حلول تمارين وحدة الأولى
المعادلات والمتباينات / ا.ث علي

ص ١٢ : كثيرات الحدود

١) أ) $(ح \times د)(س) = (س^3 + س^2 - ٧س - ٨)(س^2 + س + ٢) + (٤س + ١٢)$

ب) $\frac{ح}{د}(٣) = \frac{ح(٣)}{د(٣)} = \frac{٤٣ \times ٢ + ٩ + ٤ \times ٣ - ٤}{٢ + ٣ - ٩} = \frac{٥٥}{٤}$

ج) أ) خارج القسمة $(س - ٦)$ وباقي القسمة $س + ٢$

ب) خارج القسمة $س^4 + ٢س^3 + ٤س^2 + ٨س + ١٦$ وباقي القسمة صفر

٣) أ) خارج القسمة $س^3 - ٣س^2 - ٤س - ١٢$ وباقي القسمة -٣٥

ب) خارج القسمة $س^2 - ٩س + ١٣$ وباقي القسمة -٣٢

٤) $(س^3 + ٣س^2 + ١٦) \div (س + ٤) = س^2 - س + ٤$

ثم رسم ص ١٧ : نظرية الباقي والعامل

١) أ) $ح(-١) = -١ - ٤ - ٣ = -٨$

ب) $ح(\frac{١}{٢}) = \frac{٣}{١٦} - ١ + ٤ = \frac{٥١}{١٦}$

ج) $ح(\frac{٣}{٢}) = ٩ \times \frac{٤}{٩} + ٣ \times \frac{٣}{٢} - ٨ =$ صفر

٢) أ) $ح(-٣) = -٤٥ + ٤٥ =$ صفر . عامل

ب) $ح(٢) = ٢ \times ١٦ - ٣٢ =$ صفر . عامل

ج) $ح(٢) = ٦٤ - ١٢ + ١٠ - ٢ = ٦٠ \neq ٠$. ليس عاملاً

٣) أ) $ح(١) = ١ - ٣ + ٩ - ٦ = ٠$

$٩ = ٨$

ب) $ح(-٢) = ٨$

$٤٩ + (٩ + ٣) \times -٢ + ٤ = ٨$

$٤٩ - ٢٩ - ٦ + ٤ = ٨$ وهنا $٩ = ٥$

٤) لكي يكون $(س - ١)$ أحد العوامل ، يجب أن يكون $(س - ١)$ عاملاً

$ح(١) = ١ - ٨ + ٩ = ٠$ ، $-٨ + ٩ = ٠$ وهنا $٩ = ٨$

ح عوامل $(س^3 - ٨س + ٩)$

٥) أ) ن زوجي ، د(أ) = $أ^{ن} - أ^{ن}$ = صفر

د(−أ) = $(-أ)^{ن} - أ^{ن} = أ^{ن} - أ^{ن}$ = صفر

ب) ن فردي ، د(أ) = $أ^{ن} - أ^{ن}$ = صفر

تمارين ص ٢ : تحليل كثيرات الحدود

١) أ) قيم ل : ±١ ، ±٢ ، ±٣ ، ±٤ ، ±٦ ، ±١٢

قيم جـ : ±١ ، ±٢ ، ±٣ ، ±٦

قيم $\frac{ل}{جـ}$: ±١ ، ±٢ ، ±٣ ، ±٤ ، ±٦ ، ±١٢

± $\frac{١}{٢}$ ، ± $\frac{٣}{٢}$ ، ± $\frac{١}{٣}$ ، ± $\frac{٢}{٣}$ ، ± $\frac{٤}{٣}$

ب) قيم ل : ±١ ، ±٢ ، ±٣ ، ±٥ ، ±٦ ، ±١٠ ، ±١٥ ، ±٣٠

قيم جـ : ±١ ، ±٢

قيم $\frac{ل}{جـ}$: ±١ ، ±٢ ، ±٣ ، ±٥ ، ±٦ ، ±١٠ ، ±١٥ ، ±٣٠

± $\frac{١}{٢}$ ، ± $\frac{٣}{٢}$ ، ± $\frac{٥}{٢}$

جـ) قيم ل : ±١ ، ±٢ ، ±٥ ، ±١٠

قيم جـ : ±١

قيم $\frac{ل}{جـ}$: ±١ ، ±٢ ، ±٥ ، ±١٠

٢) أ) $س^{٤} - ٨١ = (س^{٢} - ٩)(س^{٢} + ٩)$

$= (س - ٣)(س + ٣)(س^{٢} + ٩)$

ب) $٥س^{٦} - ٤٠س^{٣} = ٥س^{٣}(س^{٣} - ٨)$

$= ٥س^{٣}(س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)$

جـ) $س^{٣} - ٢س^{٢} + ٣س + ٦ = (س + ١)(س^{٢} - ٣س + ٦)$

٣) د(١) = ١ − ٣ + أ − ٤ = ٠ ومنه أ = ٦

٤) $س^{٣} + ٢س^{٢} - ٤س = (س - ٢)(س^{٢} + ٤س + ٤) = (س - ٢)(س + ٢)^{٢}$

الابعاد (س − ٢) ، (س + ٢) ، (س + ٢)

٥) د(س) = (س − ١)(س + ٢)(س − ٤)

$= س^{٣} - ٣س^{٢} - ٦س + ٨$

تمارين ص ٢٥ : الاقترانات النسبية

١) $ق(س) = \frac{٣س^{٢} - ٦}{٢س + ١}$ ، $هـ(س) = \frac{٧س}{س^{٣} + ٢}$ ، $ل(س) = \frac{١ - س^{٣}}{٤س}$

٢) أ) نسبي ب) غير نسبي جـ) نسبي د) غير نسبي هـ) نسبي

٣) أ) $ق(س) = \frac{س^{٣} + س^{٢} - س + ٢}{س^{٢} + س - ٢} = \frac{(س + ٢)(س^{٢} - س + ١)}{(س + ٢)(س - ١)}$

$= \frac{س^{٢} - س + ١}{س - ١}$

ب) $ق(س) = \frac{س^{٤} - ٤س^{٣} + ٣س^{٢}}{س^{٣} - س} = \frac{س^{٢}(س^{٢} - ٤س + ٣)}{س(س^{٢} - ١)}$

$= \frac{س^{٢}(س - ٣)(س - ١)}{س(س - ١)(س + ١)} = \frac{س(س - ٣)}{س + ١}$

جـ) $ق(س) = \frac{٢س^{٢} + ٥س + ١٢ - س^{٣}}{س - ٤} = \frac{(س - ٤)(-س^{٢} - ٢س - ٣)}{س - ٤}$

$= -س^{٢} - ٢س - ٣$

د) $ق(س) = \frac{س^{٢} - ٦س + ٣}{٣س^{٣} - ٣س} = \frac{س^{٢} - ٦س + ٣}{٣س(س^{٢} - ١)}$

٤) $\frac{\text{مساحة المربع}}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{(٢س)^{٢}}{ط س^{٢}} = \frac{٤}{ط}$

٥) أ) نفرض أن طول التوسعة س متر فيصبح طول البئر (س + ٤)
وعرضه (س + ٣) وارتفاعه (س + ٢)

$\frac{\text{حجم البئر}}{\text{ارتفاع البئر}} = \frac{(س + ٤)(س + ٣)(س + ٢)}{(س + ٢)} = (س + ٤)(س + ٣)$

ب) مساحة قاعدة البئر

تمرين ص ٣١ : حل المعادلات والمتباينات

١) ه(س) = ٣س - ١ ، المعادلة ٣س - ١ = ٠

و(س) = ٤س^٢ + ٨س + ٦ ، المعادلة ٤س^٢ + ٨س + ٦ = ٠

ا(س) = س^٣ - ٢س + ١ ، المعادلة س^٣ - ٢س + ١ = ٠

ج) ٢) س(س^٢ - ٦س + ٨) = ٠

س(س - ٤)(س - ٢) = ٠

جذور المعادلة هي : صفر ، ٢ ، ٤

نتيجة التحقق من صحة الحل بتعويض كل جذر في المعادلة

مثلاً نأخذ التعويض صفر

ب) (س - ١)(س^٢ + ٢س - ٣) = ٠

(س - ١)(س + ٣)(س - ١) = ٠

جذور المعادلة هي : ١ ، -٣

عوض الجذور وتحقق .

د) س(س^٤ - ١٦) = صفر

س(س^٢ - ٤)(س^٢ + ٤) = ٠

س(س - ٢)(س + ٢)(س^٢ + ٤) = ٠

جذور المعادلة : ٠ ، -٢ ، ٢

عوض الجذور وتحقق

ه) (س + ١)(س^٤ - ٦س^٣ + ٧س - ٦) = ٠

(س + ١)(س - ٢)(س^٣ + ٢س^٢ - ٢س + ٣) = ٠

(س + ١)(س - ٢)(س^٣ + ٢س^٢ - ٢س + ٣) = ٠

(س + ١)(س - ٢)(س + ٣)(س^٢ - س + ١) = ٠

جذور المعادلة هي : -٣ ، -١ ، ٢

عوض الجذور وتحقق

و) س^٦ - ٦٤ = ٠

(س^٣ - ٨)(س^٣ + ٨) = ٠

(س - ٢)(س + ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)(س^٢ - ٢س + ٤) = ٠

الجذور هي : -٢ ، ٢ . عوض بالجذور ثم تحقق

و) $س^3(٤س^2 + ٦س + ٥) = ٠$

$س^3(س + ٥)(س + ١) = ٠$

الجذور : $-٥، -١، ٠$ صفر

عوض بالجذور ثم تحقق

ز) $س(س^2 - ٥س + ٤) = ٠$

$س(س - ١)(س - ٤) = ٠$

الجذور $٠، ١، ٤$. عوض بالجذور ثم تحقق

ح) تحلل المقادير على الصورة $ق(س) = ٠$

$س^3(س + ١) - ٤س(س + ١) = ٠$

$(س + ١)(س^3 - ٤س) = ٠$

$س(س + ١)(س^2 - ٤) = ٠ \Leftarrow س(س + ١)(س - ٢)(س + ٢) = ٠$

الجذور $٠، -٢، -١، ٢$

عوض بالجذور ثم تحقق

٣) نفرض أن عرض البركة $س$ متر فيكون طولها $(س + ٦)$ متر

طول البركة مع الممر $(س + ٨)$ متر ، عرض البركة مع الممر $(س + ٢)$ متر

$(س + ٢)(س + ٨) = ٩١$

$س^2 + ١٠س - ٧٥ = ٠$

$(س + ١٥)(س - ٥) = ٠$ ، $س = ٥، -١٥$ مرفوض

عرض البركة ٥ م وطولها ١١ م

٤) $س^3 - ٥س^2 + ٤س = ٠$

$س^3 - ٥س^2 + ٤س - ٢٠ = ٠$

$(س - ٥)(س^2 + ٤) = ٠$ ، $س = ٥$

عدد القطع المباعة في ذلك اليوم ٥

حل الاسئلة ص ٣٦ : المتباينات غير الخطية بمتغير واحد (٦)

(١) المتباينة : جملة مفتوحة تحتوي على رمز أو أكثر من الرموز
$>$ ، $<$ ، $\geq$ ، $\leq$.

حل المتباينة : ايجاد قيم المتغير التي تجعلها جملة صحيحة

٢) أ) أصفار الاقتران : ٩ ، ٥

ب) (−∞ ، ٩) ∪ (٥ ، ∞)

٣) أ) س^{2} + ٣س − ٤ < ٠

ق(س) = س^{2} + ٣س − ٤ = ٠

(س + ٤)(س − ١) = ٠ ، س = −٤ ، ١

ب) س^{2} − ١٦ ≥ ٠

ق(س) = س^{2} − ١٦ = ٠

(س − ٤)(س + ٤) = ٠ ، س = −٤ ، ٤

هـ) س^{3} − ٣س^{2} − ٦س + ٨ < ٠

ق(س) = س^{3} − ٣س^{2} − ٦س + ٨ = ٠

(س − ١)(س^{2} − ٢س − ٨) = ٠

(س − ١)(س − ٤)(س + ٢) = ٠ ، س = −٢ ، ١ ، ٤

٤) أ) س^{3} − ٤س < ٠

ق(س) = س^{3} − ٤س = س(س − ٢)(س + ٢)

أصفار الاقتران ٠ ، −٢ ، ٢

اشارة س : − − − − − ٠ + + +

اشارة س − ٢ : − − − − − − − ٢ + + +

اشارة س + ٢ : − − − −٢ + + + + + + +

اشارة ق(س) : − − − −٢ + + + ٠ − − − ٢ + + +

ق(س) < ٠ لجميع قيم س ∈ (−∞ ، −٢) ∪ (٠ ، ٢)

ب) ٤س² + س + ٢س² − ٢ ≤ ٠

٦س² + س − ٢ ≤ ٠

ق(س) = ٦س² + س − ٢ = (٢س − ١)(٣س + ٢)

ق(س) = ٠ ⟸ س = ١/٢ ، −٢/٣

اشارة ٢س − ١ : − − − − − − | + + + (عند ١/٢)

اشارة ٣س + ٢ : − − − − | + + + + + + (عند −٢/٣)

اشارة ق(س) : + + + + | − − − − − − | + + + (عند −٢/٣ ، ١/٢)

ق(س) ≤ ٠ لجميع قيم س ∈ [−٢/٣ ، ١/٢]

جـ) ٢س³ − ١٠س² + ٨س > ٠

ق(س) = ٢س³ − ١٠س² + ٨س

= ٢س(س² − ٥س + ٨)

ق(س) = ٠ عندما س = ٠

اشارة ٢س : − − − − − | + + + (عند ٠)

اشارة س² − ٥س + ٨ : + + + + + + + +

اشارة ق(س) : − − − − | + + + + (عند ٠)

ق(س) > ٠ لجميع قيم س ∈ (٠ ، ∞)

د) نفرض ق(س) = س² − ٦س + ٩ = (س − ٣)²

ق(س) ≥ ٠ لجميع قيم س ∈ ح

٥) أ) ل(س) = س − ٢ ، م(س) = س + ١ ، هـ(س) = س − ٣

ب) ق(س) = (س − ٢)(س + ١)(س − ٣)

جـ) ق(س) < ٠ لجميع قيم س ∈ (−∞ ، −١) ∪ (٢ ، ٣)

ق(س) ≤ ٠ لجميع قيم س ∈ (−∞ ، −١] ∪ [٢ ، ٣]

د) ليس ممكنة.

مثال : ق(س) = (س − ٢)³

تمارين ص٤٤ : التكامل بالتجزئة

١) أ) $\frac{س+١}{س^{٣}} + \frac{٥}{س} = \frac{٥س+٥(س+١)}{س(س+١)}$

$= \frac{٥س+٥}{س(س+١)}$

ب) $\frac{س+١}{ج} - \frac{١}{س} = \frac{س(س+١)}{س-١}$

ج) $\frac{٢س+٣}{ج} - \frac{س-١}{٤} = \frac{(٢س+٣)(س-١)-٤(٢س-١)}{٤(س-١)}$

$= \frac{(٢س+٣)(س-١)}{٤س-٤-٧س-٤} = \frac{(٢س+٣)(س-١)}{-٦س-٤١}$

د) $\frac{س+٤}{٦} + \frac{س+٨}{٣} = \frac{(س+٤)(س+٨)+٣(س+٨)}{٦(س+٨)}$

$= \frac{(س+٤)(س+٨)}{٦س+٢٤+٣س+٤٨} = \frac{(س+٤)(س+٨)}{٩س+٤٥}$

٢) أ) $\frac{(س-١)(س-٤)}{٧س-٨١} = \frac{س-١}{٣} + \frac{س-٤}{٥} = \frac{(س-١)(س-٤)}{٥(س-٤)+٣(س-١)}$

$٥(س-٤)+٣(س-١) = ٧س-٨١$

نعوض $س = ٤$ فيكون $٣ب = ١٥$ ومنه $ب = ٥$

و $س = ١$ فيكون $-٣أ = -٩$ ومنه $أ = ٣$

$\frac{(س-١)(س-٤)}{٧س-٨١} = \frac{٣}{س-١} + \frac{٥}{س-٤}$

ب) $\frac{س}{س(س+١)} = \frac{أ}{س} + \frac{ب}{س+١} = \frac{أ(س+١)+ب س}{س(س+١)}$

$أ(س+١)+ب س = س = س-١$

$س = ٠ \Leftarrow أ = -١$

$س = -١ \Leftarrow -ب = -١ \Leftarrow ب = ١$

$\frac{س}{(س+١)} = \frac{-١}{س} + \frac{١}{س+١}$

ج) $\frac{س+1}{س^2-1} = \frac{س+1}{(س+1)(س-1)} = \frac{1}{س-1}$

د) $\frac{س}{س^2+س-2} = \frac{أ}{س+2} + \frac{ب}{س-1} = \frac{أ(س-1)+ب(س+2)}{(س+2)(س-1)}$

$أ(س-1)+ب(س+2) = س$

بفرض $س = 1 \Leftarrow 3ب = 1$ ومنه $ب = \frac{1}{3}$

بفرض $س = -2 \Leftarrow -3أ = -2$ ومنه $أ = \frac{2}{3}$

$\frac{س}{س^2+س-2} = \frac{\frac{2}{3}}{س+2} + \frac{\frac{1}{3}}{س-1}$

هـ) $\frac{1}{س^2-25} = \frac{أ}{س-5} + \frac{ب}{س+5} = \frac{أ(س+5)+ب(س-5)}{(س-5)(س+5)}$

$أ(س+5)+ب(س-5) = 1$

بفرض $س = -5 \Leftarrow -10ب = 1$ ومنه $ب = -\frac{1}{10}$

بفرض $س = 5 \Leftarrow 10أ = 1$ ومنه $أ = \frac{1}{10}$

$\frac{1}{س^2-25} = \frac{\frac{1}{10}}{س-5} - \frac{\frac{1}{10}}{س+5}$

و) $\frac{12س^2+23س+2}{3-7س-6س^2} = -2 + \frac{9س+8}{-6س^2-7س+3}$

$\frac{9س+8}{-6س^2-7س+3} = \frac{أ}{-2س-3} + \frac{ب}{3س-1} = \frac{أ(3س-1)+ب(-2س-3)}{(-2س-3)(3س-1)}$

$أ(3س-1)+ب(-2س-3) = 9س+8$

بفرض $س = \frac{1}{3} \Leftarrow -\frac{11}{3}ب = 11$ ومنه $ب = -3$

بفرض $س = -\frac{3}{2} \Leftarrow -\frac{11}{2}أ = -\frac{11}{2}$ ومنه $أ = 1$

$\frac{12س^2+23س+2}{3-7س-6س^2} = -2 + \frac{1}{-2س-3} - \frac{3}{3س-1}$

$= -2 - \frac{1}{2س+3} - \frac{3}{3س-1}$

ز) $\frac{2س^3-4س^2-15س+5}{س^2-2س-8} = 2س + \frac{س+5}{س^2-2س-8} = 2س +$

$\frac{س+5}{س^2-2س-8} = \frac{أ}{س-4} + \frac{ب}{س+2} = \frac{أ(س+2)+ب(س-4)}{(س-4)(س+2)}$

$أ(س+2)+ب(س-4) = س+5$ ، بفرض $س = -2 \Leftarrow -6ب = 3$ ومنه $ب = -\frac{1}{2}$

بفرض $س = 4 \Leftarrow 6أ = 9$ ومنه $أ = \frac{3}{2}$

$\frac{2س^3-4س^2-15س+5}{س^2-2س-8} = 2س + \frac{\frac{3}{2}}{س-4} + \frac{-\frac{1}{2}}{س+2}$

ح) $\dfrac{\text{س}^2 + 12\text{س} + 12}{\text{س}^3 - 4\text{س}} = \dfrac{\text{أ}}{\text{س}} + \dfrac{\text{ب}}{\text{س} - 2} + \dfrac{\text{جـ}}{\text{س} + 2}$

$= \dfrac{\text{أ}(\text{س}-2)(\text{س}+2) + \text{ب}\,\text{س}(\text{س}+2) + \text{جـ}\,\text{س}(\text{س}-2)}{\text{س}(\text{س}-2)(\text{س}+2)}$

$\text{أ}(\text{س}-2)(\text{س}+2) + \text{ب}\,\text{س}(\text{س}+2) + \text{جـ}\,\text{س}(\text{س}-2) = \text{س}^2 + 12\text{س} + 12$

بفرض $\text{س} = 2 \Leftarrow 8\text{ب} = 40$ ومنه $\text{ب} = 5$

بفرض $\text{س} = 0 \Leftarrow -4\text{أ} = 12$ ومنه $\text{أ} = -3$

بفرض $\text{س} = -2 \Leftarrow 8\text{جـ} = -8$ ومنه $\text{جـ} = -1$

$\dfrac{\text{س}^2 + 12\text{س} + 12}{\text{س}^3 - 4\text{س}} = \dfrac{-3}{\text{س}} + \dfrac{5}{\text{س}-2} - \dfrac{1}{\text{س}+2}$

ط) $\dfrac{1}{\text{س}^2 - \text{أ}^2} = \dfrac{\text{ل}}{\text{س} - \text{أ}} + \dfrac{\text{ن}}{\text{س} + \text{أ}} = \dfrac{\text{ل}(\text{س}+\text{أ}) + \text{ن}(\text{س}-\text{أ})}{(\text{س}-\text{أ})(\text{س}+\text{أ})}$

$\text{ل}(\text{س}+\text{أ}) + \text{ن}(\text{س}-\text{أ}) = 1$

بفرض $\text{س} = \text{أ} \Leftarrow 2\text{أ}\text{ل} = 1$ ومنه $\text{ل} = \dfrac{1}{2\text{أ}}$

بفرض $\text{س} = -\text{أ} \Leftarrow -2\text{أ}\text{ن} = 1 \Leftarrow \text{ن} = -\dfrac{1}{2\text{أ}}$

$\dfrac{1}{\text{س}^2 - \text{أ}^2} = \dfrac{\frac{1}{2\text{أ}}}{\text{س}-\text{أ}} - \dfrac{\frac{1}{2\text{أ}}}{\text{س}+\text{أ}}$

ي) $\dfrac{\text{س}^2}{1 - \text{س}^2} = -1 + \dfrac{1}{1 - \text{س}^2}$

$\dfrac{1}{1-\text{س}^2} = \dfrac{\text{أ}}{1-\text{س}} + \dfrac{\text{ب}}{1+\text{س}} = \dfrac{\text{أ}(1+\text{س}) + \text{ب}(1-\text{س})}{(1-\text{س})(1+\text{س})}$

$\text{أ}(1+\text{س}) + \text{ب}(1-\text{س}) = 1$

$\text{س} = -1 \Leftarrow -2\text{ب} = 1$ ومنه $\text{ب} = -\dfrac{1}{2}$

$\text{س} = 1 \Leftarrow 2\text{أ} = 1$ ومنه $\text{أ} = \dfrac{1}{2}$

$\dfrac{\text{س}^2}{1-\text{س}^2} = -1 + \dfrac{\frac{1}{2}}{1-\text{س}} - \dfrac{\frac{1}{2}}{1+\text{س}}$

أسئلة الوحدة الأولى: المعادلات و المتباينات

ص ٤٣

١)

أ) خارج القسمة $٥س^{٢} - ٢س + ٤$ والباقي صفر

ب) خارج القسمة $٤س^{٣} - ٢س^{٢} - س + ١$ والباقي ٣

ج) $ه(س) = س^{٢} - س - ١$ ، $و(س) = س + ج$

٣) أ) الاقتران بأبسط صورة لأنه المقام $(س - ٢)$ ليس عاملاً من عوامل البسط

ب) الاقتران بأبسط صورة لأنه المقام $(س + ٣)$ ليس عاملاً من عوامل البسط

ج) $ه(س) = \frac{(س - ١)(س^{٣} + س^{٢} + ١)}{س - ١} = س^{٣} + س^{٢} + ١$

٤) أ) $(س - ١)(س^{٢} + ٥س + ٤) = ٠$

$(س - ١)(س + ١)(س + ٤) = ٠$

قيم س : $-٤ ، -١ ، ١$

ب) $(س^{٢} - ٨)(س^{٢} - ٤) = ٠$

$(س - ٢\sqrt{٢})(س + ٢\sqrt{٢})(س - ٢)(س + ٢) = ٠$

قيم س : $-٢ ، -٢\sqrt{٢} ، ٢ ، ٢\sqrt{٢}$

ج) $(س^{٢} - ٤)(س^{٢} + ١) = ٠$

$(س - ٢)(س + ٢)(س^{٢} + ١) = ٠$

قيم س : $-٢ ، ٢$

٥) أ) مساحة المنطقة المظللة = مساحة المربع الخارجي - مساحة المربع الداخلي

$ه(س) = (س^{٢} - ٣)^{٢} - س^{٢} = س^{٤} - ٧س^{٢} + ٩$

ب) $س^{٤} - ٧س^{٢} + ٩ = ٧$

$س^{٤} - ٧س^{٢} - ١٨ = ٠$

$(س^{٢} - ٩)(س^{٢} + ٢) = ٠$ ، $(س - ٣)(س + ٣)(س^{٢} + ٢) = ٠$

$س = ٣ ، -٣$ يحل

طول ضلع المربع الداخلي ٣ سم ، الخارجي ٦ سم .

٦) أ) نفرض د(س) = س² − ٤س + ٣
= (س − ٣)(س − ١)
د(س) = ٠ ⟸ س = ١ ، ٣

إشارة س − ١ : − − − | + + + + + + + (عند ١)

إشارة س − ٣ : − − − − − − − | + + + (عند ٣)

إشارة د(س) : + + + | − − − | + + + (عند ١ ، ٣)

د(س) < ٠ لجميع قيم س ∈ (١ ، ٣)

ب) س³ − ٤س > س² − ٤
س³ − س² − ٤س + ٤ > ٠
د(س) = س³ − س² − ٤س + ٤ = (س − ١)(س² − ٤)
= (س − ٢)(س + ٢)(س − ١)
د(س) = ٠ ⟸ س = −٢ ، ١ ، ٢

إشارة س + ٢ : − − − | + + + + + + (عند −٢)

إشارة س − ١ : − − − − − − | + + + + (عند ١)

إشارة س − ٢ : − − − − − − − | + + + (عند ٢)

إشارة د(س) : − − − | + + + | − − − | + + + (عند −٢ ، ١ ، ٢)

د(س) > ٠ لجميع قيم س ∈]−٢ ، ١[∪]٢ ، ∞)

جـ) س³ − ٣س² ≥ س − ٣
س³ − ٣س² − س + ٣ ≥ ٠
د(س) = س³ − ٣س² − س + ٣
= (س − ١)(س − ٣)(س + ١)
د(س) = ٠ ⟸ س = −١ ، ١ ، ٣

إشارة س + ١ : − − − | + + + + + + + (عند −١)

إشارة س − ١ : − − − − − | + + + + (عند ١)

إشارة س − ٣ : − − − − − − − | + + + (عند ٣)

إشارة د(س) : − − − | + + + | − − − | + + + (عند −١ ، ١ ، ٣)

د(س) ≥ ٠ لجميع قيم س ∈ (−∞ ، −١] ∪ [١ ، ٣]

٧) أ) (٨س − ٤٢) / (س² + ٣س − ١٨) = (٨س − ٤٢) / ((س + ٦)(س − ٣))

= أ / (س + ٦) + ب / (س − ٣) = (أ(س − ٣) + ب(س + ٦)) / ((س + ٦)(س − ٣))

أ(س − ٣) + ب(س + ٦) = ٨س − ٤٢

نفرض س = ٣ ⟸ ٩ب = − ١٨ ومنه ب = ٢

نفرض س = − ٦ ⟸ − ٩أ = − ٩٠ ومنه أ = ١٠

(٨س − ٤٢) / (س² + ٣س − ١٨) = ١٠ / (س + ٦) − ٢ / (س − ٣)

ب) (س² − س + ٣) / (س² + س − ٢) = ١ + (− ٢س + ٥) / (س² + س − ٢)

(− ٢س + ٥) / (س² + س − ٢) = أ / (س + ٢) + ب / (س − ١) = (أ(س − ١) + ب(س + ٢)) / ((س + ٢)(س − ١))

أ(س − ١) + ب(س + ٢) = − ٢س + ٥

س = ١ ⟸ ٣ب = ٣ ⟸ ب = ١

س = − ٢ ⟸ − ٣أ = ٩ ومنه أ = − ٣

(س² − س + ٣) / (س² + س − ٢) = ١ − ٣ / (س + ٢) + ١ / (س − ١)

جـ) (٣س − ١) / (٢س² − ٥س + ٣) = أ / (٢س − ٣) + ب / (س − ١)

= (أ(س − ١) + ب(٢س − ٣)) / ((٢س − ٣)(س − ١))

أ(س − ١) + ب(٢س − ٣) = ٣س − ١

س = ١ ⟸ − ب = ٢ ومنه ب = − ٢

س = ٣/٢ ⟸ ١/٢ أ = ٧/٢ ومنه أ = ٧

(٣س − ١) / (٢س² − ٥س + ٣) = ٧ / (٢س − ٣) − ٢ / (س − ١)

٨) ق(س) = (س − ٣)(س² − ٦س + ٩) − ١

= س³ − ٩س² − ٩س − ٢٨

$$\text{ه}(س) = \frac{س(س^3 + 3س^2 - 3)}{(س-1)(س+1)}$$

$$= \frac{س(س+1)(س^2 + 2س - 3)}{(س-1)(س+1)} = \frac{س(س^2 + 3س - 3)}{س - 1}$$

١٠) د) $\text{ه}(س) = \frac{\pi^2 س^2 - \pi^2}{٧ - س}$

ن) $\pi^2 - \pi^2 س^2 = \pi^2 \times ١٠$

$\pi^2 س^2 = \pi^2 \times ٤$ ومنه $س = \sqrt{٤} = ٢$ أو $س = -\sqrt{٤} = -٢$ مرفوض

١١) نفرض أن أحد الصفرين هـ فيكون الثاني هـ + ٢

$$\text{ه}(\text{هـ} + ٢) = ن \quad \text{---(١)}$$

$$\text{هـ} + (\text{هـ} + ٢) = ٢م \quad \text{---(٢)}$$

$$٢\text{هـ} + ٢ = ٢م \text{ ومنه } \text{هـ} = م - ١$$

نعوض عن هـ في المعادلة (١)

$$(م-١)(م-١+٢) = ن \Leftarrow (م-١)(م+١) = ن$$

$$م^2 - ١ = ن \Leftarrow م^2 = ن + ١$$

١٢) (١) ن (٢) ن (٣) P (٤) ك