حلول تمارين ومسائل الوحدة الثالثة / ١. ث علمي
المتتاليات والمتسلسلات الحسابية والهندسية

الفصل الأول / ص ١٢٠ : المتتاليات

١) أ) $\text{ح}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{٣^{\text{ن}}}$ ب) $\text{ح}_{\text{ن}} = (-١)^{\text{ن}}$ ج) $\text{ح}_{\text{ن}} = ٣$

٢) أ) ٤ ، ٧ ، ١٠ غير منتهية
ب) ٠ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٢}{٦}$ غير منتهية
ج) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ منتهية

٣) ٢٠٣٠ ، $\text{ح}_{\text{ن}} = ٢٠٠٢ + (\text{ن} - ١) \times ٤$

٤) ١٧٥٨ ، ١٨٣٤ ، ١٩١٠ ، ١٩٨٦ ، ٢٠٦٢ ، ٢١٣٨

٥) ١ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٣ ، ٢١ ، ٣٤ ، ٥٥

تمارين ص ١٢٤ : المتسلسلات

١) أ) ٦ + ١٢ + ١٨   ب) $١ + \frac{٢}{٥} + \frac{٤}{٢٥}$
ج) ٠ + ٣ + ٦   د) $٠ + \frac{١}{٥} + \frac{٢}{٦}$

٢) أ) $\sum_{\text{ن}=١}^{٦} (٣\text{ن} - ١)$ ب) $\sum_{\text{ن}=١}^{\infty} \frac{١}{\text{ن}^٢ + ١}$ ج) $\sum_{\text{ن}=١}^{\infty} \left(\text{ن} - \frac{١}{\text{ن}+١}\right)$

٣) أ) $\frac{١}{٤} + \frac{٢}{٥} + \frac{٣}{٦} + \frac{٤}{٧} + \frac{٥}{٨}$
ب) ٠ + ١ + ٤ + ٩
ج) ٧ + ٤ − ١ − ٨ − ...

٤) أ) $\text{ح}_{\text{ن}} = ٤\text{ن}$
ب) ٤٠ ريال
ج) $٤ + ٨ + ١٢ + \cdots + ٤٠ = \sum_{\text{ر}=١}^{١٠} ٤\text{ر}$

الفصل الثاني / المتتاليات والمتسلسلات الحسابية

تمارين ص١٣ : المتتاليات الحسابية

١) أ) حسابية لأن $ح_٢ - ح_١ = ح_٣ - ح_٢ = \dots = -\frac{١}{٣}$

ب) ليست حسابية لأن $ح_٢ - ح_١ = ١$ ، $ح_٣ - ح_٢ = ٢$

٢) أ) $ح_ن = أ + (ن - ١)د$

$١٠١ = ١ + (ن - ١) \times ٢$ ومنه ن = ٥١ = عدد الحدود

ب) $٣٫٧٥ = ١٠ + (ن - ١) \times -١٫٢٥$

$-٦٫٢٥ = (ن - ١) \times -١٫٢٥$

ن − ١ = ٥ ومنه ن = ٦ = عدد الحدود

٣) تكون المتتالية ٧ ، ١٤ ، ٢١ ، ... ، ٤٤٨

$٤٤٨ = ٧ + (ن - ١) \times ٧$

$٤٤١ = (ن - ١) \times ٧$ ومنه ن = ٦٤

عدد الحدود الصحيحة الموجبة التي تقبل القسمة على ٧ وأقل من ٤٥٠ يساوي ٦٤

٤) أ) $٢٠٠ + ٣٠٠ + ٤٠٠ + \dots + ١١٠٠ = \sum_{ن=١}^{١٠} ١٠٠(ن+١)$

ب) $ح_٨ = ١٠٠(٨ + ١) = ٩٠٠$ دينار

٥) أ) $ف = ٦٠٠ \times \frac{٥}{١٠٠} \times ٤ = ١٢٠$ دينار

ب) $ف(٢٠) = ٦٠٠ \times \frac{٥}{١٠٠} \times ١٢ = ٣٦٠$ دينار

الجملة = المبلغ + الفائدة = ٦٠٠ + ٣٦٠ = ٩٦٠ ديناراً

٦) أ) $ح_{ن+١} - ح_ن = ٤(ن+١) + ٣ - (٤ن + ٣)$

$= ٤$

المتتالية حسابية لأن الفرق بين كل حد والذي يسبقه مقداراً ثابتاً يساوي ٤ .

ب) $ح_{ن+١} - ح_ن = -\frac{١}{٣}(ن+١) + ٢ - (-\frac{١}{٣}ن + ٢)$

$= -\frac{١}{٣}$

المتتالية حسابية لأن الفرق بين كل حد والذي يسبقه مقداراً ثابتاً يساوي $-\frac{١}{٣}$

٧) ع١ = ٢٤ ، ع٤ = ٦

٦ = ٢٤ + ٣ء

٣ء = -١٨ ومنه ء = -٦

المتتالية ٢٤ ، ١٨ ، ١٢ ، ٦

٨) عن = ٤٠٠ + (ن - ١) × ٣٠

٤٠٠ ، ٤٣٠ ، ٤٦٠ ، ٤٩٠ ، ٥٢٠

٩) أ) نفرض أن أساس المتتالية ء ، ء > صفر

المتتالية ٨٠° ، ٨٠° - ء ، ٨٠° - ٢ء

٨٠° + (٨٠° - ء) + (٨٠° - ٢ء) = ١٨٠°

بحل المعادلة ء = ٢٠°

قياس الزاويتين المتبقيتين ٦٠° ، ٤٠°

ب) لا يمكن

نفرض أن قياس احدى زوايا الشكل س فيكون قياس الزاوية المقابلة لها س وقياس كل من الزاويتين الأخريين (١٨٠° - س)

الأعداد س ، س ، ١٨٠° - س ، ١٨٠° - س لا تشكل متتالية حسابية

جـ) نفرض أن قياس إحدى زوايا الشكل س و أساس المتتالية ء

تكون المتتالية س ، س + ء ، س + ٢ء ، س + ٣ء

س + (س + ء) + (س + ٢ء) + (س + ٣ء) = ٣٦٠°

٤س + ٦ء = ٣٦٠°

٢س + ٣ء = ١٨٠°

س = ½ (١٨٠° - ٣ء)

يوجد أكثر من حل لهذه المعادلة ويعتمد ذلك على اختيار قيمة ء .

تمارين ص ١٣٥ : مجموع المتسلسلة الحسابية

١) أ) جـ١٦ = ١٦/٢ [٢ × ٥ + (١٦ − ١) × ٣]
= ٨ × ٥٥ = ٤٤٠

ب) د = −٤ ، ن = ؟
٨ = ٨٤ + (ن − ١) × −٤
−٧٦ = (ن − ١) × −٤ ومنه ن = ٢٠
جـ٢٠ = ٢٠/٢ (٨٤ + ٨) = ٩٢٠

جـ) ١ + ٤ + ٧ + ١٠ + ... + ٣٤
د = ٣ ، ن = ١٢
جـ١٢ = ١٢/٢ (١ + ٣٤) = ٦ × ٣٥ = ٢١٠

٢) جـن = ١٠٠٠٠ سم
١٠٠٠٠ = ن/٢ [٢ × ٤ + (ن − ١) × ٨]
١٠٠٠٠ = ن/٢ [٨ + ٨ن − ٨]
٤ن² = ١٠٠٠٠ ، ن² = ٢٥٠٠ ومنه ن = ٥٠ ثانية
تحتاج الكرة ٥٠ ثانية لقطع المسافة

٣) أ) د = ٠,٥ دينار
ح١٢ = ٣٠ + ١١ × ٠,٥ = ٣٥,٥ دينار

ب) جـ٢٠ = ٢٠/٢ [٢ × ٣٠ + ١٩ × ٠,٥]
= ١٠ (٦٠ + ٩,٥) = ٦٩٥ دينار

٤) ح٧ = جـ٧ − جـ٦ = ١٤١ − ١٠٢ = ٣٩

٥) ٢٣٤ = ن/٢ (٢ + ٥٠)
٢٣٤ = ٢٦ ن ومنه ن = ٩
عدد المتوسطات = ٩ − ٢ = ٧

٦) أ) جـن = ن/٢ [٢ + (ن − ١) × ٢]
= ن/٢ [٢ن] = ن²

ب) المتسلسلة : $١ + ٢ + ٣ + \cdots + \text{ن}$

$\text{أ} = ١ \ ، \ \text{د} = ١$

$\text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{٢}[٢ + (\text{ن} - ١) \times ١] = \frac{\text{ن}}{٢}[٢ + \text{ن} - ١] = \frac{\text{ن}}{٢}[٢ + \text{ن} - ١] = \frac{\text{ن}(\text{ن}+١)}{٢}$

جـ) المتسلسلة $\text{ك} + \text{ك} + \text{ك} + \cdots + \text{ك}$ ن من الحدود

$= \text{ن} \times \text{ك}$

٧) ن فردي ، رتبة الحد الأوسط $\frac{\text{ن}+١}{٢}$

$\text{ح}_{\frac{\text{ن}+١}{٢}} = \text{أ} + \left(\frac{\text{ن}+١}{٢} - ١\right) \times \text{د} = \text{أ} + \frac{١}{٢}(\text{ن} + ١ - ٢) \times \text{د}$

$= \frac{١}{٢}[٢\text{أ} + (\text{ن} - ١) \times \text{د}] = \frac{\text{ن}}{٢}[٢\text{أ} + (\text{ن} - ١) \times \text{د}] \times \frac{١}{\text{ن}}$

$= \frac{\text{جـ}_{\text{ن}}}{\text{ن}}$

ن زوجي ، يوجد حدان أوسطان رتبتاهما $\frac{\text{ن}}{٢}$ ، $\frac{\text{ن}}{٢} + ١$

$\text{ح}_{\frac{\text{ن}}{٢}} = \text{أ} + \left(\frac{\text{ن}}{٢} - ١\right) \times \text{د} = \text{أ} + \frac{١}{٢}(\text{ن} - ٢) \times \text{د}$

$\text{ح}_{\frac{\text{ن}}{٢}+١} = \text{أ} + \left(\frac{\text{ن}}{٢} + ١ - ١\right) \times \text{د} = \text{أ} + \frac{\text{ن}}{٢} \times \text{د}$

$\text{ح}_{\frac{\text{ن}}{٢}} + \text{ح}_{\frac{\text{ن}}{٢}+١} = \text{أ} + \frac{١}{٢}(\text{ن} - ٢)\text{د} + \text{أ} + \frac{\text{ن}}{٢}\text{د}$

$= ٢\text{أ} + (\text{ن} - ١) \times \text{د}$

$= \frac{٢}{\text{ن}} \times \frac{\text{ن}}{٢}[٢\text{أ} + (\text{ن} - ١) \times \text{د}] = \frac{٢}{\text{ن}} \times \text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{٢\text{جـ}_{\text{ن}}}{\text{ن}}$

تمارين ومسائل ص ١٤١ : المتتاليات والمتسلسلات الهندسية

١) أ) هندسية ، $\text{ح}_{\text{ن}} = ٢ \times ٣^{\text{ن}-١}$

ب) هندسية ، $\text{ح}_{\text{ن}} = \text{ك}(٣\text{ك})^{\text{ن}-١}$

جـ) ليست هندسية

د) هندسية ، $\text{ح}_{\text{ن}} = ٩\left(-\frac{١}{٣}\right)^{\text{ن}-١}$

٢) أ) ٣٢ ، ١٦ ، ٨ ، ٤ ، ٢

ب) ٠٫٥ ، −٠٫٠٥ ، ٠٫٠٠٥ ، −٠٫٠٠٠٥ ، ٠٫٠٠٠٠٥

جـ) −٨١ ، −٥٤ ، −٣٦ ، −٢٤ ، −١٦

٣) $\sum_{\text{ر}=١}^{\infty} ٢٤ \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{\text{ر}-١}$

٤) $ح_ن = ٢^ن$ ، $ل = ٢$

٥) أ) نفرض أن الوسط الهندسي ل فتكون المتتالية ٣، ل، ١٢

$ل^٢ = ٣٦$ ومنه $ل = \pm ٦$

المتتالية ٣، ٦، ١٢ أو ٣، −٦، ١٢

ب) نفرض أن الوسط الهندسي هـ فتكون المتتالية −٢، هـ، −٨

$هـ^٢ = ١٦$ ومنه $هـ = \pm ٤$

المتتالية −٢، ٤، −٨ أو −٢، −٤، −٨

٦) $ح_١ = ٨$ ، $ح_٦ = ٢٥٦ = ٨ ر^٥$

$ر^٥ = ٢٥٦$ ومنه $ر = ٢$

المتتالية ٨، ١٦، ٣٢، ٦٤، ١٢٨، ٢٥٦

٧) $ح_١ = أ$ ، $ح_٢ = أ + ٠{,}٠٢ أ = أ(١ + ٠{,}٠٢)$

$ح_٣ = أ(١ + ٠{,}٠٢) + ٠{,}٠٢ أ(١ + ٠{,}٠٢)$

$= أ(١ + ٠{,}٠٢)^٢$

والحد العام $ح_ن = أ(١ + ٠{,}٠٢)^{ن-١}$

$\frac{ح_{ن+١}}{ح_ن} = \frac{أ(١ + ٠{,}٠٢)^ن}{أ(١ + ٠{,}٠٢)^{ن-١}} = (١ + ٠{,}٠٢)$

اذن المتتالية هندسية أساسها ١ + ٠,٠٢

٨) $ص = ٢٠٠٠(١ + ٠{,}٠٦)^٤ = ٢٠٠٠ \times (١{,}٠٦)^٤$

٩) أ) $ح_ن = (٠{,}٥)^{ن-١}$ ب) $ل_ن = ن + ١$

ج) $ح_{١٠} = (٠{,}٥)^٩$ م² (المساحة)

$ل_{١٠} = ١١$ سم (السمك)

١٠) $\left(\frac{أ - ب}{٢}\right)^٢ > ٠$ ، الوسط الحسابي للعددين $\frac{أ+ب}{٢}$ والهندسي $\sqrt{أب}$

$\frac{أ^٢ - ٢أب + ب^٢}{٤} > ٠$ ومنه $أ^٢ - ٢أب + ب^٢ > ٠$

$أ^٢ + ٢أب + ب^٢ > ٤أب$

$\left(\frac{أ+ب}{٢}\right)^٢ > أب$ ومنه $\frac{أ+ب}{٢} > \sqrt{أب}$

١١) أ) $\frac{ح_2}{ح_1} = \frac{حـ ك_2}{حـ ك_1} = \frac{ك_2}{ك_1}$

$\frac{ح_3}{ح_2} = \frac{حـ ك_3}{حـ ك_2} = \frac{ك_3}{ك_2}$

بما أن $\frac{ك_2}{ك_1} = \frac{ك_3}{ك_2}$ لأن المتتالية $ك_1$، $ك_2$، $ك_3$، ... هندسية

إذن المتتالية حـ $ك_1$، حـ $ك_2$، حـ $ك_3$، ... هندسية

ب) $\frac{ح_2}{ح_1} = \frac{ك_2^2}{ك_1^2} = \left(\frac{ك_2}{ك_1}\right)^2$

$\frac{ح_3}{ح_2} = \frac{ك_3^2}{ك_2^2} = \left(\frac{ك_3}{ك_2}\right)^2$

$\frac{ح_2}{ح_1} = \frac{ح_3}{ح_2}$ لأن $\frac{ك_2}{ك_1} = \frac{ك_3}{ك_2}$ (السبب نفسه في فرع أ)

إذن المتتالية $ك_1^2$، $ك_2^2$، $ك_3^2$، ... هندسية

جـ) $\frac{ح_2}{ح_1} = \frac{ك_2^{-3}}{ك_1^{-3}} = \left(\frac{ك_2}{ك_1}\right)^{-3}$

$\frac{ح_3}{ح_2} = \frac{ك_3^{-3}}{ك_2^{-3}} = \left(\frac{ك_3}{ك_2}\right)^{-3}$

$\frac{ح_2}{ح_1} = \frac{ح_3}{ح_2}$ السبب السابق

إذن المتتالية $ك_1^{-3}$، $ك_2^{-3}$، $ك_3^{-3}$، ... هندسية

١٢) المتتالية الأولى أ، أر، أر^2، ...، أر$^{ن-1}$

" الثانية ل، ل هـ، ل هـ^2، ...، ل هـ$^{ن-1}$

ناتج الضرب أل، أل(ر هـ)، أل(ر هـ)^2، ...، أل(ر هـ)$^{ن-1}$

$\frac{ح_{ن+1}}{ح_ن} = \frac{أل(ر هـ)^ن}{أل(ر هـ)^{ن-1}} = ر هـ$

إذن المتتالية هندسية

(١٣) حتى تكون المتتالية ح ثابتة يجب أن تكون

$\text{ح}_3 - \text{ح}_2 = \text{ح}_2 - \text{ح}_1$ أو $\underbrace{(\text{ح}_3 - \text{ح}_2) - (\text{ح}_2 - \text{ح}_1)}_{\text{الطرف الأيمن}} = \underbrace{\text{صفر}}_{\text{الطرف الأيسر}}$

الطرف الأيمن $= \left(\frac{1}{\text{ص} - \text{ع}} - \frac{1}{2\text{ص}}\right) - \left(\frac{1}{2\text{ص}} - \frac{1}{\text{ص} - \text{س}}\right)$

$= \frac{1}{\text{ص} - \text{ع}} + \frac{1}{\text{ص} - \text{س}} - \frac{1}{\text{ص}}$

بما أن المتتالية س، ص، ع هندسية فإن $\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ع}}{\text{ص}}$ ومنه $\frac{\text{ص} - \text{س}}{\text{س}} = \frac{\text{ع} - \text{ص}}{\text{ص}}$

$= \frac{1}{\text{ص} - \text{ع}} + \frac{1}{\frac{\text{س}(\text{ع} - \text{ص})}{\text{ص}}} - \frac{1}{\text{ص}}$

$= \frac{1}{\text{ص} - \text{ع}} + \frac{\text{ص}}{\text{س}(\text{ع} - \text{ص})} - \frac{1}{\text{ص}} = \frac{-\text{س} + \text{ص}}{\text{س}(\text{ع} - \text{ص})} - \frac{1}{\text{ص}}$

$= \frac{-(\text{س} - \text{ص})}{\text{س}(\text{ع} - \text{ص})} - \frac{1}{\text{ص}} = \frac{-(\text{س} - \text{ص})}{\text{ص}(\text{ص} - \text{س})} - \frac{1}{\text{ص}}$

$= \frac{1}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{ص}} =$ صفر $=$ الطرف الأيسر

تمارين ص ١٤٥ : مجموع المتسلسلات الهندسية المنتهية

١) أ) $\text{جـ}_8 = \frac{9\left((-\frac{1}{3})^8 - 1\right)}{-\frac{1}{3} - 1} = \frac{9\left((\frac{1}{3})^8 - 1\right)}{-\frac{5}{3}} = -\frac{27}{5}\left((\frac{1}{3})^8 - 1\right)$

ب) $\text{جـ}_{10} = \frac{128\left((\frac{1}{2})^{10} - 1\right)}{\frac{1}{2} - 1} = -256\left((\frac{1}{2})^{10} - 1\right)$

جـ) $\text{جـ}_{60} = \frac{1\left((-1)^{60} - 1\right)}{-1 - 1} =$ صفر

٢) (أ) $\text{أ} = 1$ ، $\text{ر} = 2$ ، $\text{ن} = 3$

$\text{جـ}_3 = \frac{1(2^3 - 1)}{2 - 1} = 7$

(ب) $\text{أ} = \frac{1}{2}$ ، $\text{ر} = \frac{1}{2}$ ، $\text{ن} = 4$

$\text{جـ}_4 = \frac{\frac{1}{2}\left((\frac{1}{2})^4 - 1\right)}{\frac{1}{2} - 1} = -\left(\frac{1}{16} - 1\right) = \frac{15}{16}$

٣) $\text{ح}_5 = \text{أ}\,\text{ر}^4 = 12$ ، $\text{ح}_2 = \text{أ}\,\text{ر} = \frac{3}{2}$

$\frac{\text{ح}_5}{\text{ح}_2} = \frac{\text{أ}\,\text{ر}^4}{\text{أ}\,\text{ر}} = \frac{12}{\frac{3}{2}}$ ومنه $\text{ر}^3 = 8$ ومنه $\text{ر} = 2$

$\text{أ}\,\text{ر} = \frac{3}{2}$ ومنه $\text{أ} = \frac{3}{4}$

$\text{جـ}_6 = \frac{\frac{3}{4}(2^6 - 1)}{2 - 1} = \frac{3}{4} \times 63 = \frac{189}{4}$

٤) $a = 10 \text{ ، } r = \frac{1}{2} \text{ ، } n = 6$

$$\text{ج}_6 = \frac{10\left(\left(\frac{1}{2}\right)^6 - 1\right)}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{10 \times -\frac{63}{64}}{-\frac{1}{2}} = 20 \times \frac{63}{64} = \frac{315}{16}$$

٥) المتسلسلة $256 + 384 + 576 + \dots$

$$\text{ج}_5 = \frac{256\left(\left(\frac{3}{2}\right)^5 - 1\right)}{\frac{3}{2} - 1} = \frac{256\left(\frac{243}{2} - 1\right)}{\frac{1}{2}} =$$

$$= 256 \times \frac{235}{8} \times 2 = 15040 \text{ لترا}$$

تمارين ص ١٤٨ : مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية

١) أ) $\text{ج}_\infty = \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$

ب) لا يمكن ايجاد مجموع لأن $r = 1$

جـ) $\text{ج}_\infty = \frac{8}{1 - 0.1} = \frac{8}{0.9} = \frac{80}{9}$

د) لا يمكن ايجاد مجموع لأن $r = 4$

٢) أ) $0.\overline{3} = 0.3 + 0.03 + 0.003 + \dots$

$$\text{ج}_\infty = \frac{0.3}{1 - 0.1} = \frac{0.3}{0.9} = \frac{1}{3}$$

ب) $0.\overline{45} = 0.45 + 0.0045 + 0.000045 + \dots$

$$\text{ج}_\infty = \frac{0.45}{1 - 0.01} = \frac{0.45}{0.99} = \frac{45}{99}$$

جـ) $1.\overline{35} = 1 + 0.35 + 0.0035 + \dots$

$$\text{ج}_\infty = 1 + \frac{0.35}{1 - 0.01} = 1 + \frac{0.35}{0.99} = 1\frac{35}{99}$$

٣) $16^2 + (8\sqrt{2})^2 + 8^2 + \dots = 256 + 128 + 64 + \dots$

$$\text{ج}_\infty = \frac{256}{1 - \frac{1}{2}} = 256 \times 2 = 512 \text{ سم}^2$$

٤) $\frac{\text{ح}_2}{\text{ح}_1} = -\frac{1}{\text{ك}} \times \frac{\text{ك}^2}{\text{ك} + 1} = \frac{-\text{ك}}{\text{ك} + 1}$

$\frac{\text{ح}_3}{\text{ح}_2} = \frac{1}{\text{ك} + 1} \times \frac{-\text{ك}}{1} = \frac{-\text{ك}}{\text{ك} + 1}$

المتتالية هندسية أساسها $\frac{-\text{ك}}{\text{ك} + 1}$

$$\text{ج}_\infty = \frac{\text{ك} + 1}{\text{ك}^2} \div \left(1 - \frac{-\text{ك}}{\text{ك} + 1}\right) = \frac{\text{ك} + 1}{\text{ك}^2} \times \frac{\text{ك} + 1}{2\text{ك} + 1} = \frac{(\text{ك} + 1)^2}{\text{ك}^2 (2\text{ك} + 1)}$$

٥) $ج_\infty = \frac{٠{,}٢}{١ - ٠{,}٢} = \frac{٠{,}٢}{٠{,}٨} = \frac{١}{٤}$

٦) المسافة: $٢٤ + ٢(٢٤ \times \frac{٣}{٥} + ٢٤ \times (\frac{٣}{٥})^٢) + \ldots$

$$ج_\infty = ٢٤ + ٢ \times \frac{٢٤ \times \frac{٣}{٥}}{١ - \frac{٣}{٥}} = ٢٤ + ٢ \times \frac{\frac{٧٢}{٥}}{\frac{٢}{٥}}$$

$$= ٢٤ + ٢ \times \frac{٧٢}{٥} \times \frac{٥}{٢} = ٩٦ \text{ قدم}$$

تمارين ص ١٤٩ : أسئلة الوحدة

١) أ) $ح_ن = ن^٢ + ١$ ب) $ح_ن = (\frac{٣}{٢})^{ن-١}$ جـ) $ح_ن = \frac{ن+١}{ن}$

٢) أ) $\sum_{ن=١}^{٢٩} ٣ن$ ب) $\sum_{ن=١}^{\infty} (-١)^{ن+١} \times ٢^ن$

جـ) $\sum_{ن=١}^{١٠} \frac{١}{ن(ن+١)}$ د) $\sum_{ن=١}^{\infty} (-١)^{ن+١} \times (\frac{١}{ن})^٢$

٣) أ) حسابية : ٣، ٧، ١١، ١٥، ١٩، ...

ب) هندسية : ٦، ٢، $\frac{٢}{٣}$، $\frac{٢}{٩}$، ...

جـ) ٢، $\frac{٣}{٤}$، $\frac{٤}{٩}$، $\frac{٥}{١٦}$ ليست حسابية ولا هندسية

د) هندسية -٢، ٤، -٨، ١٦، ...

٤) أ) المتتالية حسابية . نجد عدد الحدود

$٥٨ = ٨ + (ن - ١) \times ٢$

$٥٠ = ٢(ن - ١)$ ومنه $ن = ٢٦$

$ج_{٢٦} = \frac{٢٦}{٢}(٨ + ٥٨) = ٨٥٨$

ب) $٦ + ١٢ + ٢٤ + ٤٨ + \ldots + ٧٦٨$

$ج_٨ = \frac{٦(٢^٨ - ١)}{٢ - ١} = ٦ \times ٢٥٥ = ١٥٣٠$

جـ) $ج_\infty = \frac{٠{,}٦}{١ - ٠{,}٦} = \frac{٠{,}٦}{٠{,}٤} = \frac{٣}{٢}$

د) ١٢، ١٦، ٢٠، ...، ١٠٠

$١٠٠ = ١٢ + (ن - ١) \times ٤$ ، $ن = ٢٣$

عدد المضاعفات = ٢٣

٦) أ) $أ = -١$ ، $ح_٦ = ٩$

$-١ + ٥د = ٩$ ومنه $د = ٢$

تصبح المتتالية $-١ ، ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩$

ب) $أ = ٧٢٩$ ، $ح_٦ = ٣$

$٧٢٩ ر^٥ = ٣$ ، $ر^٥ = \frac{١}{٢٤٣}$ ومنه $ر = \frac{١}{٣}$

تصبح المتتالية $٧٢٩ ، ٢٤٣ ، ٨١ ، ٢٧ ، ٩ ، ٣$

٧) $١٠٠ ، ٩٨ ، ٩٦ ، ... ، ٨٢$

$٨٢ = ١٠٠ + (ن - ١) \times د$

$٨٢ = ١٠٠ + (ن - ١) \times -٢$

$-١٨ = -٢(ن - ١)$ ومنه $ن = ١٠$

يصبح وزن الشخص ٨٢ كغم بعد ١٠ أشهر

٨) أ) $٤٨ ، ٢٤ ، ١٢ ، ...$

$ح_\infty = \frac{٤٨}{١ - \frac{١}{٢}} = ٤٨ \times ٢ = ٩٦$ كم

ب) $١٦\sqrt{٣} ، ٤\sqrt{٣} ، \sqrt{٣}$

$ح_\infty = \frac{١٦\sqrt{٣}}{١ - \frac{١}{٤}} = ١٦\sqrt{٣} \times \frac{٤}{٣} = \frac{٦٤}{\sqrt{٣}}$ سم^٢

٩) $ح_ن = ١٠٠٠٠٠ (١ + ٠.٠٢٥)^{ن - ١}$

$ح_٦ = ١٠٠٠٠٠ (١ + ٠.٠٢٥)^{٥} \simeq ١١٣٠٠٠$ نسخة

١٠) $ص_{١٠} = ١٠٠٠٠٠ (١ + ٠.٠٦)^{١٠} \simeq ١٨٠٠٠٠$ دينار

قيمة المبلغ تكفي لشراء السيارة

١١) أ) $ح_{ن+١} = (ن + ١)^٢ + (ن + ١) = ن^٢ + ٣ن + ٢$

$ح_{ن+١} - ح_ن = ن^٢ + ٣ن + ٢ - (ن^٢ + ن)$

$= ٢ن + ٢ = ٢(ن + ١) > ٠$ لأن $ن \geq ١$

إذن $ح_{ن+١} > ح_ن$

ب) $ح_{ن+١} - ح_ن = \frac{١}{٥(ن+١)} - \frac{١}{٥ن} = \frac{١}{٥}\left(\frac{ن - (ن+١)}{ن(ن+١)}\right)$

$= \frac{١}{٥}\left(\frac{-١}{ن(ن+١)}\right) = \frac{-١}{٥ن(ن+١)} < ٠$

إذن $ح_{ن+١} < ح_ن$