**إدارة المناهج والكتب المدرسية**
**إجابات و حلول الأسئلة**
**الصف: الثامن الأساسي الكتاب: الرياضيات الجزء: الأول**

## الوحدة (٥) المعادلات الخطية بمتغيرين

الدرس الأول: المعادلة الخطية بمتغيرين

**فكّر:**

- طلبت المعلمة من الطالبات كتابة المعادلة -٢(هـ - و - ٧) = ١٤ على الصورة العامة، فأجابت كلٌ من سلمى وريم ورزان ولمى الإجابات الآتية على الترتيب:

-٢ هـ – ٢ و = ٠

٢ هـ + ٢ و = ٠

-هـ + و= ٠

هـ - و = ٠

أيهن أصابت؟ برر إجابتك.

الحل:

رزان

-٢(هـ - و - ٧) = ١٤

-٢هـ +٢و +١٤=١٤ بطرح ١٤ من كلا الطرفين

-٢هـ +٢و = ٠ بقسمة كلا الطرفين على ٢

-هـ + و = ٠

**تدريب٢:** ميّز المعادلة الخطية بمتغيرين من غيرها فيما يأتي:

أ) ٧ ص + س = ٥٣ ب) – ٥ ع = ١١ ل – ٥ ي

جـ) ٤٤ – ك = ل$^{٢}$ د) ٢،٩١ س = ٢،٩١ ص

هـ) ٤ جـ + $\sqrt[٣]{٢٨}$ د = ١٧ و) ع ( ١ – ل ) = ٠

الحل:

أ) ٧ ص + س = ٥٣ ✓ ب) – ٥ ع = ١١ ل – ٥ ي ×

جـ) ٤٤ – ك = ل$^{٢}$ × د) ٢،٩١ س = ٢،٩١ ص ✓

هـ) ٤ جـ + $\sqrt[٣]{٢٨}$ د = ١٧ ✓ و) ع ( ١ – ل ) = ٠ ×

**فكّر ثم ناقش:**

لماذا يُشترط في الصورة العامة للمعادلة الخطية بمتغيرين أن لا يكون معامل س فيها صفراً، كذلك أن لا يكون معامل ص فيها صفراً؟

الحل: حتى تبقى بمتغيرين.

**تدريب٣**

أ) أي الأزواج الآتية حل للمعادلة -٢هـ - و = ٠ ، مبررا إجابتك:

(-١ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (١١ ، -٢٢)

الحل: (-١ ، ٢) ، (١١ ، -٢٢) لأنهما يحققان المعادلة عند التعويض.

ب) تتكون إحدى المؤسسات من ٥٨ موظفة وموظف. اكتب المعادلة التي توضح العلاقة بين عدد الموظفات وعدد الموظفين ثم قدم حلين للمعادلة مبررا إجابتك.

الحل:

س + ص = ٥٨

(٤٤ ، ١٤) حل لأن ٤٤ + ١٤ = ٥٨ بالمثل (٥٠ ، ٨) حل.

**تدريب٤**

أ) أعد حل نشاط٣ بجعل المتغير س موضوعاً للقانون.

١) ٦ س – ٢ ص = ٨ ← س = $\frac{8+2ص}{6}$

٢) ١٥ س = - ٧ + ص ← س = $\frac{-7+ص}{15}$

٣) $\frac{2}{5}$ س + $\frac{1}{5}$ ص = ٠ ← س = - $\frac{1}{2}$ ص

٤) ٣ ص = ١٠ – ٢ س + ٢ ص ← س = ٥ - $\frac{ص}{2}$

ب) كوّن معادلةً خطيةً بمتغيرين وأعِد صياغتها بجعل س موضوعاً لها ثم ص موضوعاً لها.

الحل:

ص – س = ٦ ومنه س = ص – ٦

**ناقش** صحة العبارات الآتية مدعمّاً إجاباتك بأمثلةٍ إن لزم الأمر:

١) عند تغيير موضوع القانون من س إلى ص مثلاً أو العكس فإنّ مجموعة حل المعادلة تتغير.

٢) كل اقترانٍ خطيٍّ هو معادلةٌ خطيةٌ بمتغيرين، والعكس صحيح.

٣) س = - ٣ هي معادلةٌ خطيةٌ بمتغيرٍ واحدٍ لكن ليست اقتراناً. برر إجابتك بطريقتين.

**الحل:**

١) الجواب لا تتغير

مثال: مجموعة حل س + ص = ٠ هي مجموعة جميع الأزواج المرتبة التي مسقطها الثاني معكوس الأول.

وعند وضع س موضوع للقانون، أو ص موضوع للقانون:

س = - ص مجموعة الحل هي مجموعة جميع الأزواج المرتبة التي مسقطها الثاني معكوس الأول.

ص = - س  مجموعة الحل هي مجموعة جميع الأزواج المرتبة التي مسقطها الأول معكوس للثاني.

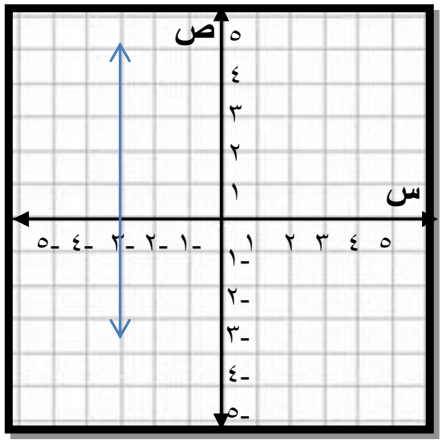
٢) صحيح لأن ق(س) هي نفسها ص، فمثلا ق(س) = ٢س تكتب

ص = ٢س. وكلتاهما معادلة خطية بمتغيرين وبالمثل كلتاهما اقتران خطي.

٣) س = - ٣ هي معادلةٌ خطيةٌ بمتغيرٍ واحدٍ لكن ليست اقتراناً. برر إجابتك بطريقتين.

طريقة ١: الاقتران علاقة لكل عنصر في مجالها صورة واحدة فقط في المدى بينما س = -٣ هي علاقة مجالها العدد -٣ والذي له عدد لانهائي من الصور في المدى حيث كل من (-٣ ، ١) ، (-٣ ، -١) تحققان المعادلة وغيرها الكثير.

طريقة ٢: بتمثيل العلاقة س= -٣، واختبار الخط الرأسي نجد أنها ليست اقتران.



**تمارين ومسائل**

١) ميّز المعادلات الخطية بمتغيرين فيما يأتي مبررا إجابتك:

أ ) ١٨ + ص = ٩ س  ب) ع (٢ – ع) = ٤ ل – ع$^{٢}$

جـ) – ي = ٥ ط  د ) ٣ ن + ١٧ م = - م ن

هـ) س = ٢٨  و ) $\frac{3}{11}$ ك = $\frac{3}{11}$ل

الحل:

كل من أ ، ب ، ج ، و معادلة خطية بمتغيرين لأننا يمكننا وضعها على الصورة العامة:

س + ب ص + جـ = ٠ حيث أ، ب، جـ ∋ ح، أ، ب ≠ صفراً

٢) أعِد صياغة المعادلة -٤ل + ٩ = ل + ع بجعل ل موضوعاً للقانون، ثم بجعل ع موضوعاً للقانون.

الحل:

ل = $\frac{9-ع}{5}$ ، ع = ٩ – ٥ل

٣) بيّن إذا كان الزوج المرتب إزاء كل معادلةٍ فيما يأتي حلاً لها:

أ ) ٢ س – ص = ٨ (١،-٦)  ب) ٣ س + ٢ ص = - ١٢ (٠،٤)

الحل:

أ) (١ ، -٦) حل لأن ٢(١) – (-٦) = ٨

ب)(٤ ، ٠) ليس حل لأن ٣(٤) + ٢ (٠) ≠ -١٢

٤) أجب عن كل مما يأتي:

أ ) هل يمثل قانون حساب مساحة الدائرة معادلةً خطيةً بمتغيرين؟ برّر إجابتك.

الجواب: لا لأن المتغير نق فيها مرفوع للقوى ٢

ب) قدّم أمثلةً لقوانينٍ رياضيةٍ تمثل معادلات خطيةً بمتغيرين.

الحل: محيط الدائرة:

م = ٢π نق

٥) عددان، خمسة أمثال الأول مطروحا من الثاني يساوي ١٠، اكتب معادلة خطية بمتغييرين توضح العلاقة بين هذين العددين، ثم اكتب حلين لها مبررا إجابتك.

الحل: ص – ٥ س = ١٠ وكل من (١ ، ١٥) ، (٢ ، ٢٠) حل لها لأنهما يحققانها عند التعويض.

٦) المعادلة س$^{٢}$ + ص$^{٢}$ = ٤ هي معادلة دائرة، قال عادل هي معادلة بمتغيرين، وقال قصي هي معادلة ليست خطية، أيهما أصاب؟ برر إجابتك.

عادل أصاب إذ أنها معادلة بمتغيرين لكنها ليست خطية لأن قوى كل متغير ≠ ١.

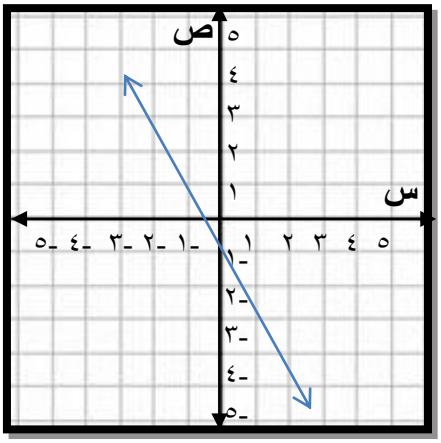
الدرس الثاني: التمثيل البياني لمعادلةٍ خطيّةٍ بمتغيرين

**تدريب ١**

مثّل مجموعة حل المعادلة ٣ + ٦ س + ٣ ص = ٠ بيانياً، ثم حدّد أي النقاط الآتية تنتمي إلى مجموعة الحل مبرراً إجابتك:

$(١٠ ، -٢١) ، (٠ ، ٠) ، (-\frac{1}{2} ، ٠) ، (-١٧ ، -٣٥)$.

الحل:




(٠ ، ٠) من الرسم لا تقع على الخط إذا لا تنتمي لمجموعة الحل.

$(-\frac{1}{2} ، ٠)$ من الرسم تقع على الخط إذا تنتمي لمجموعة الحل.

(١٠ ، -٢١) تحقق المعادلة ٣ + ٦ س + ٣ ص = ٠

عند التعويض فيها فهي حل لها.

(-١٧ ، -٣٥) لا تحقق المعادلة ٣ + ٦ س + ٣ ص = ٠

عند التعويض فيها فهي ليست حل لها.

**تدريب٢**

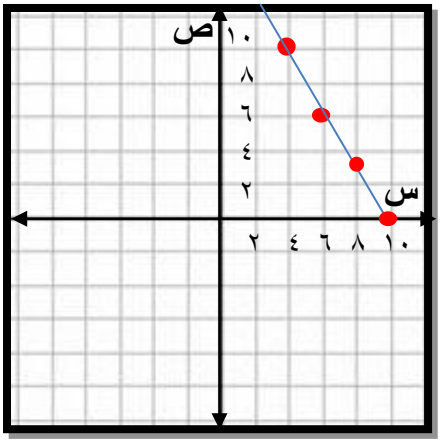
أ) حُل المسألة الآتية بيانياً:

يبيع أحمد البناطيل والقمصان، إذا كان يربح في البنطال الواحد ثلاث دنانير وفي القميص الواحد دينارين، ويخطط ليكون مجموع أرباحه اليومية ٣٠ دينارٍ. ما عدد البناطيل والقمصان التي عليه بيعها يوميا ليحقق هذا الربح؟

الحل:

٣ س + ٢ص = ٣٠ حيث س عدد البناطيل، ص عدد القمصان

وبتمثيل المعادلة بيانيا لحصر كافة الحلول بيانيا



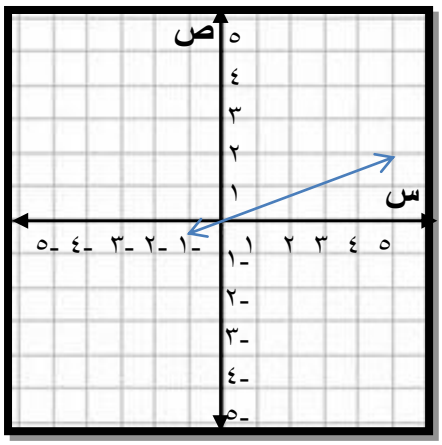

نجد أن الحل هو جميع الأزواج المرتبة التي تقع على الخط في الربع الأول من المستوى والتي كل من الإحداثياتها أعداد صحيحة والتي هي (١٠ ، ٠) ، (٨ ، ٣) ، (٦ ، ٦) ، (٤ ، ١٠) ، (٢ ، ١٢) ، (٠ ، ١٥).

**تمارين ومسائل**

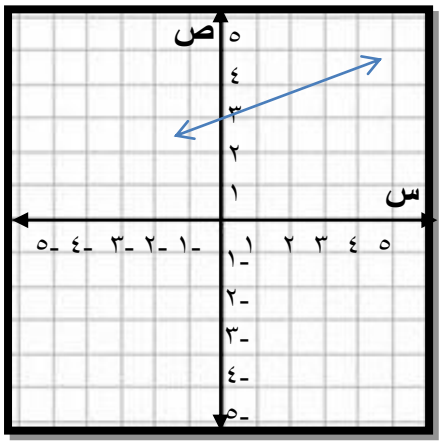
١) أجب عن الأسئلة الآتية:

أ) مثّل كل معادلة مما يأتي بيانياً:

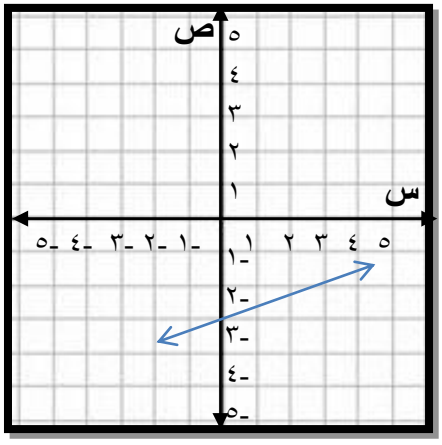
١) ص = $\frac{1}{3}$ س




٢) ص = $\frac{1}{3}$ س + ٣




٣) ص = $\frac{1}{3}$ س – ٣



ب) أي الأزواج المرتبة (٩،٠)، (٠،٣)، (-٢،٧ ، -٣،٩)، ( هـ ، $\frac{\text{هـ}}{٣}$ )،

( $\sqrt[٢]{5}$ ، $\frac{\sqrt[٢]{5}}{٣}$ -٣ ) ينتمي إلى مجموعة حل المعادلة :

ص = $\frac{1}{3}$ س – ٣؟

الحل:

كل من (٩،٠) (٠،٣)، ( هـ ، $\frac{\text{هـ}}{٣}$ )، من الرسم لاتنتمي لأن كل منها لا

يقع على الخط (بالنسبة للنقطة ( هـ ، $\frac{\text{هـ}}{٣}$ ) فإنها تعني كل عدد يرتبط

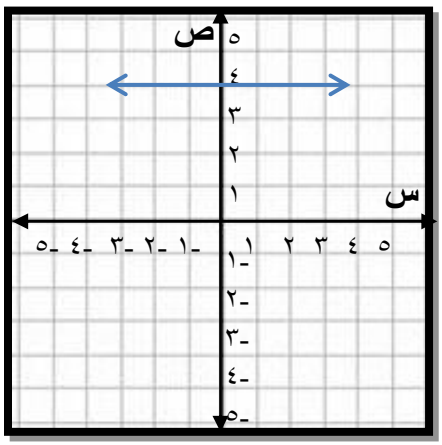
مع ثلثه ومن الخط البياني هذا لا يتحقق).

(-٢،٧ ، -٣،٩) تنتمي لأنها تحقق المعادلة عند التعويض بها.

( $\sqrt[٢]{5}$ ، $\frac{\sqrt[٢]{5}}{٣}$ -٣ ) لا تنتمي لأنها لا تحقق المعادلة عند التعويض بها.

٢) مثّل المعادلة ٣ ص – ١٢ = ٠ بيانياً، ثم حددعلاقة المستقيم الناتج مع كل من محور السينات ومحور الصادات.

الحل: ٣ ص – ١٢ = ٠ بوضع ص موضوع للقانون ص = ٤.




يوازي محور س

٣) كوّن معادلةً خطيّة بمتغيرين في كلٍ مما يأتي، ثم مثّلها بيانياً:

أ ) درجة حرارة الجو بالفهرنهايت ف تساوي تسع أخماس درجة الحرارة بالسيليسيوس مضافاً إليها ٣٢.

المعادلة هي: ف = $\frac{9}{5}$ س + ٣٢ (عند التمثيل نعتبر ف هي ص)

ب) عددان طبيعيّان مجموعهما ١٧.

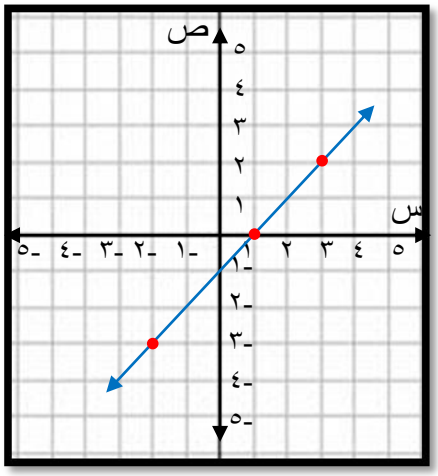
المعادلة هي: س + ص = ١٧ (عند التمثيل يكون الحل جميع الأزواج المرتبة التي مسقطيها عددان طبيعيان)

ج ) محيط شكلٍ تُساعيٍّ مُنتظمٍ.

ص = ٩س حيث س طول الضلع وَ ص المحيط.

٤) اكتب معادلة المستقيم الممثل جانبا؟

ثم تحقق من صحتها.




المعادلة:

ص = س – ١

والتحقق من الصحة بتعويض

نقطتين تقعان على الخط فيها مثل (٣ ، ٢) ، (١ ، ٠)

الدرس الثالث: حل المعادلتين الخطيتين بمتغيرين بيانياً

**فكّر ثم ناقش**

- في نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين، لماذا تُعتبر مجموعة حله حلاً للمعادلة الأولى وكذلك للثانية؟
- كيف يمكنك التحقق من أنّ الزوج المرتب الناتج من تقاطع المستقيمين الممثلين لمجموعة حل معادلتين في نظامٍ ما هوٌ حلٌ لهذا النظام؟

الحل:

جواب نقطة النقاش الأولى: لأن حل النظام يجب أن يحقق كلتا المعادلتين.

جواب نقطة النقاش الثانية: بالتعويضها في كلتا المعادلتين فإن حققت كلتا المعادلتين كانت حلا للنظام.

**تدريب١**

أ) بيّن فيما إذا كانت {(٢،-٢)} مجموعة حل للنظام ٣س + ص= ٤

س – ٣ ص= -٤

بتعويض (٢ ، -٢) في المعادلة الأولى نجد أن:

٣س + ص = ٣ (٢) + (-٢)

= ٦ -٢ = ٤ إذن تحقق المعادلة الأولى

وفي الثانية نجد:

س – ٣ ص= ٢ – ٣(-٢)

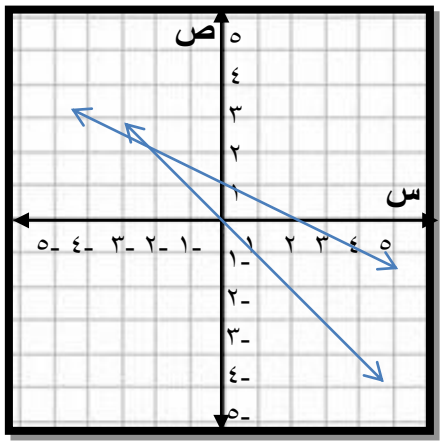
= ٢ +٦= ٨ ≠ -٤ إذن لا تحقق المعادلة الثانية

وبالتالي ليست حلا للنظام

ب) جد مجموعة حل النظام الآتي بيانيا؟ ثم تحقق من صحة حلك.

$$س + ص = ٠ \ ، \ ص = -\frac{1}{2} س + ١$$

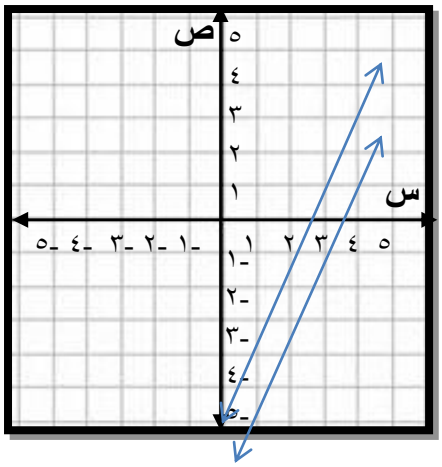
الحل:




الحل من الرسم هو (-٢ ، ٢) ونتحقق بالتعويض في كلتا المعادلتين.

**تدريب٢:** جد مجموعة حل كل من النظامين الآتيين:

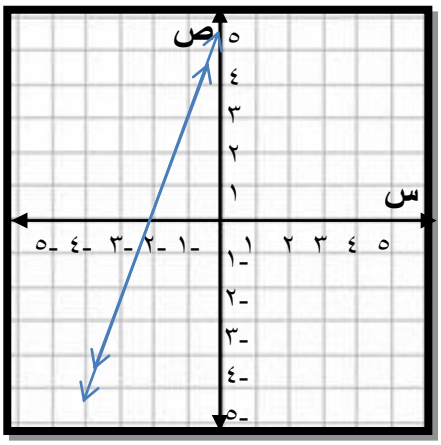
أ) ٢س = ٥ + ص ، ٢س = ٧ + ص.




الخطان متوازيان

لا يوجد حل للنظام

ب) ص = ٣ س + ٦ ، ٦ س – ٢ ص + ١٢ = ٠




الخطان منطبقان إذن عدد الحلول مجموعة غير منتهية من النقاط وهي مجموعة جميع النقاط التي تقع على أحد الخطين.

إذا انطبق المستقيمان الناتجان عن تمثيل معادلتين، فإن مجموعة حل النظام هي مجموعة غير منتهية من النقاط، وهي مجموعة جميع النقاط الواقعة على أحد الخطين .

نشاط ٢

النتيجة

يكون:

حل النظام حلاً حيدا إذا كانت قيمة أ في المعادلة الأولى **لا** تساوي قيمتها في الثانية وقيمة ب في الأولى **لا** تساوي قيمتها في الثانية.

لا يوجد حل للنظام إذا كانت قيمة أ في المعادلة الأولى تساوي قيمتها في الثانية

مجموعة حل النظام مجموعة غير منتهية من النقاط إذا كانت قيمة أ في المعادلة الأولى تساوي قيمتها في الثانية وقيمة ب في الأولى تساوي قيمتها في الثانية .

**تمارين ومسائل**

١) تحقق فيما إذا كانت النقطة المُعطاة لكل نظامٍ مما يأتي هي حل له:

أ ) ص = $\frac{2}{3}$ س
ص + $\frac{1}{3}$ س = ٦
النقطة (٩ ، ٦)

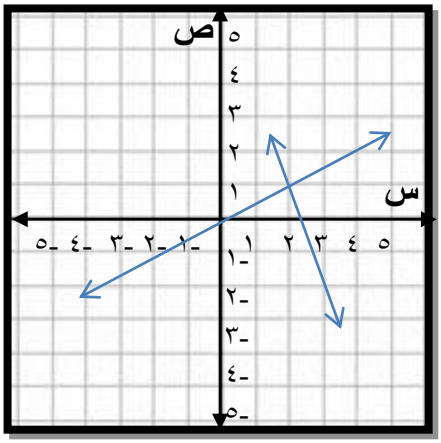
ب) س = ٣ ص + ٢
٦ص – ٢س = -٤
النقطة (-١ ، -١)

جـ) ص = – ٢س -١
٢ س = - ص +٣
النقطة (٠ ، ٥)

الحل:

أ) لا تحقق المعادلة الثانية إذن هي ليست حلا للنظام.
ب) حل للنظام لأنها تحقق كلتا المعادلتين
ج) لا تحقق كلتا المعادلتين لهذا هي ليست حل للنظام

٢) حُل نظام المعادلات ٠،٥س = ص ، ٢ص + ٦س = ١٤ بيانيا.




الحل (٢ ، ١)

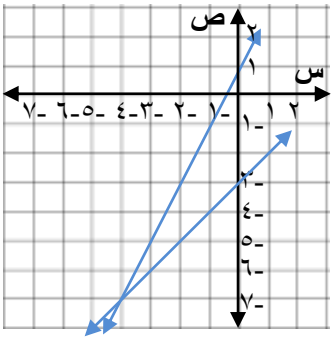
٣) ما قيمة المتغير ب التي تجعل النقطة (٢ ، ٦) حلاً للنظام:

ص = ٢ س + ٢

ص = ٢،٥ س + ب

الحل: ب =١ (بتعويض النقطة في المعادلة الثانية)

٤) أي أنظمة المعادلات الآتية يمثلها الرسم المجاور؟




أ ) ص = ٢ س – ١ ب ) ص = ٢ س – ١

ص = - س + ٣ ص = ٢ س – ٣

جـ) ص = ٢ س + ١ د ) ص = ٢ س + ١

- ص = -٢ س – ١ ص = س – ٣

الحل: د

٥) أعط نظاما من معادلتين خطيتين بمتغيرين بحيث يكون المستقيمان الناتجان عن تمثيلها:

أ) متوازيان ب) متطابقان جـ) متقاطعان

الحل:

أ) ٢س + ص = ٠ ، ٢س + ص = ٥

ب)س + ٤ص=٥ ، ٣س + ١٢ص = ١٥

ج) س = ص ، س = ٣ص + ١

## الدرس الرابع: حل المعادلتين الخطيتين بمتغيرين بالتعويض

**تدريب١**

استخدم طريقة التعويض في حل النظام

س + ٣ ص = ١٢ ، ص = س-٤

الحل:

نعوض ص = س-٤ في س + ٣ ص = ١٢

س+ ٣(س-٤) = ١٢

س + ٣س – ١٢ = ١٢

٤ س = ٢٤

س = ٣ ونعوض بقيمة س في ص = س-٤

ص = -١ .

**تدريب٢**

استخدم طريقة التعويض في حل الأنظمة الآتية:

أ) - ٦ س + ٣ ص = - ٢ ، ص = ٢ س - ٤

الحل:

نعوض ص = ٢ س – ٤ في - ٦ س + ٣ ص = - ٢

- ٦ س + ٣ (٢ س – ٤) = - ٢

-٦س + ٦س -١٢ = -٢

-١٢ ≠ -٢ بما أننا وصلنا لتناقض إذا الخطان الناتجان عن تمثيل المعادلتين السابقتين لا يتقاطعان، إذن لا يوجد حل للنظام.

ب) ٤ ص = ٨ – ٢ س ، ٥س + ١٠ ص = ٢٠

الحل:

٤ ص = ٨ – ٢ س نضع ص موضوع للقانون

ص = ٢ - $\frac{1}{2}$ س نعوضها في ٥س + ١٠ ص = ٢٠

٥س + ١٠ (٢ - $\frac{1}{2}$ س ) = ٢٠

٥س + ٢٠ – ٥س = ٢٠

٢٠ = ٢٠ إذن الخطان الناتجان عن تمثيل المعادلتين السابقتين منطبقان ومنه مجموعة حل النظام هي مجموعة كل النقاط الواقعة على خط أحدهما.

**تدريب٣**

أ)عددان مجموعهما ١١، ثلاثة أمثال أحدهما يزيد عن مثلي العدد الآخر بمقدار ٥، ما العددان؟

**الحل:**

نكون معادلتين ثم نحلهما بالتعويض

س + ص = ١١ ، ٣س – ٢ص = ٥

وبالحل بالتعويض يكون حل النظام هو: $(\frac{٢٧}{5} ، \frac{28}{5})$

ب) اشترى مازن قلمي حبرٍ وثلاثة دفاتر دفع ١٥٥ قرشاً ثمناً لها، إذا علمتَ أنّ ثمن الدفتر الواحد ٣٥ قرشاً. كوّن نظام معادلاتٍ تعبر عن مشتريات مازن ثم حلها. ماذا يمثل الحل الذي حصلتَ عليه؟

**الحل:**

نكون معادلتين ثم نحلهما بالتعويض

٢س + ٣ص = ١٥٥ ، ص = ٣٥

حل النظام هو: (٢٥ ، ٣٥) بمعنى ثمن القلم ٢٥قرشا

**فكّر**

حُل النظام الآتي المكوّن من ثلاثِ معادلاتٍ خطيّةٍ بثلاث متغيرات بالتعويض؟ ثم تحقق من حلك.

ل + ع + س = ٧

ع + س = ٥

٢ ع – ٤ س = -١٤

الحل:

ع + س = ٥ ومنه س = ٥ – ع  نعوضها في ٢ ع – ٤ س = -١٤

فتكون قيمة ع = ١ وبالعودة والتعويض في س = ٥ – ع تكون قيمة س = ٤ ، ثم نعوض في ل + ع + س = ٧ بقيمة كل من س ، ع ومنه  ل = ٢

**تمارين ومسائل**

١) ع، ل زاويتان متتامتان، كون معادلتين لإيجاد قياس كلٍ منهما في الحالات الآتية:

أ) ل = ٤ ع - ١٠  ب) ع = ٢ ل  جـ) ل = ٢(ع – ١٥)

الحل:

ع، ل زاويتان متتامتان، ومنه المعادلة الأولى هي: ع + ل = ٩٠°

ثم نحل بالتعويض مع المعادلة الموضحة في كل فرع:

أ) ل = ٧٠°  ،  ع = ٢٠°

ب) ل = ٣٠°  ، ع = ٦٠°

ج) ل = ٥٠°  ، ع = ٤٠°

٢) عددان مختلفان، ٥ أمثال العدد الأصغر مطروحاً من مثلي العدد الأكبر يساوي ١٦، والعدد الأكبر مضافاً إليه ٣ أمثال العدد الأصغر يساوي ٦٣. ما العددان؟

الحل:

نكون معادلتين ٢ ص – ٥س = ١٦ ، ص + ٣س = ٦٣

وبالحل بالتعويض يكون س = ١٠ ، ص = ٣٣

٣) أراد أحمد الاشتراك في نادٍ رياضيٍّ، زار الأندية القريبة فكانت العروض الشهرية الشاملة فيها كالآتي:

| | رسوم الاشتراك الشهري |
|---|---|
| النادي الأول | ٥٠ ديناراً رسم تسجيلٍ للمرة الأولى، وَ١٠ دنانيرٍ شهرياً |
| النادي الثاني | ١٥ دينارٍ شهرياً |

أ ) بعد كم شهرٍ ستتساوى كُلفة الاشتراك في الناديين؟ ماذا ستكون هذه الكُلفة؟

الحل:

نكون معادلتين ١٠ س + ٥٠ = ص ، ١٥ س = ص حيث ص الرسم الشهري ، وَ س عدد الأشهر.

وبالحل بالتعويض يكون الجواب أن الكلفة تتساوى بعد ١٠ شهور.

ب) حدد أي الاشتراكين أفضل خلال فترات الاشتراك الآتية مبرراً إجابتك:

١) ٧ أشهرٍ.

٢) ١٠ أشهرٍ.

٣) سنةٍ كاملةٍ.

الحل:

أ) النادي الثاني لأنه الأرخص خلال هذه الفترة وبتجاهل المميزات الأخرى.

ب) أي منهما جيد إذا نظرنا إلى التكلفة فقط وبتجاهل المميزات الأخرى.

ج) النادي الأول لأنه الأرخص خلال هذه الفترة وبتجاهل المميزات الأخرى.

# الدرس الخامس: حل المعادلتين الخطيتين بمتغيرين بالحذف

**تدريب ١**

١) استخدم طريقة الحذف في حل الأنظمة الآتية، ثم صِف المستقيمات الناتجة عن تمثيل كل منها معتمداً على مجموعة الحل دون تمثيلها:

أ) ٣ س + ٢ ص = ٦
- س + ص = -٢

ب) س + ٣ ص = ١٢
ص = س – ٤

جـ) ٤ ص = ٨ – ٢ س
٥ س + ١٠ ص = ٢٠

د) - ٦ س + ٣ ص = - ٢
ص = ٢ س - ٤

الحل:

أ) ٣ س + ٢ ص = ٦

- س + ص = -٢ ..... (٢)

بضرب المعادلة ٢ في ٣ ثم جمعها مع المعادلة الأولى ينتج:

٥ص = ٠ ومنه ص = ٠ ثم نعوض قيمة ص في أي من المعادلتين

فتكون النتيجة س = ٢

حل النظام (٢ ، ٣) ، والمستقيمان متقاطعان

ب) س + ٣ ص = ١٢ ..... (١)

ص = س – ٤ .... نعيد كتابتها لتصبح

- س + ص = -٤ ..... (٢)

بجمع المعادلتين (١) ، (٢) ينتج ص=٢ ونعوضها في إحدى المعادلتين فتكون س = ٦

حل النظام (٦ ، ٦) المستقيمان متقاطعان

جـ) ٤ ص = ٨ – ٢ س ... نعيد ترتيبها ونقسمها على ٢ فتصبح

س + ٢ص = ٤ ... (١)

٥ س + ١٠ ص = ٢٠ ... (٢)

بضرب المعادلة (١) في -٥ ثم جمعها مع (٢) ينتج

٠ = ٠ وهذا يعني أن الخطين منطبقين وبالتالي لدينا عدد لانهائي من الحلول للنظام.

د) - ٦ س + ٣ ص = - ٢

ص = ٢ س – ٤ .... نعيد كتابتها لتصبح

-٢س + ص = - ٤ ... (٢) نضرب (٢) في -٣ ثم نجمعها مع المعادلة الأولى فينتج ٠ ≠ ١٠ ، وهذا يعني أن الخطين متوازيين وهذا يعني عدم وجود حل للنظام.

٢) س ، ص زاويتان متكاملتان، يزيد قياس س بمقدار ١٠٤° على قياس ص. ما قياس الزاويتين؟

الحل:

نكون معادلتين

ص + س = ١٨٠°

ص – س =١٠٤° بجمع المعادلتين ينتج:

ص = ١٤٢° نعوض بقيمتها في أي معادلة فيكون الناتج س = ٣٨°

**تمارين ومسائل**

١) استخدم طريقة الحذف في حل أنظمة المعادلات الخطية الآتية، ثم تحقق من صحة حلك:

أ ) - ٥ س + ٧ ص = ١١ ، - ٥ س + ٣ ص = ١٩

الحل:

بضرب المعادلة الثانية في -١ ثم إضافتها للأولى ينتج:

ص = -٢ نعوضها في أي معادلة فينتج

س = -٥ الحل (-٥ ، -٢)

التحقق بتعويضها في كلتا المعادلتين.

ب) ٢ س + ٣ ص = ١٢ ، ٥ س – ص = ١٣

الحل:

بضرب المعادلة الثانية في ٣ ثم جمعها مع الأولى ينتج:

س = ٣ ثم نعوضها في إحدى المعادلتين فنحصل على

ص = ٢ حل النظام (٣ ، ٢)

جـ) ٢ س + ٦ ص = ١٢ ، ٧ س – ٣ ص = - ٢٣

لحل:

بضرب المعادلة الثانية في ٢ ثم جمعها مع الأولى ينتج:

س = $\frac{17-}{8}$ ثم نعوضها في إحدى المعادلتين فنحصل على

ص = $\frac{65}{24}$ حل النظام ($\frac{17-}{8}$ ، $\frac{65}{24}$)

٢) ما قيمة ب التي تجعل النقطة (٢،٦) حلاً للنظام:

ص = أ س + ٢ ب ، ص = ٣ أ س + ب

نعوض (٦ ، ٢) في كلتا المعادلتين ثم نحل بالحذف

فتكون أ = $\frac{1}{15}$ ، ب = $\frac{4}{5}$

٣) مع فاطمة وأخيها خالد قطع من الحلوى، إذا أعطت فاطمة خالدًا خمسةُ قطع حلوى يتساوى عدد قطع الحلوى مع كليهما، وإذا أعطى خالد فاطمة خمسة قطع حلوى يصبح عدد القطع مع فاطمة مثلي عددها عند خالد. فما عدد قطع الحلوى مع كليهما؟

الحل:

نكون معادلتين:

نفرض عدد قطع حلوى فاطمة = س

نفرض عدد قطع حلوى خالد = ص

س - ٥ = ص + ٥ ، ٢( ص – ٥ )= س + ٥

بحل المعادلتين بالحذف ينتج:

س = ٣٥ ، ص = ٢٥

**مراجعة**

١) ميّز المعادلات الخطية بمتغيرين فيما يأتي:

أ ) $\frac{1}{س}$ - ص = ٤ : س ≠ ٠ ب) ع + ٥ ل = ل - ١

جـ) ٣ م ن – م = ٢ د ) ٨ هـ + ٤ و = ١٤ ز

هـ) ٢,٥ ك – ٤,٣ ل = ٠ و ) ٩ $س^{٢}$ + س = ٣ $ص^{٢}$ – ص

ز) $\frac{١١ ط - ح}{3-}$ = ٦٣ ح) $أ^{٢}$ ع – ٢ أ ل + أ = ٠ : أ ثابت

الحل:

المعادلات الخطية في متغيرين هي في كل من:

ب ، هـ ، ز ، ح.

٢) أعد صياغة المعادلة ٤(٢ – ٣ص) = ٢٤س ، جاعلا ص موضوعاً للقانون، ثم س موضوعاً له.

الحل:

ص = - س + $\frac{2}{3}$ ، س = $\frac{1}{3}$ - $\frac{ص}{2}$

٣) جد قيمة المتغير التي تجعل الزوج المرتب إزاء كل معادلةٍ حلاً لها.

أ ) ص = ٢ س + ٥ (-١، ص) الحل ص = ٣

ب) ص = - ٣ س – ١ (س ، ٥) الحل س = -٢

جـ) ٤ س – ٧ ص = ١٩ (-٤ ، ص) الحل ص = -٥

د ) ٦ س + ٥ ص = ٢١ (س + ٢ ، -٣) الحل س = ٤

٤) تحقق فيما إذا كانت النقطة المُعطاة لكل نظامٍ مما يأتي تمثل حلاً له:

أ ) ٢ س - ص = ٥
- ٢ س + ص = ١
النقطة (١،٣) ×

ب) س + ٢ ص = ٦
س – ص = ٣
النقطة (٤،١) ×

جـ) س – ٢ ص = ٤
٣ س + ص = ٥
النقطة (٢،-١) ✓

د ) ٢ س + ٥ ص = ٨
٣ س – ٢ ص = ٥
النقطة (-٢،١) ×

٥) حُل أنظمة المعادلات الخطية الآتية مستخدما الطريقة الموضحة بجانب كل منها:

أ ) ص = - ٤ س – ٣

ص = ٢ س + ٣ (بيانيا) الحل: (-١ ، ١)

ب) ٣ ص + س = ١٦

س = ٤ ص + ٢ (بالتعويض) الحل: (١٠ ، ٢)

جـ) ٢ س + ٦ ص = ٤

٤ س + ٥ ص = ١٥ (بالحذف)  الحل: (٥ ، -١)

٥) ناقش صحة العبارةِ الآتية مبرراً إجابتك ومستشهداً بمثالٍ يدعمها.

دائما مجموعة حل نظام معادلتين خطيتين بمتغيريين هي مجموعة غير منتهية من النقاط.

الجواب لا فالنظام ص = - ٤ س – ٣ ، ص = ٢ س + ٣

حله نقطة واحدة (-١ ، ١)

**اختبار ذاتي**

١) يتكون هذا السؤال من ٤ فقراتٍ من نوع الاختيار من متعدد، لكل فقرةٍ منها ٤ بدائل واحدٌ فقط منها صحيحٌ، ضع دائرةً حول رمزِ البديلِ الصحيحِ:

(١) أي الأزواج المرتبة الآتية ليس حلاً للمعادلة ٥ س – ٤ ص = ٧؟

أ) (-٩ ، -١٣)  ب) (٥ ، -٩)  جـ) (٧ ، ٧)  د) (١١، ١٢)

(٢) المجموعة {(٠ ، ٥ )،( -١ ، ٦ )} هي مجموعةٌ جزئيةٌ من مجموعة حل المعادلة:

أ ) س – ص = ٣  ب) س = ٥ - ص

جـ) ص = ٧ س  د) ص = - س

(٣) أي الأزواج المرتبة يعتبر حلاً لنظام المعادلات

ص = - ٣ س – ٢ ، س + ٢ ص = - ٤

أ) (٢ ، ٠) ب) (٠ ، ٢) جـ) (٤ ، -٢) د) (-٢ ، ٠)

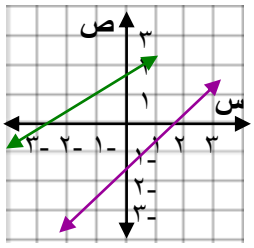
(٤) ما قيمة المتغيرين و ، هـ التي تجعل مجموعة حل النظام

ص = ٢ س + و ، ص = ٢ س - هـ ، غير منتهية ؟

أ) و= ٣ ، هـ = ٣ ب) و= ٣، هـ = -٣

جـ) و= -٣، هـ = -٣ د) و= ٠، هـ = ٣

٢) تقول مها أنه لا يوجد حلٌ لنظام المعادلات الخطية الممثل بالرسم المجاور، بينما تقول أمل أنه يوجد حلٌ واحدٌ للنظام. أيهما أصابت؟ برر إجابتك.




الحل: أمل أصابت لأنه عند مد الخطين يتقاطعا في نقطة.

٣) كوّن أنظمة معادلات خطية تحقق الشروط الآتية:

أ ) مجموعة الحل $\phi$

الحل: س + ص = ٧ ، ٢س + ٢ص=١

ب) مجموعة الحل {(٠،-٤)}

الحل: س -٤ = ص ، ٣س -٨= ٢ص

٤) إذا كانت تعرفة المكالمات في شركتي اتصالاتٍ كما هو موضحٌ في الجدول، أجب عن الأسئلة التي تليه:

| | |
|---|---|
| **الشركة أ** | ٧ قروشٍ للدقيقة الأولى ثم تزيد قرشاً واحداً لكل دقيقةٍ تليها. |
| **الشركة ب** | قرشان للدقيقة الأولى ثم تزيد قرشان لكل دقيقةٍ تليها. |

أ ) كون معادلة تعبر عن تعرفة كل شركة.

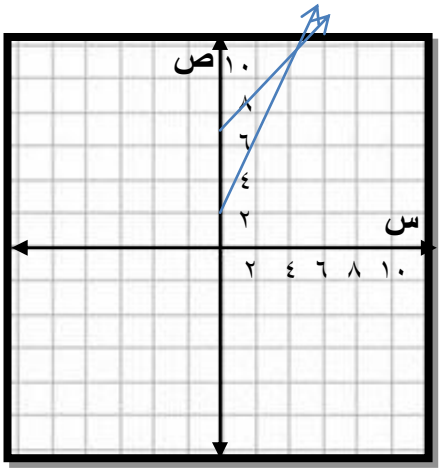
الحل: نفرض س عدد الدقائق بعد الدقيقة الأولى

٧ + س = ص

٢ + ٢س = ص

ب) مثّل تعرفتي الشركتين بيانياً على الرسم نفسه.

(إرشاد تحتاج إلى التمثيل في الربع الأول فقط من المستوى الديكارتي، برر ذلك)



جـ) بعد كم دقيقة من المكالمات تتساوى التعرفتين؟

بعد ٦ دقائق مع الدقيقة الأولى.

د) يريد صاحب محلٍ شراء خطٍ من إحدى الشركتين، بأي التعرفتين تنصحه؟ برر إجابتك.

بالشركة الأولى لأنها بعد ٦ دقائق من المكالمات تصبح أرخص.