إدارة المناهج والكتب المدرسية
إجابات و حلول الأسئلة
الصف: الأول الثانوي العلمي الكتاب: الرياضيات الجزء: الثاني
رقم الوحدة: (٦) اسم الوحدة: طرق العد

الدرس الاول : مبدأ العد

تدريب(١):القي حجر نرد وقطعة نقد معدنية معاً مرة واحدة، ما هو عدد النتائج المتوقع ظهورها؟

الحل: ٦×٢=١٢

تدريب(٢): ذهبت سارة إلى مطعم لتناول وجبة طعام وعندما نظرت في قائمة الطعام وجدت أمامها ثلاثة أنواع من اللحوم، سبعة أنواع من العصير، و أربعة أنواع من الحلوى، فكم خياراً أمام سارة لاختيار الوجبة(علماً بأنها ستختار نوعاً واحداً من كل صنف)؟

الحل: ٧×٣×٤=٨٤

تدريب(٣): ما عدد النتائج المتوقعة في تجربة إلقاء قطعة نقد معدنية منتظمة خمس مرات متتالية؟

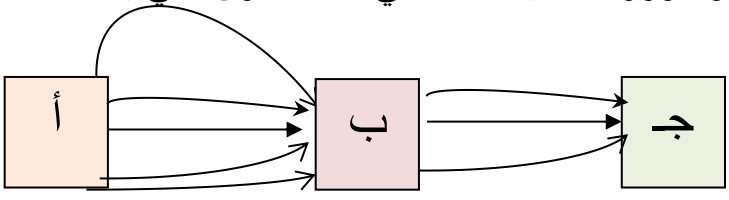
الحل: ٢ ° = ٣٢

تدريب(٤): كم كلمة مكونة من أربعة أحرف، يمكن تكوينها من مجموعة الأحرف { و، أ، هـ، م، ن،س}، لا يشترط أن يكون للكلمة معنى؟

الحل: ٦×٥×٤×٣ =٣٦٠

تمارين ومسائل

١) هنالك ثلاث مدن أ ، ب ، جـ وهنالك ٥ طرق تصل المدينة أ بالمدينة ب و ٣ طرق تصل المدينة ب بالمدينة جـ، إذا أراد شخص الوصول إلى المدينة جـ انطلاقا من المدينة أ و مروراً بالمدينة ب ماهي عدد الطرق التي يمكنه سلوكها؟



الشكل (٦-٣)

الحل:٥×٣=١٥

٢) في أحد محلات بيع أسماك الزينة يحتوي أحد أحواض هذا المحل على ٧ سمكات ذهبية و ٨ سمكات سوداء:

أ) ما هو عدد طرق اختيار٣ سمكات إذا كانت السمكة التي نختارها لا تعاد إلى الحوض(بغضّ النظر عن لون السمكة)؟

الحل: ١٥×١٤=٢١٠

ب) ما هو عدد طرق اختيار ٣ سمكات أول اثنتين ذهبيتين علماً بأن البائع يتفقد السمكة ثم يعيدها إلى الحوض؟

الحل: ٧×٧×١٥=٧٣٥

٣) أراد شخص اختيار رقم سري لهاتفه الخلوي مكون من أربع خانات ما عدد الخيارات المتاحة أمام هذا الشخص:

أ) إذا لم يوضع شروط على الخيارات.

الحل : $١٠^{٤}$ = ١٠٠٠٠

ب)إذا اشترط أن الخانة الأولى لا تساوي صفر.

الحل: ٩×١٠×١٠×١٠=٩٠٠٠

جـ) إذا لم يسمح بالتكرار.

الحل: ١٠×٩×٨×٧ =٥٠٤٠

٤) ما عدد الأعداد الفردية المكونة من منزلتين التي يمكن تكوينها من مجموعة الأرقام الآتية: {٢، ١، ٤، ٦، ٣، ٥}:

أ) إذا سُمح بالتكرار.

الحل: ٣×٦ = ١٨

ب)إذا لم يُسمح بالتكرار.

الحل: ٣×٥ =١٥

٥) ما عدد الأعداد التي يمكن تكوينها من المجموعة{ ١، ٢، ٣،٤، ٥، ٦}
بحيث تتكون من ثلاث منازل ويكون العدد الناتج أكبر من ٣٠٠؟

الحل: ٦×٦×٤=١٤٤

٦) ما هو عدد الاقترانات التي يمكن تكوينها بالاعتماد على الاقتران
ق(س) = أ س^{٣} +ب س^{٢}+جـ س - ٥ . حيث (أ ،ب ،جـ) معاملات مأخوذة من المجموعة { – ٢، -١، ١، ٢ } إذا كان :

أ) تكرار المعاملات غير مسموح به؟

الحل: ٤× ٣ × ٢=٢٤

ب) تكرار المعاملات مسموح به؟

الحل: ٤ ^{٣}=٦٤

٧) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل: ٣×(٨×٧×١٢)=٢٠١٦

الدرس الثاني: المضروب

تدريب(١): ما عدد الأعداد التي يمكن تكوينها من مجموعة الأرقام الآتية:
{ ٣،٥،٨،٧ }، بحيث يكون العدد مكوّن من أربع منازل، والتكرار غير مسموح به؟

الحل: ٤×٣×٢×١=١٤! =٢٤

تدريب(٢):جد قيمة كل مما يأتي:

أ) ٧!

الحل: ٧×٦×٥×٤×٣×٢×١=٥٠٤٠

ب) $\frac{٢٠!}{١٦!}$

الحل: $\frac{٢٠×١٩×١٨×١٧×١٦!}{١٦!}$ = ٢٠×١٩×١٨×١٧=١١٦٢٨٠

جـ) $\frac{٨!}{٢!×٦!}$

الحل: $\frac{!٦\times٧\times٨}{!٦\times!٢}=\frac{٧\times٨}{١\times٢}=٢٨$

تدريب(٣): احسب قيمة ن، ن∈ ص$^{+}$، في كل مما يأتي:

أ) $\frac{!(ن+٣)}{!ن}=٣٣٦$

الحل : $\frac{(ن+٣)\times(ن+٢)\times(ن+١)\times!ن}{!ن}=٣٣٦$

(ن+٣)×(ن+٢)×(ن+١)= ٨×٧×٦ (تحليل ٣٣٦)

ن+٣=٨ ومنه ن = ١١

ب) ٥ (ن!)=٣٦٠٠

الحل: ن! =٧٢٠=٦×٥×٤×٣×٢×١=!٦

ن=٦

تدريب(٤): استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد:

أ) !١٢

الحل:٤٧٩٠٠١٦٠٠

ب) !١٣

الحل: ٦٢٢٧٠٢٠٨٠٠

جـ) !١١

الحل:٣٩٩١٦٨٠٠

تمارين ومسائل

١) عبر عن كلٍ من المقادير الآتية باستخدام المضروب:

أ) ١×٢×٣×٤×٥×٦×٧.

الحل : !٧

ب) ١٦×١٥×١٤×١٣.

الحل : $\frac{!١٦}{!١٢}$

جـ) $\frac{٧\times٦\times٥\times٤}{٣\times٢\times١}$

الحل:$\frac{!٧}{!٣\times!٣}$

٢) بسط كلاً من المقادير الآتية:

أ) $\frac{!٢٠}{!٢!١٨}$

الحل: $\frac{!١٨\times١٩\times٢٠}{!٢!١٨}=\frac{١٩\times٢٠}{٢}=١٩٠$

ب) $\frac{!١٢٠}{!٥\times!١١٨}$

الحل: $\frac{!١١٨\times١١٩\times١٢٠}{!٢\times٣\times٤\times٥\times!١١٨} = ١١٩$

جـ) $\frac{!(ن+٤)}{!(ن+٢)}$

الحل: $\frac{!(ن+٢)\times(ن+٣)\times(ن+٤)}{!(ن+٢)} = (ن+٤)(ن+٣)$

٣) جد قيمة كلاً مما يأتي:

أ) !٥

الحل: ١×٢×٣×٤×٥=١٢٠

ب) !٨-!٦

الحل: ٨×٧×!٦ -!٦ =!٦(٨×٧ – ١) = !٦(٥٦-١)=!٦×٥٥=٣٩٦٠٠

جـ) $\frac{!١٦}{!٥!١١}$

الحل: $\frac{١٦\times١٥\times١٤\times١٣\times١٢\times!١١}{١\times٢\times٣\times٤\times٥!١١} = ٢١٨٤٠$

د) $\frac{!٨}{!٦}$

الحل: $\frac{٨\times٧\times!٦}{!٦} = ٨\times٧ = ٥٦$

هـ) (٩-٤)!

الحل: !٥= ١٢٠

و) ٥(!٤)

الحل: ٥× ٢٤ = ١٢٠

٤) جد قيمة كلاً مما يأتي:

أ)(٤+٥)!

الحل : !٩=٣٦٢٨٨٠

ت) ٤! + ٥!.

الحل : ٢٤ + ١٢٠ = ١٤٤

ج) ٤!×٥!

الحل : ٢٤ × ١٢٠ = ٢٨٨٠

د) (٤×٥)!

الحل = ٢٠!

٥) احسب قيم ن فيما يأتي، ن∈ ص$^{+}$:

أ) ٢((٥ن)!)=٢٤٠

الحل:(٥ن)! = ١٢٠ قسمة الطرفين على ٢

(٥ن)! = ٥! ومنه ٥ن = ٥ ومنه ن=١

ب)(٤ن-٢)!=٧٢٠

الحل : (٤ن-٢)!= ٦! ومنه ٤ن – ٢ = ٦ ومنه ٤ن = ٨ و منه ن= ٢

٦) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل : ٩×٨×٧×٦×٥×٤×٣×٢×١=٩!

٧) أراد ثلاثة أشخاص الخروج من غرفة بابها يتسع لشخص واحد فقط، ما عدد الطرق التي يخرج بها هؤلاء الأشخاص من الغرفة؟

الحل: ٣×٢×١=٣!

٨) تسع سيدات مع كل سيدة طفل يُراد ترتيب جلستهم بحيث تجلس السيدات متجاورات و الأطفال متجاورين بكم طريقة ممكن أن يجلسوا؟

الحل: ٩!×٩!

٩) أرادت سلمى إرسال ٧ رسائل نصية مختلفة إلى صديقاتها السبع للتهنئة بحلول عيد الفطر السعيد، ما عدد الطرق التي يمكن لها من خلالها إرسال هذه الرسائل لصديقاتها

الحل: ٧!

الدرس الثالث : التباديل

تدريب(١): ما عدد طرق اختيار لجنة ثنائية لصف مكون من عشرة طلاب بحيث يكون أحدهم قائد للصف و الآخر مساعد له؟

الحل : ل(١٠ ، ٢) = ١٠×٩=٩٠

تدريب(٢):احسب قيمة كل مما يأتي:

أ) ل(٧، ٣)

الحل =٧× ٦ ×٥= ٢١٠

ب) ل(١٠٠، ٠)

الحل : ١

جـ)ل(٨، ٨)

الحل: ٨×٧×٦×٥×٤×٣×٢×١=٨!

د) ل(٢٠، ١)

الحل : ٢٠

هـ) ل(٢٠، ١٩)

الحل : ٢٠!

تدريب(٣):

أ) يُراد تصميم لعبة للأطفال مكونة من دولاب دائري مقسم إلى ستة أجزاء يراد تلوينها بستة ألوان مختلفة (جميع الدواليب لها الألوان نفسها)، ما عدد الطرق المتاحة أمام المصنع للإنتاج في الحالات الآتية:

ب)إذا لم يكن هنالك شرط على ترتيب الألوان.

الحل : (ن-١)! = (٦-١)!= ٥!= ١٢٠

جـ) إذا كان هنالك مؤشر يجب أن يكون عند اللون الأحمر

الحل: ل(٦،٦) = ٦! =٧٢٠

تدريب(٤):استخدم الالة الحاسبة في إيجاد قيمة كلٍ مما يأتي:

أ) ل(٩ ، ٦)

الحل : ٦٠٤٨٠

ب) ل(١٠ ، ٤)

الحل: ٥٠٤٠

جـ) ل(١١ ، ٨)

الحل:٦٦٥٢٨٠٠

د) ل(١٢ ، ٧)

الحل:٣٩٩١٦٨٠

تمارين ومسائل

١) احسب قيمة كلاً مما يأتي:

أ) ل(١٠ ، ٥)

الحل: ١٠×٩×٨×٧×٦=٣٠٢٤٠

ب) ل(١٥ ، ١)

الحل: ١٥

جـ) ل(١٤، ٠)

الحل: ١

د) ل(١٠٠ ، ٩٩)

الحل: ٩٩!

هـ) ل(٢٥، ٢٥)

الحل: ٢٥!

٢) جد قيمة ن التي تحقق كل مما يأتي:

أ) ل(ن، ٢)=٩٠

الحل: ن(ن-١) = ١٠ × ٩ ومنه ن=١٠

ب) ل (ن، ٤)= ٧٩٢٠

الحل : ٧٩٢٠= ١١×١٠ × ٩× ٨ ومنه ن= ١١

جـ) ل(ن، ٤) = ١٢ل(ن، ٢)

الحل: $\frac{!(ن-٢)}{!ن} \times \frac{!ن}{!(ن-٤)} = ١٢ \times \frac{!ن}{!(ن-٢)} \times \frac{!(ن-٢)}{!ن}$

$\frac{!(ن-٢)}{!(ن-٤)} = ١٢$ ومنه $\frac{!(ن-٢) \times (ن-٣) \times (ن-٤)!}{!(ن-٤)} = ١٢$

ومنه (ن-٢)×(ن-٣) = ١٢

$ن^{٢}$-٥ ن + ٦ = ١٢

$ن^{٢}$-٥ ن - ٦ = صفر

(ن – ٦) (ن + ١) =صفر ومنه ن= ٦ ن= -١ تهمل ن موجب

د) ل($ن^{٢}$ +١ ، ٣) = ١٠ ن ل(ن+١ ، ٣)

الحل: $\frac{!(ن^{٢}+١)}{!(ن^{٢}-٢)} = ١٠ ن \times \frac{!(ن+١)}{!(ن-٢)}$

$\frac{!(ن^{٢}+١)}{!(ن^{٢}-٢)} = ١٠ن \times \frac{!(ن+١)}{!(ن-٢)}$

$\frac{(ن^{٢}+١) \times ن^{٢} \times (ن^{٢}-١) \times (ن^{٢}-٢)!}{(ن^{٢}-٢)!} = ١٠ن \times \frac{(ن+١) ن (ن-١) (ن-٢)!}{(ن-٢)!}$

(ن ^{٢}-٢)! (ن ^{٢}-٢)!

(ن ^{٢} +١) ظ^{٢} (ن ^{٢}-١)= ١٠ ظ^{٢} (ن ^{٢} – ١)

$ن^{٢}$ +١ = ١٠ ومنه $ن^{٢}$ = ٩ و ن = ٣

٣) جد قيمة ر التي تحقق ما يأتي:

ل(٧، ر)= ٨٤٠

الحل: ل(٧ ، ر) = ٧× ٦ × ٥ ومنه ر = ٣

٤) يريد شخص اختيار كلمة سر لأحد المواقع الالكترونية ما عدد الخيارات أمام هذا الشخص في كلٍ من الحالات الآتية:

أ) إذا كانت كلمة السر مكونة من ثلاثة أحرف مختلفة من اللغة العربية يتبعها ثلاثة أرقام؟

الحل: ٢٨ × ٢٧ × ٢٦ ×١٠×١٠×١٠ بطريقة أخرى ل(٢٨ ، ٣) × ١٠ ٣

ب)إذا كانت كلمة السر مكونة من ثلاثة أحرف مختلفة من اللغة العربية يتبعها ثلاثة أرقام مختلفة؟

الحل: ٢٨×٢٧×٢٦×١٠×٩×٨ وبطريقة اخرى ل(٢٨ ، ٣) ×ل(١٠ ،٣)

٥) ما عدد الأعداد التي يمكن تكوينها من مجموعة الأرقام{ ٩، ٥، ٧، ٣،٤} بحيث يتكون العدد من ثلاث منازل مختلفة؟

الحل: ٥×٤×٣ = ٦٠ وبطريقة أخرى ل(٥ ، ٣)

٦) ما عدد الكلمات المكونة من أربعة أحرف مختلفة التي يمكن تكوينها من أحرف المجموعة { و، ج، د،ع، هـ، س،ص} بحيث لا يشترط أن يكون للكلمة معنى؟

الحل: ٧×٦×٥ = ٢١٠ وبطريقة أخرى ل(٧ ، ٣)

٧) يُراد تشكيل لجنة ثلاثية مكونة من رئيس و نائب للرئيس و أمين صندوق من بين عشرين شخص، ما عدد طرق تشكيل اللجنة؟

الحل : ٢٠× ١٩ × ١٨ = ٦٨٤٠ وبطريقة أخرى ل (٢٠ ،٣)

٨) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل : ٢٠× ١٩ × ١٨ = ٦٨٤٠ وبطريقة أخرى ل (٢٠ ،٣)

الدرس الرابع : التوافيق

تدريب(١) جد قيمة كلا مما يأتي :

١) $\binom{١٠}{٨}$

الحل: $\frac{١٠\times٩\times٨!}{٢!\times٨!} = ٥ \times ٩ = ٤٥$

٢) $\binom{٩}{٦}$

الحل: $\frac{٩\times٨\times٧\times٦!}{٣!\times٦!} = ٨٤$

٣) $\binom{١٨}{١٧}$

الحل: ١٨

٤) $\binom{٢٥}{١}$

الحل = ٢٥

٥) $\binom{١٢٨}{١٢٨}$

الحل: ١

٦) $\binom{٦}{٣}$

الحل : $\frac{٦\times٥\times٤\times٣!}{١\times٢\times٣\times٣!} = ٢٠$

٧) $\binom{٢٥}{٠}$

الحل: ١

تدريب(٢): جد عناصر الصف السابع

الحل:

الصف السادس ١ ٦ ١٥ ٢٠ ١٥ ٦ ١

الصف السابع ١ ٧ ٢١ ٣٥ ٣٥ ٢١ ٧ ١

تدريب(٣): من مجموعة أشخاص مكونة من ٧ رجال و ٦ سيدات سيتم تشكيل لجنة خماسية، ما عدد طرق الاختيار في كل من الحالات الآتية:

أ) تضم اللجنة ٣ سيدات و رجلين.

الحل: $\binom{٦}{٣} \times \binom{٧}{٢} = ٤٢٠$

ب)تضم اللجنة ثلاثة رجال على الأقل.

الحل:

يعني ثلاثة رجال وسيدتان + ٤ رجال و سيدة + و خمس رجال دون سيدات

$= \binom{٦}{٢} \times \binom{٧}{٣} + \binom{٦}{١} \times \binom{٧}{٤} + \binom{٦}{٠} \times \binom{٧}{٥} = ٥٢٥ + ٢١٠ + ٢١ = ٧٥٦$

جـ) رئيس اللجنة ونائبه من الرجال و الباقي سيدات.

الحل: ل(٧ ، ٢) $\times \binom{٦}{٣} = ٧ \times ٦ \times ٢٠ = ٨٤٠$

تدريب(٤): استخدم الآلة الحاسبة في إيجاد:

١) $\binom{١٣}{٥}$ الحل:١٢٨٧

٢) $\binom{١٢}{٧}$ الحل: ٧٢٩

٣) $\binom{١١}{٤}$ الحل : ٣٣٠

٤) $\binom{١٣}{٨}$ الحل: ١٢٨٧

تمارين ومسائل

١) احسب قيمة كل مما يأتي:

أ) $\binom{١٣}{٥}$

الحل: $\frac{١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨!}{٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ \times ٨!} = ١٢٨٧$

ب) $\binom{٩}{١}$

الحل : ٩

جـ) $\binom{١٨}{١٨}$

الحل : ١

د) $\binom{٩}{٦}$

الحل: $\frac{٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦!}{٣ \times ٢ \times ١ \times ٦!} = ٨٤$

٢) اثبت أن:

$$\binom{ن}{٢} + \binom{ن+١}{٢} = ن^{٢} \qquad ن \geq ٢$$

الحل: $\frac{!ن}{!٢\times(ن-٢)} + \frac{!(ن+١)}{!٢\times(ن+١-٢)!} = \frac{ن(ن-١)(ن-٢)!}{!٢\times(ن-٢)!} + \frac{(ن+١)ن(ن-١)!}{!٢\times(ن-١)!}$

$$\frac{ن(ن-١)}{!٢} + \frac{(ن+١)ن}{!٢} = (ن^{٢} - ن + ن^{٢} + ن) / ٢ = ٢ ن^{٢} / ٢ = ن^{٢}$$

٣) احسب قيمة ن في الحالة الآتية:

أ) $\binom{ن}{٣} = ٥٦$

الحل: $\frac{!ن}{!٣\times(ن-٣)!} = ٥٦$ ومنه $ن(ن-١)(ن-٢) = ٥٦ \times ٦$

$ن(ن-١)(ن-٢) = ٦\times٧\times٨$

ومنه $ن = ٨$

ب) $\binom{ن}{٢} = ٣٢٥$

الحل: $\frac{!ن}{!٢\times(ن-٢)!} = ٣٢٥$ ومنه $ن(ن-١) = ٢\times٣٢٥$

$ن^{٢} - ن - ٦٥٠ =$ صفر ومنه $(ن-٢٦)(ن+٢٥) =$ صفر

ومنه $ن = ٢٦$

٤) ما عدد المثلثات التي يمكن تشكيلها من بين ٦ نقاط لا تقع على استقامة واحدة؟

الحل: $\binom{٩}{٣}$

٥) امتحان مكون من ١٠ أسئلة مقسمة إلى قسمين كل قسم مكون من ٥ أسئلة، المطلوب من الطلبة إجابة ما مجموعه ٦ أسئلة من القسمين بحيث يجيب على الأقل على سؤالين من القسم الأول، وسؤالين من القسم الثاني على الأقل، ما عدد الطرق التي يمكن ان يجيب عليها الطلبة عن الأسئلة؟

الحل: $\binom{٥}{٢}\times\binom{٥}{٤}+\binom{٥}{٣}\times\binom{٥}{٣}+\binom{٥}{٤}\times\binom{٥}{٢}$

٦) حل المسألة الو

٥	١٥	٣٥	٧٠
٤	١٠	٢٠	٣٥
٣	٦	١٠	١٥
٢	٣	٤	٥

الحل:

٧) صندوق يحتوي على ٥ كرات بيضاء و ٣ كرات سوداء و أربع كرات حمراء، بكم طريقة يمكن سحب ٣ كرات من الصندوق إذا كان من بين الكرات المسحوبة كرة واحدة سوداء على الأقل؟

الحل: $\binom{٣}{١}\times\binom{٧}{٢}+\binom{٣}{٢}\times\binom{٧}{١}+\binom{٣}{٣}\times\binom{٧}{٠}$

أسئلة الوحدة

١) احسب قيم كل مما يأتي:

أ) ل(٦ ، ٢)

الحل : ٦ × ٥ = ٣٠

ب) $\binom{١٠}{٧}$

الحل : ٤٠

جـ) ٨!

الحل: ٤٠٣٢٠

٢) بسط المقادير الآتية:

أ) $\frac{(ن+١)!+ن!-(ن-١)!}{(ن-١)!}$

الحل: $\frac{(ن+١)\times ن\ (ن-١)!+ن(ن-١)!-(ن-١)!}{(ن-١)!} = \frac{(ن-١)!((ن+١)ن+ن-١)}{(ن-١)!}$

$= ن^{٢}+ن+ن-١ = ن^{٢}+٢ن-١$

ب) $\frac{(ن+١)!-ن!}{ن!}$

الحل: $\frac{(ن+١)\times ن!-ن!}{ن!} = \frac{ن!((ن+١)-١)}{ن!} = ن+١-١ = ن$

٣) احسب قيمة ن حيث ن عدد صحيح موجب:

أ) $\binom{ن}{٢} = ٧٨$

الحل: $\frac{ن!}{(ن-٢)!\times ٢!} = \frac{ن\times(ن-١)\times(ن-٢)!}{(ن-٢)!\times ٢!} = ٧٨$

ومنه $ن^{٢} - ن = ١٥٦$ ومنه $ن^{٢} - ن - ١٥٦ =$ صفر

$(ن-١٣)(ن+١٢)=$ صفر و منه $ن = ١٣$

ب) $\frac{(ن+٣)!}{ن!} = ٣٣٦$

الحل: $\frac{(ن+٣)(ن+٢)(ن+١)ن!}{ن!} = ٣٣٦$

$(ن+٣)(ن+٢)(ن+١) = ٦\times٧\times٨$

ومنه $ن+٣ = ٨$ ومنه $ن = ١١$

٤) احسب قيمة ر فيما يأتي:

$\binom{١١}{ر} = \binom{١١}{ر-١}$

الحل: $ر^{٢} = ر - ١$ ومنه $ر^{٢} - ر + ١ =$ صفر مميزها سالب لايوجد لها جذور حقيقة

أو $ر^{٢} = ١١ - ر+١$ ومنه $ر^{٢} + ر - ١٢ =$ صفر

ومنه $(ر-٣)(ر+٤) =$ صفر ومنه $ر = ٣$

٥) اثبت كل مما يأتي:

أ) $\binom{ن}{ن-٢} + \binom{ن+١}{ن-١} = ن^{٢}$ ن≥٢

الحل:

$$\frac{!ن}{!٢\times!(ن-٢)} + \frac{!(ن+١)}{(ن-١)\times(ن+١+١-ن)!}$$

$$= \frac{ن(ن-١)(ن-٢)!}{!٢\times!(ن-٢)} + \frac{(ن+١)\,ن\,(ن-١)!}{(ن-١)\times(ن+١+١-ن)!}$$

$$= (ن^{٢} - ن) /٢ + (ن^{٢} - ن)/٢ = ٢ن^{٢}/٢ = ن^{٢}$$

ب) ل(ن+١، ر) = ل(ن ، ر) + ر ل(ن، ر-١)

الحل:

ن(ن-١)(ن-٢)×.....×(ن- ر+١)+ر× ن(ن-١)(ن-٢)×.....×(ن- ر+١)

=(ن(ن-١)× ..... ×(ن – ر))(ن- ر+١ +ر) (إخراج عامل مشترك)

=(ن+١) ن(ن-١) × ..... ×(ن- ر) = ل(ن+١ ،ر)

٦) اثبت أن:

$$\binom{ن+١}{٣} - \binom{ن-١}{٣} = (ن - ١)^{٢}$$

الحل: $\frac{!(ن+١)}{!٣\times!(ن+١-٣)} - \frac{!(ن-١)}{(ن-١-٣)\times(٣)!}$

$$= \frac{(ن+١)\times ن\times(ن-١)\times(ن-٢)!}{!٣\times(ن-٢)!} - \frac{(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)(ن-٤)!}{(ن-٤)\times(٣)!}$$

$$= (ن^{٣} - ن - ن^{٣} + ٦ن^{٢} - ١١ن + ٦)/٦ = (٦ن^{٢} - ١٢ن + ٦)/٦ = ن^{٢} - ٢ ن + ١ = (ن-١)^{٢}$$

ثم احسب قيم ن في الحالة الآتية:

$$\binom{ن+١}{٣} - \binom{ن-١}{٣} = ٤٩$$

الحل: $\binom{ن+١}{٣} - \binom{ن-١}{٣} = (ن - ١)^{٢}$

$(ن - ١)^{٢} = ٤٩ = ٧^{٢}$ ومنه ن – ١ = ٧ ومنه ن= ٨

٧) بكم طريقة يمكن إرسال ٤ رسائل عبر أربع صناديق بريد بحيث يوضع في كل صندوق رسالة؟

الحل: ٤×٣×٢×١ =٤!=٢٤

٨) في المضلع المنتظم القطعة الواصلة بين رأسين غير متجاورين تسمى قُطراً للشكل، ما عدد أقطار المضلع السباعي؟

الحل: $\binom{٧}{٢}$ - ٧ =١٤

٩)صندوق يحتوي على بطاقات مرقمة من ١-١١، إذا تم سحب بطاقتين عشوائياً ، ما عدد طرق اختيار البطاقتين بحيث يكون مجموع العددين الظاهرين فردي؟

النواتج المحتملة :

٣ وتنتج من ١، ٢ و ٢ ، ١ ٩ وينتج من ١ ، ٨ و ٨ ، ١

٥ وتنتج من ١ ، ٤ و ٤ ، ١ ٢ ، ٧ و ٧ ، ٢

٢ ، ٣ و ٣ ، ٢ ٣ ، ٦ و ٦ ، ٣

٧ وتنتج من ١ ، ٦ و ٦ ، ١ ٤ ، ٥ و ٥ ، ٤

٢ ، ٥ و ٥ ، ٢

٣ ، ٤ و ٤ ، ٣

بـ ٢٠ طريقة

١٠) ٥ صبيان و٥ فتيات يريدون الجلوس بخط مستقيم، احسب عدد الطرق الممكنة في كل من الحالات لآتية:

أ) أعطي الصبية حرية الاختيار في الجلوس.

الحل: ١٠!

ت)جلوس الصبية متجاورين و الفتيات متجاورات.

الحل: ٢ × (٥! × ٥!)

جـ) إذا علمت أن كل صبي منهم له أخت و أراد كل أخ الجلوس بجوار أخته.

الحل: ٢ × (٥×١×٤×١×٣×١×٢×١×١) = ٢×٥!

١١) احسب قيم ن ،ر التي تجعل العبارة الاتية صحيحة:

$$ل(ن ، ر) = \binom{ن}{ر}$$

الحل : $\frac{ن!}{(ن-ر)!} = \frac{ن!}{ر!\times(ن-ر)!}$

$١ = \frac{١}{ر!}$ ومنه ر! = ١ ومنه ر = ١ أو ر = ٠

١٢) اثبت أن $\binom{ن}{ر} - \binom{ن}{ر+١} = \binom{ن+١}{ر+١}$

الحل: $\binom{ن}{ر} + \binom{ن}{ر+١} = \binom{ن+١}{ر+١}$ اذا اثبت هذه العلاقة تكون الاولى صحيحة

$$\frac{ر+١}{ر+١}\times\frac{ن!}{ر!\times(ن-ر)!} + \frac{ن!}{(ن-ر-١)!(ر+١)!}\times\frac{ن-ر}{ن-ر}$$

مع التبسيط ينتج $\binom{ن+١}{ر+١}$

١٣) في اختبار من نوع الاختيار من متعدد أراد المعلم عمل نماذج بحيث يختلف ترتيب الأسئلة في صفحة كل طالب عن الطلبة الآخرين إذا كان عدد

الطلبة ٢٦ ما هو أقل عدد من الأسئلة يجب أن يتكون منه الاختبار ليحقق هذا الشرط؟

الحل: ن!≥ ٢٦ ن =٥

١٤) إذا كان ترتيب الأحرف يشكل كلمة، ما عدد الكلمات التي يمكن تشكيلها من كلمة عادل؟

الحل:٤ × ٣×٢×١ =٤!=٢٤

١٥) أراد محمد وهو مؤسس لجنة خيرية تشكيل لجنة خماسية تمثل هذه الجمعية من بين (١٠) أشخاص على شرط أن يكون محمد أحدهم، بكم طريقة يمكن تشكيل اللجنة؟

الحل: ١×$\binom{٩}{٤}$

١٦) موسوعة مكونة من (٨) أجزاء بكم طريقة يمكن ترتيب هذه الموسوعة على رف؟

الحل:٨×٧×٦×٥×٤×٣×٢×١=٨!

١٧) تضم إحدى الجامعات اثنتي عشر كلية، أقامت الجامعة دوري لكرة القدم بحيث يمثل كل كلية فريق، ما عدد المباريات التي ستقام؟

الحل: ١٢!

١٨) معلمة تريد مكافأة طلابها بحيث تقدم جائزة مكونة من ثلاث عناصر

(قلم، كتاب، مقلمة) إذا كان هنالك ثلاثة أنواع مختلفة من الأقلام، وأربعة كتب مختلفة. و نوعين مختلفين من المقالم، بكم طريقة يمكن للمعلمة تحضير الجائزة؟

الحل: ٤×٣×٢=٢٤

١٩) مدرب حيوانات لديه ٤ أسود و٥ نمور، بكم طريقة يمكنه ترتيبها بحيث لا يكون اسدان بجوار بعضهما او نمران بجوار بعضهما؟

الحل: ٥×٤×٤×٣×٣×٢×٢×١×١ = ٥!×٤! = ٢٨٨٠

٢٠) ١) إذا كان ن عدداً صحيحاً موجباً بحيث ن> ١ أي مما يأتي لا يساوي ١:

أ) (ن- ن)! ب) $\binom{ن}{ن}$

جـ) ل(ن، ن) د) $\binom{ن}{ن-١}$

الحل :جـ) ل(ن ، ن)

٢) أي مما يأتي لا يساوي $\binom{٦}{٥}$:

أ) $\frac{!٦}{!(٥-٦)!٥}$ ب) $\binom{٦}{١}$ جـ) $\frac{ل(٦،٥)}{!٥}$ د) $\binom{٥}{٦}$

الحل : د) $\binom{٥}{٦}$

٣) بكم طريقة يمكن ترتيب خمسة كتب ثقافية أربعة كتب علمية و ثلاثة كتب دينية على رف واحد بحيث تكون الكتب من النوع الواحد بجانب بعضها البعض:

أ) ٥!×١٤!×١٣!×١٣!

ب) ٥!× ١٤!× ١٣!

جـ) (٥!× ١٤!×١٣!)×٣

د) ٥× ٤×٣×٣

الحل: أ) ٥! × ١٤!×١٣!×١٣!