الفرع العلمي

الرياضيات

المهارات الضرورية التي يحتاجها طالب التوجيهي

قواعد الاشتقاق الاساسية
الاقترانات الاسية واللوغاريتمية
طرق التحليل المختلفة
حل المعادلات بانواعها (تربيعيه ، جذرية ، مثلثية،---)
المتطابقات المثلثية (حفظ مع فهم)
قوانين المساحات والحجوم
قوانين رياضية

رافت صافي

0785824464

مدرسة سمر الثانوية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الاقترانات الأسية واللوغاريتمية

$$\log x = y \xrightarrow{\text{تحول الى أسية}} a^{y} = x$$

a ← الأساس

قانون الضرب	$\log xy = \log x + \log y$
قانون القسمة	$\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$
قانون القوة	$\log x^{n} = n \log x$
تغيير الأساس	$\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$

$\log_a 1 = 0$	$\log_a a = 1$	$\log_a a^{n} = n$	$a^{\log_a x} = x$	
$e^{0} = 1$	$\ln 1 = 0$	$\ln e = 1$	$e^{\ln x} = x$	$\log$ ← لو الـ log لوحده أساسه يكون 10

الاسس والجذور

$x^{n} x^{m} = x^{n+m}$	$\frac{x^{m}}{x^{n}} = x^{m-n}$	$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$
$(x^{m})^{n} = x^{(m)(n)}$	$x^{-n} = \frac{1}{x^{n}}$	$\sqrt[n]{x^{m}} = x^{\frac{m}{n}}$
$(xy)^{m} = x^{m} y^{m}$	$(\frac{x}{y})^{n} = \frac{x^{n}}{y^{n}}$	$\sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x}\sqrt[n]{y}$
		$\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$

راغدة ضاحي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

قواعد الاشتقاق

القواعد الاساسيه

1) اذا كان $f(x)=k$ فان $f'(x)=0$ مشتقة الثابت صفرًا

2) اذا كان $f(x)=x$ فان $f'(x)=1$

3) اذا كان $f(x)=kx$ فان $f'(x)=k$ ناخذ الرقم الذي مع x

4) اذا كان $f(x)=x^n$ فان $f'(x)=nx^{n-1}$

القوه n يوجد لها 3 حالات

1) n موجب صنا تقل (1) عند طرحها من العدد (1)

2) n سالب صنا تزداد (1) عند طرحها من العدد (1) بالسالب

3) n كسر صنا $\frac{a}{b}-1=\frac{a-b}{b}$ بمعنى اطرح البسط من المقام واثبت المقام

5) $f(x)=kx^n$ فان $f'(x)=(k)(n)x^{n-1}$

انتبه القواعد 4+5 تحلله عند وجود x مرفوعه لقوة بكن ان وجدت تحت الجذر ، صنا دفالج ثم نشتغل

1) $\sqrt[m]{x^n} \longrightarrow x^{\frac{n}{m}}$

2) $\frac{a}{\sqrt[m]{x^n}} \longrightarrow ax^{\frac{-n}{m}}$

بعد عملية الاشتقاق اذا ظهر مايليا ، نقوم بالمعالجه

1) أس سالب :- نحول السالب الى موجب وينتقل الى المقام
مثال :- $x^{-3}=\frac{1}{x^3}$

2) أس كسري :- يحول الى جذر مثال :- $x^{\frac{3}{5}}=\sqrt[5]{x^3}$

3) اس سالب كسري :- يحول الجذر في المقام
مثال :- $x^{\frac{-2}{3}} \rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

رأفت ابراهيم صافي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الاقتران المركب

اذا كان $f(x) = (g(x))^n$ فان $f'(x) = n(g(x))^{n-1} g'(x)$

- القوة
- ننسخ الداخل كما هو ونطرحه واحد من القوة
- نشتق ما داخل القوس

انتبه

اذا كان القوس المرفوع لقوة في المقام أو تحت جذر حولنا قبل الاشتقاق نقاله

1) $\frac{a}{(g(x))^n} \rightarrow a(g(x))^{-n}$

2) $\sqrt[n]{(g(x))^m} \rightarrow (g(x))^{\frac{m}{n}}$

3) $\frac{a}{\sqrt[n]{(g(x))^m}} \rightarrow a(g(x))^{-\frac{m}{n}}$

طريقة التعامل مع الجذور

↓

نحوّل الى صورة كسرية
الكس الداخلي على الجذر الخارجي
ثم نطبق قاعدة السلسلة

مثال : جد مشتقة ما يلي :-

1) $f(x) = 9$

2) $f(x) = \frac{3}{5}$

3) $f(x) = 6x$

4) $f(x) = 5x^2$

5) $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$

6) $f(x) = 3x^{\frac{1}{2}}$

7) $f(x) = x^{-2}$

8) $f(x) = 5x^{-3}$

الحل :-

1) $f'(x) = 0$

2) $f'(x) = 0$

مشتقة الثابت صفراً

3) $f'(x) = 6$

4) $f'(x) = 10x$

5) $f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

نأخذ المقام ونحوله بالجذر الى جذر في المقام

6) $f'(x) = (3)(\frac{1}{2})x^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2\sqrt{x}}$

7) $f'(x) = -2x^{-3} = \frac{-2}{x^3}$

8) $f'(x) = -15x^{-4} = \frac{-15}{x^4}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال: جد مشتقة مايلي:

1) $f(x)=\sqrt[3]{x}$ 2) $f(x)=\sqrt[5]{x^2}$

3) $f(x)=\frac{5}{x^3}$ 4) $f(x)=\frac{8}{\sqrt{x}}$

الحل: نفاضل

1) $f(x)=x^{\frac{1}{3}} \longrightarrow f'(x)=\frac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}}=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

2) $f(x)=x^{\frac{2}{5}} \longrightarrow f'(x)=\frac{2}{5}x^{\frac{-3}{5}}=\frac{2}{5\sqrt[5]{x^3}}$

3) $f(x)=5x^{-3} \longrightarrow f'(x)=-15x^{-4}=\frac{-15}{x^4}$ نفاضل

4) $f(x)=8x^{\frac{-1}{2}} \longrightarrow f'(x)=-4x^{\frac{-3}{2}}=\frac{-4}{\sqrt{x^3}}$ نفاضل

الاقتران المركب

مثال: جد مشتقة مايلي:-

1) $f(x)=(3x+1)^5$ 2) $f(x)=\sqrt[3]{3x-5}$

3) $f(x)=\frac{5}{(x+2)^4}$ 4) $f(x)=\frac{4}{\sqrt{x+3}}$

الحل:-

1) $f'(x)=5(3x+1)^4(3)=15(3x+1)^4$

2) $f(x)=(3x-5)^{\frac{1}{3}} \rightarrow f'(x)=\frac{1}{3}(3x-5)^{\frac{-2}{3}}(3)$ نفاضل

$=\frac{1}{\sqrt[3]{(3x-5)^2}}$

3) $f(x)=5(x+2)^{-4}$ نفاضل

$f'(x)=-20(x+2)^{-5}=\frac{-20}{(x+2)^5}$

4) $f(x)=4(x+1)^{\frac{-1}{2}} \Longrightarrow f'(x)=-2(x+1)^{\frac{-3}{2}}$ نفاضل

$=\frac{-2}{2\sqrt{(x+1)^3}}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

طرق التحليل

← كتابه المقاديد الجبرية
← على شكل متوالية

① فرق بين مربعين :- $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

① $x^2-4=(x-2)(x+2)$ ② $9-y^2=(3-y)(3+y)$

③ $(x+1)^2-25=((x+1)-5)((x+1)+5)=(x-4)(x+6)$

---

② فرق مكعبين $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

(1) (2)
نفس الإشارة — موجبة — الأولى × الأولى — موجبة — الأخيرة

① $x^3-8=(x-2)(x^2+2x+4)$

② $(y+1)^3-27=((y+1)-3)((y+1)^2+3(y+1)+9)$

③ $x-8=(\sqrt[3]{x}-2)(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4)$

---

③ مجموع مكعبين $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

نفس الإشارة — عكس الإشارة

① $x^3+125=(x+5)(x^2-5x+25)$

② $64-y^3=(4-y)(16+4y+y^2)$

③ $8+x^6=(2+x^2)(4-2x^2+x^4)$

رأفت إبراهيم صافي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

④ مقدار ثلاثي ax^2+bx+c

حاله ① :- معامل x^2 يساوي واحد

صفا :- $(x\ \square)(x\ \square)$

معرفة العددان داخل المربعان صفا نبحث عن عددان ضربهما c ومجموعهما b ← عدد ثابت

$(x\ \square)(x\ \square)$ ← دائما

① $x^2+6x+5=(x+1)(x+5)$ صفا بحثنا عن عددان ضربهما 5 ومجموعهما 6

② $x^2-3x+2=(x-2)(x-1)$ صفا بحثنا عن عددان ضربهما 2 ومجموعهما -3

③ $x^2-3x-4=(x-4)(x+1)$ صفا بحثنا عن عددان ضربهما -4 ومجموعهما -3

حاله ② :- معامل x^2 ليس واحد :- صفا نحلل ax^2 ونحلل c بشرط يكون مجموع الضربان والبعدات يعطيا الحد الاوسط bx

① $2x^2+5x-3$

$(2x-1)(x+3)$

$(2x)(x)\leftarrow 2x^2$:. حاصل

$(-1)(3)\leftarrow -3$

صفا $\leftarrow (2x-1)(x+3)$

الحد الاوسط $-x+6x=5x$

② $3x^2+5x-2$

$(3x-1)(x+2)$

$-x$

$6x$

المجموع $5x$ الحد الاوسط

رأفت ابراهيم صافي

◎ عامل مشترك

∴ في حالة لم يكن المقدار على شكل طرف التحليل السابقة صفنا نلجأ الى اخراج عامل مشترك كما يلي ∴

* وجود متغير في كل حد حيث نخرج أقل قوة عامل مشترك
* وجود عدد يقبل القسمة على كل المعاملات معاً
* وجود كلاهما مع متغير

وبعد معرفة العامل المشترك نقوم بقسمة كل حد على العامل مشترك ، وان كان المقدار داخل القوس يحلل ثم يكمل

① $x^2 - 5x = x(x-5)$ ← توضيح: $\frac{x^2}{x} = x$ ، $\frac{5x}{x} = 5$ (كيف حصلنا عليه)

② $2x^2 - 8 = 2(x^2-4)$ ← يحلل
$= 2(x-2)(x+2)$

③ $x^3 + 5x^2 + 6x = x(x^2+5x+6)$ ← يحلل
$= x(x+3)(x+2)$

④ $3y^2 - 15y = 3y(y-5)$.

⑤ $x^4 + x^2 = x^2(x^2+1)$

⑥ $2x^3 + 16 = 2(x^3+8)$ ← يحلل.
$= 2(x+2)(x^2-2x+4)$

رأفت ابراهيم صباغ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المعادلات

← وجود مساواه =
← طرف آيمن وايسر مع توفر متغيرات x و y و ....

المعادلة الخطية

← هنا أس المتغير (١)
← وجود نوع واحد من المتغيرات

الخطوات

← فك أقواس ان (وجدت)
← ان وجد اكثر من حد لنوع متغير نقوم بالتخلص من احدهما باضافة معكوسه للطرفين
← نتخلص من الحد المضاف للمتغير ان وجد
← نقسم طرفي المعادلة على معامل المتغير ان وجد وان كان كسر نضرب في مقلوبه

① $2y - 3 = 5$

$+3 \quad +3$

$\frac{2y}{2} = \frac{8}{2}$

$y = 4$

② $\frac{3}{5}x + 1 = 4$

$-1 \quad -1$

$\frac{5}{3} \times \frac{3}{5}x = 3 \times \frac{5}{3}$

$x = \frac{15}{3} = 5$

③ $4x + 2 = 2x + 10$

$-2x \quad -2x$

$2x + 2 = 10$

$-2 \quad -2$

$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$

$x = 4$

④ $2(3x - 4) = 4x + 17$

$6x - 8 = 4x + 17$

$-4x \quad -4x$

$2x - 8 = 17$

$+8 \quad +8$

$\frac{2x}{2} = \frac{25}{2}$

$x = \frac{25}{2}$

رأفت ابراهيم صباغ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المعادله التربيعيه

← قوة المتغير 2

$$x^2 + bx + c = 0$$

حاله (١) :- عدم وجود الحد bx :- نتبع نفس خطوات حل المعادله الخطية ، في نهاية الحل نأخذ جذر الطرفين وينتج حلان لهما نفس القيمة مع اختلاف الاشارة

① $2x^2 - 31 = 1$

$+31 \quad +31$

$\frac{2x^2}{2} = \frac{32}{2}$

$x^2 = 16$ جذر الطرفين

$x = 4 , -4$

② $x^2 + 5 = 2$

$-5 \quad -5$

$x^2 = -3$

لا يوجد حل لأن $\sqrt{-3}$ عدد تخيلي غير موجود في مجموعة الاعداد الحقيقية

حاله (2) عدم وجود c :- هنا اخراج عامل مشترك ويكون أول حل للمعادلة صفراً والحل الثاني ناتج ما داخل القوس بالصفر ومخل المعادله.

① $x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0$

$x = 0$

$x - 2 = 0$

$+2 \quad +2$

$x = 2$

② $3x^2 - 12x = 0$

$3x(x-4) = 0$

$x = 0$

$x - 4 = 0$

$+4 \quad +4$

$x = 4$

رأفت ابراهيم صافي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حالة (3) وجود ٣ حدود معاً ∴ هنا نلجأ للتحليل

ونساوي كل قوس بالصفر ونحل المعادلة ← 6 قبل البدء بالتحليل نصفر أحد طرفي المعادلة ونقسم على معامل x^2 ان وجد .

① $x^2+6x+8=0$

$(x+4)(x+2)=0$

$x+4=0$ ، $x+2=0$

$-4\ -4$ ، $-2\ -2$

$x=-4$ ، $x=-2$

② $6x^2-6x+5=41$

هنا نصفر الطرف الأيسر

$6x^2-6x+5=41$

$-41 \quad -41$

$\frac{6x^2}{6}-\frac{6x}{6}-\frac{36}{6}=\frac{0}{6}$ ← نقسم على معامل x^2

$x^2-x-6=0$ ← نحلل

$(x-3)(x+2)=0$

$x=3$ ، $x=-2$

المميز $\Delta = b^2-4ac$ ∴ يستخدم المميز لمعرفة كم حل للمعادلة التربيعية بحيث :-

① قيمته عدد موجب :- يوجد حلان

② قيمته صفراً :- حل وحيد

③ قيمته سالب :- لا يوجد حلول

حيث نستطيع حل أي معادلة تربيعية باستخدام القانون العام

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

a: معامل x^2

b: معامل x

c: الحد الثابت

③ $x^2-x-2=0$

$a=1$ ، $b=-1$ ، $C=-2$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{1\pm\sqrt{1-4(1)(-2)}}{(2)(1)}=\frac{1\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{1\pm3}{2}$$

$x_1=\frac{1+3}{2}=2$

$x_2=\frac{1-3}{2}=-1$

رأفت زاهي صباغ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المعادلة الكسرية

← نقوم بالضرب التبادلي
← نقوم بحل المعادلة

① $\frac{3x+1}{5} = \frac{3}{2}$

الحل :-

$6x+2 = 15$
$-2 \quad -2$
$\frac{6x}{6} = \frac{13}{6}$
$x = \frac{13}{6}$

② $\frac{x^2+30}{2} = 17$

الحل :-

$x^2+30 = 34$
$-30 \quad -30$
$x^2 = 4$ بجذر الطرفين
$x = 2, -2$

معادلة تحوي متغير مرفوع لقوة 3

← ناخذ الجذر للطرفين حسب دليل الجذر
← الجذر الزوجي ناخذ حالتان موجب سالب

① $(2x+1)^3 = 8$

$\sqrt[3]{(2x+1)^3} = \sqrt[3]{8}$ الحل :-

$2x+1 = 2$
$-1 \quad -1$
$\frac{2x}{2} = \frac{1}{2}$
$x = \frac{1}{2}$

② $3(x-1)^3 - 1 = 23$
$+1 \quad +1$

الحل :-

$\frac{3(x-1)^3}{3} = \frac{24}{3}$
$(x-1)^3 = 8$
$\sqrt[3]{(x-1)^3} = \sqrt[3]{8}$
$x-1 = 2$
$+1 \quad +1$
$x = 3$

③ $(x-1)^2 = 4$

$\sqrt{(x-1)^2} = 4$

الحل :-

$x-1 = 2$
$+1 \quad +1$
$x = 3$

$x-1 = -2$
$+1 \quad +1$
$x = -1$

رأفت ابراهيم صافي

معادلة تحوي جذور

← ضبع الجذر في طرف ولما تي في
← طرف ثم تربيع أو تكعيب حسب
← دليل الجذر لازاله الجذر ثم نحل المعادلة

① $\sqrt{2x^2+7} - 1 = 4$

+1 +1

الحل :- تربيع

$(\sqrt{2x^2+7})^2 = (5)^2$

$2x^2+7 = 25$

$-7 \quad -7$

$\frac{2x^2}{2} = \frac{18}{2}$

$x^2 = 9$ جذر الطرفين

$x = 3$ و -3

② $\sqrt[3]{x+7} = 3$

الحل :- تكعيب الطرفين

$(\sqrt[3]{x+7})^3 = (3)^3$

$x+7 = 27$

$-7 \quad -7$

$x = 20$

معادلتان خطيتان

← وجود معادلتان مع توفر متغيران

الخطوات :-
① ترتيب المعادلتان تحت بعض
② اجعل أحد المتغيران لـ نفس العامل مع اختلاف الإشارة
③ نجمع المعادلتان لتنتج معادلة في متغير واحد ونقوم بحلها
④ نعوض قيمة المتغير في احدى المعادلتان لايجاد المجهول الآخر

$x = y + 1$ و $5y = 2x + 1$

الحل :-

① ترتيب $x - y = 1$ ((ضبع x و y في طرف والعدد في طرف آخر))

$2x - 5y = -1$

② نضرب المعادلة الاولى بالعدد (-2) من اجل حذف المتغير x

$-2x + 2y = -2$

③ اجمع المعادلتان $2x - 5y = -1$ +

$\frac{-3y}{-3} = \frac{-3}{-3}$

$y = 1$

① عوضها في معادلة $y = 1$

$x = 1 + 1 = 2$

حل المعادلة $x = 2$

$y = 1$

رأفت ابراهيم صباغ

معادلة خطية مع تربيعية

← وجود معادلتان احداهما
← تربيعية والاخرى خطية

الخطوات

① اعمل أحد المتغيرات من المعادلة الخطية موضوع قانون
② عوض موضوع القانون في التربيعية
③ فك التربيع ثم نقوم بحل المعادلة التربيعية وينتج قيمة احد المتغيرين
④ لمعرفة المتغير الثاني نعوض في المعادلة الخطية

$x - y = 1$ ، $x^2 + y^2 = 5$

الحل :-

① اجعل x موضوع قانون من المعادلة الخطية

$x = y + 1$ ((موضوع قانون يعني المتغير لوحده في طرف ومعامله (١)))

② نذهب الى التربيعية ونعوض بدل (x) بـ $(y+1)$

$(y+1)^2 + y^2 = 5$

③ فك أقواس ثم تبسيط :-

$y^2 + 2y + 1 + y^2 = 5$

$2y^2 + 2y + 1 = 5$

$-5 \quad -5$

$\frac{2y^2}{2} + \frac{2y}{2} - \frac{4}{2} = \frac{0}{2}$

$y^2 + y - 2 = 0$

$(y+2)(y-1) = 0$

$y = -2 \quad y = 1$

④ لمعرفة قيمة x :-

نعوض في موضوع القانون

عندما $y = -2$ فان :-

$x = -2 + 1 = -1$

عندما $y = 1$ فان :-

$x = 1 + 1 = 2$

مجموعة الحل: $(2, 1)$
$(-1, -2)$

رأفت ابراهيم صباغ

معادلتان تربيعيتان ← وجود معادلتان مع متغيران وقوة المتغيران 2

① نقوم بجعل أحد المتغيران في المعادلتين له نفس المعامل مع اختلاف الاشارة ، ثم نجمع المعادلتان

② نقوم بحل المعادلة الناتجة لايجاد قيم المتغير

③ نعوض في احدى المعادلات لمعرفة قيمة المجهول الآخر

$$x^2+y^2=13 \quad , \quad x^2-y=7$$

الحل :- نرتب عمودي

$$x^2+y^2=13$$
$$x^2-y=7$$

② اضرب المعادلة بالعدد -١

$$x^2+y^2=13$$
$$-x^2+y=-7$$

+ نجمع المعادلتان

$$y^2+y=6$$

نحل نقوم

$$y^2+y-6=0$$
$$(y-2)(y+3)=0$$

$y=2$ $\quad$ $y=-3$

نعوض قيم y في احدى المعادلات ولتكن الاولى :-

عند $y=2$ فان :-

$$x^2+4=13$$
$$-4 \quad -4$$
$$x^2=9$$

نجذر طرفين

$$x=3 \text{ و } -3$$

عند $y=-3$ فان :-

$$x^2+9=13$$
$$-9 \quad -9$$
$$x^2=4$$

نجذر طرفين

$$x=2 \text{ و } -2$$

مجموعة الحل :- $(-3,2)/(3,2)/(2,-3)/(-2,-3)$

رأفت ابراهيم صافي

حل معادلات مثلثية

حالة (1) :- وجود اقتران مثلثي واحد فقط، هيحنا نقوم بوضعه في طرف والباقي في طرف مختلف

1) $2\sin x - 1 = 0$

$2\sin x - 1 = 0$
$+1 \quad +1$

$\frac{2\sin x}{2} = \frac{1}{2}$

$\sin x = \frac{1}{2}$ ⟵ هنا الجيب موجب في الربع الأول والثاني وزاوية المرجع هي $\frac{\pi}{6}$ و لمعرفة الربع الثاني هنا نطرح π وعليه $\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

$x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

ملاحظة
* لمعرفة الربع الثالث نزيد π
* لمعرفة الربع الرابع نطرح 2π

---

2) $2\cos\frac{x}{2} + 1 = 0$

$2\cos\frac{x}{2} + 1 = 0$
$-1 \quad -1$

$2\cos\frac{x}{2} = -1$

$\cos\frac{x}{2} = \frac{-1}{2}$ ⟵ جيب التمام سالب في الربع الثاني والثالث وزاوية المرجع $\frac{\pi}{3}$

الربع الثاني $\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

الربع الثالث $\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$

$\frac{x}{2} = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$ ← كل المطلوب x مكانه مضروب 2

$x = \frac{4\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}$

---

③ $4\sin 2x = 0$

$\sin 2x = 0$

نقسم على 2 ← $2x = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots$

$x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$

④ $\frac{1}{2}\cos x = 0$

$\cos x = 0$

$x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$

راغدة ضاهري

حاله (2) «اخراج عامل مشترك»

حيث نساوي كل مقدار بالصفر
«البتة $\sec x \neq 0$ وكذلك $\csc x$»

① $\cos x - 2\cos x \sin x = 0$

$\cos x(1 - 2\sin x) = 0$

$\cos x = 0$ ، $\sin x = \frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, ..$ ، $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

② $\cos^2 x - \cos x = 0$

$\cos x(\cos x - 1) = 0$

$\cos x = 0$ ، $\cos x = 1$

$x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, ..$ ، $x = 0, 2\pi$

حاله (3) :: «3 حدود تربيعي وخطي وثابت لنفس الزاوية ونفس النسبة»

① $\cos^2 x - 5\cos x - 6 = 0$

$(\cos x - 6)(\cos x + 1) = 0$

$\cos x = 6$ ، $\cos x = -1$

مستحيل ، $x = \pi$

② $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$

$(2\sin x - 1)(\sin x - 1) = 0$

$\sin x = \frac{1}{2}$ ، $\sin x = 1$

$x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ ، $x = \frac{\pi}{2}$

حاله (4) :: «اختلاف الزوايا وحيث نوحدها من خلال المتطابقات»

① $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$

$2\cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0$

$\cos x(2\cos x + 1) = 0$

$\cos x = 0$ ، $\cos x = -\frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{2}, ...$ ، $x = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$

② $\sin 2x - \cos x = 0$

$2\sin x \cos x - \cos x = 0$

$\cos x(2\sin x - 1) = 0$

$\cos x = 0$ ، $\sin x = \frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{2}, ..$ ، $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

حاله (5)

وجود sin مع cos في حاله جمع او طرح حيث نحول الى tan بقسمة كل الحدود على cos

$\cos x + \sqrt{3}\sin x = 0$ نقسم على $\cos x$

$1 + \sqrt{3}\tan x = 0$

$\tan x = \frac{-1}{\sqrt{3}}$ ، $\pi = \frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

راغدة ضاهري

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

معادلة اسية ولوغاريتمية

1) لحل معادلة تحوي لوغاريتم ، ناخذ e الطرفين

مثال :- حل المعادلة $\ln(2x+1) = 5$

الحل :-

$$e^{\ln(2x+1)} = e^5$$

$$2x+1 = e^5$$

$$2x = e^5 - 1$$

$$x = \frac{e^5-1}{2}$$

2) لحل معادلة تحوي أسي طبيعي ، صفا ناخذ لوغاريتم الطرفين

مثال :- حل المعادلة $e^{3x} - 5 = 4$

الحل :- $e^{3x} = 9$

$$\ln e^{3x} = \ln 9$$

$$3x = \ln 9$$

$$x = \frac{\ln 9}{3}$$

مثال : حل المعادلة $2e^{x-1} = 8$

الحل :- $e^{x-1} = 4$

$$\ln e^{x-1} = \ln 4$$

$$x-1 = \ln 4$$

$$x = \ln 4 + 1$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

متطابقات مثلثية

نفس الزاوية

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

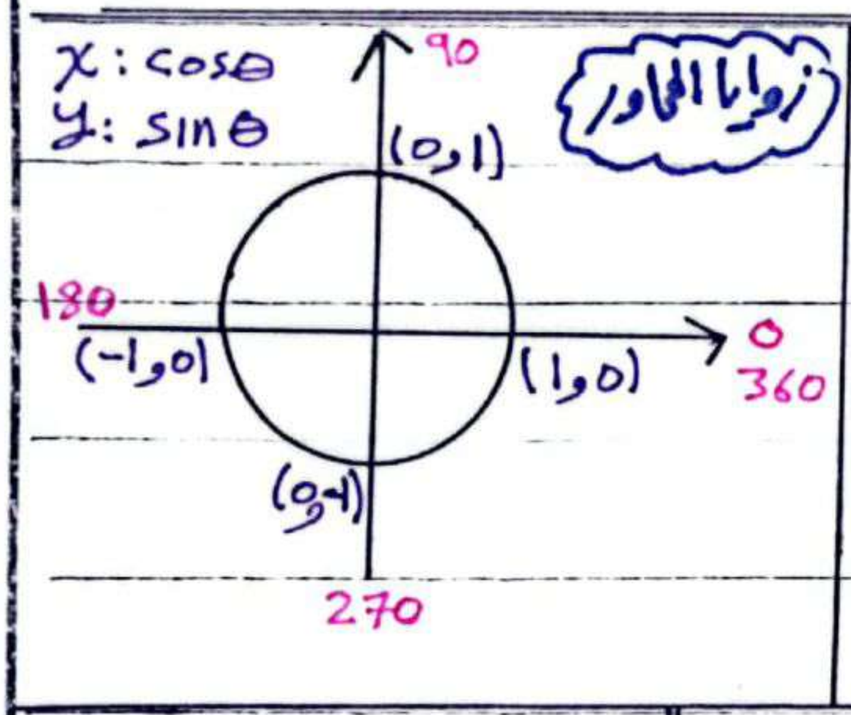
$$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

$$\csc^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

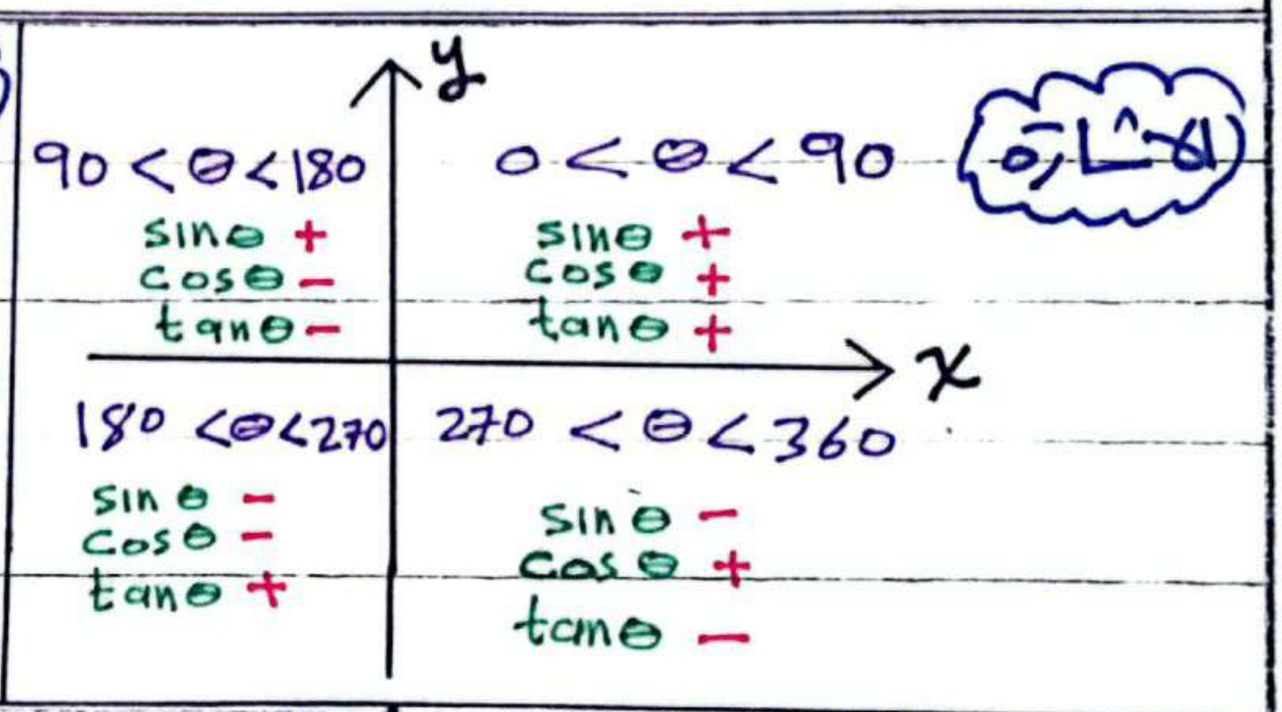
نقسم على 2 للزاوية فقط

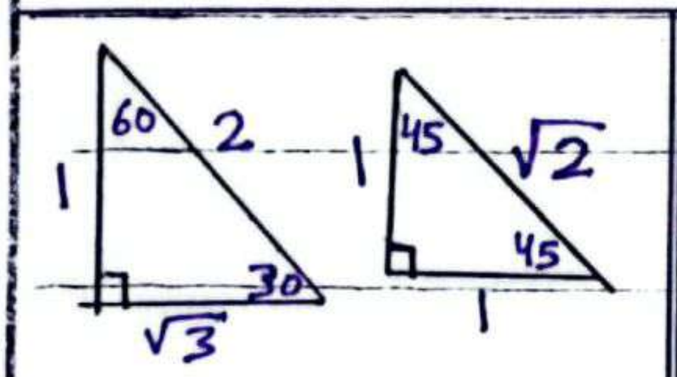
$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$
$$= 2\cos^2\theta - 1$$
$$= 1 - 2\sin^2\theta$$

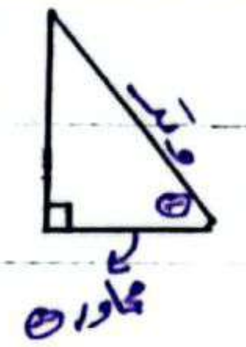
$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$



زوايا المحاور







$\sin\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$

$\cos\theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$

$\tan\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$

$$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

θ	0	90	180	270	360
sinθ	0	1	0	-1	0
cosθ	1	0	-1	0	1
tanθ	0	غير معرف	0	غير معرف	0

θ	30	60	45
sinθ	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
cosθ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
tanθ	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	1

لإيجاد cotx / cscx / secx
نستخدم المقلوب

راقت ضاحي

النسب المثلثية للزوايا خارج الدورة

الربع الثاني	$180-\theta$
الربع الثالث	$\theta-180$
الربع الرابع	$360-\theta$

* $\sin 120 = \sin(180-120) = \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
* $\cos 210 = -\cos(210-180) = \cos 30 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
* $\tan 300 = -\tan(360-300) = -\tan 60 = -\sqrt{3}$

متطابقات المجموع والفرق

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

$$\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$$

$\pi = 180$

$1^\circ = \frac{\pi}{180}$ rad

1 rad $= \frac{180^\circ}{\pi}$

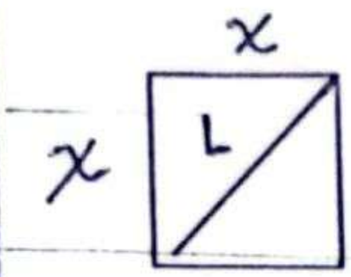
التحويل من ستيني ودائري

$30^\circ = \frac{\pi}{6}$	$180^\circ = \pi$	$135 = \frac{3\pi}{4}$
$45^\circ = \frac{\pi}{4}$	$270^\circ = \frac{3\pi}{2}$	$210 = \frac{7\pi}{6}$
$60^\circ = \frac{\pi}{3}$	$360^\circ = 2\pi$	$300 = \frac{5\pi}{3}$
$90^\circ = \frac{\pi}{2}$	$120 = \frac{2\pi}{3}$	$150 = \frac{5\pi}{6}$

راغب ضاوي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مامات حجوم قوانين

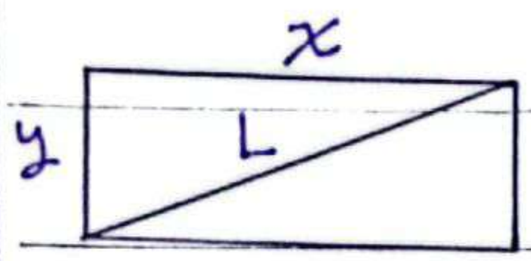


المربع

المساحة $A = x^2$

المحيط $C = 4x$

طول القطر $L = \sqrt{2}\,x$

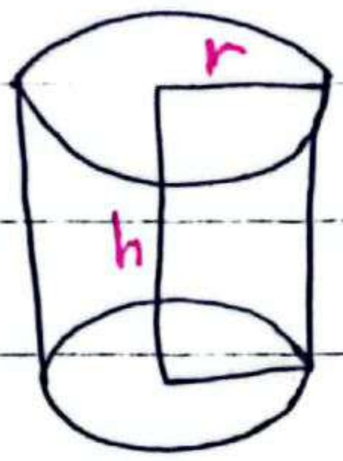


المستطيل

مساحة $A = xy$

المحيط $C = 2(x+y)$

طول القطر $L = \sqrt{x^2+y^2}$



الاسطوانة

حجم $V = \pi r^2 h$

مساحة جانبية $L.A = 2\pi r h$

مساحة كلية $S.A = 2\pi r h + 2\pi r^2$

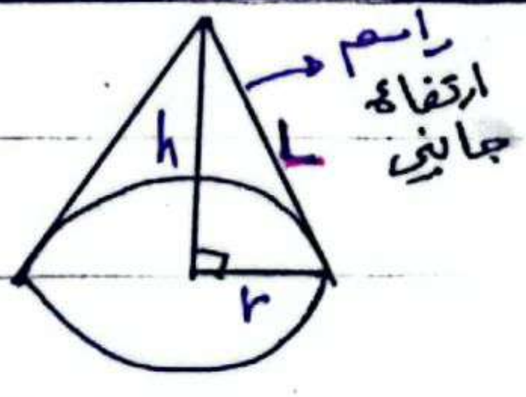
بشكل عام

حجم = مساحة القاعدة × الارتفاع

مساحة جانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

مساحة كلية = مساحة جانبية + مساحة القاعدتين

هنا القاعدة دائرة



مخروط

حجم $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

مساحة جانبية $L.A = \pi r L$

مساحة كلية $S.A = \pi r L + \pi r^2$

$L = \sqrt{h^2+r^2}$

راغدة ضاهي

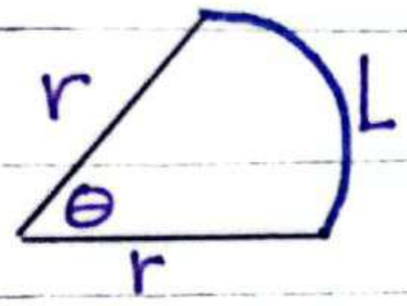
الكرة

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ الحجم

$A = 4\pi r^2$ مساحة سطحها

القطاع الدائري

جزء من دائرة يحوي قوس ونصفي قطرين



المساحة $A = \frac{1}{2} r^2 \theta$

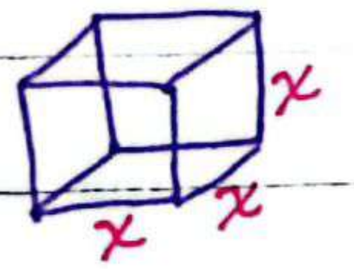
طول القوس $L = r\theta$

محيط $C = 2r + L$

$C = 2r + r\theta$

radian θ

المكعب

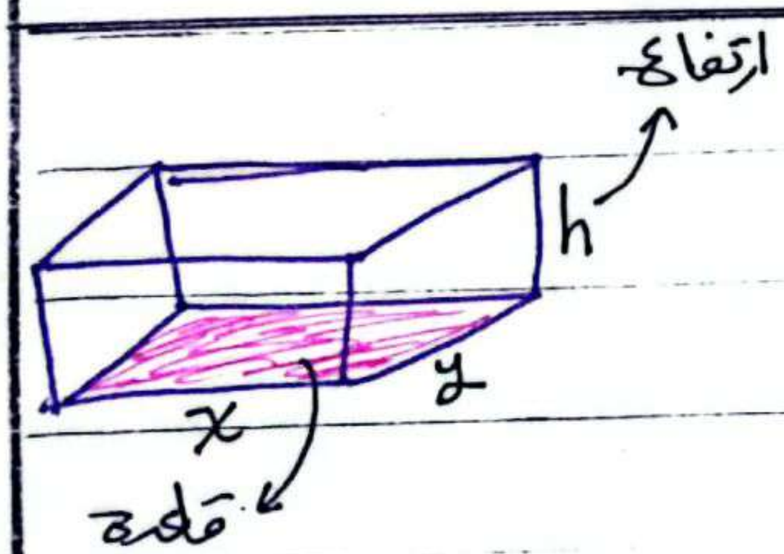


حجم $V = x^3$

مساحة جانبية $L.A = 4x^2$

مساحة كلية $S.A = 6x^2$

متوازي مستطيلات



حجم $V = xyh$

مساحة جانبية $L.A = \underbrace{2(x+y)}_{\text{محيط القاعدة}} h$ ← ارتفاع

مساحة كلية $S.A = \underbrace{2(x+y)h}_{\text{الجانبية}} + \underbrace{2xy}_{\text{مساحة القاعدتين}}$

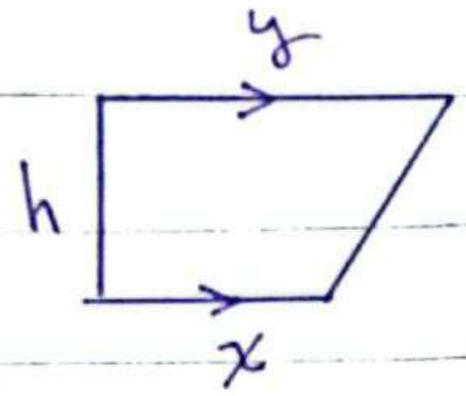
راقت ضاحي

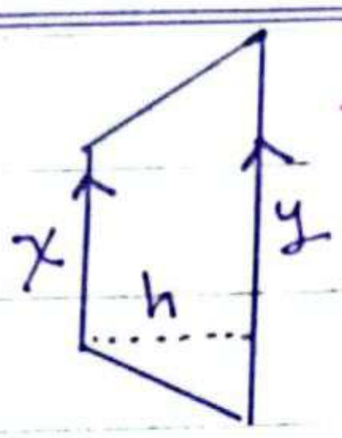
الدائرة

المساحة $A = \pi r^2$

المحيط $C = 2\pi r$

شبه منحرف





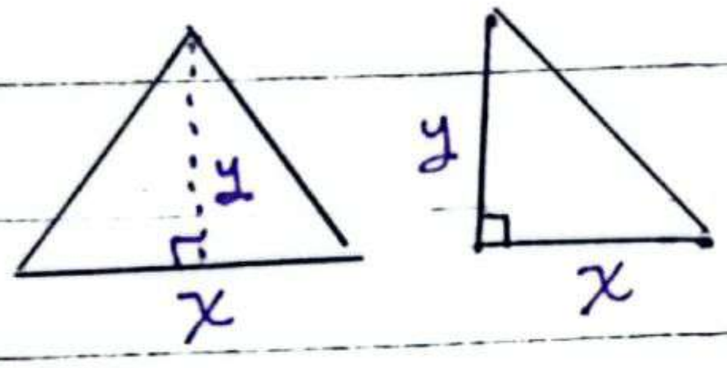
المساحة = $\frac{1}{2}$ مجموع القاعدتين × الارتفاع

$$A = \frac{1}{2}(x+y)h$$

مجموع القاعدتين ← الارتفاع

h: المسافة بين القاعدتين

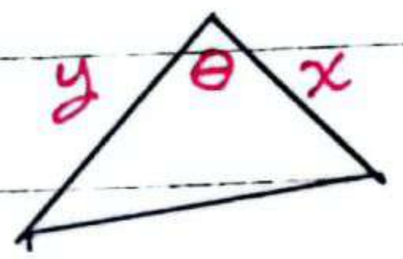
المثلث



المساحة = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع

$$A = \frac{1}{2}xy$$

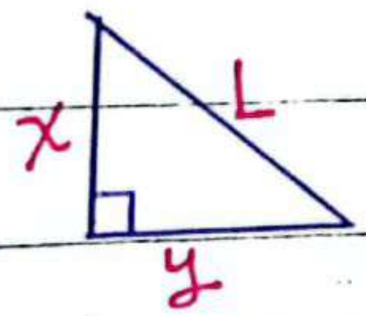
حالة (1)
قاعدة وارتفاع



حالة (2)
ضلعان وزاوية محصورة بينهما

$$A = \frac{1}{2}xy\sin\theta$$

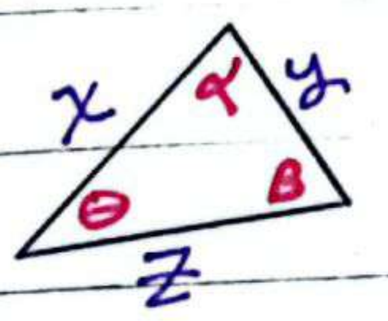
فيثاغورس



$$L^2 = x^2 + y^2$$
$$L = \sqrt{x^2+y^2}$$

ايجاد طول ضلع في مثلث قائم الزاوية

جيوب/تمام



ايجاد طول ضلع في مثلث غير قائم الزاوية

↓

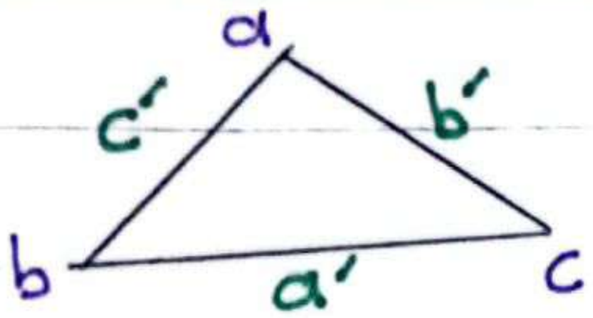
تتوفر ضلعان وزاوية محصورة

$$x^2 = z^2 + y^2 - 2zy\cos\beta$$
$$z^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos\alpha$$
$$y^2 = x^2 + z^2 - 2xz\cos\theta$$

راغدة ضاحي

قانون الجيوب

ايجاد قياسات
زوايا مضلع
عندعدم توفر
ضلعا ناوزاويتمقابلة

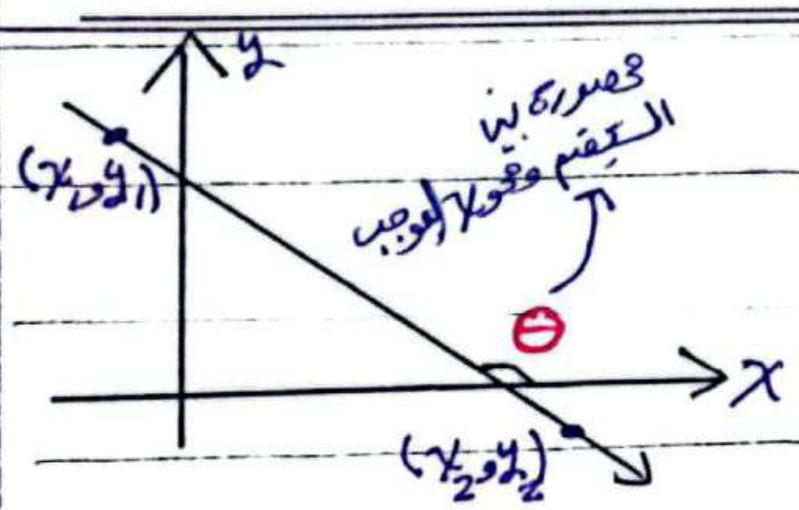


$$\frac{\sin a}{a'} = \frac{\sin b}{b'} = \frac{\sin c}{c'}$$

بعد بين نقطتين

$$s = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

ميل المستقيم



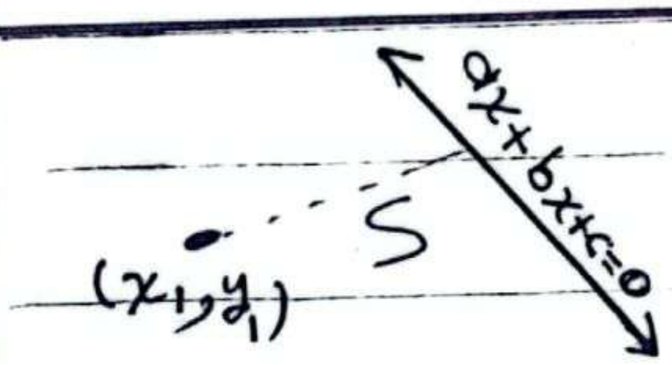
$$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$m = \tan\theta$$

$0 < \theta < \pi$

اعطاء نقطتين — اعطاء زاوية

بعد نقطة عن مستقيم



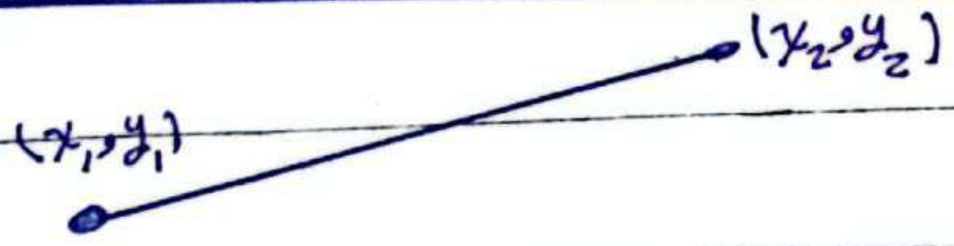
$$s = \frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

معادلة الدائرة

معادلة الدائرة التي مركزها (h,k)
وطول نصف قطرها r

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

معادلة المستقيم

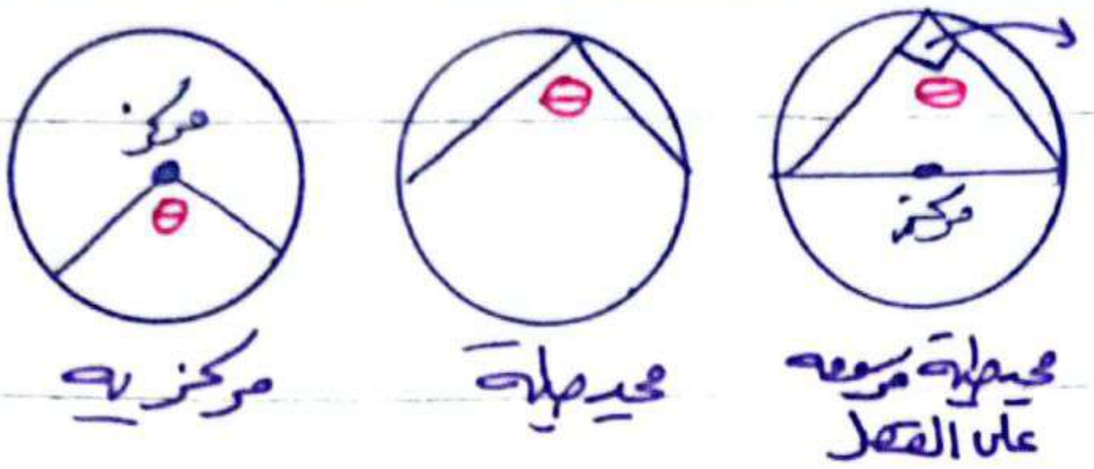


$$y - y_1 = m(x-x_1)$$

راقت صابحي

الزوايا

المركزية هي زاوية رأسها على نقطة المركز



مركزية — محيطية — محيطية مرسومة على القطر

متطابقات الزاويتين المتتامتين

المجموع 90

$\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)=\cos\theta$ (طريقي)

$\sec(\frac{\pi}{2}-\theta)=\csc\theta$

$\cot(\frac{\pi}{2}-\theta)=\tan\theta$

$\tan(\frac{\pi}{2}-\theta)=\cot\theta$

$\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)=\sin\theta$

$\csc(\frac{\pi}{2}-\theta)=\sec\theta$

الزوايا السالبة

جيب/تمام يصل اعتراه

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$

$\cos(-\theta) = \cos\theta$

$\tan(-\theta) = -\tan\theta$

متطابقات الزاويتين المتكاملتين

المجموع 180

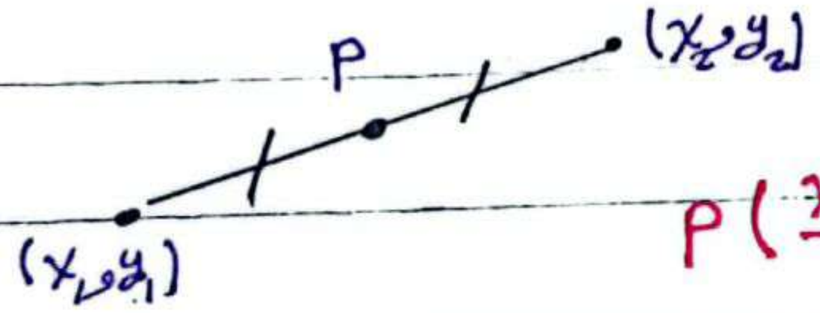
نفس النوع

$\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$

$\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$

$\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta$

احداثيا منتصف قطعة



$P(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$

القانون العام لحل معادلة تربيعية

$ax^2+bx+c=0$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

المميز $\Delta=b^2-4ac$

سالبا: لا يوجد حل

صفر: حل واحد

موجب: حلان

راقت ضاحي

اقتصادي

$C(x)$: اقتران التكلفة

$P(x)$: اقتران الربح

$R(x)$: اقتران الايراد

P : سعر بيع القطعة الواحدة

* $R(x) = (x)(P)$

x ← عدد القطع

P ← سعر القطعة الواحدة

القانون الرئيسي $P(x) = R(x) - C(x)$

الربح = الايراد − التكلفة

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$$

رأفت ضاهي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

رسم الاقترانات الثابت والخطي

الاقترانات

① الاقتران الثابت $f(x) = c$ حيث c : أي عدد

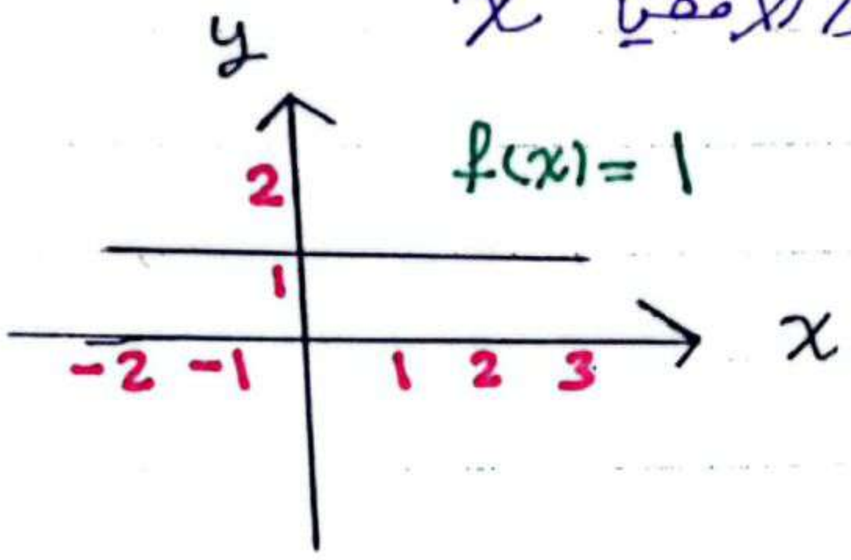
* أمثلة :-

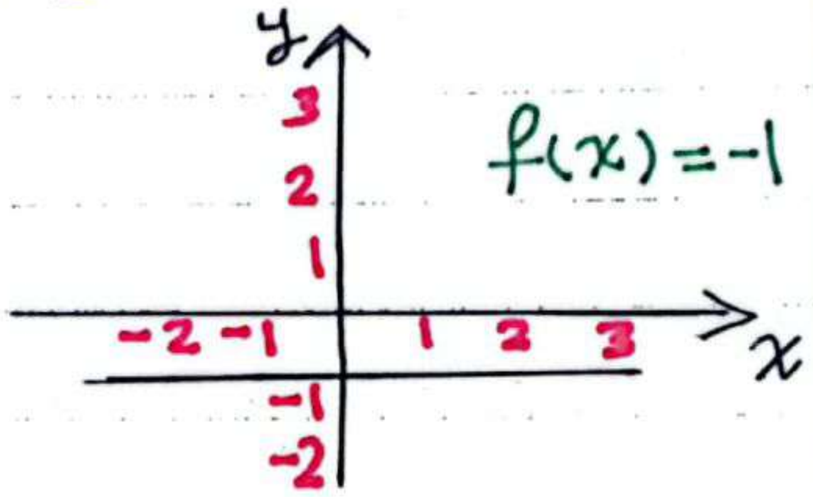
$f(x) = 2 \quad g(x) = \frac{5}{4}$

$f(x) = -4 \quad h(x) = -\frac{1}{2}$

كيف نرسم ونعينه على المستوى الاحداثي :-

* نعين c على المحور العامودي y
* نرسم خط أفقي يوازي المحور الافقي x





② الاقتران الخطي $f(x) = ax + b$ حيث a هي معامل x وهو لا يساوي 1

* أمثلة :-

$f(x) = 2x + 1$

$g(x) = 4 - 3x$

كيف نرسم ونعينه على المستوى الاحداثي

* نضع $(x = 0)$ ونعوضه في $f(x)$ لمعرفة المقطع العمودي y
* نضع $(f(x) = 0)$ ونحل المعادلة لمعرفة المقطع الافقي x

$f(x) = 2x - 4$

الحل :-

عند $x = 0$ فان :-

$f(0) = 2(0) - 4$

$= -4$

$(0, -4)$

عند $f(x) = 0$

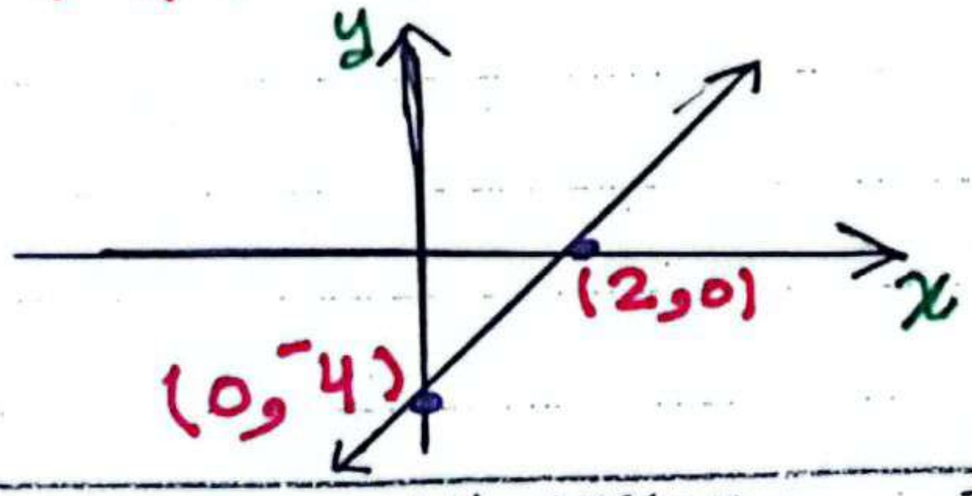
$2x - 4 = 0$

$+4 \quad +4$

$\frac{2}{2}x = \frac{4}{2}$

$x = 2$

$(2, 0)$



التخلص من الجذر بالمقام

1) ان كان لوحده نضرب ونقسم عليه

مثال :-

$$\times \frac{5}{\sqrt{2}} \longrightarrow \frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\times \frac{x}{\sqrt{x}} \longrightarrow \frac{x}{\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{x\sqrt{x}}{x} = \sqrt{x}$$

2) ان كان معه حد : صنا نضرب في مرافقه

$$a \pm b \xrightarrow{\text{مرافقه}} a \mp b$$

حيث نغير اشارة منتصف وعند ضربهما معاً نربع الاول ثم نضع اشارة الطرح ثم نربع الثاني

مثال :-

$$\frac{3}{\sqrt{2}-4} \longrightarrow \frac{3}{\sqrt{2}-4} \times \frac{\sqrt{2}+4}{\sqrt{2}+4} = \frac{3\sqrt{2}+12}{(\sqrt{2})^2-(4)^2}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}+12}{2-16}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}+12}{-12}$$

توضيح : اذا كان المقام حد واحد صنا يجوز توزيع البسط على المقام .

مثلاً :-

$$\frac{3x^3-2x+5}{x} = \frac{3x^3}{x} - \frac{2x}{x} + \frac{5}{x}$$

$$= 3x^2 - 2 + \frac{5}{x}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner