إدارة المناهج والكتب المدرسية
إجابات و حلول الأسئلة
الصف: الأول الثانوي العلمي الكتاب: الرياضيات الجزء: الثاني
رقم الوحدة: (٤) اسم الوحدة: الاقترانات المثلثية

الدرس الاول : التقدير الدائري و القياس الستيني

تدريب(١): حدد الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء (أو المحور الذي ينطبق عليه ضلع الانتهاء) لكل زاوية فيما يأتي:

أ) -٣١٠° ب) ٩٠٠° جـ) -٩٥٠°

الحل :

ا) $٣٦٠^\circ + -٣١٠^\circ = ٥٠^\circ$ اذا في الربع الاول

ب) $٩٠٠^\circ - ٢(٣٦٠^\circ) = ٩٠٠^\circ - ٧٢٠^\circ = ١٨٠^\circ$ اذا ينطبق على محور السينات السالب.

جـ) $-٩٥٠^\circ + ٣(٣٦٠^\circ) = -٩٥٠^\circ + ١٠٨٠^\circ = ١٣٠^\circ$ في الربع الثاني

تدريب(٢):

١) حول الزوايا الآتية من القياس الستيني إلى التقدير الدائري:

أ) ٢٢٥° ب) ٧٢٠° جـ) ٣٣٠°

الحل : أ) $٢٢٥^\circ \times \frac{\pi}{١٨٠^\circ} = \frac{٥\pi}{٤}$ راد

ب) $٧٢٠^\circ \times \frac{\pi}{١٨٠^\circ} = ٤\pi$ راد

جـ) $٣٣٠^\circ \times \frac{\pi}{١٨٠^\circ} = \frac{١١\pi}{٦}$ راد

٢) حول الزوايا الآتية من التقدير الدائري إلى القياس الستيني:

أ) $\frac{٧\pi}{٦}$ راد ب) $\frac{٣\pi}{٤}$ راد جـ) ٥π راد

الحل :

١) أ) $\frac{٧\pi}{٦}$ راد $\times \frac{١٨٠^\circ}{\pi} = ٢١٠^\circ$

ب) $\frac{٣\pi}{٤}$ راد $\times \frac{١٨٠^\circ}{\pi} = ١٣٥^\circ$

جـ) ٥π راد $\times \frac{١٨٠^\circ}{\pi} = ٩٠٠^\circ$

تدريب(٣): دائرة نصف قطرها ٦سم، احسب طول القوس المقابل للزاوية ١٢٠°.

الحل :

ل = نق × هـ

اولا نحول هـ للقياس الدائري

$= ٦ \times \frac{\pi}{٣}$

$\frac{\pi}{٣} = \frac{\pi}{١٨٠^\circ} \times ١٢٠^\circ$

= ٤ × ٣,١٤ = ١٢,٥٦سم

تمارين و مسائل

١) حول كلاً مما يأتي من التقدير الدائري إلى القياس الستيني:

أ) -٢ راد ب) $\frac{٢٥\pi}{٣}$ راد جـ) $-\frac{٣\pi}{٤}$ راد

الحل : ١) أ) -٢ راد $\times \frac{١٨٠^\circ}{\pi} = -٣٦٠^\circ \div ٣,١٤ = -١١,٦٤$

ب) $\frac{٢٥\pi}{٣}$ راد $\times \frac{١٨٠^\circ}{\pi} = ١٥٠٠^\circ$

جـ) $-\frac{٣\pi}{٤}$ راد $\times \frac{١٨٠^\circ}{\pi} = -١٣٥^\circ$

٢) حول كلاً مما يأتي من القياس الستيني إلى التقدير الدائري :

أ) -٨٠° ب) ٦١٠° جـ) ٣٢٥°

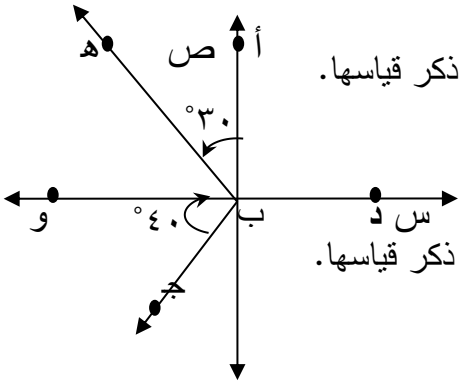
الحل:

أ) $-٨٠^\circ \times \frac{\pi}{١٨٠^\circ} = -\frac{٤\pi}{٩}$ راد

ب) $٦١٠^\circ \times \frac{\pi}{١٨٠^\circ} = \frac{٦١\pi}{١٨}$ راد

جـ) $٣٢٥^\circ \times \frac{\pi}{١٨٠^\circ} = \frac{٦٥\pi}{٣٦}$ راد

٣) بالاعتماد على الرسم المجاور أجب عن الآتي:



أ) اعطِ مثالاً على زاوية في الوضع القياسي مع ذكر قياسها.

الحل: الزاوية د ب هـ = ١٢٠°

ب) اعطِ مثالاً على زاوية في الاتجاه السالب مع ذكر قياسها.

الحل: الزاوية د ب جـ = −١٤٠°

الشكل(٤-٧)

٤) ملعب دائري في إحدى الكليات تقام عليه مسابقات الجري مقسم إلى

حارات عرض كل منها ١م، نصف القطر الداخلي للحارة الأولى ٣٣م، ونصف القطر الداخلي للحارة الثانية ٣٤ م، ما الفرق بين طول الحارتين الأولى والثانية عند إنهاء نصف لفة؟

الحل: $ل_١ = نق_١ \times هـ$ $\quad هـ = ١٨٠^\circ = \pi$

$ل_١ = ٣٣\pi$

$ل_٢ = نق_٢ \times هـ$ $\quad ل_٢ = ٣٤\pi$

$ل_٢ - ل_١ = ٣٤\pi - ٣٣\pi = \pi (٣٤ - ٣٣) = \pi$

٥) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل: ل$_{٢}$ – ل$_{١}$ = ٣,١٤ (٣٦٠° ÷ ١٠ = ٣٦) هـ = $\frac{\pi}{١٨٠^{\circ}} \times ٣٦ = \frac{\pi}{٥}$

ل$_{١}$ = نق$_{١}$ × هـ ل$_{٢}$ = نق$_{٢}$ × هـ

ل$_{٢}$ – ل$_{١}$ = نق$_{٢}$ × هـ - نق$_{١}$ × هـ

$\frac{٥}{\pi} \times ٣,١٤ = \frac{\pi}{٥}$ (نق$_{٢}$ – نق$_{١}$) × $\frac{٥}{\pi}$

(نق$_{٢}$ – نق$_{١}$) = ٥

٦) احسب مساحة القطاع الدائري لدائرة نصف قطرها ٥سم قياس زاويته المركزية يساوي $\frac{\pi}{٥}$ راد (علماً بأن مساحة القطاع الدائري = $\frac{١}{٢}$ نق^{٢} هـ ، هـ مقدرة بالتقدير الدائري).

الحل: هـ = $\frac{\pi}{٥}$ نق = ٥

م = ٠,٥ × نق^{٢} × هـ = ٠,٥ × $\frac{\pi}{٥}$ × (٥)^{٢} = $\frac{\pi ٥}{٢}$ سم

٧) قوس في دائرة طوله ٧سم يقابل زاوية مركزية قياسها ١٠٠°، ما هو طول قطرها؟

الحل : هـ = ١٠٠ × $\frac{\pi}{١٨٠^{\circ}} = \frac{\pi ٥}{٩}$

ل = نق × هـ = ٧ × $\frac{\pi ٥}{٩}$ = ٧ × $\frac{٥}{٩}$ × $\frac{٢٢}{٧}$ = $\frac{١١٠}{٩}$ سم

٨) طول قوس في قطاع دائري يساوي أربعة أمثال طول نصف القطر، هل من الممكن معرفة الزاوية المركزية؟

الحل : ل = نق × هـ ل = ٤ نق

٤ نق = نق × هـ اذن هـ = ٤ راد

٩) إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا مثلث كنسبة ٢: ٣ : ٥ ،فما قياس كل من هذه الزوايا بالتقدير الدائري و القياس الستيني ؟

الحل : ٢: ٣ : ٥ مجموع الحصص = ١٠

$\frac{٢}{١٠} \times ١٨٠^\circ = ٣٦^\circ = \frac{\pi}{٥}$

$\frac{٣}{١٠} \times ١٨٠^\circ = ٥٤^\circ = \frac{\pi ٣}{١٠}$

$\frac{٥}{١٠} \times ١٨٠^\circ = ٩٠^\circ = \frac{\pi}{٢}$

الدرس الثاني: قوانين الاقترانات المثلثية

تدريب (١): إذا كان قتا هـ = ٥ ، فجد قيمة كلٍ من: قاهـ ، جاهـ ، جتاهـ، ظاهـ .

الحل: قتا هـ = ٥ جاهـ = ١/قتاهـ = ١/٥

جاهـ = المقابل / الوتر المقابل = ١ الوتر = ٥

الوتر^٢ = الضلع$_١^٢$ + الضلع$_٢^٢$

٥^٢ = ١^٢ + الضلع$_٢^٢$

٢٥ ـ ٢٤ = الضلع$_٢^٢$

الضلع$_٢$ = $\sqrt{٢٤}$ = المجاور

جتا هـ = $\sqrt{٢٤}$/٥ قا هـ = ٥ / $\sqrt{٢٤}$ ظاهـ = ١/$\sqrt{٢٤}$ ظتاهـ = $\sqrt{٢٤}$

تدريب (٢): يمر ضلع الانتهاء لزاوية قياسها هـ بالنقطة (٥ ،١٢) ، احسب قيمة كلٍ من :جاهـ، جتاهـ، ظاهـ، ظتاهـ، قاهـ، قتاهـ.

الحل: الوتر^٢ = الضلع$_١^٢$ + الضلع$_٢^٢$

= ٥^٢ + ١٢^٢ = ٢٥ +١٤٤ =١٦٩ الوتر = ١٣

جاهـ = ١٢/١٣ قتاهـ = ١٣ /١٢ ، جتاهـ = ٥/ ١٣ قاهـ = ١٣/٥

ظاهـ = ٥/١٢ ظتاهـ = ١٢/٥ القيم السالبة تهمل الزاوية في الربع الاول

تدريب (٣): دون استعمال الآلة الحاسبة ، جد قيمة ما يأتي:

أ) قا $\frac{\pi ١١}{٣}$ ب)جتا $\frac{\pi ٧}{٦}$ جـ) ظتا ٣٠٠°

الحل: قا $\frac{\pi ١١}{٣}$ = قا($\frac{\pi ١١}{٣}$ - $\frac{\pi ٦}{٣}$) = قا $\frac{\pi ٥}{٣}$ الزاوية في الربع الرابع

قا$\frac{\pi ٥}{٣}$ = قا($\frac{\pi ٥}{٣}$ - $\frac{\pi ٦}{٣}$) = قا $\frac{\pi}{٣}$ = قا ٦٠ ° = ٢

ب) جتا $\frac{\pi ٧}{٦}$ = - جتا($\frac{\pi ٧}{٦}$ - $\frac{\pi ٦}{٦}$) = - جتا $\frac{\pi}{٦}$ = - جتا ٣٠ ° = - $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$\frac{\pi ٧}{٦}$ تقع فب الربع الثالث

جـ) ظتا٣٠٠ ° = - ظتا(٣٦٠ ° - ٣٠٠ °) = - ظتا ٦٠ ° = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

التمارين و المسائل

١)احسب القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

أ) جاهـ إذا علمت أن جتاهـ = $\frac{١}{٣}$ ؛ ٢٧٠° < هـ < ٣٦٠°

الحل:جا^{٢}هـ + جتا^{٢}هـ = ١ هـ في الربع الرابع جاهـ سالب

جا^{٢}هـ +($\frac{١}{٣}$)^{٢}=١ ومنه جا^{٢}هـ = $\frac{٨}{٩}$ جاهـ = - $\frac{\sqrt{٨}}{٣}$ = - ٢ $\frac{\sqrt{٢}}{٣}$

ب) قاهـ إذا علمت أن جاهـ = $\frac{-٢}{٧}$ ؛ ١٨٠° < هـ < ٢٧٠°

الحل: جا^{٢}هـ +جتا^{٢}هـ = ١ ومنه ($\frac{-٢}{٧}$)^{٢} + جتا^{٢}هـ = ١

جتاهـ = $-\frac{\sqrt{٤٥}}{٧} = -\frac{٣\sqrt{٥}}{٧}$ قاهـ = $-\frac{٧}{٣\sqrt{٥}}$ هـ في الربع الثالث قاهـ سالب

ج) ظاهـ إذا علمت أن ظتاهـ = ٢ ؛ ١٨٠° < هـ < ٢٧٠°

الحل: ظاهـ = $\frac{٥}{٧}$ = $\frac{١}{٢}$

د) جاهـ ، جتاهـ إذا علمت أن ظا هـ = $\frac{٤}{٣}$ ٠ < هـ < ٩٠°

الحل: ظاهـ = $\frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}} = \frac{٤}{٣}$ ومنه ٤ جتاهـ = ٣جاهـ اذا جاهـ = $\frac{٤}{٣}$ جتاهـ

جا^{٢}هـ + جتا^{٢}هـ = ١ ومنه ($\frac{٤}{٣}$ جتاهـ)^{٢} + جتا^{٢}هـ = ١

$\frac{١٦}{٩}$ جتا^{٢}هـ + $\frac{٩}{٩}$ جتا^{٢}هـ = ١ ومنه $\frac{٢٥}{٩}$ جتا^{٢}هـ = ١ ومنه جتا^{٢}هـ = $\frac{٩}{٢٥}$

ومنه جتاهـ = $\frac{٣}{٥}$ جاهـ = $\frac{٤}{٣} \times \frac{٣}{٥} = \frac{٤}{٥}$

٢) اثبت ما يأتي:

أ) ظا^{٢}هـ + ١ = قا^{٢}هـ

الحل: ($\frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}}$)^{٢} + ($\frac{\text{جتاهـ}}{\text{جتاهـ}}$)^{٢} = (جا^{٢}هـ+جتا^{٢}هـ) / جتا^{٢}هـ = ١/جتا^{٢}هـ = قا^{٢}هـ

ب) ظتا^{٢}هـ + ١ = قتا^{٢}هـ

الحل: : ($\frac{\text{جتاهـ}}{\text{جاهـ}}$)^{٢} + ($\frac{\text{جاهـ}}{\text{جاهـ}}$)^{٢} = (جا^{٢}هـ+جتا^{٢}هـ) / جا^{٢}هـ = ١/جا^{٢}هـ = قتا^{٢}هـ

٣)دون استخدام الآلة الحاسبة، جد قيمة كلاً مما يأتي:

الحل:

أ) جا ٣٠٠° = - جا(٣٦٠ ° - ٣٠٠ °) = - جا ٦٠ ° = - $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ب) جتا ٢٢٥° = - جتا(٢٢٥ ° - ١٨٠ °) = - جتا ٤٥ ° = - $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

ج) ظا $\frac{١٥\pi}{٤}$ = ظا($\frac{١٥\pi}{٤}$ - $\frac{٨\pi}{٤}$) = ظا $\frac{٧\pi}{٤}$ = - ظا($\frac{٨\pi}{٤}$ - $\frac{٧\pi}{٤}$) = - ظا $\frac{\pi}{٤}$ = - ١

د) قا $\frac{-٨\pi}{٣}$ = قا($\frac{٨\pi}{٣}$)= قا($\frac{٨\pi}{٣}$ - $\frac{\pi}{٣}$) = قا($\frac{\pi}{٣}$) = ١/ جتا $\frac{\pi}{٣}$ = - ١/جتا ٦٠ °= -٠,٥

٤) عبر عن المقادير الآتية باستخدام نسب مثلثية أخرى:

الحل:

أ) جا($\frac{\pi}{٢}$ - هـ) =جتاهـ ب) جتا($\frac{\pi}{٢}$ - هـ)= جاهـ

جـ) ظا($\frac{\pi}{٢}$ - هـ)= ظتاهـ د) قتا (١٨٠°+ هـ) = - قتاهـ

هـ) ظتا(٣٦٠° - هـ)= - ظاهـ و) جتا (π – هـ)= - جتاهـ

٥) حل المسألة الواردة في بداية الدرس (إرشاد: أن أعلى قيمة لجيب تمام الزاوية ١ و أدنى قيمة لجيب التمام هي – ١).

الحل: د = ٨ – ٣ جتا(٠,٥ ن)

د = ٨ – ٣ × ١ = ٥ عند الجزر

د = ٨- ٣ × ١- = ٨+ ٣ = ١١ عند المد

٦) بسط كلاً من المقادير الآتية :

الحل:

أ) $\frac{\text{قتاهـ جا هـ}}{\text{ظتاهـ}} = \frac{\frac{\text{١ × جاهـ}}{\text{جاهـ}}}{\frac{\text{جتاهـ}}{\text{جاهـ}}} = \frac{\text{١}}{\text{جتاهـ}} = \text{قاهـ}$

ب) $\frac{\text{قاهـ}}{\text{جاهـ}} \times (\text{١ - جتا}^{\text{٢}}\text{هـ}) = \frac{\text{قاهـ}}{\text{جاهـ}} \times \text{جا}^{\text{٢}}\text{هـ} = \text{قاهـ} \times \text{جاهـ} = \frac{\text{١}}{\text{جتاهـ}} \times \text{جاهـ} = \frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}} = \text{ظاهـ}$

جـ) $\frac{\text{جتا}^{\text{٢}}\frac{\pi}{\text{٢}} - \text{١}}{\text{جا}(-\text{هـ}) + \text{١}} = \frac{\text{١} -}{-\text{جاهـ} + \text{١}} = \frac{\text{١}}{\text{١ - جاهـ}}$

٧) يعبر عن مبيعات أحد المصانع المنتجة للعصير بالعلاقة ص=١٣+٥,٥جتا $\frac{\pi \text{ن}}{\text{٦}}$

حيث ص عدد العلب بالمئات، ن الزمن بالأسابيع، احسب عدد العلب بعد مرور ٦ أسابيع.

الحل: ص= ١٣ + ٥,٥ جتا $\frac{\pi^{\text{٦}}}{\text{٦}}$

ص = ١٣ + ٥,٥ جتا $\frac{\pi^{\text{٦}}}{\text{٦}}$

=١٣ + ٥,٥ جتا π =١٣+٥,٥×-١ =١٣-٥,٥=٧,٥مئة=٧٥٠علبة

٨)قام أحد مصانع الملابس بإنتاج بدلة جديدة وعند عرضها في السوق وجد أن المبيعات من هذه البدلة يتبع المعادلة الآتية: س= ٧٢,٤ + ٦١,٧جا $\frac{\pi \text{ن}}{\text{٦}}$ حيث ن رقم الشهر (كانون ثاني=١، شباط=٢ وهكذا)، و س تمثل عدد القطع بالآلاف.

احسب المبيعات في الأشهر (نيسان،حزيران ،تشرين أول، كانون أول)وأي الأشهر يكون فيها نفس المبيعات (برر إجابتك)

الحل: س= ٧٢,٤ + ٦١,٧جا $\frac{\pi \text{ن}}{\text{٦}}$ نيسان =٤

س=٧٢,٤ + ٦١,٧جا $\frac{\pi^{\text{٤}}}{\text{٦}}$ = ٧٢,٤ + ٦١,٧جا $\frac{\pi^{\text{٢}}}{\text{٣}}$ = ٧٢,٤+٦١,٧×٠,٨٧

=١٢٥,٨

س=٧٢,٤+٦١,٧ جا π =٧٢,٤ حزيران =٦

س= ٧٢,٤ + ٦١,٧جا$\frac{\pi^{١٠}}{٦}$ = ٧٢,٤ + + ٦١,٧جا$\frac{\pi^{٥}}{٣}$ تشرين اول = ١٠

= ٧٢,٤ + ٦١,٧ × ٠,٨٧- =١٨,٩٧

س= ٧٢,٤ + ٦١,٧جا$\frac{\pi^{١٢}}{٦}$ = ٧٢,٤ + + ٦١,٧جا ٢π كانون أول =١٢

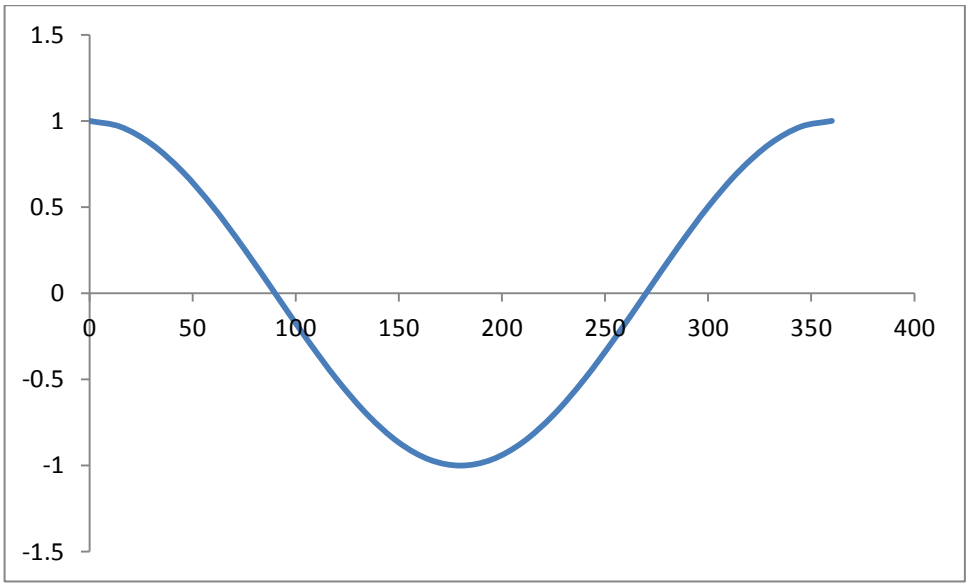
س = ٧٢,٤

الدرس الثالث: اقترانات (الجيب ،جيب التمام ، الظل)

تدريب (١): ارسم منحنى الاقتران ق(س) = جتاس على الفترة [– ٢π ، ٢π].

الحل:

س	٠	$\frac{\pi}{٤}$	$\frac{\pi}{٢}$	$\frac{\pi٣}{٤}$	π	$\frac{\pi٥}{٤}$	$\frac{\pi٣}{٢}$	$\frac{\pi٧}{٤}$	٢π
جتاس	٠	٠,٧	١	٠,٧–	٠	٠,٧–	١–	٠,٧	٠



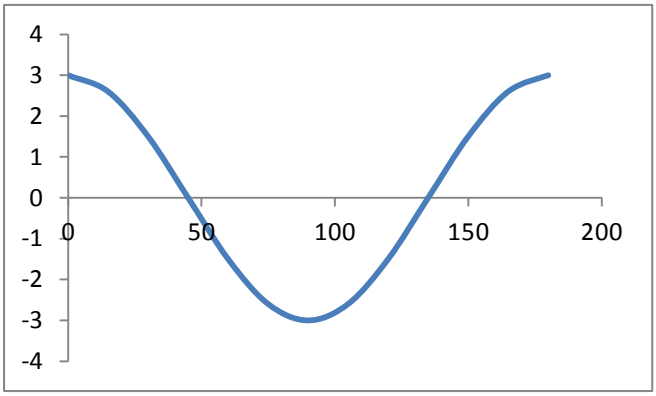
تدريب(٢): جد دورة وسعة الاقتران ق(س)= ٥ جا $(\frac{س}{٢} + \frac{\pi}{٢})$.

الحل: السعة :|أ | = |٥| = ٥

دورة الاقتران $= \frac{\pi ٢}{|ب|} = \frac{\pi ٢}{|٢|} = \pi ٤$

تدريب (٣) ارسم منحنى كل من الاقترانات الاتية و جد دورة وسعة كل منها :

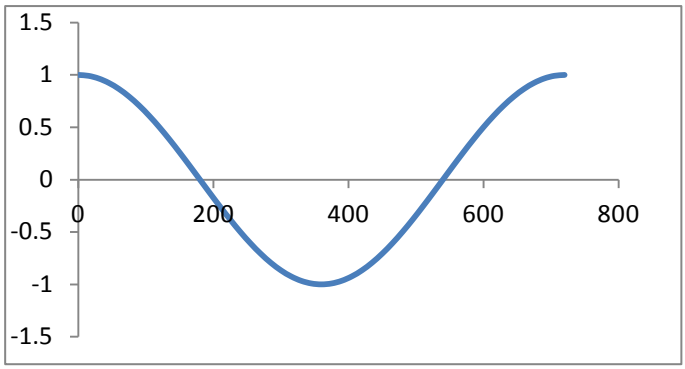
أ) ق(س) = ٣ جتا ٢س



الحل: سعة الاقتران =|أ| =|٣|= ٣

دورة الاقتران $= \frac{\pi ٢}{|ب|} = \frac{\pi ٢}{|٢|} = \pi$

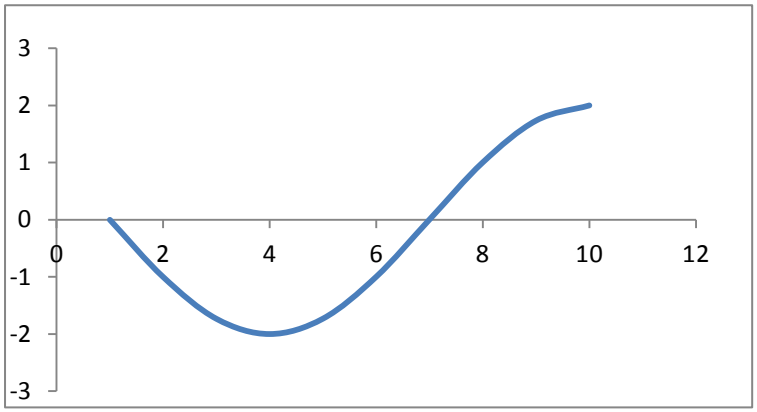
ب)ل(س)= جتا$\frac{س}{٢}$



الحل: سعة الاقتران =| أ|=|١|=١

دورة الاقتران $= \frac{\pi ٢}{|ب|} = \frac{\pi ٢}{|\frac{١}{٢}|} = \pi ٤$

جـ) هـ (س) = ٢ جتا$(\frac{\pi}{٢} + س)$



سعة الاقتران =| ٢ |=٢

دورة الاقتران$= \frac{\pi ٢}{|ب|} = \frac{\pi ٢}{|١|} = \pi ٢$

تمارين و مسائل

١) جد الدورة و السعة لكل من الاقترانات الآتية:

أ) ل(س)=٥- ٣ جا (س - $\frac{\pi ٣}{٢}$)

الحل: سعة الاقتران =| -٣| =٣ ، دورة الاقتران=$\frac{\pi ٢}{|١|}$ = $\pi ٢$

ب) هـ(س)=١+ ٤ جا (٣س +π)

الحل: سعة الاقتران =| ٤ |= ٤، دورة الاقتران=$\frac{\pi ٢}{|٣|}$ = $\frac{\pi ٢}{٣}$

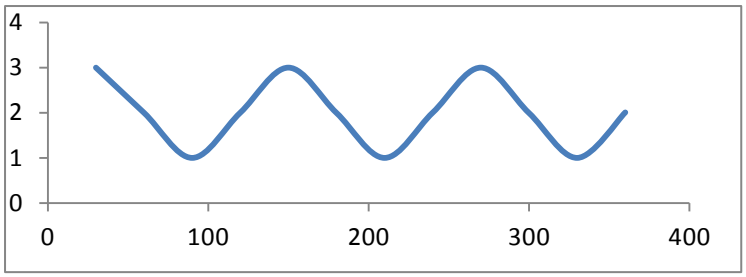
جـ) ك(س)=٢ جتا ٣ س

الحل: سعة الاقتران =| ٢ |= ٢، دورة الاقتران=$\frac{\pi ٢}{|٣|}$ = $\frac{\pi ٢}{٣}$

٢) ارسم منحنى الاقترانات الآتية ثم قارن سلوك الاقتران بالاقتران جاس أو جتاس:

أ) ق(س)=٢+ جا ٣ س [٠ ، $\pi ٢$]

الحل: انسحاب للاعلى بمقدار وحدتين وكرر

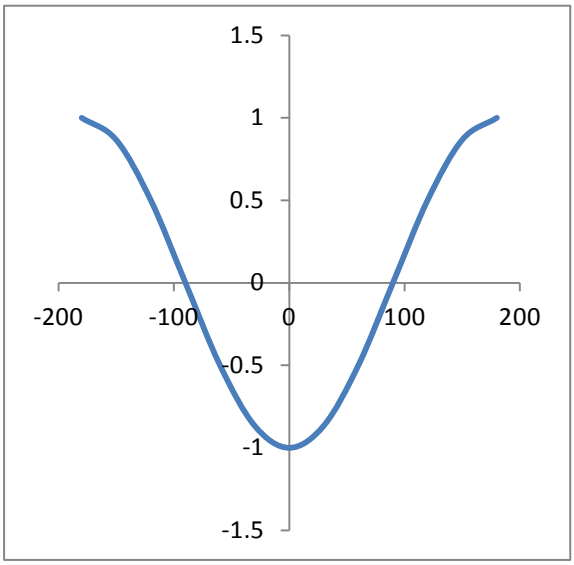


جاس نفسه كل $\frac{\pi ٢}{٣}$

ب) ل(س)= جتا (س+π)

الحل: انسحاب لليسار

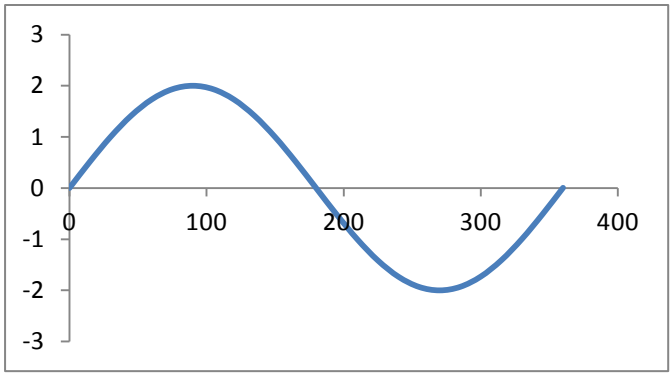
بمقدار π



جـ) ق(س) = ٢جاس

الحل:

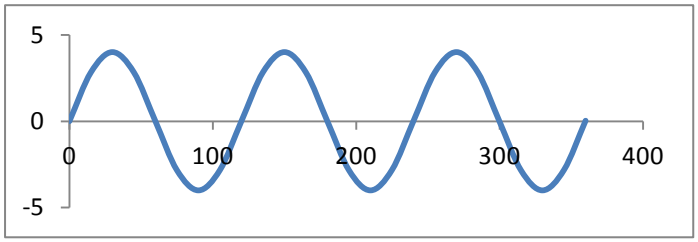
سعة الاقتران هي ٢



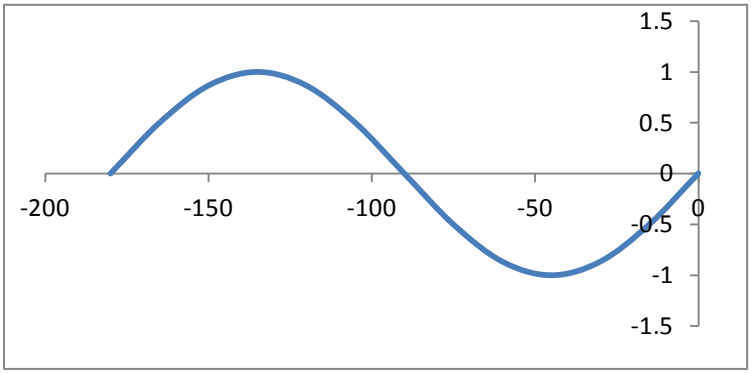
د) هـ(س)= ٤ جا٢س

الحل: سعة الاقتران ٤

ويكرر نفسه كل π

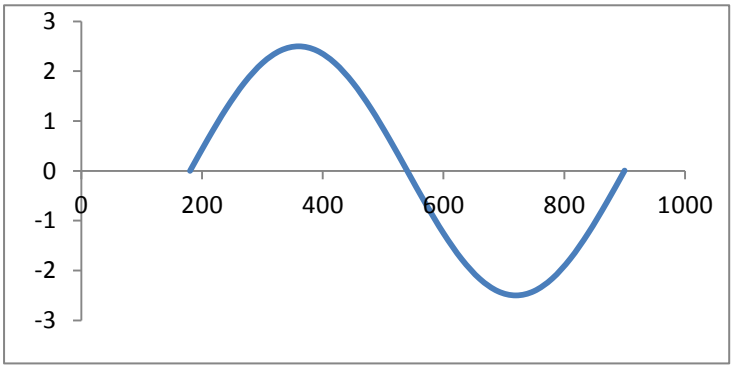


هـ) ك(س)= جا(٢س+π٢)



الحل: انسحاب لليسار بمقدار $\pi 2$

يكرر جاس نفسه كل π



$$و)ع(س)= \frac{٥}{٢}جا(\frac{س}{٢}-\frac{\pi}{٢})$$

الحل:

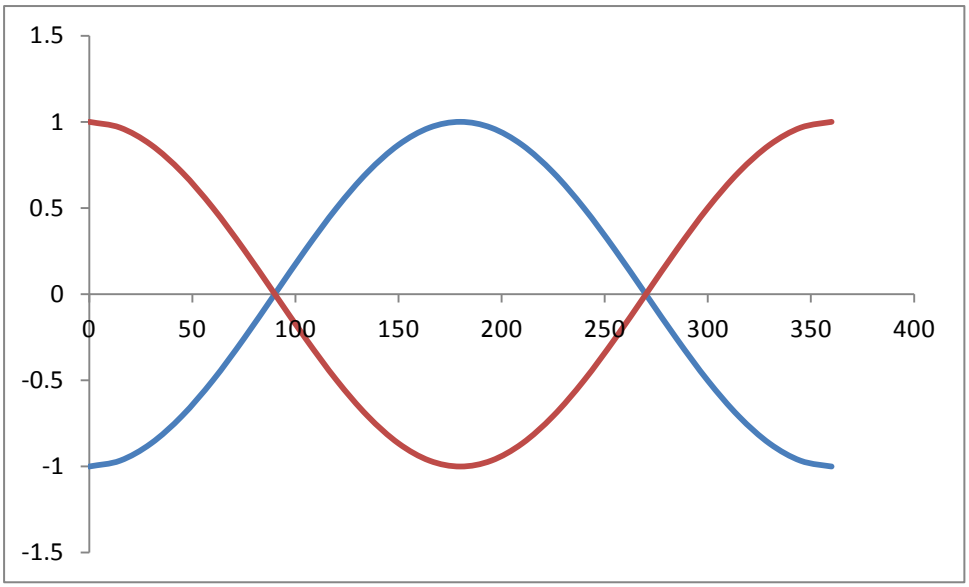
انسحاب لليمين بمقدار $\frac{\pi}{٢}$

يكرر الاقتران نفسه كل ٤ ، وسعة الاقتران $\frac{٥}{٢}$

٣) ارسم منحنى كل من الاقترانين ق (س)= – جتاس

ول(س) = – جتا (س–π) على المستوى البياني نفسه و اكتب استنتاجاتك

مع التبرير.



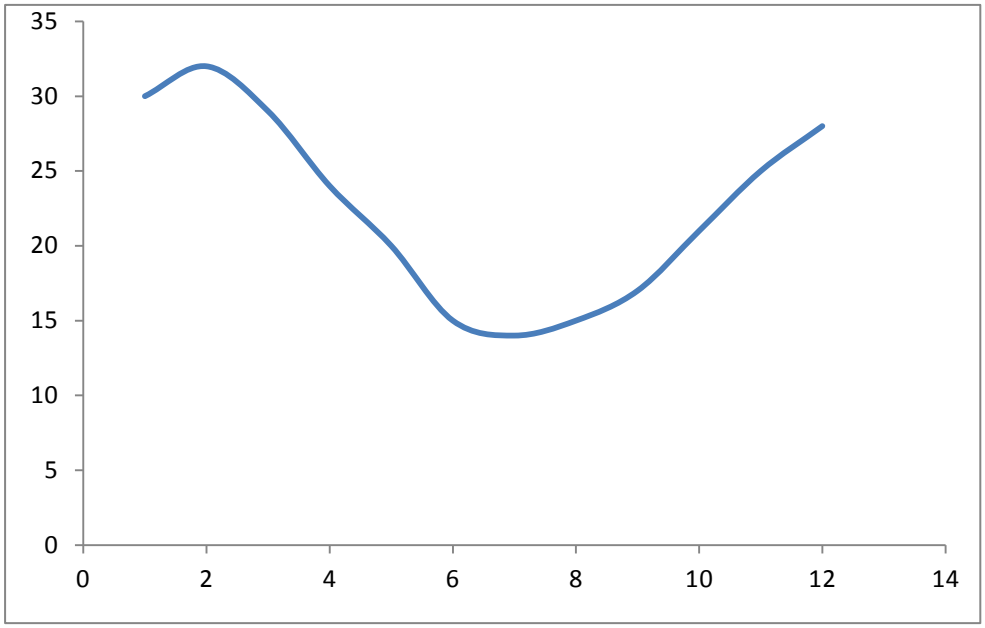
الحل : الاحظ ان احدهما انعكاس للاخر وذلك لان ل (س) مضروب في الجتا بسالب ١ مع انسحاب لليسار بمقدار π

٤) الجدول الآتي يوضح معدل ما دفعته أسرة أردنية ثمناً لفواتير الكهرباء في إحدى السنوات:

الشهر	كانون ٢	شباط	آذار	نيسان	آيار	حزيران	تموز	آب	ايلول	تشرين ١	تشرين ٢	كانون ١
فاتورة الكهرباء	٣٠	٣٢	٢٩	٢٤	٢٠	١٥	١٤	١٥	١٧	٢١	٢٥	٢٨

الجدول (٤-٤)

مثل نقاط الجدول (الشهر ، فاتورة الكهرباء) في المستوى البياني وصل بينها بخطٍ منحنٍ أملس، ثم اقترح اقتراناً يعتمد على اقتران الجيب بحيث يكون رسمه البياني يشبه الرسم الناتج.



الحل : الرسم الناتج يشبه تقريبا رسم الجيب انسحاب للاعلى بمقدار ٢٣,٥وحدة وانسحاب لليسار بمقدار π سعة الاقتران هي ٨,٥

ق(س) = ٢٣,٥ - ٨,٥ جا (س+π)

٥) أ) ق(س)=$\frac{١}{٢}$ جاس الحل: جـ

ت) ب(س)= ٣ جاس الحل: أ

جـ) هـ(س) = جاس الحل: ب

الدرس الرابع:

تدريب(١): أثبت أن أ) جا(π + س) = - جا س

الحل: جا π × جتا س +جتا π ×جاس =صفر ×جتاس+ -١×جاس =- جاس

ب)جا ($\frac{\pi^{٣}}{٢}$ - س) = - جتا س

الحل: جا$\frac{\pi^{٣}}{٢}$ ×جتاس - جتا$\frac{\pi^{٣}}{٢}$ ×جاس =-١ × جتاس – صفر × جاس =

جـ) جتا (π- س) = - جتاس

الحل: جتا π جتاس +جا π جاس = -١ ×جتاس +صفر جاس = - جتاس

تدريب (٢): احسب قيمة كلٍ مما يأتي دون استخدام الآلة الحاسبة:

أ) جتا ٧٠°جتا ٢٥° + جا ٧٠°جا٢٥°

الحل : جتا(٧٠° - ٢٥°)= جتا (٤٥°)= $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

ب) جتا ٧٥°

الحل:جتا(٧٥°) = جتا(٤٥ ° + ٣٠ °) = جتا٤٥ °جتا٣٠ ° - جا ٤٥ ° جا ٣٠ °

= ٠,٧ × ٠,٨٧ -٠,٧ ×٠,٥=٠,٦٠٩+٠,٣٥=٠,٩٥٩

جـ) ظا ١٠٥°

الحل: ظا(٦٠ ° + ٤٥ °) = $\frac{\text{ظا٤٥+ظا٦٠°}}{\text{١-ظا٤٥ظا٦٠}}$ = $\frac{\text{١+١.٧}}{\text{١.٧×١-١}}$ = - ٣,٨٦

تدريب (٣): إذا كان قياس الزاوية س < ١٨٠° ،وكان جاس =- $\frac{٣}{٥}$ ،

وكان قياس الزاوية ص يحقق أن ١٨٠°< ص< ٢٧٠° ، و كان جتا ص=- $\frac{١٢}{١٣}$ ،

احسب قيمة كلٍ مما يأتي:

أ) جا (س- ص)

الحل: جا^{٢}س + جتا^{٢}س=١ ومنه جتاس= - $\frac{٤}{٥}$ س في الربع الثالث

نكرر الخطوات لحساب جاص وينتج جاص = - $\frac{٥}{١٣}$

جا(س – ص)= جاس جتاص – جاص جتاس

= - $\frac{٣}{٥}$ × - $\frac{١٢}{١٣}$ - - $\frac{٥}{١٣}$ × - $\frac{٤}{٥}$ = - $\frac{٥٦}{٦٥}$

ب)جتا (س+ص)

الحل: جتاس جتاص –جاس جاص =- $\frac{٤}{٥}$ × - $\frac{١٢}{١٣}$ - - $\frac{٣}{٥}$ × - $\frac{٥}{١٣}$ = $\frac{٢١}{٦٥}$ ونعوض مرة

اخرى جتاس=- $\frac{٤}{٥}$

جـ) ظا (س- ص)

الحل: $\frac{\text{ظاس–ظاص}}{\text{١ – ظاص ظاس}}$ = ($\frac{٣}{٤}$ - $\frac{٥}{١٢}$)/(١- $\frac{٣}{٤}$ × $\frac{٥}{١٢}$) ظاس=$\frac{٣}{٤}$ ظاص=$\frac{٥}{١٢}$

= $\frac{٤}{١٢}$ ÷ $\frac{١١}{١٦}$ = $\frac{١٦}{٣٣}$

تدريب(٥): اثبت أن:

أ) $\frac{\text{جا(س+ص)}}{\text{جتاس جتاص}}$ = ظا س + ظا ص

الحل: $\frac{\text{جتاس جاص+جتاص جاس}}{\text{جتاص جتاس}}$ = $\frac{\text{جتاس جاص}}{\text{جتاص جتاس}}$ + $\frac{\text{جاس جتاص}}{\text{جتاس جتاص}}$ = ظاص + ظاس

ت) $\frac{\text{جا(س–ص)}}{\text{جتا(س+ص)}}$ = $\frac{\text{ظا س–ظا ص}}{\text{١–ظا س ظا ص}}$

الحل: $\frac{\text{جتاص جاس–جاص جتاس}}{\text{جتاس جتاص–جاص جاس}}$ قسمة البسط والمقام على المقدار جتاس جتاص

ينتج $\frac{\text{ظا س–ظا ص}}{\text{١–ظا س ظا ص}}$

تدريب (٦): اثبت أن $\frac{\text{جا٧٥°+جا١٥°}}{\text{جتا١٥°−جتا٧٥°}} = \sqrt{٣}$

الحل: ٧٥ + ١٥ = ٩٠ ٩٠ ÷ ٢ = ٤٥ ٧٥-١٥=٦٠ ٦٠ ÷٢ = ٣٠

=

$$\frac{٢\text{جا}٤٥\text{جتا}٣٠}{-٢\text{جتا}٤٥\text{جا}(-٣٠)}$$

$= (٢ \times ٠,٧ \times ٠,٨٧) / (-٢ \times ٠,٧ \times -٠,٥) = ١,٢١٨ / ٠,٧ = ١,٧٤ = \sqrt{٣}$

تمارين ومسائل

١) دون استخدام الآلة الحاسبة جد قيمة كلاً مما يأتي:

أ) جتا٥٠°جتا١٠°- جا٥٠°جا ١٠°

الحل:جتا(٥٠° + ١٠°) = جتا ٦٠°= ٠,٥

ب)جا ٣٥°جتا٢٥°+ جا ٢٥°جتا٣٥°

الحل: جا(٣٥°+٢٥°)=جا٦٠° = $\sqrt{٣}$/ ٢

جـ) –جا ٧٥° جا ١٥° + جتا ٧٥° جتا١٥°

الحل:جتا(٧٥ ° +١٥ °) = جتا ٩٠ ° = صفر

د)جا$\frac{\pi}{٣}$ جتا $\frac{\pi}{٧}$ - جا$\frac{\pi}{٧}$ جتا$\frac{\pi}{٣}$

الحل: جا ($\frac{\pi}{٣}$ - $\frac{\pi}{٧}$) = جا $\frac{\pi ٤}{٢١}$

٢) بسط المقادير الآتية:

أ) جتا٢س جا٣ص – جتا٣ص جا٢س

الحل:جا(٢س-٣ص)

ب)جاس جتا٢ص +جا٢ص جتاس

الحل: جا(س+٢ص)

جـ) جتاس جتا٣س +جاس جا٣س

الحل: جتا(س-٣س)= جتا -٢س=جتا٢س

د)جا ٣س جتاس – جتا ٣س جاس

الحل: جا(٣س – س) = جا٢س

هـ) جتا ٧ص جتا ٣ص – جا ٧ص جا ٣ص

الحل:جتا (٧ص-٣ص)=جتا٤ص

و) $\frac{\text{ظا(س–ص)+ظاص}}{\text{١–ظا(س–ص)ظاص}}$

الحل: ظا(س- ص +ص) = ظاس

٣) برهن صحة كلٍ مما يأتي:

أ) جتا ٣س = جتا ^{٣}س – ٣ جا ^{٢} س جتاس

الحل:جتا٣س =جتا(س+٢س) = جتاس جتا٢س –جاس جا٢س

=جتاس(جتاس جتاس – جاس جاس) – جاس(جاس جتاس + جاس جتا س)

= جتا ^{٣}س –جتاس جا ^{٢}س- ٢ جتاس جا ^{٢}س= جتا ^{٣}س – ٣جتاس جا ^{٢}س

ب)جا٤س +جا٢س = ٢ جا٣س جتاس

الحل: جا٤س +جا٢س = ٢ جا $\frac{\text{٢س+٤س}}{٢}$ جتا $\frac{\text{٤س–٢س}}{٢}$

= ٢ جا٣س جتاس

جـ) (جتاس +جاس) ^{٢} – (جتاس – جاس) ^{٢}=٤جاس جتاس

الحل:

جتا ^{٢}س+٢ جتاس جاس +جا ^{٢}س –جتا ^{٢}س +٢جتاس جاس –جا ^{٢}س =٤جتاس جاس

د) (٤جاس +٣جتاس) ^{٢} +(٣ جاس – ٤جتاس) ^{٢} = ٢٥

الحل:

=١٦جا^{٢}س+٢٤ جاس جتاس +٩جتا^{٢}س + ٩ جا^{٢}س -٢٤ جاس جتاس +١٦جتا^{٢}س

=١٦(جا^{٢}س+جتا^{٢}س) +٩ (جا^{٢}س+جتا^{٢}س) = ١٦+٩ =٢٥

هـ) (١- جاس)(١+$\frac{١}{جاس}$)=$\frac{جتا^{٢}س}{جاس}$

الحل: ١ + $\frac{١}{جاس}$ - جاس -١ = $\frac{١}{جاس}$ - جاس توحيد مقامات

= (١-جا^{٢}س) /جاس =جتا^{٢}س/جاس

د)$\frac{جتاس}{١-جاس}$ – $\frac{جتاس}{١+جاس}$ = ٢ ظاس

الحل: توحيد مقامات (جتاس(١+جاس) – جتاس(١-جاس))/(١-جاس)(١+جاس)

=(جتاس +جاس جتاس –جتاس +جاس جتاس)/(١- جا^{٢}س)

= ٢جتاس جاس /جتا^{٢}س = ٢جاس /جتاس = ٢ظاس

و) ظا (س+ ص) ظا (س- ص)

= $\underline{ظا^{٢}س - ظا^{٢}ص}$

١- ظا^{٢} س ظا^{٢}ص

(س≠٤٥°،ص≠٤٥°أو مضاعفات ٤٥°، أو ما يجعل المقام صفر)

الحل:$\frac{ظاس+ظاص}{١-ظاص ظاس}$ × $\frac{ظاس-ظاص}{١+ظاص ظاس}$ = $\underline{ظا^{٢}س - ظا^{٢}ص}$

١- ظا^{٢} س ظا^{٢}ص

ز) $\frac{جا(س+ص)}{جا(س-ص)}$ = $\frac{ظا س+ظا ص}{ظاس-ظاص}$ (س≠ ص)

الحل: $\frac{\text{جاص جتاس+جتاص جاس}}{\text{جتاص جاس−جاص جتاس}}$ قسمة البسط والمقام على المقدار جتاس جتاص

ينتج $\frac{\text{ظا س+ظا ص}}{\text{ظاس−ظاص}}$

٤) أب جـ مثلث فيه جا أ= $\frac{٤}{٥}$ جا ب = $\frac{٥}{١٣}$

برهن أنّ : جا جـ = $\frac{٦٣}{٦٥}$ أو $\frac{٣٣}{٦٥}$

الحل: جـ = ١٨٠ –(أ +ب)

جا جـ = جا(١٨٠ –(أ +ب))

=جا ١٨٠ جتا(أ+ب) – جتا ١٨٠ جا(أ+ب) =صفر + جا(أ+ب)

= جاأ جتاب + جاب جتا أ جتاأ =- $\frac{٣}{٥}$ أو $\frac{٣}{٥}$ من جا٢س +جتا٢س=١

=$\frac{٤}{٥}$ × $\frac{١٢}{١٣}$ + $\frac{٥}{١٣}$ × $\frac{٣}{٥}$ = $\frac{٦٣}{٦٥}$ جتاب = $\frac{١٢}{١٣}$

أو =$\frac{٤}{٥}$ × $\frac{١٢}{١٣}$ + $\frac{٥}{١٣}$ ×- $\frac{٣}{٥}$ =$\frac{٣٣}{٦٥}$

٥) إذا كان قياس أ+ب = $\frac{\pi}{٤}$ ، ظا أ=$\frac{١}{١١}$ فجد ظا ب.

الحل:ظا(أ+ب) =$\frac{\text{ظاأ+ظاب}}{\text{١−ظاأ ظاب}}$

١ = $\frac{\text{ظاأ+ظاب}}{\text{١−ظاأ ظاب}}$ ومنه ظا أ +ظاب = ١- ظا أ ظاب

ظاب + $\frac{١}{١١}$ = ١ - $\frac{١}{١١}$ ظاب تبسيط المعادلة

- $\frac{١٢}{١١}$ ظاب =- $\frac{١٠}{١١}$ ومنه ظا ب =$\frac{١٠}{١٢}$ =$\frac{٥}{٦}$

٦) إذا كان قياس أ،ب، جـ زوايا مثلث أثبت أن:

ظا أ + ظا ب + ظا جـ = ظا أ ظاب ظا جـ

الحل:ظاجـ =ظا(١٨٠-(أ+ب))= - ظا(أ+ب)

ظاجـ = $\frac{\text{ظاأ}-\text{ظاب}}{١-\text{ظاأ ظاب}}$ بالضرب التبادلي ينتج

ظاجـ (١- ظاأ ظاب) =- ظاأ ×- ظاب

ظاجـ - ظاجـ ظاأظاب = -ظاأ ×-ظاب

ظا أظاب ظاجـ= ظاأ ظاب ظا جـ

٧) جد مفكوك كل مما يأتي:

أ) جا (أ+ ب + جـ)

الحل : جا(أ +(ب +جـ)) = جاأ جتا(ب +جـ) + جتا أ جا(ب +جـ)

=جاأ(جتاب جتاجـ - جاب جا جـ) + جتاأ(جاب جتا جـ+جتا جـ جاب)

=جاأجتاب جتاجـ -جاأجاب جاجـ+ جتاأ جاب جتاجـ +جتاأجتاجـ جاب

ب)جتا (أ+ب+جـ)

الحل:جتا((أ+ب)+جـ) = جتا(أ+ب) جتاجـ - جا(أ+ب)جاجـ

=جتاجـ(جتاأ جتاب –جاأ جاب)- جاجـ (جاأ جتاب +جاب جتاأ)

=جتا جـ جتاأ جتاب –جتاجـ جاأ جاب –جاجـ جا ا جتاب +جاجـ جاب جتاأ

جـ) ظا (أ+ ب+جـ)

الحل: ظا(أ +(ب+جـ)) = $\frac{\text{ظا}(\text{جـ}+\text{ب})+\text{ظاأ}}{١-\text{ظاأظا}(\text{ب}+\text{جـ})}$ = $\frac{\frac{\text{ظاب}+\text{ظاجـ}}{١-\text{ظاجـ ظاب}}+\text{ظاأ}}{١-\frac{\text{ظاب}+\text{ظاجـ}}{١-\text{ظاجـ ظاب}}\text{ظاأ}}$

٨) حل المسألة الواردة في بداية الدرس إذا علمت أن الزمن ١ ثانية .

الحل:ت= ٧جا٧٥ = ٧جا(٤٥+٣٠)=٧(جا٤٥جتا٣٠+جا٣٠جتا٤٥)

=٧(٠,٧×٠,٨٧ + ٠,٥ ×٠,٧)=٦,٧١٣

الدرس الخامس: المتطابقات المثلثية ٢

تدريب(١): اثبت أن: جتا٢س= ١-٢جا^{٢}س،

الحل: جتا٢س = جتا^{٢}س –جا^{٢}س =١- جا^{٢}س-جا^{٢}س = ١-٢جا^{٢}س

جتا٢س= ٢جتا^{٢}س-١

جتا٢س = جتا^{٢}س –جا^{٢}س = جتا^{٢}س –(١-جتا^{٢}س) = ٢جتا^{٢}س -١

تدريب (٢): إذاعلمت أن جتا س = $\frac{-١}{٣}$ ، ٩٠° < س < ٢٧٠°،فجد قيمة كلاً من:

أ) جا٢س ب) جتا ٢س

الحل :أ) جا٢س= ٢جاس جتاس جاس = $\sqrt{\frac{٨}{٣}}$

= ٢ × $\sqrt{\frac{٨}{٩}}$ -

ب) جتا٢س = ١ - ٢جا^{٢}س = ١ - ٢ × $\frac{١}{٩}$ = $\frac{٧}{٩}$

تدريب (٣): دون استخدام الآلة الحاسبة جد قيمة: (جتا^{٢} ١٥°).

الحل:٢جتا^{٢} ١٥ - ١=جتا٢(١٥) =جتا٣٠

٢ جتا^{٢} ١٥ - ١ = ٠,٨٧ ومنه جتا^{٢} ١٥=٠,٩٣٥

تدريب(٤): اثبت أن جا $\frac{س}{٢}$ = ± $\sqrt{\frac{١-جتاس}{٢}}$

الحل: جتا٢س = ١ - ٢جا^{٢}س تعويض س بدل ٢س

جتاس = ١-٢جا^{٢} $\frac{س}{٢}$ ومنه جا^{٢} $\frac{س}{٢}$ = $\frac{١-جتاس}{٢}$ ومنه جا $\frac{س}{٢}$ = ± $\sqrt{\frac{١-جتاس}{٢}}$

تدريب(٥): إذا علمت أن جاس = $\frac{٣}{٥}$ ، س في الربع الثاني، فجد قيمة جا $\frac{س}{٢}$.

الحل: جا^{٢}س +جتا^{٢}س = ١ ومنه جتاس =- $\frac{٤}{٥}$

جا $\frac{س}{٢}$ = ± $\sqrt{\frac{١+\frac{٤}{٥}}{٢}}$ = ± $\frac{٣}{\sqrt{١٠}}$

تدريب(٦): اثبت أن ظا $\frac{س}{٢}$ = ± $\frac{١-جتاس}{جاس}$

الحل: ظا $\frac{س}{٢}$ = $\frac{جا\frac{س}{٢}}{جتا\frac{س}{٢}}$ = $\sqrt{\frac{\frac{١-جتاس}{٢}}{\frac{١+جتاس}{٢}}}$ ومنه ظا $\frac{س}{٢}$ = ± $\sqrt{\frac{١-جتاس}{١+جتاس} \times \frac{١-جتاس}{١-جتاس}}$ = ± $\frac{١-جتاس}{جاس}$

تمارين ومسائل

١) دون استخدام الآلة الحاسبة جد قيمة كل مما يأتي:

أ) جتا ٥٠°جا ٨٠° - جا٥٠° جا ١٠°

الحل:جتا(٥٠° - ٨٠ °) = جتا-٣٠ ° = **جتا٣٠°**

ب)جتا ٧٠° جتا ٢٥°+ جا٧٠° جتا٦٥°

الحل:

جتا ٧٠° جتا٢٥ ° + جا٧٠ ° جا ٢٥ ° =جتا(٧٠°-٢٥°) = جتا ٤٥ °

جـ) ٢ جتا^{٢} $\frac{\pi}{١٢}$ - ١

الحل : ٢ جتا^{٢} $\frac{\pi}{١٢}$ – ١ = جتا ٢×$\frac{\pi}{١٢}$ = جتا$\frac{\pi}{٦}$

د) جا$\frac{\pi°}{٨}$

الحل : جا$\frac{\pi°}{٨}$ = $\pm$ $\sqrt{\frac{١ - \text{جتا}\frac{\pi°}{٤}}{٢}}$

هـ) ظا$\frac{\pi°}{١٢}$

الحل:$\pm$ $\frac{١ - \text{جتا}\frac{\pi°}{٦}}{\text{جا}\frac{\pi°}{٦}}$

٢) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل: ل = $\frac{ع^{٢}\ \text{جا}^{٢}\ س}{جـ}$ د = $\frac{\text{جا٢س}\ ع^{٢}}{جـ}$

$\frac{ل}{د}$ = $\frac{\frac{ع^{٢}\ \text{جا}^{٢}\ س}{جـ}}{\frac{\text{جا٢س}\ ع^{٢}}{جـ}}$ = $\frac{\text{جا}^{٢}\ س}{\text{جا٢س}}$ = $\frac{\text{جاس جاس}}{٢\text{جتاس جاس}}$ = $\frac{١}{٢}$ ظاس

٣) اثبت صحة كلٍ من المتطابقات الآتية:

أ) $\frac{\text{جتا٢س}}{١+\text{جا٢س}}$ = $\frac{\text{ظتاس} - ١}{\text{ظتاس}+١}$

الحل: $\frac{\text{ظتاس}-١}{\text{ظتاس}+١} = \frac{١-\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}}{١+\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}} = \frac{\frac{\text{جتاس}-\text{جاس}}{\text{جاس}}}{\frac{\text{جاس}+\text{جتاس}}{\text{جاس}}} = \frac{\text{جتاس}-\text{جاس}}{\text{جتاس}+\text{جاس}} \times \frac{\text{جاس}+\text{جتاس}}{\text{جتاس}+\text{جاس}}$ ومنه

$$\frac{\text{جتا}٢\text{س}}{١ + \text{جا}٢\text{س}}$$

ب) $\text{ظا س} = \frac{١-\text{جتا}٢\text{س}}{\text{جا}٢\text{س}}$

الحل:

(١-١+٢جا^{٢}س)/(٢جاس جتاس)= ٢جا^{٢}س / ٢ جاس جتاس

=جاس/جتاس=ظاس

جـ) $\text{ظا ٢س} = \frac{٢}{\text{قتاس}-\text{ظاس}}$

الحل: $\frac{٢}{\text{قتاس}-\text{ظاس}}$ = ٢/($\frac{١}{\text{جاس}}$ - $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$) =٢/(جتا ^{٢}س –جا^{٢}س)/جاس جتاس

=جا٢س/جتا٢س=ظا٢س

د) ٤ جتا^{٢} س – جا^{٢} ٢س = ٤ جتا^{٤} س

الحل:٤ جتا^{٢}س – (٢جاس جتاس)^{٢} =٤جتا^{٢}س- ٤ جتا^{٢} س جا^{٢} س

= ٤ جتا^{٢}س(١- جا^{٢}س)=٤جتا^{٢}س جتا^{٢}س = ٤ جتا^{٤}س

هـ)$\frac{\text{جاس}}{\text{قاس}} = \frac{١}{\text{ظاس}+\text{ظتاس}}$

الحل: $\frac{١}{\text{ظاس}+\text{ظتاس}} = \frac{١}{\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}+\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}} = \frac{١}{\frac{\text{جاس جاس}}{\text{جتاس جاس}}+\frac{\text{جتاس جتاس}}{\text{جتاس جاس}}} = \frac{\text{جتاس جاس}}{١} = \frac{\text{جاس}}{\text{قاس}}$

و) $\frac{١-\text{جتاهـ}}{١+\text{جتاهـ}} = (\text{قتاهـ} - \text{ظتاهـ})^{٢}$

الحل:$\frac{١-\text{جتاهـ}}{١+\text{جتاهـ}} \times \frac{١-\text{جتاهـ}}{١-\text{جتاهـ}} =(١-\text{جتاهـ})^{٢}$ /(١-جتا^{٢}هـ)

=(١ – ٢جتاهـ +جتا ^{٢}هـ)/جا^{٢}هـ =قتا^{٢}هـ -٢ ظتاهـ قتاهـ +ظتا^{٢}هـ

$= (\text{قتاهـ} - \text{ظتاهـ})^{٢}$

ز) $\text{ظتا}\frac{\text{س}}{٢} = \pm\frac{\text{جاس}}{\text{١+جتاس}}$

الحل : $\text{ظتا}\frac{\text{س}}{٢} = \frac{\text{جتا}\frac{\text{س}}{٢}}{\text{جا}\frac{\text{س}}{٢}} = \pm\sqrt{\frac{\frac{\text{١+جتاس}}{٢}}{\frac{\text{١-جتاس}}{٢}}} = \pm\sqrt{\frac{\text{١+جتاس}}{\text{١-جتاس}} \times \frac{\text{١+جتاس}}{\text{١+جتاس}}} = \pm\frac{\text{١+جتاس}}{\text{جاس}}$

ح) $\frac{\text{جا٢جـ}}{\text{١+جتا٢جـ}} \times \frac{\text{جتاجـ}}{\text{١+جتاجـ}} = \text{ظا}\frac{\text{جـ}}{٢}$

الحل: $\frac{\text{٢جتاجـ جاجـ}}{\text{١-١+٢جتا٢جـ}} \times \frac{\text{جتاجـ}}{\text{١+جتاجـ}} = \frac{\text{جاجـ}}{\text{١+جتاجـ}} = \text{ظا٢جـ}$

٤) إذا كان ظا ٢جـ $= \frac{٧}{٣٥}$ ، فجد قيم ظا جـ .

الحل: ظا ٢جـ $= ٢\text{ظاجـ} / (١ - \text{ظا}^{٢}\text{جـ})$

$\frac{٧}{٣٥} = ٢\text{ظاجـ} / (١ - \text{ظا}^{٢}\text{جـ})$ ومنه $٧ \times (١ - \text{ظا}^{٢}\text{جـ}) = ٣٥ \times ٢\text{ظاجـ}$

$٧ - ٧\ \text{ظا}^{٢}\text{جـ} = ٧٠\text{ظاجـ}$ ومنه $\text{ظا}^{٢}\text{جـ} + ١٠\text{ظاجـ} - ٧ = \text{صفر}$

ومنه $\text{ظاجـ} = \frac{-١٠ \mp \sqrt{٩٦}}{٢}$

٥) إذا كان جتاهـ $= \frac{٤}{٥}$ ، ظا هـ < ٠ ، $٢٧٠° < \text{هـ} < ٣٦٠°$، فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) جتا ٢هـ

الحل: $\text{جاهـ} = -\frac{٣}{٥}$ $\quad \text{جتا٢هـ} = ٢(\frac{٤}{٥})^{٢} - ١ = \frac{٧}{٢٥}$

ب) جا ٢هـ

الحل: $\text{٢جاهـ جتاهـ} = ٢ \times -\frac{٣}{٥} \times \frac{٤}{٥} = -\frac{٢٤}{٢٥}$

جـ) ظا ٢هـ

الحل: ظا٢هـ $= \frac{\text{جا٢هـ}}{\text{جتا٢هـ}} = -\frac{\frac{٣}{٥}}{\frac{٤}{٥}} = -\frac{٣}{٤}$

د) جا $\frac{\text{هـ}}{٢}$

الحل: $\pm\sqrt{\frac{١-\text{جتاس}}{٢}} = \pm\sqrt{\frac{١-\frac{٤}{٥}}{٢}} = -\frac{١}{\sqrt{١٠}}$

هـ) جتا $\frac{\text{هـ}}{٢}$

الحل: $\pm\sqrt{\frac{١+\text{جتاس}}{٢}} = \pm\sqrt{\frac{١+\frac{٤}{٥}}{٢}} = \frac{٣}{\sqrt{١٠}}$

و) ظا $\frac{\text{هـ}}{٢}$

الحل : $\frac{\text{جا}\frac{\text{هـ}}{٢}}{\text{جتا}\frac{\text{هـ}}{٢}} = \frac{\frac{١}{\sqrt{١٠}}}{\frac{٣}{\sqrt{١٠}}} = \frac{١}{٣}$

٦) إذا كان جتا أ $= \frac{٣}{٥}$ ، جتا ب $= \frac{٤}{٥}$ ، أ و ب زاويتان حادتان جد قيمة جتا $(\frac{\text{أ}-\text{ب}}{٢})$

(دون استخدام الآلة الحاسبة)الحل:

جتا $(\frac{\text{أ}-\text{ب}}{٢}) = \sqrt{\frac{١+\text{جتا}(\text{أ}-\text{ب})}{٢}} = \sqrt{\frac{١+\text{جتاب جتاأ}+\text{جاأ جاب}}{٢}} = \sqrt{\frac{١+\frac{٣}{٥}\times\frac{٤}{٥}+\frac{٣}{٥}\times\frac{٤}{٥}}{٢}} = \sqrt{\frac{٤٩}{٥٠}} = \frac{٧}{٥\sqrt{٢}}$

الدرس السادس: حل المعادلات المثلثية

تدريب (٢): حل المعادلة جتا ٢س = ٠,٥

الحل: ٢س = ٦٠ ومنه س= ٣٠ أو س= ١٥٠

تدريب (٣): حل المعادلة الآتية : جاس - جا$\frac{\text{س}}{٢}$ = صفر حيث صفر<س<٣٦٠°

الحل: ٢جا$\frac{\text{س}}{٢}$جتا$\frac{\text{س}}{٢}$ - جا$\frac{\text{س}}{٢}$ = صفر ومنه جا$\frac{\text{س}}{٢}$ (٢ جتا$\frac{\text{س}}{٢}$ – ١) = صفر ومنه

إما جا$\frac{س}{٢}$ = صفر ومنه $\frac{س}{٢}$ = صفرأو ١٨٠ س= صفرأو ٣٦٠

أو ٢جتا$\frac{س}{٢}$ -١ = صفر ومنه جتا$\frac{س}{٢}$ =$\frac{١}{٢}$ ومنه $\frac{س}{٢}$= ٦٠ أو ٣٠٠ وس =١٢٠

أو٦٠٠خارج الفترة

تمارين و مسائل

١) جد الحل العام لكل من المعادلات الآتية:

أ) جاس جتاس - $\frac{١}{٢}$ جتاس=صفر

الحل: جتاس(جاس - $\frac{١}{٢}$) =صفر ومنه إما جتاس =صفر وبذلك س=٩٠

أو جاس=$\frac{١}{٢}$ وتكون س= ٣٠أو ١٥٠

ويكون الحل العام:{٣٠+ن×٣٦٠، ١٥٠+ ن ×٣٦٠ ، ٩٠+ن×٣٦٠ }

ب)جا^{٢} ٢س+ جتا^{٢} س = صفر

الحل:٢جا^{٢}س جتا^{٢}س+جتا^{٢}س =صفر

جتا^{٢} س(٢ جا^{٢}س +١)= صفر

إما جتا^{٢}س = صفر (٢ جا^{٢}س +١)= صفرليس لها جذور حقيقية

جتاس =صفر س = ٩٠ الحل العام = ٩٠+٣٦٠×ن

جـ) جتا٢س + جتاس +١ = صفر

الحل:٢جتا^{٢}س -١ +جتاس +١ =صفر ومنه ٢جتا^{٢}س+جتاس=صفر

جتاس (٢جتاس +١) = صفر أما جتاس =صفر او جتاس = -٠,٥

س= ٩٠ أو س= ١٢٠ أو ٢٤٠

الحل العام: { ٩٠+ ٣٦٠×ن ، ١٢٠ + ٣٦٠×ن ، ٢٤٠ + ٣٦٠×ن}

د) ٢جا^{٢} س – ١ = صفر

الحل: جا^{٢}س = $\frac{١}{٢}$ ومنه س = ٤٥ ، ١٣٥ ، ٢٢٥ ، ٣١٥

الحل العام :{٤٥+٣٦٠×ن ، ١٣٥+٣٦٠×ن، ٢٢٥ +٣٦٠×ن، ٣١٥+٣٦٠×ن}

هـ) جتاس -٢ جتاس جاس =صفر

الحل: جتاس(١-٢جاس) = صفر

إما جتاس =صفر أو ١-٢جاس =صفر

س=٩٠ أو س =٣٠أو ١٥٠

الحل العام :{٩٠+٣٦٠×ن ، ٣٠+٣٦٠×ن ، ١٥٠+٣٦٠×ن}

و) جتا٢س – جا^{٢}س+٢=صفر

الحل:١-٢جا^{٢}س –جا^{٢}س +٢ =صفر ٣-٣جا^{٢}س=صفر

ومنه جا^{٢}س =١ ومنه جاس=١ أو جاس =-١

س= ٩٠ أو ٢٧٠

الحل العام:{٩٠+٣٦٠×ن ، ٢٧٠ + ٣٦٠×ن }

ز)جاس +جا$\frac{س}{٢}$ =صفر

الحل: ٢جا$\frac{س}{٢}$جتا$\frac{س}{٢}$ +جا$\frac{س}{٢}$ = صفر ومنه جا$\frac{س}{٢}$ (٢ جتا$\frac{س}{٢}$ + ١) = صفر ومنه

إما جا$\frac{س}{٢}$ = صفر ومنه $\frac{س}{٢}$ = صفرأو ١٨٠ س= صفرأو ٣٦٠

أو ٢جتا$\frac{س}{٢}$ +١ = صفر ومنه جتا$\frac{س}{٢}$ =- $\frac{١}{٢}$ ومنه $\frac{س}{٢}$= ١٢٠ أو =٢٤٠ ومنه س = ٢٤٠ أو ٤٨٠

٢) اكتب كل معادلة من المعادلات المثلثية الآتية بدلالة اقتران مثلثي واحد:

أ) ٢ جتا^{٢}س = جاس+١

الحل: ٢(١-جا^{٢}س)=جاس +١ ومنه ٢جا^{٢}س+جاس -١ =صفر

ب) جاس = جتاس

الحل : ظاس =١

جـ) ٥ ظا^{٢}س=٦قاس-٥

الحل:٥ (١- قا^{٢}س) = ٦قاس -٥

٦قاس +٥قا^{٢}س -١٠=صفر

د) ١+ظتا^{٢}س= ٣قتاس

الحل:١+١- قتا^{٢}س=٣قتاس

٣قتاس +قتا^{٢}س-٢=صفر

٣) باستخدام الرسم، حل كلاً من المعادلات الآتية:

أ) جاس =- جتاس ب) جاس = جا٢س

٤) دون اللجوء إلى الحل، اذكر عدد الحلول الممكنة لكل معادلة إذا علمت أن

٠ < س< ٢π، مبرراً إجابتك :

أ) ٣جاس = ٤

الحل : لايوجد لها حلول تعطي قيمة للجيب اكبر من ١

ب) ظاس =١

الحل يوجد لها حلان في الربع الاول و الربع الثالث يكون ظاس موجبا

جـ) ٢جاس +٣جتاس = ٧

الحل : لا يوجد لها حلول تعطي قيما للجيب و جيب التمام أكبر من ١

د) ظاس + ظتاس = صفر

الحل : لايوجد لها حلول لان وجود حل لها يعني أن ظاس له إشارة مخالفة ل ظتاس و هذان الالقترانان لهما نفس الاشارة

٨)إذا علمت أن ب جا هـ = $\sqrt{٣}$ ، ب جتاهـ = ١، فاحسب:

أ)قيم هـ التي تحقق العلاقتين معاً.

الحل: ب جا هـ = $\sqrt{٣}$ ومنه ظاهـ = $\sqrt{٣}$ هـ = ٦٠+٣٦٠×ن،٢٤٠+٣٦٠×ن

ب جتاهـ = ١

ب)قيم ب الممكنة.

جميع القيم الحقيقية

أسئلة الوحدة

١) حول الزوايا الآتية من القياس الستيني إلى التقدير الدائري:

أ) ٧٥° ب) ٢٢,٥°

الحل :أ) $٧٥^\circ \times \frac{\pi}{١٨٠^\circ} = \frac{\pi^٥}{١٢}$

ب) $٢٢,٥ \times \frac{\pi}{١٨٠^\circ} = \frac{\pi}{٨}$

٢) حول الزوايا الآتية من التقدير الدائري إلى القياس الستيني:

أ) $\frac{\pi}{١٠}$ ب) $\frac{\pi^٧}{٦}$

الحل: أ) $\frac{\pi}{١٠} \times \frac{١٨٠^\circ}{\pi} = ١٨٠^\circ$

ب) $\frac{\pi^٧}{٦} \times \frac{١٨٠^\circ}{\pi} = ٢١٠^\circ$

٣) بسط العبارات الآتية:

أ) قتا^{٢}هـ - ظتا^{٢}هـ

الحل: (١/جا^{٢}هـ) – (جتا^{٢}هـ /جا^{٢}هـ)= (١-جتا^{٢}هـ)/جا^{٢}هـ

= جا^{٢}هـ/جا^{٢}هـ =١

ب) $\frac{\text{قتاهـ} \times \text{جتاهـ}}{\text{ظاهـ}}$

الحل: $\frac{\text{قتاهـ} \times \text{جتاهـ}}{\frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}}} = \frac{\frac{١}{\text{جاهـ}} \times \text{جتاهـ}}{\frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}}} = \frac{\text{جتاهـ}}{\text{جاهـ}} \times \frac{\text{جتاهـ}}{\text{جاهـ}} = \text{ظا}^٢\text{هـ}$

جـ) قاهـ ظا^{٢}هـ + قا هـ

الحل :قاهـ(ظا^{٢}هـ+١)= قاهـ ×قا^{٢}هـ =قا^{٣}هـ

د) (١- جاهـ) (١+جاهـ)

الحل: ١- جا^{٢}هـ = جتا^{٢}هـ

هـ) ٢-٢جا^{٢} هـ

الحل: ٢(١- جا^{٢}هـ) = ٢جتا^{٢}هـ

و) جتاهـ / جا – هـ

الحل:جتاهـ/-جاهـ = - ظاهـ

٤) عبر عن المقادير الآتية باستخدام جاهـ فقط:

أ) ظا هـ جتا^{٢}هـ

الحل : $\frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}}$ جتا^{٢}هـ = جاهـ×جتاهـ =$\frac{١}{٢}$ جا$\frac{٢هـ}{٢}$

ب) جاهـ (١- جتا^{٢}هـ)

الحل: جاهـ× جا^{٢}هـ= جا^{٣}هـ

ج) جتا($\frac{\pi}{٢}$ - هـ) قتاهـ

الحل: جاهـ×$\frac{١}{\text{جاهـ}}$ = $\frac{\text{جاهـ}}{\text{جاهـ}}$

د) ظتا^{٢}هـ - ظا^{٢}هـ

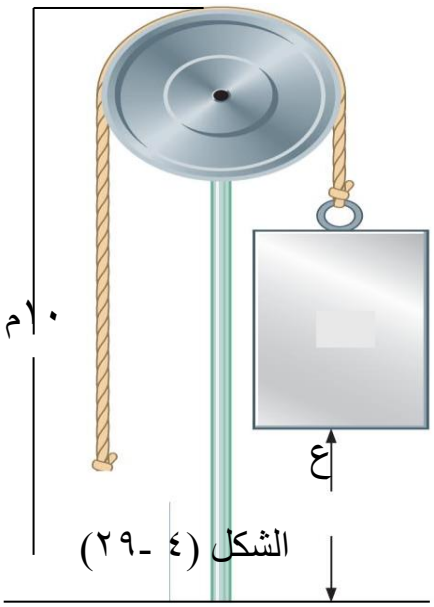
الحل:$(\frac{\text{جتاهـ}}{\text{جاهـ}})^{٢}$ – $(\frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}})^{٢}$=(جتا^{٤}هـ - جا^{٤}هـ) / (جا^{٢}هـ ×جتا^{٢}هـ)

=(جا^{٢}هـ +جتا^{٢}هـ)(جا^{٢}هـ -جتا^{٢}هـ)/جا^{٢}هـ(١-جا^{٢}هـ)

=(جا^{٢}هـ + ١-جا^{٢}هـ)(جا^{٢}هـ- ١+جا^{٢}هـ)/ جا^{٢}هـ(١-جا^{٢}هـ)

=(٢جا^{٢}هـ -١) /(جا^{٢}هـ - جا^{٤}هـ)

٣) يتم رفع بعض الأثقال عن سطح الأرض باستخدام بكرة نصف قطرها ر، و ارتفاعها عن سطح الأرض ١٠ م إذا علمت أن البكرة تدور هـ°، احسب ارتفاع الثقل في الحالات الآتية:



الشكل (٤ -٢٩)

احسب ارتفاع الثقل في الحالات الآتية:

أ) هـ = ٧٢٠° ر = ٤سم

ب) هـ = ١٨٠° ر = ٢ م

الحل:ل= نق × هـ

أ) ل= ٤×٢π = ٨π سم=٢٥,١٢سم

ب) ل=٢×π م = ٦,٢٨م

٥) يقوم لاعب بركل كرة بزاوية قياسها ٢٢,٥°مع سطح الأرض بسرعة ابتدائية متجهة مقدارها ١٠م/ث إذا كانت المسافة التي تقطعها الكرة تعطى بالصيغة

د= $\frac{ع^{٢} جاس جتاس}{جـ}$ حيث جـ ثابت الجاذبية الأرضية =١٠م/ث^{٢}، ع سرعة الكرة.

أ) بسط المقدار السابق

الحل : د= $\frac{ع جا٢س}{جـ}$ =$\frac{ع جا٢س}{١٠}$

ب) استخدم التبسيط في حساب المسافة.

الحل: د= $\frac{ع جا٤٥}{١٠}$ =(١٠×٠,٧)/١٠=٠,٧م

٦) اثبت كلاً مما يأتي:

$$\frac{\text{جاس}+١}{\text{جتاس}} = \frac{\text{جاس}-\text{جتاس}+١}{\text{جاس}+\text{جتاس}-١}$$

$$\frac{\text{جاس}-\text{جتاس}+١}{\text{جاس}+\text{جتاس}-١}$$

$$= (٢\text{جا}\frac{س}{٢}\text{جتا}\frac{س}{٢} - ١ + ٢\text{جا}^{٢}\frac{س}{٢} + ١) / (٢\text{جا}\frac{س}{٢}\text{جتا}\frac{س}{٢} + ١ - ٢\text{جا}^{٢}\frac{س}{٢} - ١)$$

$$= ٢\text{جا}\frac{س}{٢}(\text{جتا}\frac{س}{٢} + \text{جا}\frac{س}{٢}) / ٢\text{جا}\frac{س}{٢}(\text{جتا}\frac{س}{٢} - \text{جا}\frac{س}{٢}) \text{ ومنه}$$

$$= \frac{\text{جا}\frac{س}{٢} + \text{جتا}\frac{س}{٢}}{\text{جا}\frac{س}{٢} - \text{جتا}\frac{س}{٢}} \times \frac{\text{جا}\frac{س}{٢} + \text{جتا}\frac{س}{٢}}{\text{جا}\frac{س}{٢} + \text{جتا}\frac{س}{٢}} = \text{بالتبسيط ينتج} \frac{\text{جاس}+١}{\text{جتاس}}$$

ب) ظاس + قاس $= \frac{\text{ظاس}+\text{قاس}-١}{\text{قتاس}-\text{قاس}+١}$

الحل : يحول الى جيب وجيب تمام ويحل بنفس فكرة السؤال السابق

جـ) قا^{٢} س+ قتا^{٢} س = قا^{٢}س × قتا^{٢} س

الحل:$(\frac{١}{\text{جتاس}})^{٢} + (\frac{١}{\text{جاس}})^{٢}$ = (جا^{٢}س+جتا^{٢}س)/(جا^{٢}س جتا^{٢}س)

=١/(جا^{٢}س جتا^{٢}س)=قا^{٢}س قتا^{٢} س

د)(جاس+جتاس)^{٢} +(جاس – جتاس)^{٢} =٢

الحل: جا^{٢}س+٢جاس جتاس+جتا^{٢}س+ جا^{٢}س -٢جاس جتاس +جتا^{٢}س=٢

هـ)$\frac{\text{جا}^{٢}\text{س}}{١-\text{جتاس}}$ = ١ + جتاس

الحل: (١-جتا^{٢}س)/(١-جتاس)=

$$= \frac{(١ + \text{جتاس})(١ - \text{جتاس})}{١ - \text{جتاس}}$$

=١+جتاس

و) (٢ ب جاس جتاس)^{٢} +ب^{٢} (جتا^{٢}س –جا^{٢}س)^{٢}= ب^{٢}

الحل:

= ٤ب^{٢} جا^{٢}س جتا^{٢}س +ب^{٢} جتا^{٤}س -٢ب^{٢} جتا^{٢}س جا^{٢}س +ب^{٢}جا^{٤}س

=ب^{٢} (جتا^{٤}س+٢جتا^{٢}س جا^{٢}س +جا^{٤}س)

=ب^{٢}(جتا^{٢}س+جا^{٢}س)(جتا^{٢}س+جا^{٢}س)=ب^{٢} × ١×١=ب^{٢}

ز) جا٨س = ٨ جاس جتاس جتا٢س جتا٤س

الحل:

جا٨س= ٢جا٤س جتا٤س=٤جا٢س جتا٢س جتا٤س

=٨ جاس جتاس جتا٢س جتا٤س

ح) (جاس +٢جتاس)^{٢} +(٢ جاس – جتاس)^{٢}=٥

الحل:جا^{٢}س+٤جاس جتاس +٤جتا^{٢}س+٤جا^{٢}س-٤جاس جتاس+جتا^{٢}س

=جا^{٢}س+جتا^{٢}س+٤(جا^{٢}س+جتا^{٢}س)=١+٤=٥

٧) حل كل من المعادلات الآتية :

أ) ٢جتا^{٢}س +جاس -١ = صفر

الحل:٢(١-جا^{٢}س)+جاس -١=٢-٢جا^{٢}س+جاس+١

=٣+جاس -٢جا^{٢}س=صفر

(٣ -٢جاس)(١+جاس)=صفر ومنه إما جاس =١- أو جاس =٣/٢

ب) ٢-جاس =٢ جتا^{٢}س

الحل: ٢(١-جا^{٢}س)-٢+جاس =صفر

=٢-٢جا^{٢}س -٢+جاس =صفر ومنه جاس(-٢جاس+١)=صفر

إما جاس =صفر أو جاس =-٠,٥

جـ) جاس + جتا^{٢}س =١

الحل:جاس+١-جا^{٢}س =١ ومنه جا^{٢}س- جاس =صفر

ومنه جاس(جاس -١)=صفر ومنه جاس =صفر أو اس =١

د) قا^{٢}س – ظا^{٤}س=-١

الحل:قا^{٢}س = ظا^{٤}س – ١=(ظا^{٢}س -١) (ظا^{٢}س +١)

قا^{٢}س =(ظا^{٢}س -١) قا^{٢}س

١= ظا^{٢}س-١ ومنه ٢=ظا^{٢}س

هـ)٤ جاس = ٤ قتاس

الحل: جاس = $\frac{١}{\text{جاس}}$ ومنه جا^{٢}س =١ ومنه جاس =١ أو -١

و) جا٢س – جتاس =٠

الحل: ٢جاس جتاس –جتاس =٠

جتاس(٢جاس -١)=٠ ومنه جتاس =٠ أو جاس =٠,٥

جـ)جاس +جتا٢س – جا٣س =صفر

١) اثبت أن:

أ) قتا^{٢}س- ظتا^{٢}س = ظتاس ظاس

الحل :($\frac{١}{\text{جتاس}}$)^{٢} – ($\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$)^{٢}=جتا^{٢}س /جتا^{٢}س =١

ظتاس ظاس = $\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}$ × $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$ =١

ب)ظتا^{٢}س – جتا^{٢}س= ظتا^{٢}س جتا^{٢}س

الحل:($\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}$)^{٢} – جتا^{٢}س ×($\frac{\text{جاس}}{\text{جاس}}$)^{٢}=(جتا^{٢}س(١-جا^{٢}س))/جا^{٢}س ومنه

=ظتا^{٢}س ×جتا^{٢}س

ج)جتاس ×جتا(- س)- جاس × جا(- س) =١

جتاس ×جتاس –جاس ×-جاس =جتا^{٢}س+جا^{٢}س=١

د) قاس × قتاس = ظاس + ظتاس

الحل : ظاس +ظتاس = $\frac{\text{جاس}}{\text{جاس}}$ × $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$ + $\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}$ × $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$ =

(جا^{٢}س+جتا^{٢}س)/جاس جتاس = $\frac{١}{\text{جتاس جاس}}$ =قاس ×قتاس

هـ) قتاس - جاس = جتاس ظتاس

الحل: $\frac{١}{\text{جاس}}$ - جاس $\times \frac{\text{جاس}}{\text{جاس}}$ = (١-جا^{٢}س)/جاس

$$\frac{\text{جتاس} \times \text{جتاس}}{\text{جاس}}$$

= ظتاس × جتاس

و) جاس قتاس + ظتا^{٢}س = قتا^{٢}س

الحل : جاس $\times \frac{١}{\text{جاس}}$ + ظتا^{٢}س = ١ +ظتا^{٢}س =قتا^{٢}س

٥) إذا كانت أ+ب = ٢٢٥° ، اثبت أن $\frac{\text{ظتام}}{\text{١+ظتام}} \times \frac{\text{ظتاب}}{\text{١+ظتاب}} = ٠,٥$.

٦) سيارة سرعتها ٦ كم /ساعة تسير على طريق دائري طول نصف قطره ٧ كم ،ما قياس الزاوية التي تقطع السيارة قوسها في ٢٢ دقيقة؟

٦ كم ٦٠ دقيقة

س ٢٢ دقيقة س= $\frac{٢٢ \times ٦}{٦٠}$ = ٢,٢ كم = ل

ل= نق ×هـ

٢,٢ = ٧×هـ ومنه هـ= ٧/٢,٢

٧) يمثل الشكل المجاور جزءاً من منحنى الاقتران ق (س) =جا (س+م)

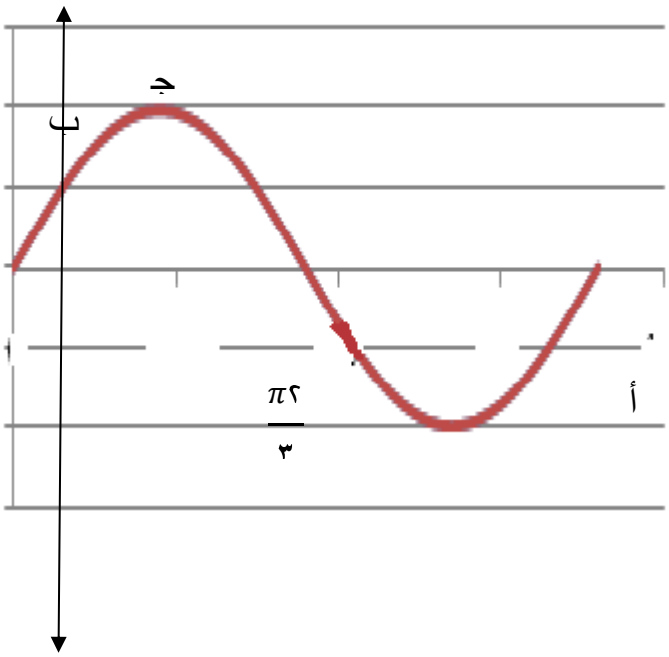
جد كلاً مما يأتي:

أ) قيمة أ

الحل: $\frac{\pi ٥}{٣}$

ب) إحداثي النقطة جـ.

لحل: $\frac{\pi}{٦}$



ج)أصغر قيمة لـِ م.

الحل:$\frac{\pi}{٣}$

د) إحداثيي النقطة ب.

الحل: (٠ ، ٠,٨٧)

الشكل

٢) ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

أ) قيمة جا $\frac{-\pi}{٦}$ =

ب)$\frac{١}{٢}$ ب) - $\frac{١}{٢}$ ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د) - $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

الحل: ب) - $\frac{١}{٢}$

ب)سعة الاقتران ق (س) = ٢ جا ٥س:

أ) ٥ ب)٢ ج) $\frac{\pi٢}{٥}$ د) π

الحل : ب =٢

ج) طول قوس الدائرة التي نصف قطرها ٣٠سم و الذي يقابل زاوية مركزية قياسها ٣٠° =

أ) $\frac{٥}{\pi}$ ب)$\frac{\pi}{٥}$ ج) π٥ د) ٥

الحل: ج) π٥

د) الزاوية (– ٧٠٠°) تساوي الزاوية:

أ) ٧٠٠° ب) -٢٠° ج) ٢٠° د) ٣٠٠°

الحل: ج)٢٠