1

# مساحات السطوح

## حقائق ومفاهيم

في هذا الجزء علينا معرفة

طول القوس

الزاوية المركزية

القطاع الدائري

القطعة الدائرية

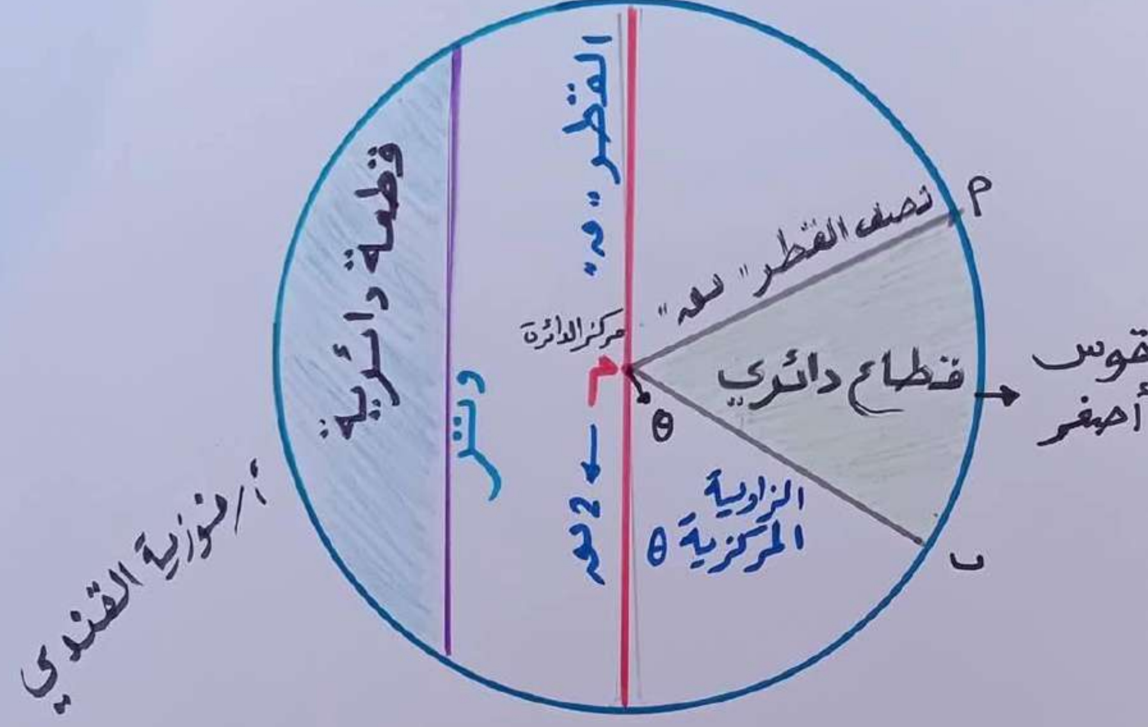
علاقات هامة تربط بين الزاوية المركزية ومحيط الدائرة

القانون العام لطول القوس ومساحة القطاع

والقوانين المشتقة

أ/ فوزية الفتني

# الدائرة




## محيط الدائرة

هو خط منحنٍ مغلق يمثل المسافة حول الدائرة = "2 π نق"

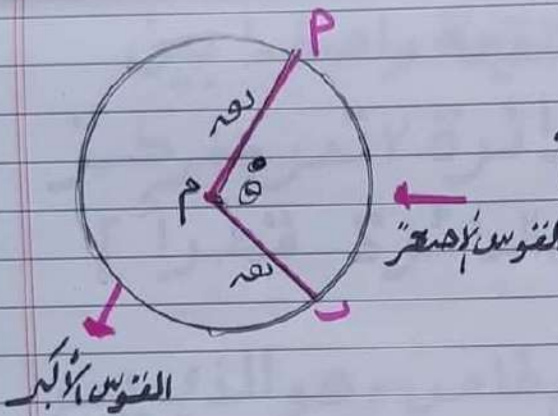
يرتبط مع اهم الثوابت الرياضية "π"

## مساحة الدائرة

هي المساحة او المنطقة التي تشغلها الدائرة محصورة داخل المنحنى

وتحسب مساحة الدائرة بالقانون "π نق$^2$"

في الشكل المقابل:




طول القوس:

القوس جزء من محيط الدائرة يقابل زاوية مركزية (ه) وأخرى محيطية

الزاوية المركزية: هي زاوية رأسها مركز الدائرة وضلعيها نصفي قطري الدائرة

نصف القطر: (نق) هو المستقيم الواصل بين أي نقطة على محيط الدائرة ومركز الدائرة م

القطر: هو المستقيم الذي يصل بين أي نقطتين على محيط الدائرة ويمر بالمركز م

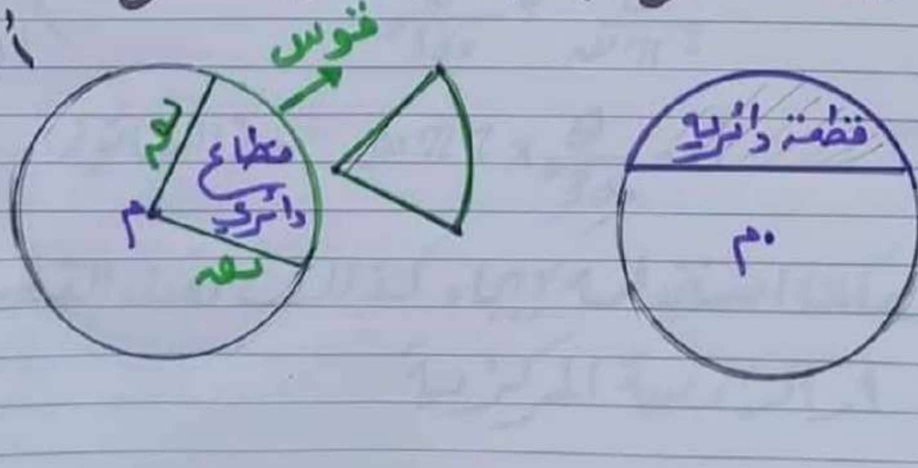
أ/ فوزية الهتادي

الوتر: هو قطعة مستقيمة واصلة بين نقطتين على محيط الدائرة ٧ تمر بالمركز [ويسمى أطول وتر في الدائرة قطراً]

فالقطر هو وتر من نوع خاص وهو الذي يمر بمركز الدائرة "

القطاع الدائري: هو جزء من سطح الدائرة محصور بين نصفي قطري الدائرة والقوس

القطعة الدائرية: هي المساحة بين الوتر وقوس الدائرة بدون مركز الدائرة




أ. فوزية القثري

4

# قوانين هامة

محيط القطاع الدائري = طول قوسه + القطر

$= ل + 2نق$

حيث ل ← طول القوس

نق ← نصف القطر

لإيجاد طول القوس بمعلومية نصف القطر نق والزاوية المركزية $\theta$

القانون العام

$$\frac{\text{طول القوس}}{\text{محيط الدائرة}} = \frac{\theta}{360^\circ}$$

$$\frac{ل}{2\pi نق} = \frac{\theta}{360^\circ}$$

$ل = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi نق$ هذا القانون

أ) فورية القانون

يمكننا استخدامه لإيجاد كذلك نصف القطر

أو الزاوية المركزية

5

# قوانين مشتقة

$$نق = \frac{ل \times 360^\circ}{2\pi \theta}$$ ← لإيجاد نصف القطر بمعلومية الزاوية المركزية وطول القوس ل

$$\theta = \frac{ل \times 360^\circ}{2\pi نق}$$ ← لإيجاد الزاوية المركزية بمعلومية نصف القطر وطول القوس

## بالنسبة لمساحة القطاع الدائري

$$\frac{\text{مساحة القطاع}}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{\theta}{360^\circ}$$

$$\frac{\text{م القطاع}}{\pi نق^2} = \frac{\theta}{360^\circ}$$ ومنها نستخلص

القانون لمساحة القطاع "الرئيسي"

$$\text{م القطاع الدائري} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi نق^2$$

أ/ فوزية القشور

6

العلاقة التي تربط بين م القطاع الدائري وطول القوس حيث م مساحة القطاع

$$\frac{\text{طول القوس}}{2\,\pi\,\text{نق}} = \frac{\text{م القطاع}}{\pi\,\text{نق}^2}$$

$$\frac{\text{ل}}{2\,\pi\,\text{نق}} = \frac{\text{م القطاع}}{\pi\,\text{نق}^2}$$

$$\text{منها م القطاع} = \frac{\text{ل} \times \pi\,\text{نق}^2}{2\,\pi\,\text{نق}}$$

$$\therefore\ \boxed{\text{م القطاع} = \frac{\text{ل نق}}{2}}$$

يستخدم هذا القانون لإيجاد مساحة القطاع بمعلومية طول القوس ونصف القطر «طريقة أسهل»

أ/ فوزية القنذو

7

# العلاقة بين طول القوس والزوايا المركزية كجزء من محيط الدائرة

طول القوس الذي زاويته المركزية $90^\circ = \frac{90}{360} = \frac{1}{4}$ محيط الدائرة

" " " " " $45^\circ = \frac{45}{360} = \frac{1}{8}$ محيط الدائرة

" " " " " $60 \quad \frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ " "

طول القوس الذي زاويته المركزية $270 = \frac{270}{360} = \frac{3}{4}$ محيط الدائرة

حيث ل $= \frac{\theta}{360} \times 2\pi$ نق

$\pi$ هو العلاقة بين محيط الدائرة وطول القطر وقيمته التقريبية

وتقدر $[\pi \approx \frac{22}{7}$ أو $3.14]$

أ/ فوزية القضاة

8

# تمرينات

١ احسب طول القوس الذي يقابل زاوية مركزية قدرها $63^\circ$ نق = 10 سم معتبراً $\pi \approx \frac{22}{7}$

الحل

ل = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi$ نق

$= \frac{63}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 10$

∴ طول القوس ل = 11 سم

دائرة طول نصف قطرها 9 سم أوجد الزاوية المركزية التي تقابل قوساً طوله 44 سم اعتبر $\pi \approx \frac{22}{7}$

ل = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi$ نق

نق ← معلوم

ل ← معلوم

$\theta$ ← مجهولة

$44 = \frac{\theta}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 9$

∴ الزاوية المقابلة

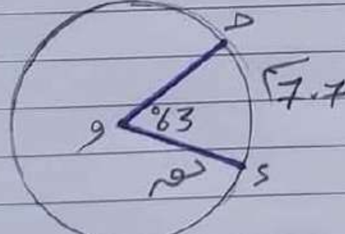
$$9 \times \frac{22}{7} \times 2 \times \frac{\theta}{360^\circ} = 44$$

$$\frac{\theta \times 11}{70} = 44$$

$$\therefore 70 \times 44 = 11 \times \theta$$

$$\theta = \frac{70 \times 44}{11} = 280^\circ$$

معتبراً $\pi \approx \frac{22}{7}$ أوجد طول نصف القطر لدائرة قوسها 7.7 سم ويقابل زاوية مركزية قدرها $63^\circ$




$$ل = \frac{\theta}{360} \times 2 \times \pi \times نق$$

$$نق \times \frac{22}{7} \times 2 \times \frac{63}{360} = 7.7$$

$$نق \times \frac{44}{7} \times \frac{7}{40} = 7.7$$

$$نق \times \frac{44}{40} = 7.7$$

$$نق = \frac{40 \times 7.7}{44} = 7 \text{ سم}$$

أ/ فوزية الهنداوي

بالنسبة للقوانين المشتقة
لتسهيل الحل ولكن
يمكن للمتعلم استخدام قانون
واحد فقط لإيجاد

- طول القوس بمعلومية
- الزاوية المركزية
- نصف القطر

$$ل = \frac{\theta}{360} \times 2\pi نق$$

أ/ فوزية التندي

10

اوجد مساحة القطاع الدائري الذي يقابل زاوية مركزية $72^\circ$ في دائرة مساحتها 100 سم²

الحل

∵ مساحة القطاع = $\frac{\theta}{360} \times \pi$ نق²

∵ $\pi$ نق² = مساحة الدائرة

$= \frac{72}{360} \times 100$

∴ مساحة القطاع الدائري = 20 سم²

اوجد مساحة القطاع الدائري الذي زاويته المركزية $100^\circ$ وقطر دائرته 12 سم اعتبر $\pi \approx 3.14$

الحل

قطر الدائرة = 12 سم

∴ نق = 6 سم

∵ مساحة القطاع = $\frac{\theta}{360} \times \pi$ نق²

مساحة القطاع = $\frac{100}{360} \times 3.14 \times 6 \times 6$

$= 31.4$ سم²

أ/ فوزية القثري

أوجد مساحة القطاع الدائري الذي يقابل زاوية مركزية $80^\circ$ في دائرة مساحتها $63\pi$ سم²

## الحل

∵ مساحة القطاع = $\frac{\theta}{360} \times \pi$ نق²

مساحة الدائرة = $63\pi$

∴ مساحة القطاع الدائري = $\frac{80}{360} \times 63\pi$

∴ مساحة القطاع = $14\pi$ ⟸ ∵ $\pi \approx \frac{22}{7}$

∴ مساحة القطاع = $14 \times \frac{22}{7} = 44$ سم²

قطاع دائري مساحته 63 سم² وطول قوسه 21 سم أوجد نصف قطر دائرته

## الحل

م القطاع = $\frac{\text{ل نق}}{2}$

أ/ فوزية العقتدي

12

$\frac{ع \times 21}{2} = 63$

∴ ع = $\frac{2 \times 63}{21} = 6$ سم

أوجد محيط قطاع دائري زاويته المركزية 126° ونصف قطره 10 سم

الحل

∴ محيط القطاع الدائري = طول القوس + 2 نق

= $\frac{\theta}{360} \times 2 \times \pi$ نق + 2 نق

= $\frac{126}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 10 + 10 \times 2$

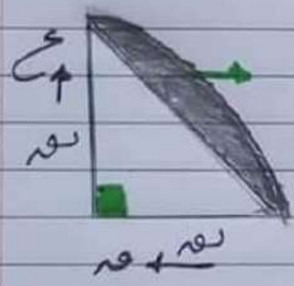
= 22 + 20 = 42 سم

∴ محيط القطاع الدائري = 42 سم

أ/ فوزية القندي

13

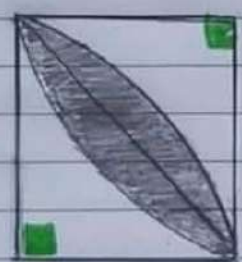
# متى نستخدم قانون الورقة الكاملة ونصف الورقة




مساحة الجزء المظلل

قانون مساحة نصف الورقة

$$م = \frac{2}{7} نق^2$$



مساحة الورقة

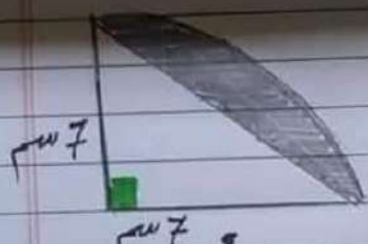
$$م = \frac{4}{7} نق^2$$

يمكن إيجاد مساحة الجزء المظلل عن طريق قانون

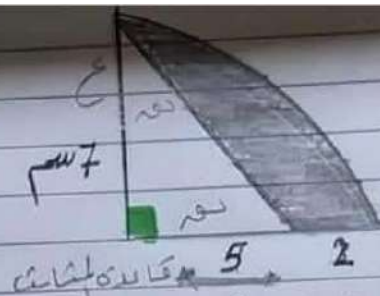
مساحة القطاع - مساحة المثلث

أ/ فوزية القتادي

14




(أ)




(ب)

أوجد مساحة الجزء المظلل

في الشكل (أ) عبارة عن ربع دائرة ومثلث حيث أن قاعدة المثلث وارتفاعه تمثلان أنصاف أقطار لربع الدائرة حيث يمكننا إيجاد مساحة الجزء المظلل باستخدام قانون حذف الورقة

م الجزء المظلل =

$\frac{1}{4}$ مساحة الدائرة - مساحة المثلث

$= \frac{1}{4}\,\pi$ نق$^2$ $- \frac{1}{2}$ ق × ع

$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 - \frac{1}{2} \times 7 \times 7$

$= \frac{77}{2} - \frac{49}{2} = \frac{28}{2} = 14$ سم$^2$

أ/ فوزية القنادي

15

حل آخر باستخدام قانون نصف الورقة

مساحة نصف الورقة = $\frac{2}{7}$ نق$^2$

$= \frac{2}{7} \times 7 \times 7 = 14$ سم$^2$

بالنسبة للشكل "ب"

لا نستخدم قانون نصف الورقة

$\frac{1}{4}$ مساحة الدائرة − $\frac{1}{2}$ ق × ع

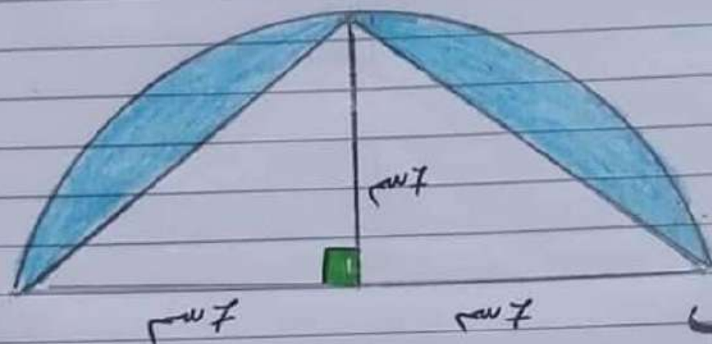
= $\frac{1}{4}$ $\pi$ نق$^2$ − $\frac{1}{2}$ ق × ع

$= \frac{1}{\cancel{4}_{2}} \times \frac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{7}} \times 7 \times 7 - \frac{1}{2} \times 5 \times 7$

$= \frac{77}{2} - \frac{35}{2} = \frac{42}{2} = 21$ سم$^2$

أ/ فوزية القندري

16




احسب

مساحة المنطقة المظللة

الحل

مساحة القطاع - مساحة المثلث

$2\left[49 \times \frac{22}{7} \times \frac{90}{360} - 7 \times 7 \times \frac{1}{2}\right]$

$2\left(\frac{77}{2} - \frac{49}{2}\right) = \frac{28}{2} \times 2 = 28$ سم$^2$

حل آخر باستخدام قانون الورقية الكاملة:

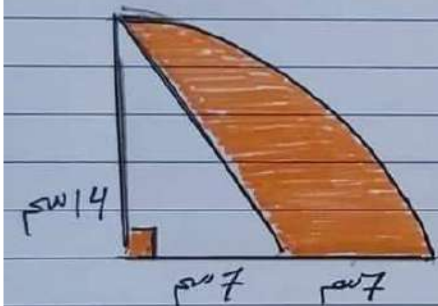
م الجزء المظلل = $\frac{4}{7}$ نق$^2$

$= 7 \times 7 \times \frac{4}{7}$

$= 28$ سم$^2$

أ/ فوزية القندي

في الشكل المقابل معتبراً $\pi \approx \frac{22}{7}$ فإن مساحة الجزء المظلل 115 سم$^2$




مساحة الجزء المظلل =

مساحة ربع الدائرة - مساحة المثلث

$= \frac{1}{4}\pi$ نق$^2$ $- \frac{1}{2}$ ق × ع

$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 - \frac{1}{2} \times 7 \times 14$

$= 14 \times 11 - 49$

$= 105$ سم$^2$

17

عقرب دقيقة ساعة يد طوله 2.1 سم
فما المسافة التي يتحركها طرف العقرب
في 20 دقيقة اعتبر $\pi \approx \frac{22}{7}$

طول العقرب يمثل نق = 2.1 سم

20 دقيقة ← $20 \times 6 = 120$ ومنها

$\theta = 120^\circ$

$\frac{360}{60} = 6$ أي بين كل دقيقة وأخرى 6 درجات

المسافة التي يتحركها العقرب تمثل طول القوس

$ل = \frac{\theta}{360} \times 2\pi$ نق

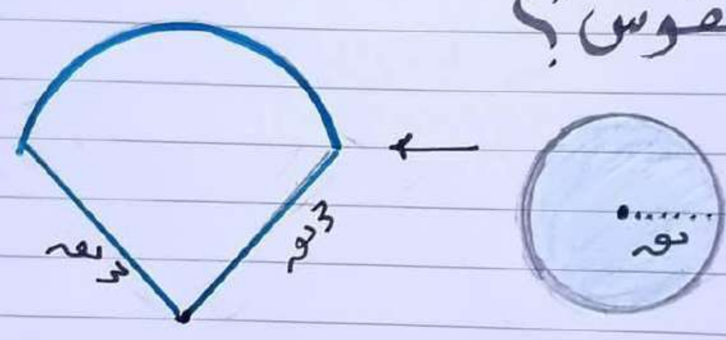
$= \frac{120}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1$

∴ طول القوس = 4.4 سم

أ/ فوزية القندي

18

سلك دائري طول نصف قطره نق
حول على شكل قوس طول نصف قطره 3 نق
ما الزاوية المركزية التي تقابل هذا
القوس؟




طول السلك يمثل طول القوس ← محيط الدائرة

$\therefore$ ل $= \frac{\theta}{360} \times 2\pi$ نق

$2\pi$ نق $= \frac{\theta}{360} \times 2\pi$ (3 نق)

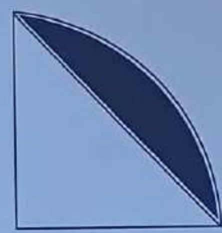
$1 = \frac{\theta \times 3}{360} \rightarrow 3\theta = 360^\circ$

$\therefore \theta = 120^\circ$

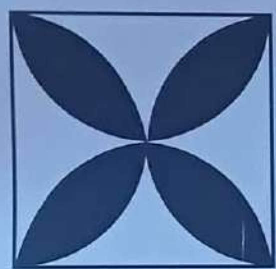
أ/ فوزية القندي

# ملخص إيجاد مساحة منطقة مظللة

لإيجاد مساحة الأجزاء المظللة بقانون نصف الورقة والورقة الكاملة :



$\frac{2}{7}$ نق$^2$



$\frac{16}{7}$ نق$^2$

14 سم

14 سم

$\frac{8}{7}$ نق$^2$

$\frac{4}{7}$ نق$^2$

8 نق$^2$

$\frac{2}{7}$ نق$^2$

1

# مساحات السطوح

## حقائق ومفاهيم

في هذا الجزء علينا معرفة

طول القوس

الزاوية المركزية

القطاع الدائري

القطعة الدائرية

علاقات هامة تربط بين الزاوية المركزية ومحيط الدائرة

القانون العام لطول القوس ومساحة القطاع

والقوانين المشتقة

أ/ فوزية القرني