

ادارة المناهج و الكتب المدرسية

مادة الرياضيات

الجزء الاول

الصف الثامن

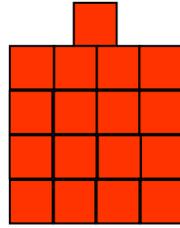
اسم الوحدة: الجبر

رقم الوحدة (٢)

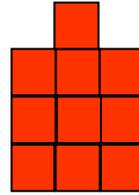
الدرس الأول: الأنماط.

تدريب (١)

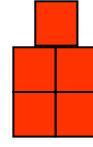
اكتب قاعدة النمط الآتي، ثم جد عدد المربعات في الشكل السادس إن أكملنا الرسم
باتباع النمط نفسه:



(٤)



(٣)



(٢)



(١)

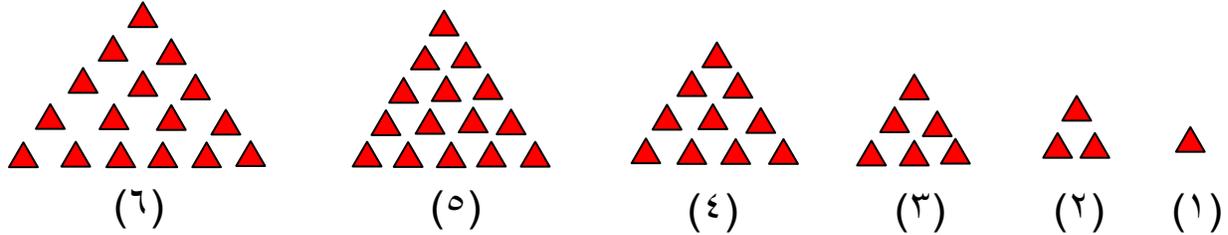
الحل:

(أ) قاعدة النمط هي: $س^٢ + ١$

(ب) عدد المربعات في الشكل السادس = ٣٧ مربع.

تدريب (٢)

أكملت براءة النمط الآتي برسم الشكلين الخامس والسادس:



ما رأيك بحل براءة؟ مبررًا إجابتك.

الحل:

رسمت براءة الشكل الخامس بشكل صحيح، بينما الشكل السادس رسمته بصورة خاطئة؛ حيث يجب أن يحتوي ٢١ مثلثًا بدلا من ١٦ مثلث.

تدريب (٣)

(أ) اكتشف قاعدة كل نمط مما يأتي، ثم اكتب الحد الناقص:

(١) ١ ، ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، ١٢٥ ، ...

(٢) ٦ ، ١١ ، ١٦ ، ٢١ ، ٢٦ ، ٣١ ،

(٣) $\frac{5}{2}$ ، ٥ ، $\frac{15}{2}$ ، ١٠ ، $\frac{25}{2}$ ، ...

(ب) اقترح نمطا يعبر عن القاعدة ٢ك - ١ ، ثم قارن إجابتك مع إجابات زملائك.

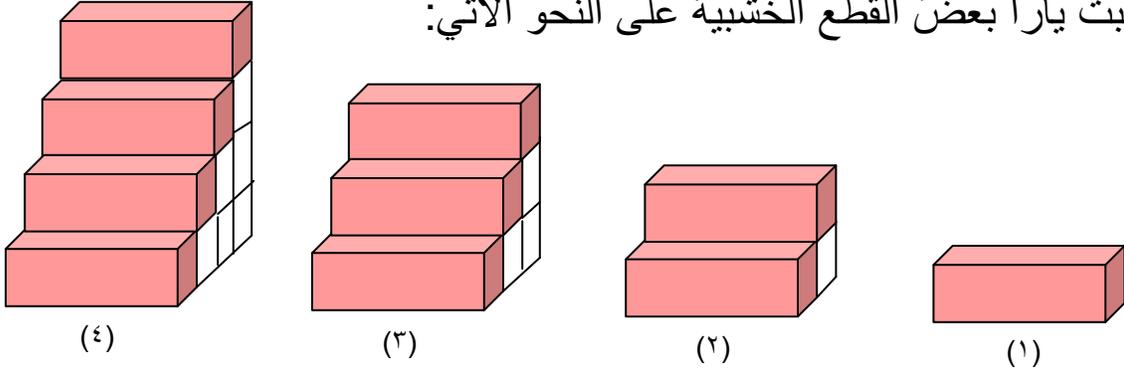
الحل:

(أ) ١- القاعدة (س^٣) ٢- القاعدة (س+١) ٣- القاعدة $(\frac{٥س}{٢})$

(ب) إجابات مختلفة.

فكر وناقش:

رتبت يارا بعض القطع الخشبية على النحو الآتي:



إذا استمرت بترتيب القطع على النمط نفسه، فجد:

(أ) عدد القطع اللازمة لتكوين الشكل السادس.

(ب) اكتب قاعدة النمط التي تعبر عن عدد القطع في الشكل س.

إجابة فكر:

(أ) يلزم يارا (٢١) قطعة خشبية لتكوين الشكل السادس.

(ب) قاعدة النمط $س(س+١) / ٢$

تدريب (٤):

البكتيريا كائن وحيد الخلية، إذا علمت بأن أحد أنواعه يتكاثر بانقسام الخلية

إلى أربع خلايا في الثانية الواحدة، جد:

(أ) عدد الخلايا الناتجة عن انقسام خلية بعد مرور ثانيتين، ثلاث ثوان، أربع ثوان.

(إرشاد: يمكنك رسم نموذج يوضح نواتج عمليات الإنقسام خلال الثوان المطلوبة)

ب) اكتب قاعدة النمط التي تعبر عن عدد الخلايا الناتجة عن إنقسام خلية بعد عدد من الثواني. (إرشاد: يمكنك رسم جدول)

ج) ما عدد الخلايا الناتجة عن الانقسام بعد دقيقة؟ وبعد ساعة؟
الحل:

الزمن ن (ثانية)	١	٢	٣	٤	ن	؟
عدد الخلايا ع (خلية)	٤	١٦	٦٤	٢٥٦	٤^n	٤٠٩٦

ب) قاعدة النمط $ع = ٤^n$ حيث ع: عدد الخلايا بعد ن من الثواني.

ج) ١ دقيقة = ٦٠ ثانية $\leftarrow ع = ٤^{٦٠}$ خلية

١ ساعة = ٣٦٠٠ ثانية $\leftarrow ع = ٤^{٣٦٠٠}$ خلية

فكر وناقش:

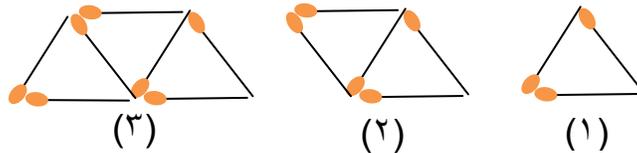
في تدريب (٤)، ما الزمن الذي تستغرقه الخلية الواحدة ليصبح عدد الخلايا الناتجة عن الإنقسام ٤٠٩٦ خلية؟

الحل:

٦ ثواني يلزم ليصبح عدد الخلايا ٤٠٩٦.

تمارين ومسائل

١) * رُتبت أعواد الثقاب في الشكل الآتي وفق نمط معين، اكتب قاعدة النمط.



الحل:

قاعدة النمط: ٢س+ ١ ، حيث س: عدد أعواد الثقاب.

٢) اكتب قاعدة النمط في كل مما يأتي:

أ) ٠ ، ٩ ، ١٨ ، ٢٧ ، ٣٦ ، ،

ب) ٠ ، ٧ ، ٢٦ ، ٦٣ ، ١٢٤ ،

الحل:

أ) القاعدة ٩(س-١) حيث س رقم الشكل.

ب) القاعدة س^٣ - ١ حيث س رقم الشكل.

٣) قصة تتكون من ٢١٧ صفحة، قرأت جنى في اليوم الأول ٩ صفحات، ثم قررت قراءة ٨ صفحات يوميًا. إذا استمرت جنى على هذا النمط في القراءة أجب عن كل مما يأتي:

أ) ما قاعدة النمط التي تعبر عن ص من الصفحات التي تنهي جنى قراءتها بعد س من الأيام؟

ب) كم يوما يلزمها لتنتهي قراءة الرواية؟

الحل:

أ) قاعدة النمط التي تعبر عن ص من الصفحات التي تنهي جنى قراءتها بعد س من الأيام هي ص = ٢٠٨ - ٨س.

(ب) تحتاج إلى ٢٦ يوماً لتنتهي قراءة الرواية.

(٤) مسابقة فنية اشترك فيها ١٢٨ متسابقاً، وبعد نهاية كل جولة من المسابقة يتم الإبقاء على $\frac{1}{2}$ عدد المشاركين:

(أ) ما عدد المشاركين في الجولتين الثالثة، والخامسة؟

(ب) اكتب قاعدة النمط.

(ج) بعد كم جولة تنتهي المسابقة؟

الحل:

(أ) عدد المشاركين في الجولة الثالثة = ٣٢ مشارك.

عدد المشاركين في الجولة الخامسة = ٨ مشاركين.

(ب) قاعدة النمط

ص = ١٢٨ / (٢)^{س-١} حيث س: رقم الجولة، ص: عدد المشاركين

(ج) تنتهي المسابقة بعد ٨ جولات.

(٥) تتبع النمط ثم أكمل الفراغات بالأعداد المناسبة:

$$١١١١١١ = ١٥٨٧٣ \times ٧$$

$$٢٢٢٢٢٢ = ١٥٨٧٣ \times ١٤$$

$$٣٣٣٣٣٣ = ١٥٨٧٣ \times ٢١$$

$$٤٤٤٤٤٤ = ١٥٨٧٣ \times ٢٨$$

$$٥٥٥٥٥٥ = ١٥٨٧٣ \times \dots$$

$$\dots\dots\dots = 10873 \times 42$$

$$\dots\dots \times 9 = 10873 \times \dots\dots$$

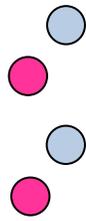
الحل:

$$555555 = 10873 \times 35$$

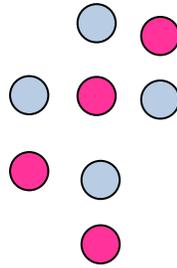
$$(10873 \times 7) \times 6 = 10873 \times 42$$

$$(10873 \times 7) \times 9 = 10873 \times 63$$

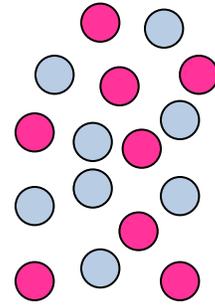
٦) اكتب الأعداد الثمانية الأولى التي تعبر عن النمط الآتي، ثم أجب عما يليه:



(٣)



(٢)



(١)

أ) ما قاعدة النمط؟

ب) إذا استمر رسم الأشكال اعتماداً على النمط نفسه، هل سيتوقف رسمها في مرحلة ما؟ وهل سيتوقف النمط بصورته العددية؟ برّر إجابتك.

الحل:

أ) قاعدة النمط هي (٢) -٥ س

ب) لن يتوقف النمط بصورته العددية، سيصبح الأس سالبا.

الدرس الثاني: المقادير الجبرية

تدريب (١): يبلغ سعر سيارة ١٢٠٠٠ دينار، ينقص سعرها بنسبة ٣ % سنويا من سعرها الأصلي.

أ) اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن سعر السيارة بعد مرور ك من السنوات.

ب) كم يصبح سعرها بعد مرور سنتان ، ثلاث سنوات ، خمس سنوات ؟

الحل:

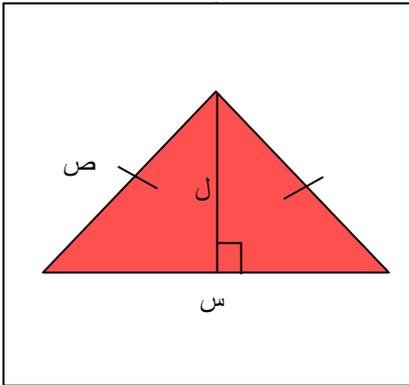
أ) $(١٢٠٠٠ - ٣٦٠ ك)$ دينار.

ب) سعرها بعد مرور سنتان $= ١٢٠٠٠ - ٢ \times ٣٦٠$

وبعد ثلاث سنوات $= ١٢٠٠٠ - ٣ \times ٣٦٠$

وبعد خمس سنوات $= ١٢٠٠٠ - ٥ \times ٣٦٠$

تدريب (٢):



مثلث متطابق الضلعين، قاعدته س، ارتفاعه ل، وطول ضلعه ص. كما في الشكل المجاور. اكتب التعبير الجبري الذي يعبر عن:

أ) محيط المثلث.

ب) مساحة المثلث.

الحل:

أ) محيط المثلث يساوي $s + 2ص$ حيث s : طول القاعدة،

ص: طول الضلع المتطابق.

ب) مساحة المثلث تساوي $s \times l / 2$ حيث s : طول القاعدة،

ل: ارتفاع المثلث.

تمارين و مسائل

١) عبر عن كل مما يأتي باستخدام المقادير الجبرية:

أ) ثلاثة أمثال عدد ما مضافا إليه خمسة أمثال عدد آخر.

ب) قُسم عدد طبيعي على العدد ٧ ثم أُضيفَ إليه ٤.

ج) ناتج طرح ٦ هـ من ٤ أمثال ك مضافا إليه ١.

د) صرفت هدى ١٥ دينارًا من مبلغ كانت قد ادخرته سابقًا.

هـ) المبلغ الذي دفعه وليد عند شرائه ٧ كغ من البندورة، و ٣ كغ من البطاطا،

و ٥ كغ من البصل.

الحل:

(ب) $س ÷ ٧ + ٤$

(أ) $٣س + ٥ص$

(د) $س - ١٥$

(ج) $٤ك - ٦ه + ١$

(هـ) $٧س + ٣ص + ٥ع$

(٢) تطبع سكرتيرة ٥٥ كلمة في الدقيقة.

(أ) اكتب التعبير الجبري الذي يعبر عن عدد الكلمات التي تطبعها في ن دقيقة.

(ب) جد عدد الكلمات التي تطبعها في ٢٠ دقيقة.

الحل:

(أ) عدد الكلمات التي تطبعها في ن دقيقة هو ٥٥ن

(ب) عدد الكلمات التي تطبعها في ٢٠ دقيقة يساوي ١١٠٠ كلمة

(٣) حديقة منزل مستطيلة الشكل طولها يساوي ثلاثة أمثال عرضها، يُراد إحاطتها بسيياج، إذا علمت أن تكلفة المتر الطولي الواحد ٨ دنانير.

(أ) اكتب التعبير الجبري الذي يعبر عن تكلفة السياج الذي يحيط بالحديقة.

(ب) احسب تكلفة السياج الذي يحيط بالحديقة إذا علمت أن عرض الحديقة ٣٠م.

الحل:

(أ) تكلفة السياج = ٦س دينار ، حيث س: عرض الحديقة.

(ب) ٤٨٠ دينار.

٤) عبرت أسماء عن العبارة (ناتج طرح ٥ أمثال عدد من ٩٣) بالمقدار الجبري
٥س-٩٣ . هل توافقها على ذلك؟ برر إجابتك.

الحل:

إجابتها خاطئة، والإجابة الصحيحة ٩٣-٥س

٥) مشفى به بئر مملوء بالماء سعته ٤٠٠ م^٣، إذا كان معدل الاستهلاك اليومي
١٦٠ م^٣.

أ) ما كمية الماء المتبقية في البئر بعد مرور يوم، ١٢ ساعة؟

ب) إذا استمر استهلاك الماء بهذا المعدل، فكم يوماً يكفي البئر المشفى؟

الحل:

أ) ٢٤٠ م^٣، ٣٢٠ م^٣

ب) ٢,٥ يوماً.

٦) اكتب مسألة تعبر عن المقدار الجبري ٢ع - ٣.

الحل:

هناك مسائل مختلفة تعبر عن المقدار الجبري ٢ع - ٣.

٧) يؤجر رجل منزله بأجرة سنوية، قدرت دائرة الضرائب الأجرة السنوية بقيمة، وتسمى القيمة التخمينية للإيجار، ثم فرضت عليه مجموعة ضرائب بنسب محددة كما هو موضح في الجدول الآتي:

الضريبة	نسبة الضريبة من قيمة التخمين	قيمة الضريبة (بالدينار)
المعارف	٢٪	٥٠
المُسَقَّفات	١٠٪	
الصرف الصحي		٧٥

اعتمادا على الجدول:

أ) احسب القيمة التخمينية للمنزل.

ب) أكمل الفراغ في الجدول.

الحل:

أ) قيمة التخمين = ٢٥٠٠ دينار

ب) قيمة المسقّفات = ٢٥٠ دينار، نسبة الصرف الصحي = ٣٪.

٨) يملك أحمد مثلي ما يملكه سعيد من الكتب، ويملك خليل ٦ كتب زيادة عما يملكه سعيد. إذا كانت س تمثل الكتب التي يملكها سعيد، اكتب التعبير الجبري الذي يمثل مجموع الكتب التي يملكها الأولاد الثلاثة.

الحل:

نفرض ما يملكه سعيد من الكتب س كتابا، اذن مجموع الكتب التي يملكها الثلاثة هو $3س+6$

الدرس الثالث: ضرب حد جبري في مقدار جبري

تدريب (١): جد ناتج - $4أ^2ب^3 - 9أ^3ب^2$ ص.

الحل:

$$36أ^3ب^2 - 9أ^3ب^2$$

تدريب (٢)

حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

نفرض أن س هو عدد الالعب التي لعبها كل فرد من أفراد العائلة.

المبلغ الذي يدفعه الشخص الواحد = $2 + 0,5س$ دينار

المبلغ الذي تدفعه الأسرة بأبسط صورة = $10 + 2,5س$ دينار.

تمارين و مسائل

(١) جد ناتج كل مما يأتي:

(أ) $٧ل٤ (٢ل٢ + ٥ل - ٣)$.

(ب) صفر (٩ل ع) (١٠ ن ع)

(ج) $(٦ل + ٥م) \times ٢م ل$

(د) $٦ع٢ - (٣ع٢ + ٤ع - ٥)$

(هـ) $٣(-٢س٢ ص٢م٤)$

الحل:

(ب) صفر

(أ) $٤ل١٤ + ٦ل١ + ٥ل٣ - ٤ل٢١$

(د) $٦ع٢ - ١٨ع٠ - ٢٤ع٤ + ٣٠ع٣$

(ج) $٢ل١م٢ + ١٠ل١م٢$

(هـ) $٤٨س٤ ص٨ ص٢٠م٤$

(٢) اكتشف الخطأ في ما يأتي واكتب الصواب:

$٧(-٤س٣ ص٢ك٢) = -٢٨س٢ + ٧ص٢ + ٧ك٢$

الحل:

العبارة غير صحيحة، الصواب $-٢٨س٣ ص٢ك٢$.

٣) قطعة أرض مستطيلة الشكل، طولها (٣س) متر، وعرضها (٢ص) متر، نحتاج لإحاطتها بسور، إذا كان سعر المتر الواحد ٩ دنانير، فاكتب التعبير الجبري الذي يعبر عن تكلفة السياج.

الحل:

$$\text{تكلفة السياج} = ٩ \times ٢ \times (٣س + ٢ص) \text{ دينار.}$$

٤) خزان ماء على شكل متوازي مستطيلات، مساحة قاعدته (٢س^٢ + ٥س) وحدة مساحة، وارتفاعه (٢س) وحدة طول. جد حجم الخزان بدلالة س.

الحل:

$$\text{حجم الخزان} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$= (٢س^٢ + ٥س) \times ٢س = ٤س^٣ + ١٠س^٢ \text{ وحدة حجم.}$$

الدرس الرابع: ضرب مقدار جبري في مقدار آخر

تدريب (١): جد ناتج الضرب في كل مما يأتي بأبسط صورة، وبطرق مختلفة:

أ) $(٧ - ل) (٤ - ل)$.

ب) $(٢ + ٣ن) (٥ن - ٢ن - ٢)$.

ج) $(س - ع) (س + ع)$

الحل:

$$(أ) ٢ل٢ - ١٥ + ٢٨$$

$$(ب) -٣ن٣ + ٣١ن٢ + ٤ - ن٤$$

$$(ج) س٢ - ع٢$$

فكر وناقش:

أعط مثالا على مقدارين جبريين حاصل ضربهما $٣س٢ + ٦س٣$. هل هناك إجابات أخرى؟

الحل:

$$س (٣س + ٦ص) ، أو ٣س (س + ٢ص).$$

ناقش صحة العبارة الآتية مبرراً إجابتك:

$$(٩س + ٤ص)٢ = ٨١س٢ + ١٦ص٢$$

الحل:

الإجابة خاطئة، والإجابة الصحيحة ($٨١س٢ + ٧٢س٣ + ١٦ص٢$)

تمارين و مسائل

(١) جد ناتج كل مما يأتي:

$$(أ) ٧س٤ (٢س٢ - ٣س + ٥)$$

$$(ب) (س + ٧) (س^٢ - ١)$$

$$(ج) (٣ - ع)^٢$$

$$(د) (س^٢ + س^٣ - ص^٤) (س - ص^٢ + ١)$$

$$(هـ) (س^٣ + ص^٢) (ص - ٨)$$

$$(و) (س^٢ + ٥) (س^٣ - س + ٤ - ٢)$$

الحل:

$$(أ) ٤س^٤ - ١س^٢ + ٥س^٣$$

$$(ب) ٢س^٢ + ٣س - ٧$$

$$(ج) ٩ + ٦ع - ع^٢$$

$$(د) ٢س^٢ - س - ص - ٢س - ٦ص^٢ - ٥ص - ٤$$

$$(هـ) ٣ص^٣ - ٤ص^٢ - ٦ص$$

$$(و) ٢س^٢ - س^٣ + ٤س + ٥س^٢ + ١٥س + ٢٠ - ١٠$$



٤) ملعب مستطيل الشكل طوله $(س^٢ + ٥س + ٤)$ متراً وعرضه $(س^٣ + ٢)$ متراً، يُراد زراعتها بالنجيل، جد المساحة المزروعة بدلالة س.

الحل:

$$\text{المساحة} = (س + ٢) (س + ٤) = (س + ٢) (س + ٤) \text{ متر مربع.}$$

٥) خزان ماء مكعب الشكل طول حرفه (س + ص) متراً، جد حجم الخزان. بدلالة كل من س ، ص.

الحل:

$$\text{حجم الخزان} = (س + ص)^3 \text{ متر مكعب.}$$

الدرس الخامس: تحليل المقادير الجبرية بإخراج عامل مشترك.

تدريب (١):

جد ع.م.أ للمقادير الجبرية الآتية في كل مما يأتي:

$$\text{أ) } ٢٧ل٢م٤ ، ١٢ل٥م٣ ، ١٨ل٣مك$$

$$\text{ب) } ٨ص٤ ، ٣ه٣ ، ٢أ٣ص$$

الحل:

$$\text{أ) ع.م.أ} = ٣ل٣م$$

$$\text{ب) ع.م.أ} = ١$$

تدريب (٢): حل كلا من المقادير الآتية بإخراج العامل المشترك الأكبر، ثم تحقق من الحل:

$$(أ) \quad ٣٠س٤ص٦ + ٤٥س٧ص٤$$

$$(ب) \quad ١١ع٦٦ - ١١ع٦٦$$

$$(ج) \quad ١٨ب٢ - ١٢ب٥ + ٤ب٤$$

الحل:

$$(أ) \quad ١٥س٤ص٤ (٢ص٢ + ٣س٣)$$

$$(ب) \quad ١١ع٦٦ (١ + ١)$$

$$(ج) \quad ٤ب (٢ - ٣ب٤ + ١)$$

ناقش مع زملائك، مبرراً إجابتك:

● كُلفَ خالد وزيد بتحليل المقدار الجبري $٢٠س٢ + ٥س٥$ ، فكانت إجابة خالد $٢٠س٢ + ٥س٥ = ٥س(٤س)$ ،

بينما إجابة زيد $٢٠س٢ + ٥س = ٥س(٤س + ١)$.

من منهما إجابته صحيحة؟

● كُلفَت حنان وريم بتحليل المقدار الجبري $٨ - ٤ص$ ، فكانت إجابة حنان

$$٨ - ٤ص = ٤(٢ - ص)$$

بينما كتبت ريم ٨ - ٤ ص = ٤ (٢ - ص). ناقش إجابة كل منهما ؟

الحل:

- إجابة زيد هي الصحيحة.
- أصابت كل من ريم وجنان في إجابتهما، لأن؛
 $٤(٢ - ص) = ٤ - (ص - ٢) = ٤ - ٨ = ٤ - ٨$

تمارين و مسائل

(١) جد ع. م. أ للمقادير الجبرية الآتية:

أ) $٧س^٢هـ$ ، $٤٩س^٢هـ$ ، $٦٣س^٥هـل^٣$

ب) $٦م(س - ص)^٢$ ، $١٥م(س - ص)^٣$

الحل:

أ) ع. م. أ = $٧س^٢هـ$

ب) ع. م. أ = $٣م(س - ص)^٢$

(٢) حل كلا من المقادير الآتية بإخراج العامل المشترك الأكبر:

أ) $١٦ن - ٤٠ل$

ب) $٢٠عس^٣ + ١٠عأس^٢$

$$\text{ج) } 12\text{أ}^{\circ}\text{ب}^{\circ} - 18\text{ب}^{\circ}\text{ه}^{\circ}$$

$$\text{د) } 5\text{س}^{\circ}\text{ص}^{\circ} - 2\text{س}^{\circ}\text{ص}^{\circ} + 10\text{س}^{\circ}\text{ص}^{\circ}$$

$$\text{ه) } 9\text{ل}^{\circ} + 18\text{ل}^{\circ} - 24\text{ل}^{\circ} + 3\text{ل}^{\circ}$$

الحل:

$$\text{أ) } 16\text{ان} - 40\text{ل} = 8(2\text{ن} - 5\text{ل})$$

$$\text{ب) } 20\text{ع}^{\circ}\text{س}^{\circ} + 10\text{ع}^{\circ}\text{س}^{\circ} = 10\text{ع}^{\circ}\text{س}^{\circ} (2\text{س}^{\circ} + 2\text{ع}^{\circ})$$

$$\text{ج) } 12\text{أ}^{\circ}\text{ب}^{\circ} - 18\text{ب}^{\circ}\text{ه}^{\circ} = 6\text{ب}^{\circ} (2\text{أ}^{\circ} - 3\text{ه}^{\circ})$$

$$= 6\text{ب}^{\circ} (-2\text{أ}^{\circ} - 3\text{ه}^{\circ})$$

$$\text{د) } 5\text{س}^{\circ}\text{ص}^{\circ} - 2\text{س}^{\circ}\text{ص}^{\circ} + 10\text{س}^{\circ}\text{ص}^{\circ}$$

$$= 5\text{س}^{\circ}\text{ص}^{\circ} (1 + 2\text{س}^{\circ} + 10\text{ص}^{\circ})$$

$$\text{ه) } 9\text{ل}^{\circ} + 18\text{ل}^{\circ} - 24\text{ل}^{\circ} + 3\text{ل}^{\circ}$$

$$= 3\text{ل}^{\circ} (1 + 8\text{ل}^{\circ} - 9\text{ل}^{\circ} + 3\text{ل}^{\circ})$$

٣) اعتماداً على الشكل المجاور:

س	س	س	س	س
س	١	١	١	١

أ) اكتب مقداراً جبرياً يعبر عن مساحة الشكل.

ب) حلل المقدار الجبري الذي حصلت عليه في الفرع (أ) إلى عوامله.

ج) اكتب مقداراً جبرياً يعبر عن محيط الشكل، ثم حله إلى عوامله.

الحل:

أ) مساحة الشكل = $س٢ + ٤س$ وحدة مساحة.

ب) $س٢ + ٤س = س(س + ٤)$

ج) محيط الشكل = $٣س + ٩ = ٣(س + ٣)$ وحدة طول.

٤) اكتشف الخطأ واكتب الصواب في ما يأتي:

$$٣٢س٤ص + ٢٤س٢ص = ٨س٢ص (٣ص - ٤س٢)$$

الحل:

الصواب هو :

$$٣٢س٤ص + ٢٤س٢ص = ٨س٢ص (٣ص + ٤س٢)$$

$$= ٨س٢ص (٣ص + ٤س٢)$$

الدرس السادس: تحليل المقادير الجبرية بالتجميع

تدريب (١): حل كلا مما يأتي باستخدام طريقة التجميع، وقارن إجابتك مع زملائك، ثم تحقق من صحة الحل:

$$(أ) ٧س٢ ص٣ - ٤س١ ص٣ + ٣ص٣ - ٦س٢.$$

$$(ب) ٧ك + ٣ل٢ + ٧ك + ٣ل٢.$$

الحل:

$$(أ) ٧س٢ ص٣ - ٤س١ ص٣ + ٣ص٣ - ٦س٢$$

$$= ٧س٢ (ص٣ - ٢س١) + ٣(ص٣ - ٢س٢)$$

$$= (٣ + ٧س٢) (ص٣ - ٢س١)$$

للتحقق من صحة الحل؛ نجد ناتج ضرب المقدارين الجبريين.

$$(ب) ٧ك + ٣ل٢ + ٧ك + ٣ل٢$$

$$= ٧ك + ٣ل٢ + ٧ك + ٣ل٢$$

$$= ٧(١ + ك) + ٣ل٢(١ + ك)$$

$$= (ع^٢ ل^٣ + ٧) (ك + ١)$$

فكر وناقش:

حلل كل من خالد وعادل وحمزة المقدار $٨س^٢ - ٤س + ١٢س - ٦ص$ فكانت إجاباتهم على الترتيب:

$$٨س^٢ - ٤س + ١٢س - ٦ص = (١-س^٢)(٤س+٦ص)$$

$$٨س^٢ - ٤س + ١٢س - ٦ص = (٢-س^٤)(٢ص+٣ص)$$

$$٨س^٢ - ٤س + ١٢س - ٦ص = (١-س^٢)^٢(٢ص+٣ص)$$

ناقش كل إجابة وتحقق من صحة الحل.

الحل:

جميع الإجابات صحيحة، لأن؛

$$(١-س^٢)(٤س+٦ص) = (٢-س^٤)(٢ص+٣ص) = (١-س^٢)^٢(٢ص+٣ص)$$

$$= ٨س^٢ - ٤س + ١٢س - ٦ص$$

تمارين و مسائل

(١) حلل كلا مما يأتي إلى عوامله، وتحقق من صحة الحل:

$$أ) ٢٤ب^٢ - ١٢أب + ٢أ^٢$$

$$ب) ٩نك - ١٨ن - ٢ك$$

$$ج) ٧ل + ٩هـ + ٣٦هـ + ٢٨ف$$

$$(د) \text{ س ن} - \text{س}^9 - \text{ن}^9 + 81$$

$$(هـ) \text{ س}^2 \text{ ص} + \text{س}^3 \text{ ص} + \text{ص}^2 + \text{س}^2 + \text{س}^3 \text{ ص} + \text{ص}^3 + \text{س}^9 + \text{ص}^9 + 6$$

الحل:

$$(أ) \text{ أ}^2 - \text{أ} \text{ ب} + \text{أ} \text{ ب}^2 - \text{أ}^2 \text{ ب}^2 = (\text{أ} + \text{أ} \text{ ب}^2) (\text{أ} - \text{ب}^2)$$

للتحقق من صحة الحل ؛ نجد ناتج ضرب القوسين فيساوي الطرف الأيمن.

$$(ب) 9 \text{ ن} \text{ ك} - \text{ك} - 18 \text{ ن} - 2 + \text{ك} = (\text{ك} - 2) (9 \text{ ن} + 1)$$

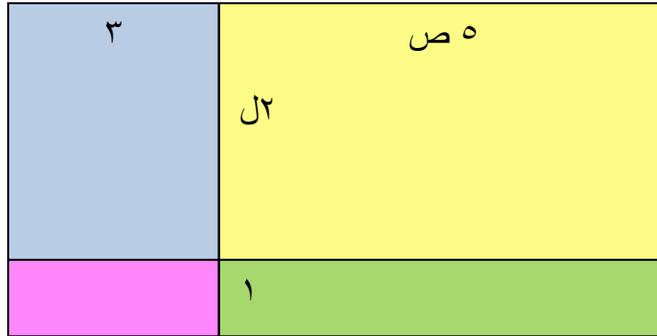
$$(ج) 7 \text{ ل} \text{ ف} + 9 \text{ هـ} \text{ ل} + 36 \text{ هـ} + 28 \text{ ف} = (\text{ل} + 4) (7 \text{ ف} + 9 \text{ هـ})$$

$$(د) \text{ س ن} - \text{س}^9 - \text{ن}^9 + 81 = (\text{س} - 9) (9 - \text{ن})$$

$$(هـ) \text{ س}^2 \text{ ص} + \text{س}^3 \text{ ص} + \text{ص}^2 + \text{س}^2 + \text{س}^3 \text{ ص} + \text{ص}^3 + \text{س}^9 + \text{ص}^9 + 6$$

$$= (\text{س} + 3) (\text{س}^3 + \text{ص}^3 + 2)$$

(2) اكتب مقداراً جبرياً يعبر عن مساحة الشكل الآتي، ثم حله إلى عوامله.



الحل:

$$\text{مساحة الشكل} = 10 \text{ ص} \text{ ل} + 6 \text{ ل} + 5 \text{ ص} + 3 \text{ وحدة مساحة.}$$

$$= (٥ ص + ٣) (٢ ل + ١)$$

٣) خزان ماء على شكل متوازي مستطيلات، حجمه (س ص ع + س ع + ص ع + ع) متر مكعب، وارتفاعه (ع) متر. ما المقداران الجبريان اللذان يعبران عن بعده

الآخرين؟

الحل:

$$س ص ع + س ع + ص ع + ع = ع (س ص + س + ص + ١)$$

$$= ع (س (ص + ١) + (ص + ١))$$

$$= ع (ص + ١) (س + ١)$$

إذن البعد الأول للخزان = (ص + ١) متر ، البعد الثاني = (س + ١) متر.

المراجعة

١) جد ناتج ضرب كل مما يأتي بأبسط صورة:

أ) $(٤ س^٢ ص) (٢ س ص^٣ ع)$.

ب) $(٣- ح^٤ هـ)^٣$.

$$(ج) ٥(-٢ ك٦ ل٢ ن)٢ (٣ ن٣ هـ).$$

$$(د) (٢ ع٣ + ٣)٢.$$

$$(هـ) (٢٥\sqrt{+} + ٢س٢)$$

$$(و) (٥ س٢ - ٤) (٣س٢ + ٣ص).$$

$$(ز) (٢- ل + ١) (٣ + ل) (ل - ١).$$

الحل:

$$(أ) (٤ س٢ ص) (٢ س ص٣ ع) = ٨ س٣ ص٣ ع$$

$$(ب) (-٣ ح٤ هـ)٣ = -٢٧ ح٣ هـ٣$$

$$(ج) ٥(-٢ ك٦ ل٢ ن)٢ (٣ ن٣ هـ) = ٦٠ ك٦ ل٢ ن٣ هـ$$

$$(د) (٢ ع٣ + ٣)٢ = ٩ + ١٢ ع + ٤ ع٢$$

$$(هـ) (٢٥\sqrt{+} + ٢س٢) = ١٠ + ٢٥\sqrt{+} س + ٤س٢$$

$$(و) (٥ س٢ - ٤) (٣س٢ + ٣ص) = ١٥ س٢ ص + ١٠ س٣ - ١٢ ص - ١٢ ص$$

$$(ز) (٢- ل + ١) (٣ + ل) (ل - ١) = (٣ - ل٢ + ل) (١ + ل٢ -) = (١ - ل) (٣ + ل) (١ + ل٢ -)$$

$$= -٢ل٢ - ٣ل٣ + ٣ل٢ - ٣$$

(٢) حل كلا مما يأتي إلى عوامله:

أ) ص - ٦ص^٢

ب) ١٠س^٣ل - ٢٠س^٢ + ١٥س ص^٢.

ج) ٢ هو + ٩ هز - ٨ ب ه - ٣٦ ب ز.

د) ١٥س^٥ - ٢٠س^٣ص + ٣س^٢ - ٤ص.

الحل:

أ) ص - ٦ص^٢ = ص (ص - ٦)

ب) ١٠س^٣ل - ٢٠س^٢ + ١٥س ص^٢ = ٥س (٢س^٢ل - ٤س + ٣ص^٢)

ج) ٢ هو + ٩ هز - ٨ ب ه - ٣٦ ب ز

= ه (٢و + ٩ز) - ٤ب (٢و + ٩ز)

د) ١٥س^٥ - ٢٠س^٣ص + ٣س^٢ - ٤ص = (١ + ٣س^٣) (٤ص - ٢س^٣)

٣) صندوق على شكل متوازي مستطيلات، قاعدته مربعة الشكل، طول ضلعها (٣س - ١) وحدة طول، وارتفاعه (س^٢) وحدة طول. اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن حجم الصندوق.

الحل:

حجم الصندوق = مساحة القاعدة المربعة × الارتفاع

$$= (٣س - ١) \times س^٢ = ٩س^٥ - ٦س^٤ + ٣س^٣ \text{ وحدة حجم.}$$

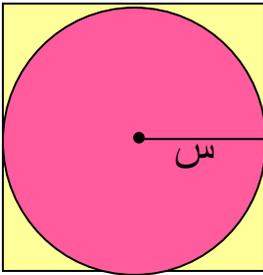
٤) إذا كانت مساحة مربع $(س^2 + ٦س + ٩)$ وحدة مربعة، ما طول ضلعه بدلالة س؟

الحل:

$$\text{مساحة المربع} = (\text{طول الضلع})^2$$

$$\text{وبما أن } س^2 + ٦س + ٩ = (س+٣)(س+٣) = (س+٣)^2 \text{،}$$

إذن طول الضلع $= (س+٣)$ وحدة طول.



٥) معتمدا على الشكل المجاور الذي يمثل مربعا بداخله دائرة تمس أضلاعه. أجب عما يأتي:

أ) اكتب مساحة المنطقة المظللة باللون الأصفر .

ب) حلل المقدار الذي حصلت عليه في الفرع (أ) إلى عوامله.

الحل:

أ) مساحة المنطقة المطلوبة = مساحة المربع - مساحة الدائرة

$$= س^2 - \pi س^2 \text{ وحدة مساحة.}$$

$$\text{ب) } س^2 - \pi س^2 = س^2 (\pi - ١)$$

٦) بركة سباحة على شكل متوازي مستطيلات في أحد النوادي الرياضية، طولها (ص+٢) مترًا، عرضها (ص+١) مترًا، ارتفاعها $\frac{1}{3}$ ص مترًا.

أ) اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن كمية الماء اللازمة لملاء البركة.

ب) إذا قررت إدارة النادي دهن جوانب البركة، وكان ثمن دهان المتر المربع الواحد (12) دينار. فما المبلغ الذي يدفعه النادي ثمنًا للدهان؟

الحل:

أ) كمية الماء = حجم البركة = حجم متوازي المستطيلات

$$= \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع} = (ص+٢) (ص+١) \times \frac{1}{3} ص$$

ب) مساحة المنطقة التي سيتم دهنها = المساحة الجانبية للبركة

$$= ٢ \times ((ص+١) + (ص+٢)) \times \frac{1}{3} ص$$

$$\text{تكلفة الدهان} = ١٢ \times ٢ \times ((ص+١) + (ص+٢)) \times \frac{1}{3} ص \text{ دينار.}$$

٧) إذا كانت مساحة مستطيل (س ص + ص + ص + ص) وحدة مربعة، وكان أحد بعديه (ص+٥) وحدة طول، فما البعد الآخر؟

الحل:

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$\text{وبما أن } s \text{ ص} + s^5 + \text{ص} + s = (s+1) (s+5)$$

إذن البعد الآخر = $(s+1)$ وحدة طول.

الاختبار الذاتي

(١) يتكون هذا السؤال من ٨ فقرات من نوع الاختيار من متعدد، لكل منها ٤

بدائل واحد منها فقط صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

(١) * دفعت كريمة س دينارًا ثمناً لـ ٣ صناديق من العصير، ثمن الصندوق الواحد من العصير بالدينار:

(أ) $s+3$ (ب) $3s$ (ج) $\frac{s}{3}$ (د) $\frac{3}{s}$

(٢) ناتج ضرب الحدين $3x^2 - 4x$ ، $3x^2$

(أ) x^2 (ب) $12x^3$ (ج) $12x^3$ (د) $12x^2$

(٣) العامل المشترك الأكبر للحدين $12x^3 - 7x^3$ ، $7x^3$

(أ) ١ (ب) ١٢ (ج) $12x^3$ (د) $19x^3$

(٤) ناتج $(5 - e)$ يساوي:

(أ) $5 + e$ (ب) $5 - e$ (ج) $5 - e$ (د) $5e$

(٥) ناتج $(s+3)^2$

(أ) $s^2 + 9$ (ب) $s^2 + 6$ (ج) $s^2 + 3s + 9$ (د) $s^2 + 6s + 9$

٦)* زرع محمود ثلاثة أمثال ما زرعه سعيد من الشجر، وزرع رائد سبعة أشجار
زيادة عن مثلي ما زرعه سعيد.

إذا كانت s تمثل عدد الأشجار التي زرعتها سعيد، أي مما يأتي يمثل مجموع
الأشجار التي زرعتها الأولاد الثلاثة؟

(أ) $s^2 + 6$ (ب) $s^2 + 4$ (ج) $s^2 + 5$ (د) $s^2 + 7$

٧) أي مما يأتي عاملاً للمقدار الجبري $6s^2 - 3s - 2s^2 + 4s$:

(أ) $s^2 + 1$ (ب) $s^2 - 3$ (ج) $s^2 + 2$ (د) $s^2 - 2$

٨) إذا كانت مساحة المربع $s^2 + 6s + 9$ وحدة مربعة، ما طول ضلعه؟ :

(أ) $(s+3)^2$ (ب) $s+3$ (ج) $s+6$ (د) $s+9$

الحل:

٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
ب	ج	د	د	ج	أ	د	ج

٢) جد ناتج كل مما يأتي بأبسط صورة:

$$(أ) (س^3 + ع^2) (س^2 - ع^2).$$

$$(ب) ٧ل^٣م (٢ل^٢ - م^٣).$$

الحل:

$$(أ) (س^3 + ع^2) (س^2 - ع^2) = س^٥ - س^٢ع^٢ - ع^٤ + ع^٤ = س^٥ - س^٢ع^٢ - ع^٤ + ع^٤$$

$$(ب) ٧ل^٣م (٢ل^٢ - م^٣) = ١٤ل^٥م - ٧ل^٣م^٣$$

(٣) حل كلًّا مما يأتي إلى عوامله:

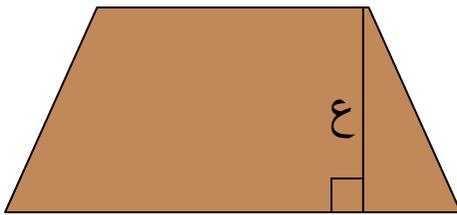
$$(أ) ٢٤ص^٥ك^٣ + ٤٠ص^٢ك^٤$$

$$(ب) ٣هـس + ٥هـص - ١٢الس - ٢٠لص$$

الحل:

$$(أ) ٢٤ص^٥ك^٣ + ٤٠ص^٢ك^٤ = ٤ص^٢ك^٣ (٦ص^٣ + ١٠ك)$$

$$(ب) ٣هـس + ٥هـص - ١٢الس - ٢٠لص = (٣س + ٥ص) (هـ - ٤ل)$$



(٤) معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل

لوحةً خشبياً على شكل شبه منحرف ، ارتفاعه

(ع) وحدة طول ، و طول قاعدته السفلى ثلاثة

امثال ارتفاعه ، و طول قاعدته العليا يقل

بمقدار (٢) عن مثلي ارتفاعه ، فأجب عن ما

(أ) اكتب عبارة جبرية تمثل مساحة اللوح الخشبي .

(ب) إذا كان ارتفاع اللوح الخشبي ١,٥ متراً. فجد مساحته.

الحل:

أ) مساحة شبه المنحرف = (مجموع القاعدتين) × الارتفاع

$$ع × (ع٢ + ٢ - ع٣) =$$

$$ع × (٢ - ع٥) =$$

ب) مساحة اللوح = $(٢ - ١,٥) × ١,٥ =$

$$١,٥ × ٥,٥ =$$

$$٨,٢٥ م٢ =$$

٥) * مصنع للثلاجات والتلفزيونات، يبيع س تلفزيون، ص ثلاجة شهرياً، معتمداً على الجدول الآتي الذي يمثل التكلفة ومقدار الربح لكل قطعة بالدينار:

النوع	التكلفة	الربح
تلفزيون	٢٤٠	٢٥
ثلاجة	٤٥٠	٣٠

أ) اكتب العلاقة التي تعبر عن التكلفة التي يدفعها المصنع شهرياً بدلالة س ، ص.

ب) اكتب العلاقة التي تعبر عن مبلغ البيع في المصنع شهرياً بدلالة س ، ص.

الحل:

النوع	التكلفة	الربح	مبلغ البيع = التكلفة + الربح
تلفزيون	٢٤٠	٢٥	٢٤٠س + ٢٥س
ثلاجة	٤٥٠	٣٠	٤٥٠ص + ٣٠ص

$$\text{أ) التكلفة} = ٢٤٠ \text{س} + ٤٥٠ \text{ص}$$

$$\text{ب) } (٢٤٠ \text{س} + ٢٥ \text{س}) + (٤٥٠ \text{ص} + ٣٠ \text{ص})$$

$$= ٢٦٥ \text{س} + ٤٨٠ \text{ص}$$