريقة نجد أن المثلث س ص ع متطابق الأضلاع.

ب) محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه

محيط المثلث أ م ن = ٣ وحدات طول.

ومن الفرع (أ) نجد أن محيط المثلث د هـ ل = $\frac{١}{٢}$ محيط المثلث أ م ن

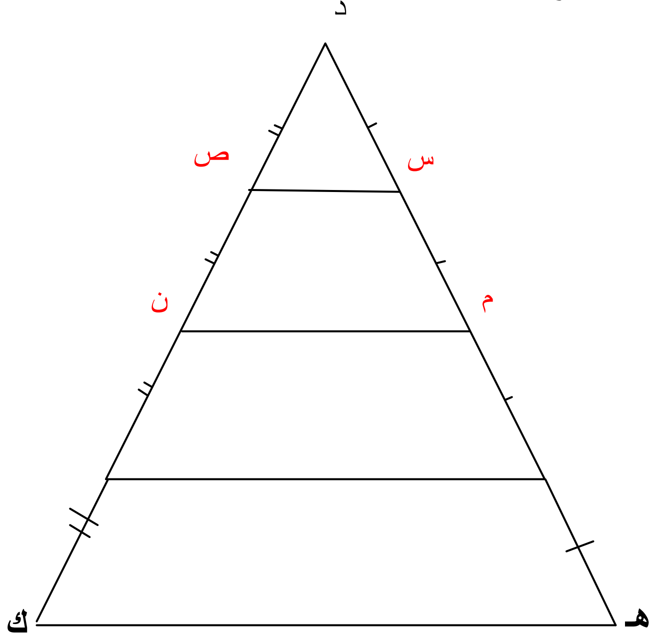
= $\frac{٣}{٢}$ وحدة طول.

كذلك محيط المثلث س ص ع = $\frac{١}{٢}$ محيط المثلث د هـ ل = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{٣}{٢}$

= $\frac{٣}{٤}$ وحدة طول.

٥) Δ د هـ ك قُسِّم ضلعاه $\overline{\text{د هـ}}$ ، $\overline{\text{د ك}}$ إلى أربعة أجزاء متطابقة،

ما العلاقة بين أطوال س ص ، هـ ك؟



الحل:

من النتجة نجد أن

س ص = نصف طول م ن

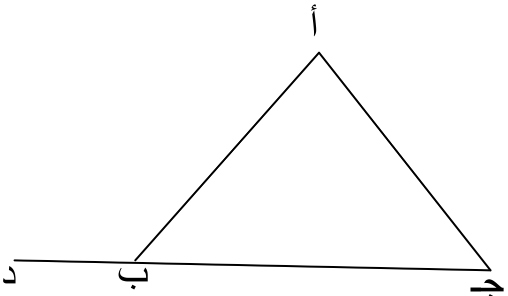
كذلك م ن = نصف طول هـ ل

إذن س ص = $\frac{١}{٤}$ × هـ ك

الدرس الثالث: الزاوية الخارجة للمثلث

تدريب(١): Δ أ ب جـ فيه ق∡أ = ٧٥°، ق∡ أ ب د خارجة للمثلث وقياسها يساوي ١٣٧°. جد قياسات زوايا المثلث؟ برر خطوات حلك، ثم تحقق من صحة الحل.

(حل السؤال بطريقتين مختلفتين).



الحل:

١٣٧° = ٧٥° + ∡ جـ

إذن ∡ جـ = ٦٢° (نتيجة الزاوية الخارجية).

∡ أ ب جـ = ١٨٠° – ١٣٧° = ٤٣° (الزاويتان أ ب جـ ، أ ب د تجاور على مستقيم)

التحقق من صحة الحل:

نجد مجموع زوايا المثلث (٧٥° + ٤٣° + ٦٢° = ١٨٠°)

إذن الحل صحيح.

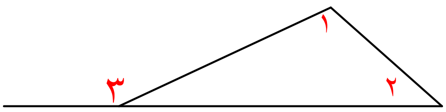
ناقش صحة العبارات الآتية، مبررا إجابتك.

- إذا كانت لمثلث زاوية خارجة منفرجة، فإن المثلث حاد الزوايا.

- إذا كانت لمثلث زاويتان خارجتان منفرجتان، فإن المثلث حاد الزوايا.
- الزاوية الخارجة للمثلث أكبر من أي زاوية داخلية ما عدا المجاورة لها.

الحل:

- العبارة خاطئة مثال الشكل المجاور  فيه الزاوية الخارجة منفرجة وإحدى زوايا المثلث منفرجة.
- العبارة خاطئة كما في الشكل  فيه الزاويتان الخارجتان منفرجتان وإحدى زوايا المثلث منفرجة.
- العبارة صحيحة، لأن:



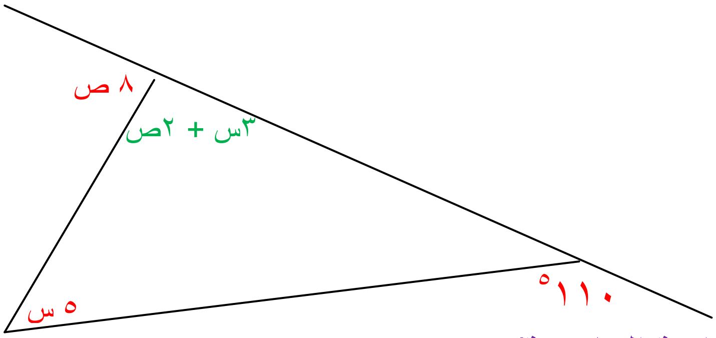
∡٣ = ∡٢ + ∡١

إذن ∡٣ أكبر من الزاوية ١ والزاوية ٢.

بالنسبة للزاوية المجاورة قد تكون زاوية المثلث منفرجة وهنا تكون الزاوية الخارجة المجاورة لها حادة.

فكر وناقش:

جد قيمة كل من س، ص في الشكل:



الحل:

١١٠° = ٣س+٢ص + ٥س (نتيجة الزاوية الخارجية)

١١٠° = ٨س + ٢ص ١

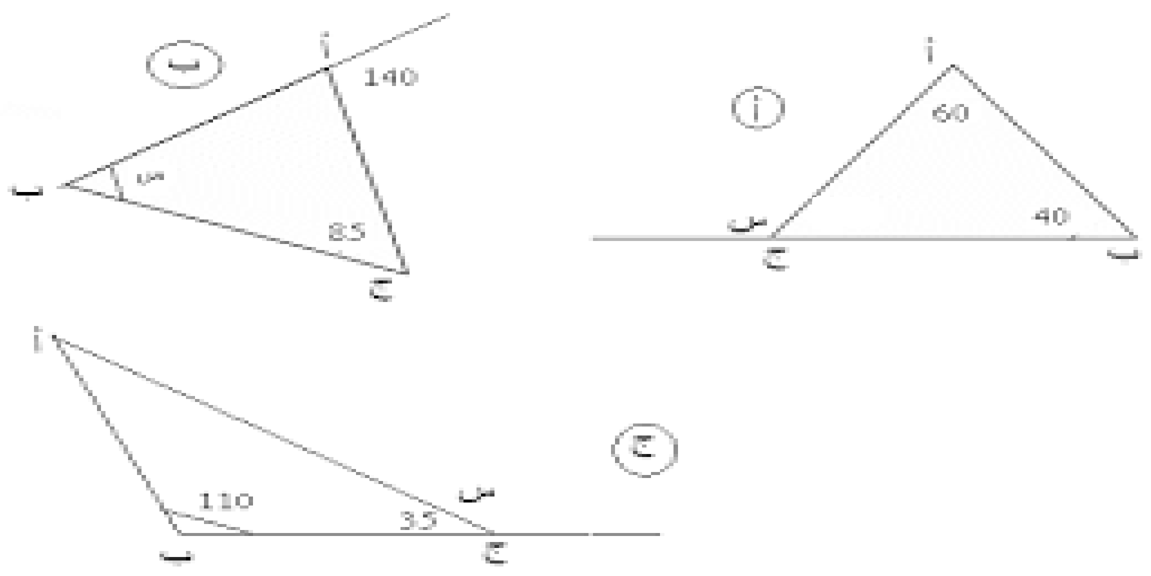
٣س+٢ص + ٨ص = ١٨٠° (تجاور على مستقيم)

١٨٠° = ٣س + ٨ص ٢

بحل نظام المعادلات الناتج بطريقة الحذف أو طريقة التعويض نجد أن س= ١٠° ، ص=١٥°

إجابات التمارين و المسائل

١) جد قيمة الزاوية س في كل مما يأتي:



الحل:

أ) س= ٦٠° + ٤٠° = ١٠٠° (الزاوية س زاوية خارجية).

ب) س= ١٤٠° ــ ٨٥° = ٥٥° (نتيجة الزاوية الخرجية).

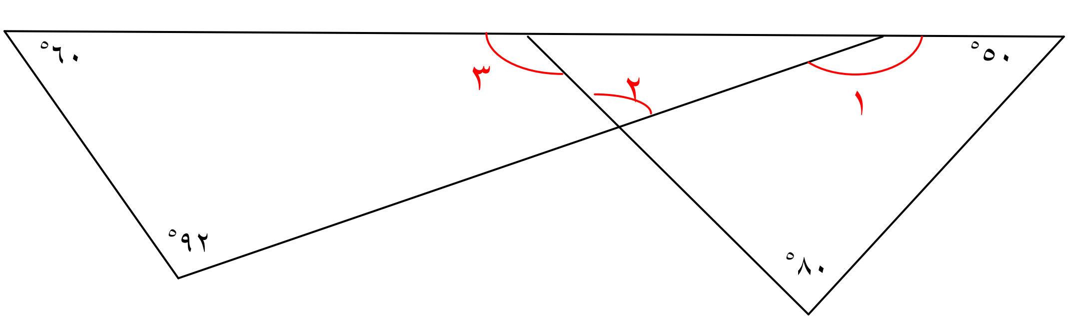
جـ) نجد قياس الزاوية أ أولا ثم نجد قيمة س

الزاوية أ = ١٨٠° – (١١٠° + ٣٥°) = ٣٥°

إذن س = ١١٠° + ٣٥° = ١٤٥°

(حل آخر س = ١٨٠° – ٣٥° = ١٤٥° تجاور على مستقيم)

٢) جد قياس الزوايا ١ ، ٢ ، ٣ في الشكل الآتي:

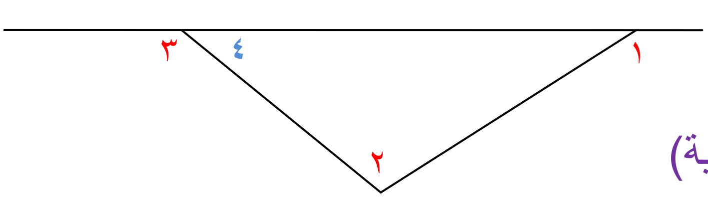


الحل:

∠ ١ = ٦٠° + ٩٢° = ١٥٢°

∠ ٣ = ٥٠° + ٨٠° = ١٣٠°

لإيجاد ∠ ٢ نرسم المثلث الصغير



∠ ١ = ∠٢ + ∠٤ (زاوية خارجية)

لكن ∠ ٤ = ١٨٠° - ∠ ٣ = ٥٠° (تجاور على مستقيم)

∠ ٢ = ١٥٢° – ٥٠° = ١٠٢°

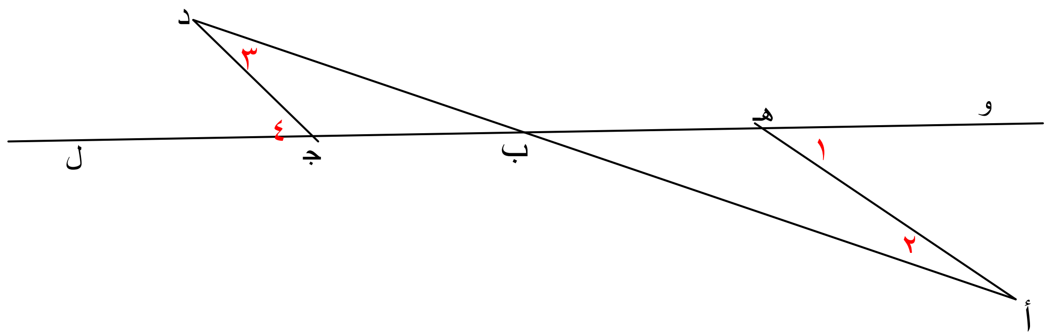
٣) قياس الزاوية الخارجة لمثلث ١١٧°، وقياس الزاويتين الداخليتين له ٢س^{٢}+٧، ٦١- س^{٢}. جد قيمة س.

الحل:

(٢س^{٢}+٧) + (٦١ – س^{٢}) = ١١٧°   (نتيجة الزاوية الخارجية للمثلث).

س^{٢} + ٦٧° = ١١٧° ⟵ س^{٢} = ٥٠° ⟵ س= + ٢٥°

٤) إذا كانت أ هـ // جـ د في الشكل الآتي، بين أن ق∠١ = ق∠٤.



الحل:

نفرض أن ∠ أ ب هـ هي ∠٥ ، ∠ د جـ ب هي ∠٦

∠ ١ = ∠٢ + ∠٥   (نتيجة الزاوية الخارجية).

∠ ٤ = ∠٣ + ∠٦   (نتيجة الزاوية الخارجية).

لكن ∠٥ = ∠٦   (تقابل بالرأس)

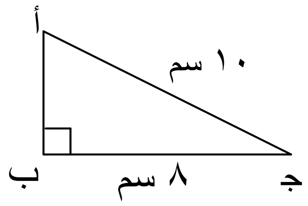
∠٢ = ∠٣   (زاويتان متبادلتان لأن أ هـ // جـ د)

إذن ∠١ = ∠٣ + ∠٦ = ∠٤   وهو المطلوب.

الدرس الرابع: مبرهنة فيثاغورس

تدريب١: Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب فيه أ جـ =١٠سم، ب جـ = ٨سم، احسب طول أ ب.

الحل:



بما أن Δ أ ب جـ قائم الزاوية نطبق مبرهنة فيثاغورس.

(طول الوتر)^{٢} = (طول الضلع الأول)^{٢} + (طول الضلع الثاني)^{٢}

(أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

(١٠)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (٨)^{٢} $\longleftarrow$ (أ ب)^{٢} =١٠٠ - ٦٤ = ٣٦

أ ب = $\sqrt{٣٦}$ = $\pm$ ٦ ، لكن - ٦ مرفوض لماذا؟

إذن أ ب = ٦ سم لماذا؟

تدريب٢: بين أي الأطوال الآتية تمثل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية.

أ) ٤سم، ٨سم، ١١سم. ب) ٣٠سم ، ٤٠سم، ٥٠سم.

جـ) ١٠سم ، ٧سم، ١٣سم. د) ٣سم، ٣سم، ٣$\sqrt{٢}$ سم.

الحل:

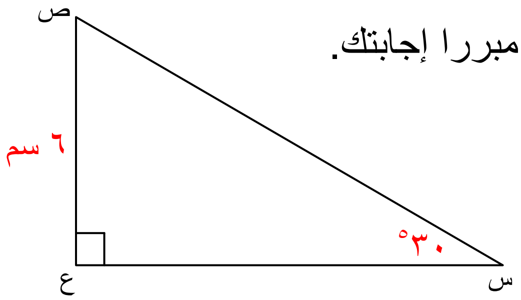
أ) المثلث ليس قائما لأن (٤)^{٢} + (٨)^{٢} = ١٦ + ٦٤ = ٨٠ $\neq$ (١١)^{٢}

ب) المثلث قائما لأن (٣٠)^{٢} + (٤٠)^{٢} =٩٠٠+١٦٠٠=٢٥٠٠=(٥٠)^{٢}

جـ) المثلث ليس قائما لأن (١٠)^{٢} + (٧)^{٢}=١٤٩ $\neq$ (١٣)^{٢}

د) بما أن (٣)^{٢} + (٣)^{٢} = ١٨ = (٣$\sqrt{٢}$)^{٢} ، إذن المثلث قائم الزاوية.

تدريب٣: في الشكل المجاور جد طول الضلع س ع .مبررا إجابتك.



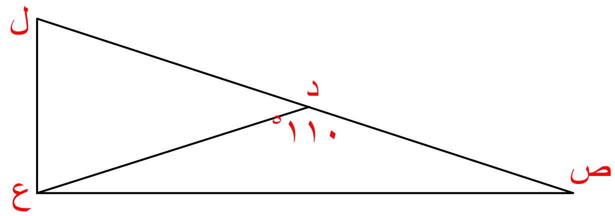
الحل:

س ع = ٢ × ص ع

= ٢ × ٦ = ١٢ سم (نتيجة المثلث الثلاثيني الستيني)

تدريب٤: Δ ص ع ل قائم الزاوية في ع، النقطة د منتصف ص ل، ق ∡ص د ع =١١٠°،

احسب ق ∡ ص.



الحل:

(إرشاد: ارسم شكلا للتوضيح)

د منتصف ص ل ⟵ ص د = د ع (نتيجة طول القطعة الواصلة من رأس القائمة إلى منتصف الوتر تساوي طول نصف الوتر)

إذن المثلث ص د ع متطابق الضلعين فيه زاوية الرأس = ١١٠°

∡ ص = (١٨٠° – ١١٠°) ÷ ٢ = ٧٠° ÷ ٢ = ٣٥°.

فكروناقش:

تسمى الأضلاع ٣، ٤، ٥ ثلاثية فيثاغورس، لأنها تحقق مبرهنة فيثاغورس.

أوجد مجموعتين على الأقل من ثلاثيات فيثاغورس .

الحل:

هناك عدة مجموعات جميعها تنتج عن النسب المتكافئة ؛ مثل:

(٦، ٨، ١٠) ، (٩، ١٢، ١٥) ، (١٢، ١٦، ٢٠) ، (١٥، ٢٠، ٢٥) ، (٣٠، ٤٠، ٦٠)

إجابات التمارين و المسائل

١) أي مما يأتي تمثل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية :

أ) ٣سم، ٥سم، ٩سم.　　　　ب) ٢٠ سم، ٢٤سم، ٢٥سم.

جـ) ٥ دسم، ١٠ دسم، $\sqrt{٧٥}$ دسم.　　　　د) ١٢دسم، ٢١دسم، ١٥دسم.

الحل:

أ) بما أن $(٣)^{٢} + (٥)^{٢} \neq (٩)^{٢}$، إذن المثلث ليس قائما.

ب) $(٢٠)^{٢}=٤٠٠$، $(٢٤)^{٢}=٥٧٦$ ، $(٢٥)^{٢}=٦٢٥$، $٤٠٠+٥٧٦ \neq ٦٢٥$ فالمثلث ليس قائما.

جـ) $(٥)^{٢} + (\sqrt{٧٥})^{٢} = (١٠)^{٢}$ لذلك المثلث قائم.

د) $(١٢)^{٢}=١٤٤$، $(١٥)^{٢}=٢٢٥$، $(٢١)^{٢}=٤٤١$، $١٤٤+٢٢٥ \neq ٤٤١$ فالمثلث ليس قائما.

٢) جد طول الضلع الثالث في كل مما يأتي:

أ) Δ س د ب قائم في د فيه س د= ١٥سم، د ب= ٨سم.

ب) Δ م ن ل قائم في ل فيه م ل= ١سم، م ن= $\sqrt{٣}$ سم.

جـ)مثلث قائم الزاوية طول أحد أضلاعه ٠،٧سم ، وطول وتره ٢،٥سم.

الحل:

أ) $(س ب)^{٢} = (س د)^{٢} + (د ب)^{٢}$

$= (١٥)^{٢} + (٨)^{٢} = ٢٢٥ + ٦٤$

س ب = $+\sqrt{٢٨٩}$ سم.

ب) (م ن)^{2} = (م ل)^{2} + (ل ن)^{2}

($\sqrt{٣}$)^{2} = (١)^{2} + (ل ن)^{2}

(ل ن)^{2} = ٣ - ١ = ٢ $\longleftarrow$ ل ن = + $\sqrt{٢}$ سم.

جـ) (الوتر)^{2} = (الضلع$_{1}$)^{2} + (الضلع$_{2}$)^{2}

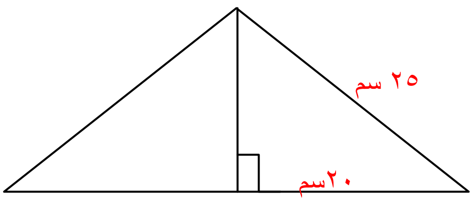
(٢،٥)^{2} = (٠،٧)^{2} + (الضلع$_{2}$)^{2}

(الضلع$_{2}$)^{2} = ٦،٢٥ – ٠،٤٩ = ٥،٧٦

الضلع$_{2}$ = $\sqrt{٥،٧٦}$ = +٢،٤ سم

٣) Δ د هـ و متطابق الضلعين طول ضلعه ٢٥سم، وطول قاعدته ٤٠سم، جد طول ارتفاعه.

الحل:



(إرشاد: يمكن الاستعانة بالرسم)

ارتفاع المثلث = العمود النازل من رأس المثلث على قاعدته.

بما أن المثلث متطابق الضلعين فالعمود ينصف قاعدته (خصائص متطابق الضلعين).

(ارتفاع المثلث)^{2} = (٢٥)^{2} - (٢٠)^{2} = ٦٢٥ – ٤٠٠ = ٢٢٥

ارتفاع المثلث = + ١٥ سم.

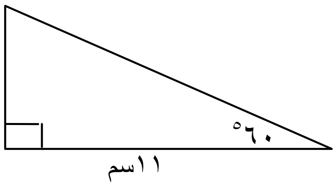
٤) مثلث قائم الزاوية متطابق الضلعين طول وتره يساوي ١٠$\sqrt{٢}$ سم، جد طول كل من الضلعين الآخرين.

الحل:

نفرض طول ضلع القائمة = س

من فيثاغورس (١٠$\sqrt{٢}$)^{2} = س^{2} + س^{2} $\longleftarrow$ ٢س^{2} = ٢٠٠ $\longleftarrow$ س= + ١٠ سم.

٥) احسب محيط المثلث في الشكل المجاور.



الحل:

بما أن المثلث ثلاثيني ستيني، والضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° يساوي ١١سم

إذن طول الوتر يساوي ٢٢سم (نتيجة المثلث الثلاثيني الستيني)

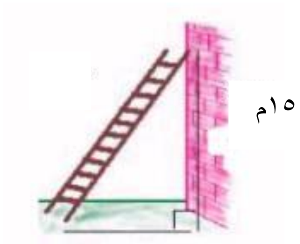
(الضلع$_{٢}$)^{٢} = (الوتر)^{٢} – (الضلع$_{١}$)^{٢} مبرهنة فيثاغورس

(الضلع$_{٢}$)^{٢} = (٢٢)^{٢} – (١١)^{٢} = ٤٨٤ – ١٢١ = ٣٦٣

الضلع$_{٢}$ = $\sqrt{٣٦٣}$ = ١١ $\sqrt{٣}$

إذن محيط المثلث = ٢٢ + ١١ + ١١$\sqrt{٣}$ = ٣٣ + ١١$\sqrt{٣}$ سم.

٦) يحتاج أحد رجال الإنقاذ إلى تثبيت سلم على بناية طولها ١٥م، إذا علمت أن من شروط السلامة أن تكون المسافة بين قاعدة السلم والمبنى بمقدار ربع طول السلم تقريبا، جد المسافة التقريبية لبعد قاعدة السلم عن البناية.



الحل:

نفرض طول السلم = س متر ⟵ المسافة بين قاعدة السلم والمبنى = $\frac{س}{٤}$ متر.

(س)^{٢} = (١٥)^{٢} + ($\frac{س}{٤}$)^{٢} ⟵ س^{٢} - $\frac{س^{٢}}{١٦}$ = ٢٢٥

س = $\sqrt{\frac{٢٢٥ \times ١٦}{١٥}}$ = $\frac{٢٠}{\sqrt{١٥}}$ متر.

المسافة = $\sqrt{\frac{٥}{٣}}$ متر = ١،٣ متر تقريبا.

٧) س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص، النقطة ب منتصف س ع، جـ منتصف ص ع. أثبت أن $\overline{\text{ب جـ}} \perp \overline{\text{ص ع}}$.

الحل:

بما أن ب منتصف س ع ، جـ منتصف ص ع (معطيات)

إذن ب جـ توازي س ص (القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعي مثلث توازي الضلع الثالث)

ومنه الزاوية جـ والزاوية ص متساويتان (وضع تناظر)

إذن الزاوية ب جـ ع = ٩٠°

ومنه أن $\overline{\text{ب جـ}} \perp \overline{\text{ص ع}}$ وهو المطلوب.

٨) فكر: عين العدد الحقيقي $\sqrt{٢}$ على خط الأعداد باستخدام مبرهنة فيثاغورس.

الحل:

- ارسم مثلثا قائما متطابق الضلعين فيه طول ضلع القائمة ١ سم، فيكون الوتر يساوي $\sqrt{٢}$ وحدة طول.
- افتح الفرجار فتحة تساوي طول الوتر.
- ارسم خط أعداد ، ثم ثبت الفرجار عليه من العدد صفر، وارسم قوسا يقطع خط الاعداد.

ستجد أن القوس قطع خط الأعداد بين العددين ١ ، ٢ وهو أقرب إلى ١.

نقطة التقاطع تساوي العدد $\sqrt{٢}$.

اختبار ذاتي

١) ناقش صحة كل عبارة من العبارات الآتية مبررا إجابتك.

أ) لأي ثلاث أعداد، إذا كان مجموع العددين الأصغرين > العدد الأكبر، فإن هذه الأعداد يمكن أن تكون أطوال أضلاع في مثلث.

ب) في Δ س ص ل ؛ إذا كانت $\measuredangle$ س منفرجة، فإن الضلع ص ل هو أطول أضلاع المثلث.

جـ) إذا كانت $\measuredangle$ هـ د ك خارجة للمثلث هـ د ن، فإنها منفرجة.

د) إذا كانت إحدى القطع المتوسطة في مثلث عمودية على الضلع الساقطة عليه، فإن المثلث متطابق الضلعين.

هـ) في Δ أ ب جـ إذا وُجِد قطعتان متوسطتان عموديتان على ضلعيه، فإن المثلث متطابق الأضلاع.

و) الزوايا الخارجة للمثلث حاد الزوايا، جميعا منفرجة.

ز) في المثلث القائم الزاوية، مساحة المثلث المنتظم المنشأ على الوتر تساوي مجموع مساحتي المثلثين المنتظمين المنشأين على الضلعين الآخرين.

الحل:

أ) نعم ، لأن من خصائص المثلث (مجموع طولي أي ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث).

ب) نعم ، لأن الزاوية س هي أكبر الزوايا ، فيقابلها أطول الأضلاع وهو الضلع ص ل.

جـ) لا، عبارة خاطئة قد تكون الزاوية الخارجية مجاورة لزاوية قائمة فتكون قائمة، أو مجاورة لزاوية منفرجة فتكون حادة.

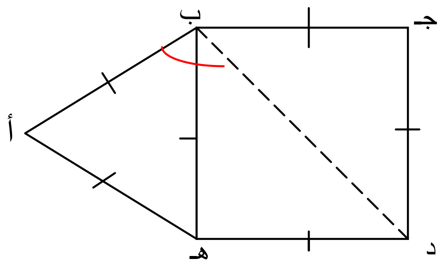
د) نعم ، القطعة المتوسطة تصل بين زاوية مثلث ومنتصف الضلع المقابل له، ومن خصائص المثلث المتطابق الضلعين أن القطعة الواصلة بين رأس المثلث ومنتصف قاعدته تكون عمودية على القاعدة.

هـ) نعم، كما في فرع (د)، وإذا وجد قطعتان عموديتان فإن الأضلاع الثلاثة متطابقة.

و) نعم، لأن مجموع زاوية المثلث والزاوية الخارجة المجاورة لها تشكل زاوية مستقيمة، وبما أن زاوية المثلث حادة فالزاوية الخارجة تكون منفرجة.

ز) نعم، ويمكنك أن تتحقق باستخدام قانون مساحة المثلث.

٢) في الشكل المجاور جد ق ∡ أ ب د:



الحل:

∡ أ ب د = ∡ أ ب هـ + ∡ هـ ب د

= ٦٠° + ٤٥° (∡ أ ب هـ = ٦٠° زاوية في مثلث متطابق الاضلاع)

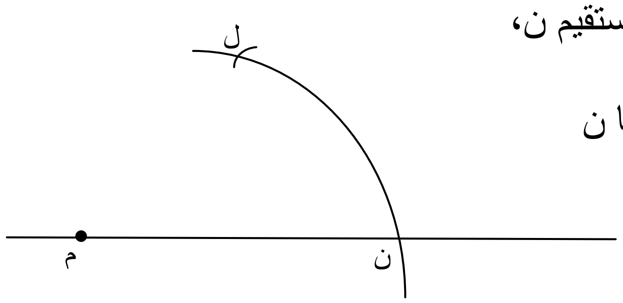
(∡هـ ب د = ٤٥° زاوية في مثلث قائم متطابق الضلعين)

= ١٠٥° .

*٣) رُسِم قوس دائرة مركزها م فقطع الخط المستقيم ن،

ثم رُسِم قوس دائرة بنفس فتحة الفرجار مركزها ن

فقطع القوس الأول في ل. جد ق∡ م ل ن.



الحل:

∡ م ل ن = ٦٠° لأن المثلث م ل ن مثلث متطابق الأضلاع.