السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي:

1- اذا كان $(i=\sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(i^{-4t+2}, t\in Z)$ هي

$a)$	-1	$b)$	1	$c)$	$-i$	$d)$	i

2- اذا كان $(i=\sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(i^{4t+3}, t\in Z)$ هي

$a)$	-1	$b)$	1	$c)$	0	$d)$	$-i$

3- اذا كان $(i=\sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(i^{-2t+1}, t\in Z)$ هي

$a)$	± 1	$b)$	$\sqrt{i}$	$c)$	$\pm i$	$d)$	i^2

4- اذا كان $(i=\sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار (i^{-26}) هي

$a)$	-1	$b)$	1	$c)$	$-i$	$d)$	i

5- اذا كان $(i=\sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(\frac{1}{i^{22}})$ هي

$a)$	-1	$b)$	1	$c)$	$-i$	$d)$	i

6- اذا كان $(i=\sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(1+i+i^2+i^3)$ هي

$a)$	$1+i$	$b)$	0	$c)$	$2i$	$d)$	2

7- اذا كان $(i=\sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(\sqrt{-36})$ هي

$a)$	$\pm 6i$	$b)$	$-6i$	$c)$	$6i$	$d)$	$-\sqrt{6}i$

8- اذا كان $(i=\sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(\sqrt{-25}\times\sqrt{-16})$ هي

$a)$	20	$b)$	-20	$c)$	$20i$	$d)$	$-20i$

9- اذا كان $(i=\sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(\sqrt{-3}\sqrt{-12})$ بأبسط صورة هي

$a)$	± 6	$b)$	-6	$c)$	$-6i$	$d)$	$\pm 6i$

10- الجزء التخيلي في العدد المركب $(i+2i^2+4i^3)$ هو

$a)$	-3	$b)$	$-3i$	$c)$	-2	$d)$	2

11- العدد التخيلي في العدد المركب $(1-\sqrt{-1})$ هو

$a)$	1	$b)$	i	$c)$	-1	$d)$	$1i$

12- العدد الحقيقي في العدد المركب $(-2i)$ هو

$a)$	-2	$b)$	$-2i$	$c)$	i	$d)$	0

13- الجزء التخيلي في العدد المركب $(\frac{1+\sqrt{-25}}{4})$ هو

$a)$	$\frac{1}{4}$	$b)$	$\frac{5}{4}$	$c)$	$\frac{-5}{4}$	$d)$	$\frac{-1}{4}$

14- اذا كان $(i=\sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $((1-i^5)(1-i^{10})(1-i^{15}))$ بأبسط صورة هي

$a)$	-2	$b)$	2	$c)$	4	$d)$	-4

15- اذا كان $(i=\sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(\frac{1+4i+i^2}{2-i-2i^2-i^3})$ بأبسط صورة هي

$a)$	-1	$b)$	1	$c)$	0	$d)$	i

16- اذا كان $(i=\sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $((1-i)^8)$ بأبسط صورة هي

$a)$	16	$b)$	8	$c)$	i	$d)$	$4i$

17- يكتب العدد المركب $(2-\sqrt{-2})$ بالصورة القياسية على النحو التالي:

$a)$	$2+\sqrt{2}i$	$b)$	$2+2\sqrt{2}i$	$c)$	$2-\sqrt{2}i$	$d)$	$2-2\sqrt{2}i$

18– ناتج المقدار $(\frac{1+i}{1-i}+\frac{2i}{1+i})$ بالصورة القياسية للعدد المركب هي

$a)$	$1+2i$	$b)$	$2+i$	$c)$	$4+2i$	$d)$	$1-2i$

19– ناتج المقدار $((3-2i)-(5+i))$ بالصورة القياسية للعدد المركب هي

$a)$	$-2-3i$	$b)$	$2-3i$	$c)$	$-2+3i$	$d)$	$2+3i$

20– اذا كان (z,w) عددان مركبان وكان $(z=\sqrt{-9}+2, w=i-3i^4)$ ، فإن ناتج $(z+w)$ بالصورة القياسية للعدد المركب هو

$a)$	$2+i$	$b)$	$-1+3i$	$c)$	$-1+4i$	$d)$	$5+3i$

21– اذا كان (z,w) عددان مركبان وكان $(z=\frac{2+i}{1+i}, w=\frac{1+2i}{1+i})$ ، فإن ناتج $(z+w)$ بأبسط صورة هو

$a)$	3	$b)$	-3	$c)$	$1+3i$	$d)$	$1-3i$

22– قيمة المقدار $(2-(1-i)+(4+5i)-(1-3i))$ بأبسط صورة هي

$a)$	$5+9i$	$b)$	$4+9i$	$c)$	$4+3i$	$d)$	$4+7i$

23– قيمة المقدار $(i(1+i))$ بأبسط صورة هي

$a)$	$1+i$	$b)$	$-1+i$	$c)$	$-1-i$	$d)$	$1-i$

24– قيمة المقدار $((1+i)^2+(1-i)^2)$ بأبسط صورة هي

$a)$	$4i$	$b)$	$-4i$	$c)$	-1	$d)$	2

25– قيمة المقدار $(\frac{(1+i)^2}{1-i}+\frac{(1-i)^2}{1+i})$ بأبسط صورة هي

$a)$	$2-i$	$b)$	$-2-i$	$c)$	$1-i$	$d)$	$-1-i$

26– قيمة المقدار $(\frac{4+i}{2-3i})$ هو

$a)$	$\frac{5-14i}{13}$	$b)$	$\frac{-5-14i}{3}$	$c)$	$\frac{-5-14i}{5}$	$d)$	$\frac{5+14i}{13}$

27– اذا كان $(u=r_1(\cos(\theta_1)+i\sin(\theta_1)), v=r_2(\cos(\theta_2)+i\sin(\theta_2)))$ وكان $(\theta_1+\theta_2=\pi)$، فإن (uv) يساوي

$a)$	r_1r_2	$b)$	$-r_1r_2$	$c)$	r_1r_2i	$d)$	$-r_1r_2i$

28– اذا كان العدد المركب $(v=2\sqrt{3}+2i)$ ، فإن $(v\overline{v})$ يساوي

$a)$	$2\sqrt{3}$	$b)$	4	$c)$	2	$d)$	16

29– اذا كان العدد المركب $(w=x+yi)$ ، فإن $(w+\overline{w})$ يساوي

$a)$	$2x$	$b)$	$2y$	$c)$	$2iy$	$d)$	$2ix$

30– مرافق العدد المركب $(i+i^2)$ هو

$a)$	$1-i$	$b)$	$1+i$	$c)$	$-1-i$	$d)$	$-1+i$

31– مرافق العدد المركب $((2+i)^2)$ هو

$a)$	$2+i$	$b)$	$3-4i$	$c)$	$3+4i$	$d)$	$2-i$

32– مرافق العدد المركب $(z=-i-\sqrt{3})$ هو

$a)$	$-i+\sqrt{3}$	$b)$	$i-\sqrt{3}$	$c)$	$i+\sqrt{3}$	$d)$	$-i-\sqrt{3}$

33– مرافق العدد المركب $(z=\frac{1}{i-1})$ هو

$a)$	$-\frac{1}{2}+\frac{i}{2}$	$b)$	$\frac{1}{2}-\frac{i}{2}$	$c)$	$\frac{1}{2}+\frac{i}{2}$	$d)$	$-\frac{1}{2}-\frac{i}{2}$

☒ اذا كان $(z=a+ib)$ عدداً مركباً و $(\overline{z})$ مرافق العدد المركب (z) ،حيث (a,b) عددان حقيقيان، اجب عن الفقرات (39،38،37،36،35،34)

34– ناتج$(z\overline{z})$ يساوي

$a)$	a^2b^2	$b)$	$2(a-b)$	$c)$	a^2+b^2	$d)$	a^2-b^2

35– ناتج$(\frac{z}{\bar{z}})$ يساوي

$a)$	$\frac{a^2+2iab-b^2}{a^2-b^2}$	$b)$	$\frac{a^2+2iab+b^2}{a^2-b^2}$	$c)$	$\frac{a^2+2iab+b^2}{a^2+b^2}$	$d)$	$\frac{a^2+2iab-b^2}{a^2+b^2}$

36– ناتج$(\frac{\bar{z}}{z})$ يساوي

$a)$	$\frac{a^2-2iab-b^2}{a^2-b^2}$	$b)$	$\frac{a^2-2iab-b^2}{a^2+b^2}$	$c)$	$\frac{a^2-2iab+b^2}{a^2-b^2}$	$d)$	$\frac{a^2-2iab+b^2}{a^2+b^2}$

37– ناتج$(z-\bar{z})$ يساوي

$a)$	$2ib$	$b)$	$2ia$	$c)$	$2a$	$d)$	$2b$

38– ناتج$(\frac{1}{z})$ يساوي

$a)$	$\frac{a+ib}{a^2-b^2}$	$b)$	$\frac{a-ib}{a^2-b^2}$	$c)$	$\frac{a+ib}{a^2+b^2}$	$d)$	$\frac{a-ib}{a^2+b^2}$

39– احدى العبارات الاتية صحيحة:

$a)$	$\bar{z}=\frac{1}{z}$	$b)$	$\lvert\bar{z}\rvert=\sqrt{a^2+b^2}$	$c)$	$z^2-\bar{z}^2=4+ib$	$d)$	$\frac{1}{z}=a-ib$

40– اذا كان (a) عدداً حقيقياً فإن مرافق العدد المركب $(\frac{a^2+i}{a^2+ai-1})$ هو

$a)$	$a-i$	$b)$	$a+i$	$c)$	$\frac{a^2-i}{a^2-ai-1}$	$d)$	$\frac{a^2+i}{a^2-ai-1}$

41– الزوج المرتب في المستوى المركب الذي يمثل العدد المركب $(v=3-4i)$ هو

$a)$	$(3,4)$	$b)$	$(-3,4)$	$c)$	$(-3,-4)$	$d)$	$(3,-4)$

42– الزوج المرتب في المستوى المركب الذي يمثل مرافق العدد المركب $(-2i)$ هو

$a)$	$(0,2)$	$b)$	$(-2,0)$	$c)$	$(0,-2)$	$d)$	$(2,0)$

43– اذا كان $(z=a+ib)$ عدداً مركباً وسعته $(Arg(z)=\theta)$ حيث $(\theta\in[-\pi,\pi[)$ فإن قياس $(\theta=-\frac{\pi}{2})$ عندما:

$a)$	$a>0, b=0$	$b)$	$a=0, b<0$	$c)$	$a=0, b>0$	$d)$	$a<0, b=0$

44– اذا كان $(z=a+ib)$ عدداً مركباً يقع في الربع الثالث في المستوى المركب وسعته $(Arg(z)=-(\pi-\tan^{-1}(\frac{b}{a})))$، حيث (a,b) عددان حقيقيان موجبان فإن (z) يساوي:

$a)$	$a+ib$	$b)$	$-a-ib$	$c)$	$-a+ib$	$d)$	$a-ib$

45– اذا كان العدد المركب $(u=3-2i)$ ، فإن $(\lvert-2u\rvert)$ يساوي

$a)$	$4\sqrt{13}$	$b)$	$3\sqrt{13}$	$c)$	$2\sqrt{13}$	$d)$	$\sqrt{13}$

46– اذا كان $(u=-3-3\sqrt{3}i, v=2+2\sqrt{3}i)$ ، فإن $(\lvert uv\rvert)$ يساوي

$a)$	$\sqrt{28}$	$b)$	10	$c)$	3	$d)$	24

47– اذا كان العدد المركب $(w=\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i)$ ، فإن $(\left\lvert\frac{\bar{w}}{5}\right\rvert)$ يساوي

$a)$	25	$b)$	$\frac{1}{5}$	$c)$	$\frac{1}{25}$	$d)$	5

48– اذا كان $(u=2+i, z=1-3i)$ ، فإن $(\lvert uz\rvert)$ يساوي

$a)$	$\sqrt{50}$	$b)$	$\sqrt{10}$	$c)$	$\sqrt{5}$	$d)$	$5\sqrt{10}$

49– اذا كان العدد المركب $(z=\frac{1}{\bar{z}})$ ،فإن قيمة $(\lvert z\rvert)$ هي

$a)$	0	$b)$	1	$c)$	-1	$d)$	±1

50– اذا كان العدد المركب $(z=(\sqrt{2}-i)-i(1-i\sqrt{2}))$ ،فإن قيمة $(\lvert z\rvert)$ هي

$a)$	2	$b)$	$\sqrt{2}$	$c)$	4	$d)$	$2\sqrt{2}$

51–اذا كان العدد المركب $(z=\frac{2+i}{2-i})$ ،فإن قيمة $(|z|)$ هي

$a)$	5	$b)$	$\frac{-\sqrt{7}}{5}$	$c)$	1	$d)$	$\sqrt{3}$

52– اذا كان العدد المركب $(z=\frac{(1+i)(2-i)}{(1-i)(2+i)})$ ،فإن قيمة $(|z|)$ هي

$a)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$b)$	$\sqrt{2}$	$c)$	1	$d)$	$\sqrt{3}$

53–$\left(\left|\sqrt{\frac{-1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}}\right|\right)$ هو

$a)$	1	$b)$	2	$c)$	3	$d)$	4

54–$(|1+\sqrt{-9}|)$ هو

$a)$	$1+3i$	$b)$	$\sqrt{10}$	$c)$	$1-3i$	$d)$	10

☒ اذا كان (v) عدد مركب سعته (θ) ، اجب عن الفقرات (55،56،57،58)

55– سعة العدد المركب $(\frac{1}{v})$ هي

$a)$	θ	$b)$	$-\theta$	$c)$	$\pi-\theta$	$d)$	$\pi+\theta$

56– سعة العدد المركب $(\bar{v})$ هي

$a)$	θ	$b)$	$-\theta$	$c)$	$\frac{\pi}{2}-\theta$	$d)$	$\pi+\theta$

57– سعة العدد المركب (vi) هي

$a)$	$\frac{\pi}{2}+\theta$	$b)$	$-\theta$	$c)$	$\frac{\pi}{2}-\theta$	$d)$	$\pi+\theta$

58– سعة العدد المركب $(-vi)$ هي

$a)$	$\frac{\pi}{2}+\theta$	$b)$	$-\theta$	$c)$	$-\frac{\pi}{2}+\theta$	$d)$	$\pi+\theta$

59– السعة الاساسية للعدد المركب $(w=2(\cos(\frac{\pi}{3})+i\sin(\frac{\pi}{2})))$ هي

$a)$	0	$b)$	$-\frac{\pi}{2}$	$c)$	π	$d)$	$\frac{\pi}{2}$

60– سعة العدد المركب $(w=-3)$ هي

$a)$	$\frac{\pi}{2}$	$b)$	$\frac{3\pi}{2}$	$c)$	$-\pi$	$d)$	π

61– اذا كان (v,u) عددان مركبان و $(Arg(uv)=\frac{5\pi}{18}, Arg(u/v)=\frac{\pi}{9})$ ، فإن $(Arg(u))$ هي

$a)$	$\frac{7\pi}{36}$	$b)$	$\frac{5\pi}{36}$	$c)$	$\frac{\pi}{3}$	$d)$	$\frac{\pi}{4}$

62– سعة العدد المركب $(z=(3+3i)^2)$ هي

$a)$	0	$b)$	$\frac{\pi}{4}$	$c)$	$\frac{\pi}{3}$	$d)$	$\frac{\pi}{2}$

63–اذا كان العددين المركبين (v,u) وكان $(Arg(v)=\theta_1, Arg(u)=\theta_2)$، فإن $(Arg(vu))$ تساوي

$a)$	$\theta_1+\theta_2$	$b)$	$\theta_1\theta_2$	$c)$	$\theta_1-\theta_2$	$d)$	$\theta_1\div\theta_2$

64–اذا كان العدد المركب $(w=\sin\theta-i\cos\theta)$ ، فإن $(Arg(w))$ تساوي

$a)$	$\frac{\pi}{2}-\theta$	$b)$	$\frac{\pi}{2}+\theta$	$c)$	$\theta-\frac{\pi}{2}$	$d)$	$-\theta-\frac{\pi}{2}$

65–اذا كان العدد المركب $(z=\sqrt{2}(\sin\frac{\pi}{6}+i\cos\frac{\pi}{6})$ ، فإن $(Arg(z))$ تساوي

$a)$	$\frac{\pi}{3}$	$b)$	$\frac{\pi}{6}$	$c)$	$\frac{\pi}{2}$	$d)$	$\frac{2\pi}{3}$

☒ اذا كان العدد المركب (w) وكان $(Arg(\bar{w})=\theta)$، اجب عن الفقرات (66،67،68)

66– قيمة $(Arg(w))$ هي

$a)$	θ	$b)$	$-\theta$	$c)$	$\pi-\theta$	$d)$	$-\pi-\theta$

67- قيمة $(Arg(-w))$ هي

$a)$	θ	$b)$	$-\theta$	$c)$	$\pi-\theta$	$d)$	$-\pi-\theta$

68- قيمة $\left(Arg\left(\frac{1}{w}\right)\right)$ هي

$a)$	θ	$b)$	$-\theta$	$c)$	$\pi-\theta$	$d)$	$-\pi-\theta$

☒ اذا كان الاعدد المركبة (w,v,u) وكان $\left(Arg(w)=\frac{\pi}{3}, Arg(v)=\frac{3\pi}{4}, Arg(u)=\frac{\pi}{6}\right)$، اجب عن الفقرات (69،70،71)

69- قيمة $\left(Arg\left(\frac{wv}{u}\right)\right)$ هي

$a)$	$\frac{11\pi}{12}$	$b)$	$\frac{13\pi}{4}$	$c)$	$\frac{10\pi}{12}$	$d)$	$\frac{3\pi}{4}$

70- قيمة $(Arg(2wv))$ هي

$a)$	$\frac{13\pi}{3}$	$b)$	$\frac{17\pi}{12}$	$c)$	$\frac{13\pi}{12}$	$d)$	$\frac{13\pi}{6}$

71- قيمة $(Arg(u^3))$ هي

$a)$	$\frac{25\pi}{6}$	$b)$	$\frac{11\pi}{6}$	$c)$	$\frac{\pi}{2}$	$d)$	$\frac{\pi}{3}$

72- اذا كان العدد المركب $(w=-1+\sqrt{3}i)$ ، فإن $(Arg(w))$ تساوي

$a)$	$\frac{2\pi}{3}$	$b)$	$\frac{11\pi}{6}$	$c)$	$\frac{5\pi}{6}$	$d)$	$\frac{\pi}{6}$

73- اذا كان العدد المركب $\left(z=\frac{1}{2}(-1+\sqrt{3}i)\right)$ ، فإن الزوج المرتب الذي يمثل $(|z|, Arg(w))$ هو

$a)$	$(2,\frac{2\pi}{3})$	$b)$	$(1,\frac{11\pi}{6})$	$c)$	$(1,\frac{5\pi}{6})$	$d)$	$(1,\frac{2\pi}{3})$

☒ اذا كان العدد المركب (u) وكان مقياسه (r) وسعته $(Arg(u)=\theta)$، اجب عن الفقرتين (74،75)

74- قيمة $(|u\bar{u}|)$ هي

$a)$	r^3	$b)$	r^2	$c)$	$2r$	$d)$	$3r$

75- قيمة $(Arg(u^3))$ هي

$a)$	$\pi+\frac{\theta}{3}$	$b)$	$\pi-\frac{\theta}{3}$	$c)$	$\frac{\theta}{3}$	$d)$	3θ

☒ اذا كان العدد المركب $(u=1+\cos\theta+i\sin\theta)$ وكان $(\theta\in(-\pi,\pi])$، اجب عن الفقرتين (76،77)

76- قيمة (r) هي

$a)$	$\sqrt{2+2\cos\theta}$	$b)$	$\sqrt{1+\cos\theta}$	$c)$	$\sqrt{1+2\cos\theta}$	$d)$	$\sqrt{2+\cos\theta}$

77- قيمة $(Arg(u))$ هي

$a)$	2θ	$b)$	$\frac{\theta}{2}$	$c)$	θ	$d)$	$\pi-\theta$

78- الجزء الحقيقي للعدد المركب الذي مقياسه $(\sqrt{2})$ وسعته $\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ هو

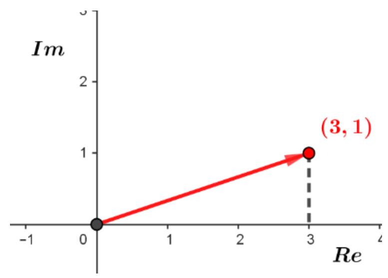
$a)$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$b)$	$\frac{-\sqrt{2}}{6}$	$c)$	$\frac{-\sqrt{6}}{2}$	$d)$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$

79- اذا كان العدد المركب (v) وكان $(Arg(v^3)=\theta)$، فإن $(Arg(v))$ هي

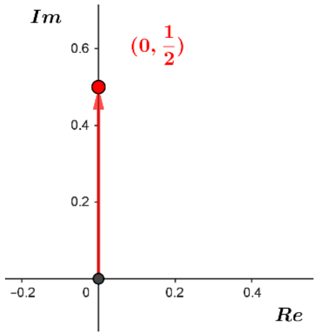
$a)$	3θ	$b)$	$\frac{\theta}{3}$	$c)$	$\pi-\frac{\theta}{3}$	$d)$	$\pi+\frac{\theta}{3}$

80- التميل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العدد المركب (z):

$a)$	$z=3-i$
$b)$	$z=\sqrt{-9}+i$
$c)$	$z=3+\sqrt{-1}$
$d)$	$z=\sqrt{-9}-\sqrt{-1}$

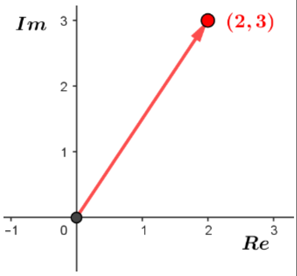
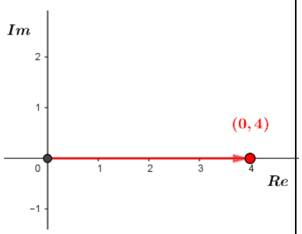
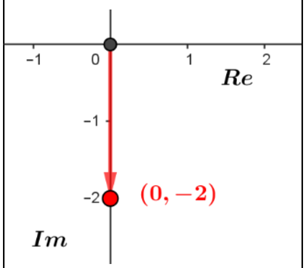
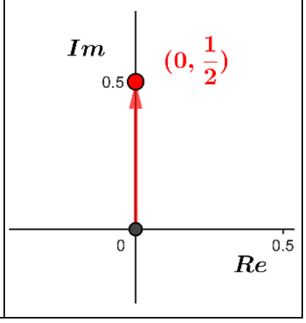


81- التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العدد المركب (z):

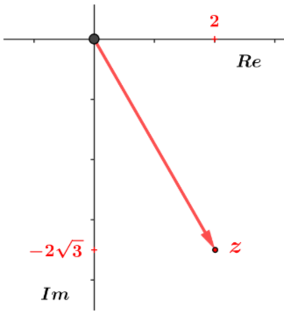


a)	$z = \frac{1}{2}i$
b)	$z = \sqrt{\frac{1}{4}}$
c)	$z = 1 - \frac{1}{2}i$
d)	$z = \sqrt{\frac{-1}{4}}$

82- التمثيل البياني في المستوى المركب الذي يمثل العدد المركب $(z = 2i^{35})$ هو

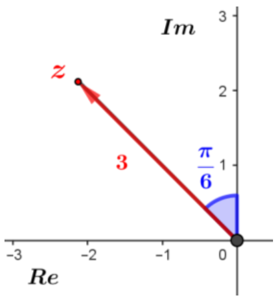
a)		b)		c)		d)	

83- اذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العدد المركب (z) ، فإن الصورة المثلثية للعدد المركب (z) هي



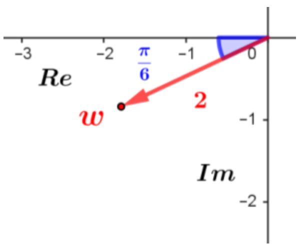
a)	$z = 4\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$
b)	$z = 4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) - i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$
c)	$z = 4\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$
d)	$z = 4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$

84- اذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العدد المركب (z) ، فإن الصورة المثلثية للعدد المركب (z) هي



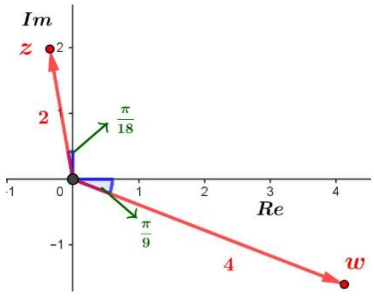
a)	$z = 3\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$
b)	$z = 3\left(\cos\left(\frac{4\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{6}\right)\right)$
c)	$z = 3\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$
d)	$z = 3\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$

85- اذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العدد المركب (w) ، فإن الصورة المثلثية للعدد المركب (w) هي



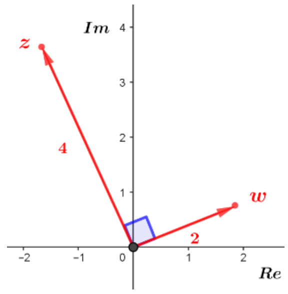
a)	$w = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$
b)	$w = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$
c)	$w = 2\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$
d)	$w = 2\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right)$

86– اذا كان التميل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العددين المركبين (z, w) ، فإن الصورة القاسية لناتج $\left(\frac{w}{z}\right)$ هي



$a)$	$1-\sqrt{3}i$
$b)$	$-1-\sqrt{3}i$
$c)$	$1+\sqrt{3}i$
$d)$	$1+\sqrt{3}i$

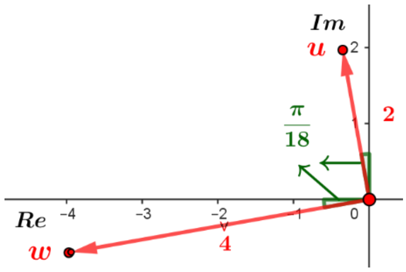
87– اذا كان التميل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العددين المركبين (z, w) ، فإن الصورة المثلثية لناتج $\left(\frac{z}{w}\right)$ هي



$a)$	$2\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}+2\theta\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}+2\theta\right)\right)$
$b)$	$\frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}-2\theta\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-2\theta\right)\right)$
$c)$	$2\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$
$d)$	$\frac{1}{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$

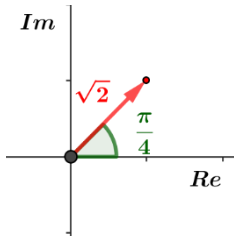
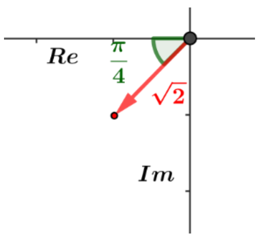
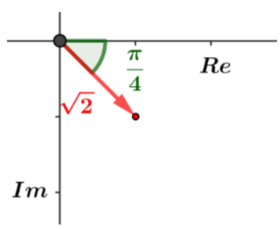
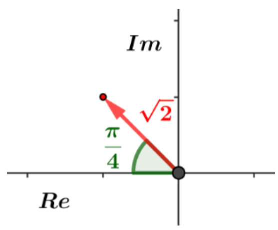
88– اذا كان التميل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العددين المركبين (u, w) ،

فإن الصورة المثلثية لناتج $\left(\frac{u}{w}\right)$ هي



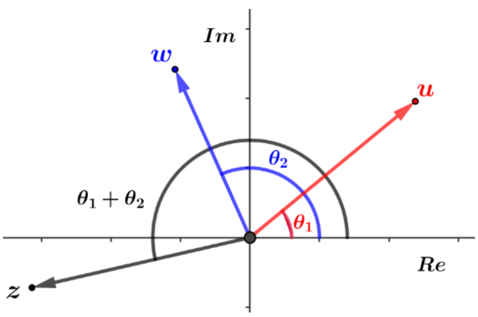
$a)$	$\frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{27\pi}{18}\right)+i\sin\left(\frac{27\pi}{18}\right)\right)$
$b)$	$\frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{29\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{29\pi}{2}\right)\right)$
$c)$	$\frac{1}{2}\left(\cos\left(-\frac{9\pi}{18}\right)+i\sin\left(-\frac{9\pi}{18}\right)\right)$
$d)$	$\frac{1}{2}\left(\cos\left(-\frac{7\pi}{18}\right)+i\sin\left(-\frac{7\pi}{18}\right)\right)$

89 – التمثيل البياني للعدد المركب $\left(z=\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)\right)$ في المستوى المركب هو

$a)$		$b)$		$c)$		$d)$	

90– اذا كان التميل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل الاعداد المركبة (z, u, w) ،

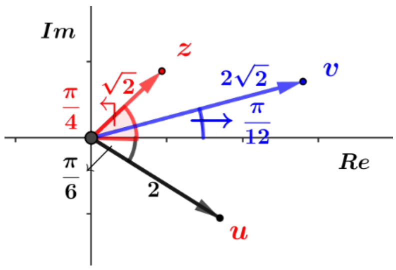
فإن العدد المركب (z) يمثل :



$a)$	$u+w$
$b)$	$u-w$
$c)$	$u.w$
$d)$	$u\,/\,w$

☒ اذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل الاعداد المركبة (z, u, v) ،اجب عن الفقرات (91،92،93)

91– الصورة المثلثية للعدد المركب (u) هي



$a)$	$\frac{1}{2}(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right))$
$b)$	$2(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right))$
$c)$	$\frac{1}{2}(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right))$
$d)$	$2(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right))$

92– الصورة الجبرية للعدد المركب (z) هي

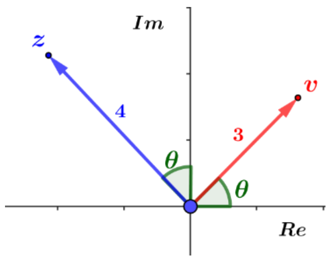
$a)$	$1+i$	$b)$	$1+\sqrt{2}i$	$c)$	$\sqrt{2}+i$	$d)$	$\sqrt{3}+i$

93– يمثل العدد المركب (v) :

$a)$	$z.u$	$b)$	$z\,/\,u$	$c)$	$z+u$	$d)$	$z-u$

94– اذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العددين المركبين (z, v) ،

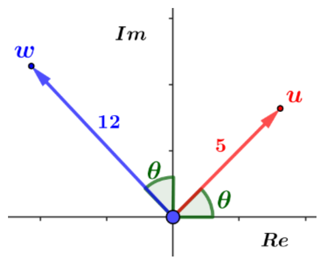
فإن قيمة $(|z-v|)$ هي



$a)$	3
$b)$	4
$c)$	5
$d)$	7

95– اذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العددين المركبين (w, u) ،

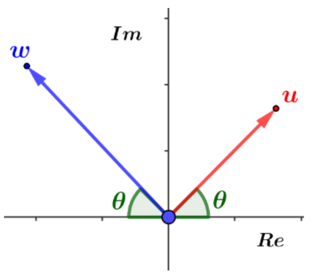
فإن قيمة $(|w+u|)$ هي



$a)$	17
$b)$	13
$c)$	7
$d)$	2

96– اذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العددين المركبين (w, u) ،

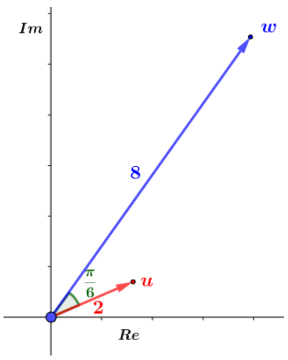
فإن قيمة $(Arg(w.u))$ هي



$a)$	0
$b)$	$\frac{\pi}{2}$
$c)$	$-\frac{\pi}{2}$
$d)$	π

97– اذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العددين المركبين (w, u) ، و

كان $(|w| = 8, |u| = 2)$ ، $(z = \frac{w}{u})$ ، فإن قيمة (z) هي



$a)$	$16(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right))$
$b)$	$4(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right))$
$c)$	$4(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right))$
$d)$	$4(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right))$

☒ اذا كان العدد المركب ($w = \frac{1}{-\sqrt{3}+i}$) ، اجب عن الفقرات (98،99،100،101،102،103،104،105)

98– قيمة (r) للعدد المركب (w) هي

$a)$	1	$b)$	$\frac{1}{8}$	$c)$	$\frac{1}{2}$	$d)$	$\frac{1}{4}$

99– قيمة ($Arg(w)$) هي

$a)$	$\frac{\pi}{6}$	$b)$	$\frac{-\pi}{6}$	$c)$	$\frac{5\pi}{6}$	$d)$	$\frac{-5\pi}{6}$

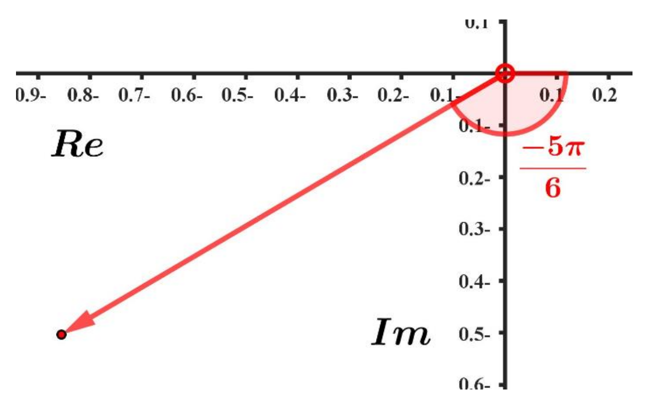
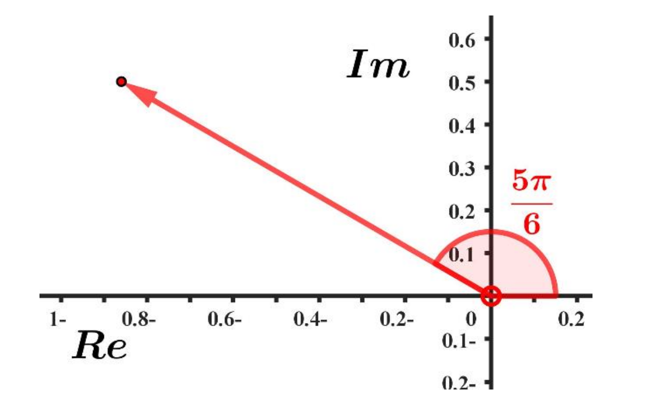
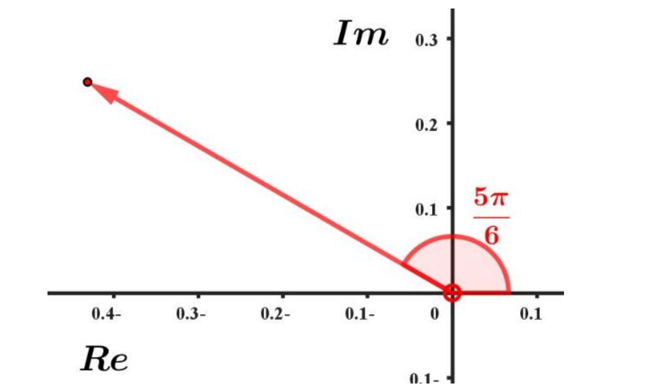
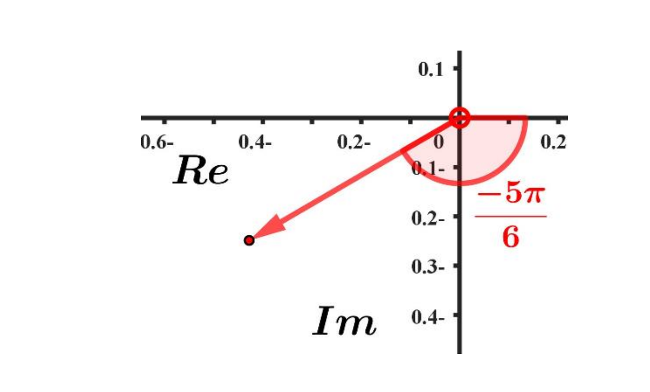
100– الصورة المثلثية للعدد المركب (w) هي

$a)$	$\frac{1}{2}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) - i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$	$c)$	$\frac{1}{2}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$
$b)$	$\frac{1}{4}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$	$d)$	$\frac{1}{4}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) - i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$

101–المرافق للعدد المركب (w) هو

$a)$	$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$	$b)$	$\frac{-\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{4}$	$c)$	$\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$	$d)$	$\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{4}$

102– التمثيل البياني للعدد المركب (w) هو

$a)$		$c)$	
$b)$		$d)$	

103– الصورة المثلثية لمرافق للعدد المركب (w) هي

$a)$	$\frac{1}{2}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) - i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$	$c)$	$\frac{1}{2}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$
$b)$	$\frac{1}{4}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$	$d)$	$\frac{1}{4}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) - i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$

104– ناتج ($w.\overline{w}$) بالصورة المثلثية هو

$a)$	$\frac{1}{16}(\cos(0) + i\sin(0))$	$c)$	$\frac{1}{4}(\cos(\pi) + i\sin(\pi))$
$b)$	$\frac{1}{4}(\cos(0) + i\sin(0)$	$d)$	$\frac{1}{16}(\cos(\pi) + i\sin(\pi))$

105– ناتج ($\frac{w}{\overline{w}}$) بالصورة المثلثية هو

$a)$	$(\cos\left(\frac{10\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{10\pi}{6}\right))$	$c)$	$(\cos\left(\frac{10\pi}{6}\right) - i\sin\left(\frac{10\pi}{6}\right))$
$b)$	$(\cos(0) + i\sin(0))$	$d)$	$(\cos(\pi) + i\sin(\pi))$

☒ اذا كان العدد المركب $(z = 5i)$ ، اجب عن الفقرات (109،108،107،106)

106– السعة الأساسية (θ) لمرافق العدد المركب (z) هي

$a)$	0	$b)$	π	$c)$	$\frac{\pi}{2}$	$d)$	$\frac{3\pi}{2}$

107– الصورة المثلثية لمرافق العدد المركب (z) هي

$a)$	$5(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - i\sin(\frac{\pi}{2}))$	$c)$	$5(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right))$
$b)$	$5(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) - i\sin(-\frac{\pi}{2}))$	$d)$	$5(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right))$

108– قيمة $(Arg(z.\bar{z}))$ هي

$a)$	π	$b)$	$-\pi$	$c)$	2π	$d)$	0

109– قيمة $(Arg\left(\frac{z}{\bar{z}}\right))$ هي

$a)$	-2π	$b)$	$-\pi$	$c)$	π	$d)$	2π

110– اذا كان العدد المركب $(z = 1 - i\sqrt{3})$ ،فإن قيمة $(|z| - |-z|)$ هي

$a)$	4	$b)$	-4	$c)$	0	$d)$	2

☒ اذا كان العددان المركبان (z, w) وكان $(\bar{z} = 2i\ , w = 1 + i)$ ، اجب عن الفقرتين (112،111)

111– قيمة المقدار $(\frac{2+3i}{zw})$ هي

$a)$	$-\frac{1}{4} + \frac{5}{4}i$	$b)$	$\frac{1}{4} - \frac{5}{4}i$	$c)$	$-\frac{1}{4} - \frac{5}{4}i$	$d)$	$\frac{1}{4} + \frac{5}{4}i$

112– الصورة المثلثية لمرافق العدد المركب (w) هي

$a)$	$\sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right))$	$c)$	$\sqrt{2}(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \sqrt{2}i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right))$
$b)$	$\sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - i\sin(\frac{\pi}{4}))$	$d)$	$\sqrt{2}(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) - i\sin(\frac{3\pi}{4}))$

☒ اذا كان العددان المركبان (z, v) وكان $(v = 1 - i\ , z = 1 + i)$ ، اجب عن الفقرتين (114،113)

113– قيمة $(\left|\frac{1}{2}z\bar{z}\right|)$ هي

$a)$	1	$b)$	$\frac{1}{2}$	$c)$	$-\frac{1}{2}$	$d)$	-1

114– قيمة المقدار $(3v)$ هي

$a)$	$3 - 3i$	$b)$	$3 + 3i$	$c)$	$-3 - 3i$	$d)$	$-3 + 3i$

☒ اذا كانت الاعداد المركبة (z, v, u) وكان $(u = 3 - i, v = 2 + 4i\ , z = 3 - 4i)$ ، اجب عن الفقرات (117،116،115)

115– قيمة $(\overline{u - v})$ هي

$a)$	$1 - 5i$	$b)$	$1 + 5i$	$c)$	$-1 + 5i$	$d)$	$-1 - 5i$

116– قيمة $(\overline{v + 2z})$ هي

$a)$	$7 + 4i$	$b)$	$8 + 4i$	$c)$	$-8 - 4i$	$d)$	$8 - 4i$

117– قيمة $(v \div z)$ هي

$a)$	$\frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$	$b)$	$-\frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$	$c)$	$\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$	$d)$	$-\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$

118– اذا كان العدد المركب $(z = \frac{\sqrt{-3}+1}{2i})$ ،فإن قيمة $((z - \bar{z})^{4t}, t \in Z)$ هي

$a)$	1	$b)$	-1	$c)$	$-i$	$d)$	i

☒ اذا كان العدد المركب $(z = 3 + 4i)$ ،اجب عن الفقرتين (120،119)

119– قيمة $(z.\bar{z})$ هي

$a)$	9	$b)$	25	$c)$	36	$d)$	24

120- قيمة المقدار $(z^2 - z\bar{z} + (\bar{z})^2)$ هي

$a)$	-7	$b)$	7	$c)$	39	$d)$	-39

121- اذا كان العدد المركب (z) حيث $(|z| = 5\sqrt{5}, Arg(z) = \tan^{-1}(\frac{1}{2}))$، وكان $(\frac{z}{3+4i} = p + iq)$ ، فإن قيمة $(p + q)$ هي

$a)$	1	$b)$	-1	$c)$	i	$d)$	$1 - i$

122- الصورة الجبرية للعدد المركب $(w = \sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right))$ هي

$a)$	$w = 1 + \sqrt{2}i$	$b)$	$w = 1 - \sqrt{2}i$	$c)$	$w = 1 + i$	$d)$	$w = 1 - i$

123- الصورة الجبرية للعدد المركب $(v = 2(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right))$ هي

$a)$	$v = -\sqrt{3} + i$	$b)$	$v = -\sqrt{3} - i\sqrt{3}$	$c)$	$v = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$	$d)$	$v = -1 + i\sqrt{3}$

124- الصورة الجبرية للعدد المركب (w) حيث $(\theta = \frac{\pi}{3}, |w| = 3)$ هي

$a)$	$w = \frac{2}{3} + \frac{3i\sqrt{3}}{2}$	$b)$	$w = \frac{3}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$	$c)$	$w = \frac{3}{2} + \frac{i}{\sqrt{2}}$	$d)$	$w = \frac{3}{2} + \frac{3i\sqrt{3}}{2}$

125- الصورة الجبرية للعدد المركب (v) حيث $(\theta = \pi, |v| = 4)$ هي

$a)$	$v = -4i$	$b)$	$v = 4i$	$c)$	$v = -4$	$d)$	$v = 4$

126- الصورة الجبرية للعدد المركب (u) حيث $(\theta = \frac{3\pi}{4}, |u| = 3)$ هي

$a)$	$u = \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{3i}{\sqrt{2}}$	$b)$	$u = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{3i}{\sqrt{2}}$	$c)$	$u = \frac{-3}{\sqrt{2}} - \frac{3i}{\sqrt{2}}$	$d)$	$u = \frac{-3}{\sqrt{2}} + \frac{3i}{\sqrt{2}}$

127- الصورة القياسية للعدد المركب $(z = \frac{\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2})}{\frac{1}{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{4})})$ هي

$a)$	$z = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$	$b)$	$z = 1 + i$	$c)$	$z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$	$d)$	$z = 2 + 2i$

128- الصورة القياسية للعدد المركب $(z = -(\cos(\pi) + i\sin(\pi)))$ هي

$a)$	$z = 1$	$b)$	$z = 1 + i$	$c)$	$z = -1$	$d)$	$z = -1 + i$

129- الصورة القياسية للعدد المركب $(z = (\cos(\frac{7\pi}{6}) + i\sin(\frac{7\pi}{6})))$ هي

$a)$	$z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$	$b)$	$z = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$	$c)$	$z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$	$d)$	$z = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

130- الصورة القياسية للعدد المركب $(z = 3(\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2})))$ هي

$a)$	$z = 3i$	$b)$	$z = -3i$	$c)$	$z = 3$	$d)$	$z = -3$

131- الصورة القياسية للعدد المركب $(z = 5(\cos(\frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3})))$ هي

$a)$	$z = 5 + 5i\sqrt{3}$	$b)$	$z = \frac{5}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$	$c)$	$z = \frac{5}{2} + \frac{5i\sqrt{3}}{2}$	$d)$	$z = 5 + \frac{5i\sqrt{3}}{2}$

132- الصورة القياسية للعدد المركب $(z = \frac{1}{-5+3i})$ هي

$a)$	$z = \frac{-5}{34} + \frac{3}{34}i$	$b)$	$z = \frac{-5}{34} - \frac{3}{34}i$	$c)$	$z = \frac{5}{34} + \frac{3}{34}i$	$d)$	$z = \frac{5}{34} - \frac{3}{34}i$

133- الصورة المثلثية للعدد المركب $(z = -6 + 2\sqrt{3}i)$ هي

$a)$	$4\sqrt{3}(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right))$	$c)$	$4\sqrt{3}(\cos\left(\frac{10\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{10\pi}{6}\right))$
$b)$	$4\sqrt{3}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$	$d)$	$4\sqrt{3}(\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right))$

134- الصورة المثلثية للعدد المركب الذي مقياسه (5) وسعته الأساسية $(\frac{\pi}{3})$ هو

$a)$	$5(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right))$	$c)$	$5(\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\cos\left(\frac{\pi}{3}\right))$
$b)$	$5(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right))$	$d)$	$5(\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - i\cos\left(\frac{\pi}{3}\right))$

135– الصورة المثلثية للعدد المركب ($z = 2 - 2i$) هي

$a)$	$2\sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right))$	$c)$	$2\sqrt{2}(\cos\left(-\frac{7\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{7\pi}{4}\right))$
$b)$	$2\sqrt{2}(\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right))$	$d)$	$2\sqrt{2}(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right))$

136– الصورة المثلثية للعدد المركب ($z = \frac{18+2i}{5-4i}$)هي

$a)$	$2\sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right))$	$c)$	$2\sqrt{2}(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right))$
$b)$	$2\sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right))$	$d)$	$2\sqrt{2}(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right))$

137– الصورة المثلثية للعدد المركب ($z = \frac{1}{i}$) هي

$a)$	$(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right))$	$c)$	$(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right))$
$b)$	$(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) - i\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right))$	$d)$	$(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right))$

138– الصورة المثلثية للعدد المركب ($z = \frac{-4}{\sqrt{3}+i}$) هي

$a)$	$2(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$	$c)$	$2(\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right))$
$b)$	$2(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right))$	$d)$	$2(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right))$

139– اذا كان ($z = 2(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right))$, $w = 5(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right))$) فإن الصورة المثلثية لناتج (zw) هي

$a)$	$10(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$	$c)$	$10(\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right))$
$b)$	$10(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right))$	$d)$	$10(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right))$

☒ اذا كانت الأعداد المركبة (v, u, w) وكان ($v = \left(\cos\left(\frac{-\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{2}\right)\right)$) ، ($u = 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$) ($w = 4(\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) - i\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right))$)، اجب عن الفقرتين (140،141)

140– قيمة ($\frac{uv}{w}$) بالصورة المثلثية هي

$a)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right))$	$c)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right))$
$b)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right))$	$d)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right))$

141– قيمة ($\frac{uv}{w}$) بالصورة الجبرية هي

$a)$	$z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$	$b)$	$z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$	$c)$	$z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$	$d)$	$z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

☒ اذا كان الأعداد المركبة (v, u) وكان ($v = -9 + 3\sqrt{3}i, |u| = \sqrt{3}, Arg(u) = \frac{7\pi}{12}$)، اجب عن الفقرات (142،143،144،145)
بحيث يكون الناتج بالصورة المثلثية ($r(\cos\theta + i\sin\theta), -\pi < \theta \leq \pi$)

142– قيمة (u) هي

$a)$	$3\sqrt{3}(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right))$	$c)$	$3\sqrt{3}(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{17\pi}{12}\right))$
$b)$	$\sqrt{3}(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right))$	$d)$	$\sqrt{3}(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right))$

143– قيمة (v) هي

$a)$	$6\sqrt{3}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) - i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$	$c)$	$6\sqrt{3}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$
$b)$	$6\sqrt{3}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) - i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$	$d)$	$6\sqrt{3}(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right))$

144- قيمة (vu) هي

$a)$	$18(\cos\left(\frac{17\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{17\pi}{12}\right))$	$c)$	$18(\cos\left(-\frac{17\pi}{12}\right)+i\sin\left(-\frac{17\pi}{12}\right))$
$b)$	$18(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right))$	$d)$	$18(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right)+i\sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right))$

145- قيمة $(\frac{v}{u})$ هي

$a)$	$\frac{1}{6}(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right))$	$c)$	$6(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right))$
$b)$	$\frac{1}{6}(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right))$	$d)$	$6(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right))$

146-اذا كان $(x^2 - iy^2 = 9 - 25i)$ ، فإن قيمة (x,y) ، $(x,y \in \mathcal{R})$التي تحقق المعادلة هي

$a)$	$(9,25)$	$b)$	$(3,5)$	$c)$	$(-3,-5)$	$d)$	$(\pm3,\pm5)$

147- اذا كان $(3x - 2iy = (5-i)^2)$ ، فإن قيمة (x,y) ، $(x,y \in \mathcal{R})$التي تحقق المعادلة هي

$a)$	$(8,5)$	$b)$	$(\frac{26}{3},5)$	$c)$	$(8,-5)$	$d)$	$(5,8)$

148- اذا كان $(2x - 8iy = -10 + 4i)$ ، فإن قيمة (x,y) ، $(x,y \in \mathcal{R})$التي تحقق المعادلة هي

$a)$	$(4,-5)$	$b)$	$(-5,\frac{1}{2})$	$c)$	$(2,5)$	$d)$	$(-5,2)$

149- اذا كان $(7i = (x+3i)(y-i) - 9)$ ، فإن قيمة (x,y) ، $(x,y \in \mathcal{R})$التي تحقق المعادلة هي

$a)$	$\left(-9,\frac{-2}{3}\right),(2,3)$	$b)$	$\left(9,\frac{2}{3}\right),(-2,-3)$	$c)$	$\left(9,\frac{2}{3}\right),(2,3)$	$d)$	$\left(\frac{2}{3},9\right),(3,2)$

150- اذا كان $(x + 3 - 4yi = i(8 + yi))$ ، فإن قيمة (x,y) ، $(x,y \in \mathcal{R})$التي تحقق المعادلة هي

$a)$	$(1,2)$	$b)$	$(-1,-2)$	$c)$	$(1,-2)$	$d)$	$(-1,2)$

151- اذا كان $(x(3+2i) + y(2-2i) = 1 + 4i)$ ، فإن قيمة (x,y) ، $(x,y \in \mathcal{R})$التي تحقق المعادلة هي

$a)$	$(-1,-1)$	$b)$	$(1,1)$	$c)$	$(-1,1)$	$d)$	$(1,-1)$

152- اذا كان $(x^2 - y^2 + i(x+y) = 3(1+i))$ ، فإن قيمة (x,y) ، $(x,y \in \mathcal{R})$التي تحقق المعادلة هي

$a)$	$(2,1)$	$b)$	$(1,2)$	$c)$	$(-1,2)$	$d)$	$(2,-1)$

153- اذا كان $(\frac{x+iy}{1-i} + \frac{2x+3iy}{1+i} = \frac{7}{2})$ ، فإن قيمة (x,y) ، $(x,y \in \mathcal{R})$التي تحقق المعادلة هي

$a)$	$(\frac{-28}{10},\frac{7}{10})$	$b)$	$(\frac{28}{10},\frac{-7}{10})$	$c)$	$(\frac{28}{10},\frac{7}{10})$	$d)$	$(\frac{7}{10},\frac{28}{10})$

154- اذا كان $(x + iy = \frac{4+\sqrt{2}i}{3-\sqrt{2}i})$ ، فإن قيمة (x,y) ، $(x,y \in \mathcal{R})$التي تحقق المعادلة هي

$a)$	$(\frac{10}{7},\frac{\sqrt{2}}{7})$	$b)$	$(\frac{10}{7},\sqrt{2})$	$c)$	$(\frac{10}{11},\frac{7\sqrt{2}}{11})$	$d)$	$(\frac{10}{11},\frac{-7\sqrt{2}}{11})$

155- اذا كان $((2y+1) - i(2x-1) = -8 + 3i)$ ، فإن قيمة (x,y) ، $(x,y \in \mathcal{R})$التي تحقق المعادلة هي

$a)$	$(-\frac{9}{2},-1)$	$b)$	$(\frac{9}{2},-1)$	$c)$	$(-1,-\frac{9}{2})$	$d)$	$(-1,\frac{9}{2})$

156- اذا كان (z) عدد مركب حيث $(z = (x^2 + x) + i(x^2 + y - 1))$ ، فإن قيمة (x,y) ، $(x,y \in \mathcal{R})$التي تجعل العدد المركب (z) معدوماً هي

$a)$	$((0,1),(0,-1))$	$b)$	$((0,1),(1,0))$	$c)$	$((0,1),(-1,0))$	$d)$	$((0,-1),(-1,0))$

157- قيمة (y) التي تحقق المعادلة $((\sqrt{x}) + i\sqrt{-xy} = 2 + 6i)$ ، $(x,y \in \mathcal{R}^+)$ هي

$a)$	$y = 4$	$b)$	$y = 9$	$c)$	$y = 5$	$d)$	$y = 2$

158- قيمة (x) التي تحقق المعادلة $((2-4i) + x = -5 + i)$ هي

$a)$	$x = 7 - 5i$	$b)$	$x = -7 + 5i$	$c)$	$x = -7 - 5i$	$d)$	$x = 7 + 5i$

☒ اذا كان $(x+iy=\frac{a+ib}{a-ib})$ ، اجب عن الفقرات (159،160)

159- قيمة المقدار (x^2-y^2) هي

$a)$	$1-\frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$	$b)$	$-1+\frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$	$c)$	$-1-\frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$	$d)$	$1+\frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$

160- قيمة المقدار (x^2+y^2) هي

$a)$	$1-\frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$	$b)$	$-1+\frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$	$c)$	$-1-\frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$	$d)$	$1+\frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$

161- اذا كان $((x+iy)(1-i)=2-i)$ ، فإن قيمة المقدار $(2(x^3+y^3))$ هي

$a)$	7	$b)$	-7	$c)$	14	$d)$	-14

162- اذا كان $((x+iy)(2x-iy)=11+3i)$ ، فإن قيمة المقدار (x^2-y^2) هي

$a)$	$(-8,\frac{5}{2})$	$b)$	$(8,-\frac{5}{2})$	$c)$	$(-8,-\frac{5}{2})$	$d)$	$(8,\frac{5}{2})$

163- اذا كان (z) عدد مركب في الصورة القياسية ، فإن قيمة (a,b) ، $(a,b\in\mathcal{R})$ اللتان تكونان مجموعة الحل للمعادلة $(2z-3\bar{z}=5+10i)$

هي

$a)$	$(1,-5))$	$b)$	$(-5,2)$	$c)$	$(-5,-5)$	$d)$	$(5,-2)$

164- اذا كان $(\frac{i}{i+3}=\frac{1+3i}{k})$ ، فإن قيمة$(k\,,k\in\mathcal{R})$ هي

$a)$	5	$b)$	6	$c)$	7	$d)$	10

165- اذا كان $(\frac{a^2+b^2}{a+ib}=2+3i)$ ، فإن قيمة$(ab\,,a,b\in\mathcal{R})$ هي

$a)$	-5	$b)$	-6	$c)$	5	$d)$	6

166- اذا كان $((1+i)^5,(x+2iy))$ عددين مركبين مترافقين، فإن قيم (x,y) ، $(x,y\in\mathcal{R})$ هي

$a)$	$(4,2)$	$b)$	$(-4,-2)$	$c)$	$(-4,2)$	$d)$	$(4,-2)$

167- الجذرين التربيعيين للعدد المركب $(w=8+6i)$ هي

$a)$	$(-3-i\,,3+i)$	$b)$	$(-3+i\,,3+i)$	$c)$	$(-3-i\,,3-i)$	$d)$	$(-3+i\,,3-i)$

168- الجذرين التربيعيين للعدد المركب $(z=-2i)$ هي

$a)$	$(1+i,-1+i)$	$b)$	$(-1-i,-1+i)$	$c)$	$(1-i,1+i)$	$d)$	$(1-i,-1+i)$

169- الجذرين التربيعيين للعدد المركب $(u=-6i)$ هي

$a)$	$\pm(\sqrt{3}-\sqrt{3}i)$	$b)$	$\pm(\sqrt{3}+\sqrt{3}i)$	$c)$	$\pm(\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}i)$	$d)$	$\pm(\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}i)$

170- الجذرين التربيعيين للعدد المركب $(v=-i)$ هي

$a)$	$\pm(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i)$	$b)$	$\pm(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i)$	$c)$	$\pm(\sqrt{2}-\sqrt{2}i)$	$d)$	$\pm(\sqrt{2}+\sqrt{2}i)$

171- الجذرين التربيعيين للعدد المركب $(z=\frac{4}{1-i\sqrt{3}})$ هي

$a)$	$\pm(\sqrt{\frac{3}{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i)$	$b)$	$\pm(\sqrt{\frac{3}{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i)$	$c)$	$\pm(\sqrt{\frac{3}{2}}-i)$	$d)$	$\pm(\sqrt{\frac{3}{2}}+i)$

172- المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية و احد جذراها $(3-4i)$هي

$a)$	$x^2+6x+25=0$	$b)$	$x^2+6x-25=0$	$c)$	$x^2-6x+25=0$	$d)$	$x^2-6x-25=0$

173- المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية و احد جذراها $(5-i)$هي

$a)$	$x^2-10x+26=0$	$b)$	$x^2+10x-26=0$	$c)$	$x^2+10x+26=0$	$d)$	$x^2-10x-26=0$

174- المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية و احد جذراها $(\frac{\sqrt{2}+3i}{4})$هي

$a)$	$16x^2+8\sqrt{2}x+11=0$	$c)$	$16x^2-8\sqrt{2}x+11=0$
$b)$	$16x^2+8\sqrt{2}x-11=0$	$d)$	$16x^2-8\sqrt{2}x-11=0$

☒ اذا كان العدد المركب (u) وكان $(u = 3 + i)$ احد جذري المعادلة $(x^2 - ax + (5 + 5i) = 0)$، (a) عدداً مركباً ، اجب عن الفقرتين (176،175)

175– الجذر الآخر للمعادلة هو

$a)$	$\frac{5}{4} + \frac{5}{4}i$	$b)$	$1 + i$	$c)$	$2 - i$	$d)$	$2 + i$

176– قيمة (a) هي

$a)$	$5 - 2i$	$b)$	$5 + 2i$	$c)$	$-5 + 2i$	$d)$	$-5 - 2i$

177– اذا كان $((2z + 1 - i)(i\bar{z} + i - 2) = 0)$، فإن قيمة (z) هي

$a)$	$(-1 + 2i, \frac{-1}{2} + \frac{1}{2}i)$	$b)$	$(-1 - 2i, \frac{-1}{2} + \frac{1}{2}i)$	$c)$	$(-1 + 2i, \frac{-1}{2} - \frac{1}{2}i)$	$d)$	$(1 - 2i, \frac{-1}{2} - \frac{1}{2}i)$

☒ اذا كان العدد المركب (u) وكان $(u = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2})$ ، وكان $(z = \frac{1+u}{1-u})$، اجب عن الفقرات (180،179،178)

178– قيمة (u^2) بالصورة المثلثية هي

$a)$	$(\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) - i\sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right))$	$c)$	$(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right))$
$b)$	$(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right))$	$d)$	$(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - i\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right))$

179– قيمة (z) بالصورة المثلثية هي

$a)$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right))$	$c)$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$
$b)$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right))$	$d)$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right))$

180– الجذرين التربيعيين للعدد المركب (z) بالصورة المثلثية هما

$a)$	$\sqrt{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right), \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)\right)$
$b)$	$\sqrt{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right), \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)\right)$
$c)$	$\sqrt{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right), \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$
$d)$	$\sqrt{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right), \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$

☒ اذا كان العدد المركب (u) وكان $(u = \frac{1+4i+i^2}{2-i-2i^2-i^3})$ ، اجب عن الفقرتين (182،181)

181– اذا كان $(i = \sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(\frac{1+4i+i^2}{2-i-2i^2-i^3})$ بأبسط صورة هي

$a)$	-1	$b)$	1	$c)$	0	$d)$	i

182– الجذرين التربيعيين للعدد المركب (u) بالصورة المثلثية هما

$a)$	$\sqrt{z} = \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right), \left(\cos\left(\frac{-3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-3\pi}{4}\right)\right)$
$b)$	$\sqrt{z} = \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right), \left(\cos\left(\frac{-3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-3\pi}{4}\right)\right)$
$c)$	$\sqrt{z} = \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right), \left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right)$
$d)$	$\sqrt{z} = \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right), \left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right)$

183–المعادلة التربيعية التي جذراها هما $(\pm(2 + 2i))$هي

$a)$	$x^2 + 8i = 0$	$b)$	$x^2 - 8i = 0$	$c)$	$-x^2 + 8i = 0$	$d)$	$-x^2 - 8i = 0$

184– المعادلة التربيعية التي جذراها هما $(\pm i)$ هي

$a)$	$x^2 - i = 0$	$b)$	$x^2 - 1 = 0$	$c)$	$x^2 + 1 = 0$	$d)$	$x^2 - x + 1 = 0$

185– المعادلة التربيعية التي جذراها هما $(3 - i, 3 + i)$ هي

$a)$	$x^2 + 6x - 10 = 0$	$b)$	$x^2 - 6x + 10 = 0$	$c)$	$x^2 - 10x + 6 = 0$	$d)$	$x^2 - 6x + 5 = 0$

186– المعادلة التربيعية التي جذراها هما $(3-2i)^2 , \frac{3-i}{1+i}$ هي

$a)$	$x^2+(6-14i)x+(-19-22i)=0$	$c)$	$x^2+(6-14i)x-(19-22i)=0$
$b)$	$x^2-(6-14i)x+(-19-22i)=0$	$d)$	$x^2-(6-14i)x+(19-22i)=0$

187– $\left(\sqrt{(1-i)(i^2-1)(1-i^3)}\right)$ يساوي:

$a)$	$\pm(2)$	$b)$	$\pm(2i)$	$c)$	(2)	$d)$	$(2i)$

188– $(\sqrt{3+4i})$ يساوي:

$a)$	$\pm(-2+2i)$	$b)$	$\pm(\sqrt{3}+2i)$	$c)$	$\pm(2-i)$	$d)$	$\pm(2+i)$

189– حل المعادلة $((3-4i)z^2=(i)z)$ في مجموعة الاعداد الحقيقية والمركبة هو

$a)$	$(0,\frac{-4}{25}-\frac{3}{25}i)$	$b)$	$(0,\frac{4}{25}-\frac{3}{25}i)$	$c)$	$(0,\frac{-4}{25}+\frac{3}{25}i)$	$d)$	$(0,\frac{4}{25}+\frac{3}{25}i)$

190– حل المعادلة $(x^2+4x+5=0)$ في مجموعة الاعداد المركبة هو

$a)$	$(-2-i\,,-2+i)$	$b)$	$(-2+i\,,2-i)$	$c)$	$(2+i\,,2-i)$	$d)$	$(2-i\,,-2+i)$

191– حل المعادلة $(z^2+(2+i)z-1+7i=0)$ في مجموعة الاعداد المركبة هو

$a)$	$(-3+i\,,1-2i)$	$b)$	$(3-i\,,-1+2i)$	$c)$	$(4-3i\,,-4+3i)$	$d)$	$(4+3i\,,-4-3i)$

192– حل المعادلة $((1-i)z^2-(6+4i)z+9-7i=0)$ في مجموعة الاعداد المركبة هو

$a)$	$(-3+2i\,,2-i)$	$b)$	$(3-2i\,,2-i)$	$c)$	$(3+2i\,,2+i)$	$d)$	$(3+2i\,,2-i)$

193– حل المعادلة $(z^3+z^2+z+1=0)$ في مجموعة الاعداد المركبة هو

$a)$	$(\pm i,\pm 1)$	$b)$	$(i,\pm 1)$	$c)$	$(\pm i,-1)$	$d)$	$(-i\,,\pm 1)$

194– حل المعادلة $(z^3-iz^2+3z-3i=0)$ في مجموعة الاعداد المركبة هو

$a)$	$\pm i\,,i\sqrt{3}$	$b)$	$\pm i\,,-i\sqrt{3}$	$c)$	$i\,,\pm i\sqrt{3}$	$d)$	$-i\,,\pm i\sqrt{3}$

☒ اذا كانت المعادلة $(z^3=1)$ لها جذور حقيقية و مركبة ،اجب عن الفقرات (195،196،197)

195– أنواع الجذور الممكنة للمعادلة $(z^3-1=0)$ هي

$a)$	(ثلاثة جذور حقيقية)	$c)$	(جذران حقيقيان و جذران مركبان مترافقان)
$b)$	(جذر حقيقي واحد و جذران مركبان مترافقان)	$d)$	(جذران حقيقيان و جذر مركب)

196– الجذور الحقيقة والمركبة للمعادلة $(z^3-1=0)$ هي

$a)$	$(1\,,\frac{-1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i)$	$b)$	$(1\,,\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i)$	$c)$	$(-1\,,\frac{-1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i)$	$d)$	$(-1\,,\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i)$

197– الشكل الناتج في المستوى المركب من توصيل نقاط جذور المعادلة $(z^3-1=0)$ هو

$a)$	(مربع)	$b)$	(مثلث متساوي الساقين)	$c)$	(مثلث متساوي الاضلاع)	$d)$	(دائرة)

198– اذا كان $(\mathcal{L},\mathcal{M})$ جذري المعادلة $(x^2+1=0)$ ،فإن قيمة $(\mathcal{L}^{2020}+\mathcal{M}^{2020})$ هي

$a)$	$2i$	$b)$	-2	$c)$	2	$d)$	2020

199– معادلة المحل الهندسي الذي يمثل دائرة مركزها $(0,0)$ ونصف قطرها (4) وحدات في المستوى المركب هي

$a)$	$\lvert z\rvert=4$	$b)$	$\lvert z\rvert=16$	$c)$	$\lvert z-4i\rvert=16$	$d)$	$\lvert z-i\rvert=4$

☒ اذا كان المحل الهندسي في المستوى المركب يمثل دائرة مركزها $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$ ونصف قطرها وحدة واحدة ،اجب عن الفقرات (200،201)

200– معادلة المحل الهندسي الذي يمثل دائرة مركزها $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$ ونصف قطرها وحدة واحدة في المستوى المركب هي

$a)$	$\lvert z-\sqrt{2}-i\sqrt{2}\rvert=1$	$b)$	$\lvert z+\sqrt{2}-i\sqrt{2}\rvert=1$
$c)$	$\lvert z+\sqrt{2}+i\sqrt{2}\rvert=1$	$d)$	$\lvert z-\sqrt{2}+i\sqrt{2}\rvert=1$

201– الصيغة الديكارتية لمعادلة المحل الهندسي الذي يمثل دائرة مركزها $(\sqrt{2}, \sqrt{2}-)$ ونصف قطرها وحدة واحدة في المستوى المركب هي

$a)$	$(x-\sqrt{2})^2+(y-\sqrt{2})^2=1$	$b)$	$(x+\sqrt{2})^2+(y-\sqrt{2})^2=1$
$c)$	$(x+\sqrt{2})^2+(y+\sqrt{2})^2=1$	$d)$	$(x-\sqrt{2})^2+(y+\sqrt{2})^2=1$

202– مركز الدائرة التي يمثلها المحل الهندسي للمعادلة $(|z-2i|=2)$ في المستوى المركب هي

$a)$	$(0,-2)$	$b)$	$(2,0)$	$c)$	$(0,2)$	$d)$	$(-2,0)$

203– المحل الهندسي للمعادلة $(|z|=5)$ في المستوى المركب يمثل هي

$a)$	دائرة مركزها$(0,0)$و$(r=5)$ وحدات	$b)$	دائرة مركزها$(5,0)$و$(r=5)$ وحدات
$c)$	دائرة مركزها$(0,5)$و$(r=5)$ وحدات	$d)$	دائرة مركزها$(0,-5)$و$(r=5)$ وحدات

☒ اذا كان المحل الهندسي في المستوى المركب يمثل دائرة معادلتها $(|z+2+8i|=4)$ ،اجب عن الفقرات (204،205،206،207)

204– مركز الدائرة التي يمثلها المحل الهندسي للمعادلة $(|z+2+8i|=4)$ في المستوى المركب هو

$a)$	$(-2,-8)$	$b)$	$(-2,8)$	$c)$	$(2,-8)$	$d)$	$(2,8)$

205– نصف قطر الدائرة (r) الدائرة التي يمثلها المحل الهندسي للمعادلة $(|z+2+8i|=4)$ في المستوى المركب هو

$a)$	2	$b)$	4	$c)$	8	$d)$	16

206– الصيغة الديكارتية لمعادلة الدائرة التي يمثلها المحل الهندسي للمعادلة $(|z+2+8i|=4)$ في المستوى المركب

$a)$	$(x-2)^2+(y-8)^2=16$	$b)$	$(x+2)^2+(y-8)^2=16$
$c)$	$(x-2)^2+(y+8)^2=16$	$d)$	$(x+2)^2+(y+8)^2=16$

207– اذا كان العدد المركب (z) يحقق معادلة المحل الهندسي ، فإن اقل قيمة ل $(|z|)$ هي

$a)$	$i\sqrt{68}+4$	$b)$	$\sqrt{68}+4$	$c)$	$\sqrt{68}-4$	$d)$	$i\sqrt{68}-4$

208– المحل الهندسي لمعادلة المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النفطتين $(\mathcal{A},\mathcal{B})$ في المستوى المركب $(|z-3i|=|z-5|)$ بالصيغة الديكارتية هي

$a)$	$5x+3y+8=0$	$b)$	$5x-3y-8=0$	$c)$	$5x+3y-8=0$	$d)$	$-5x+3y-8=0$

☒ اذا كان المحل الهندسي في المستوى المركب يمثل المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين $(\mathcal{C}(0,-3))$ و $(\mathcal{D}(0,7))$ ،اجب عن الفقرات (209،210)

209– معادلة المحل الهندسي الذي يمثل المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين $(\mathcal{C}(0,-3))$ و $(\mathcal{D}(0,7))$ هي

$a)$	$\lvert z-3i\rvert=\lvert z+7i\rvert$	$b)$	$\lvert z-3i\rvert=\lvert z-7i\rvert$
$c)$	$\lvert z+3i\rvert=\lvert z-7i\rvert$	$d)$	$\lvert z+3i\rvert=\lvert z+7i\rvert$

210– الصيغة الديكارتية لمعادلة المحل الهندسي الذي يمثل المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين $(\mathcal{C}(0,-3))$ و $(\mathcal{D}(0,7))$ هي

$a)$	$x=2$	$b)$	$x=-2$	$c)$	$y=2$	$d)$	$y=-2$

☒ اذا كانت المحل الهندسي في المستوى المركب الذي تمثله المعادلة $(|z+2+8i|=|z-4i|)$ هي معادلة المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين $(\mathcal{A},\mathcal{B})$ ،اجب عن الفقرات (211،212،213)

211– إحداثيات النفطتين $(\mathcal{A},\mathcal{B})$في المستوى المركب هو

$a)$	$(\mathcal{A}(2,8),\mathcal{B}(0,-4))$	$b)$	$(\mathcal{A}(-2,-8),\mathcal{B}(0,-4))$	$c)$	$(\mathcal{A}(-2,-8),\mathcal{B}(0,4))$	$d)$	$(\mathcal{A}(2,8),\mathcal{B}(0,4))$

212– الصيغة الديكارتية لمعادلة المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين $(\mathcal{A},\mathcal{B})$ في المستوى المركب

$a)$	$x+2y-13=0$	$b)$	$x+2y+13=0$
$c)$	$x+6y+13=0$	$d)$	$x+6y-13=0$

213– اذا كان العدد المركب (z) يحقق معادلة المحل الهندسي ، فإن اقل قيمة ل $(|z|)$ هي

$a)$	2	$b)$	$\sqrt{5}$	$c)$	$\sqrt{68}$	$d)$	-2

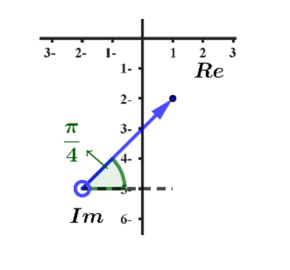
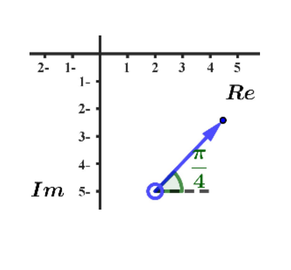
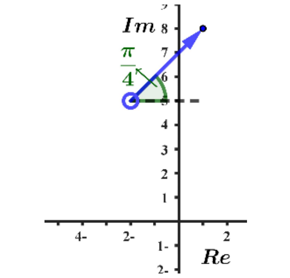
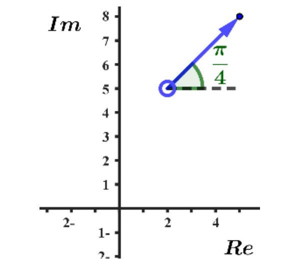
214– معادلة المحل الهندسي التي تمثل شعاع يوازي محور (Re) في المستوى المركب هي

$a)$	$Arg(z+1+2i)=\frac{\pi}{2}$	$b)$	$Arg(z-5i)=\frac{2\pi}{3}$
$c)$	$Arg(z)=\frac{\pi}{3}$	$d)$	$Arg(z+1+2i)=0$

215– اذا كان $(z = 2\sqrt{3} - 1)$ وكانت متباينة المحل الهندسي $(\frac{-\pi}{3} \le Arg(z - iw) \le \frac{\pi}{6})$ ، فإن قيم (w) هي

$a)$	$-8 \le w \le 10$	$b)$	$-5 \le w \le 3$	$c)$	$-10 \le w \le 8$	$d)$	$-3 \le w \le 5$

☒ التمثيل البياني يمثل المحل الهندسي لعدد من الشُعع في المستوى المركب ،اجب عن الفقرات (216،217،218،219)

$a)$		$b)$		$c)$		$d)$	

216– التمثيل البياني الذي يمثل معادلة المحل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z+2-5i)=\frac{\pi}{4})$

$a)$	$\mathcal{A}$	$b)$	$\mathcal{B}$	$c)$	$\mathcal{C}$	$d)$	$\mathcal{D}$

217– التمثيل البياني الذي يمثل معادلة المحل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z-2+5i)=\frac{\pi}{4})$

$a)$	$\mathcal{A}$	$b)$	$\mathcal{B}$	$c)$	$\mathcal{C}$	$d)$	$\mathcal{D}$

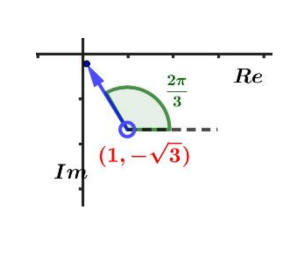
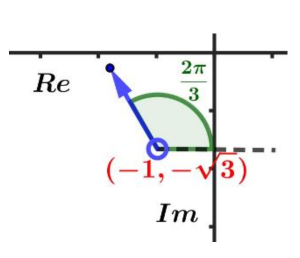
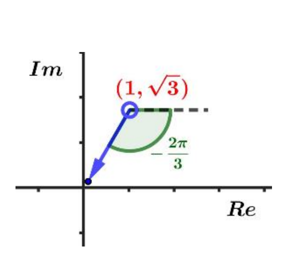
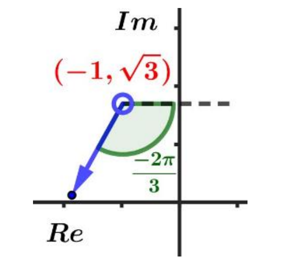
218– التمثيل البياني الذي يمثل معادلة المحل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z+2+5i)=\frac{\pi}{4})$

$a)$	$\mathcal{A}$	$b)$	$\mathcal{B}$	$c)$	$\mathcal{C}$	$d)$	$\mathcal{D}$

219– التمثيل البياني الذي يمثل معادلة المحل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z-2-5i)=\frac{\pi}{4})$

$a)$	$\mathcal{A}$	$b)$	$\mathcal{B}$	$c)$	$\mathcal{C}$	$d)$	$\mathcal{D}$

☒ التمثيل البياني يمثل المحل الهندسي لعدد من الشُعع في المستوى المركب، اجب عن الفقرات (220،221،222،223)

$a)$		$b)$		$c)$		$d)$	

220– التمثيل البياني الذي يمثل معادلة المحل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z-1-i\sqrt{3})=-\frac{2\pi}{3})$

$a)$	$\mathcal{A}$	$b)$	$\mathcal{B}$	$c)$	$\mathcal{C}$	$d)$	$\mathcal{D}$

221– التمثيل البياني الذي يمثل معادلة المحل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z-1+i\sqrt{3})=\frac{2\pi}{3})$

$a)$	$\mathcal{A}$	$b)$	$\mathcal{B}$	$c)$	$\mathcal{C}$	$d)$	$\mathcal{D}$

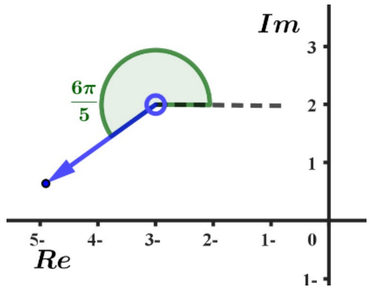
222– التمثيل البياني الذي يمثل معادلة المحل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z+1+i\sqrt{3})=\frac{2\pi}{3})$

$a)$	$\mathcal{A}$	$b)$	$\mathcal{B}$	$c)$	$\mathcal{C}$	$d)$	$\mathcal{D}$

223– التمثيل البياني الذي يمثل معادلة المحل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z+1-i\sqrt{3})=\frac{-2\pi}{3})$

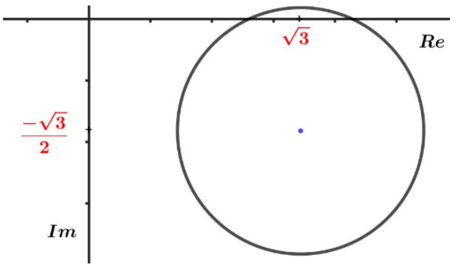
$a)$	$\mathcal{A}$	$b)$	$\mathcal{B}$	$c)$	$\mathcal{C}$	$d)$	$\mathcal{D}$

224– معادلة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) هي



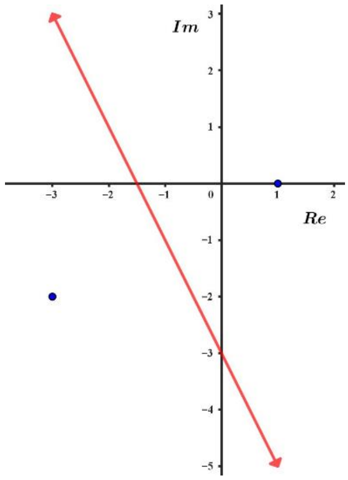
$a)$	$Arg(z+3+2i)=\frac{6\pi}{5}$
$b)$	$Arg(z-3+2i)=\frac{6\pi}{5}$
$c)$	$Arg(z+3-2i)=\frac{6\pi}{5}$
$d)$	$Arg(z-3-2i)=\frac{6\pi}{5}$

225– معادلة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) هي



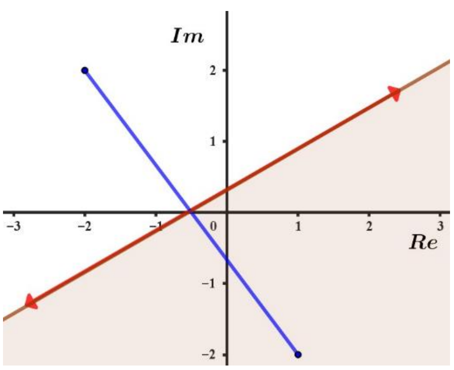
$a)$	$\left\|z+\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\|=2$
$b)$	$\left\|z-\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\|=2$
$c)$	$\left\|z+\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\|=2$
$d)$	$\left\|z-\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\|=2$

226– معادلة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) هي



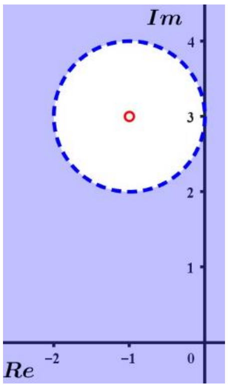
$a)$	$\|z-1\|=\|z+3+2i\|$
$b)$	$\|z-1\|=\|z+3-2i\|$
$c)$	$\|z+1\|=\|z+3-2i\|$
$d)$	$\|z+1\|=\|z-3+2i\|$

227– متباينة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المطقة المظللة هي



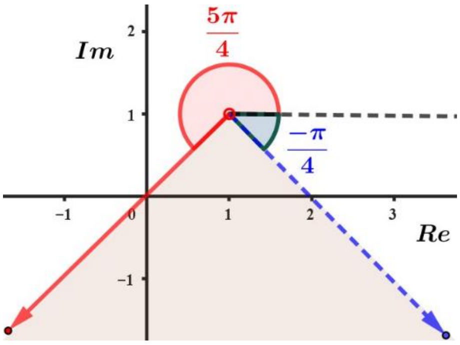
$a)$	$\|z-1+2i\|\le\|z+2-2i\|$
$b)$	$\|z-1+2i\|\ge\|z+2-2i\|$
$c)$	$\|z-1+2i\|\le\|z-2-2i\|$
$d)$	$\|z-1+2i\|\ge\|z-2-2i\|$

228– متباينة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المطقة المظللة هي



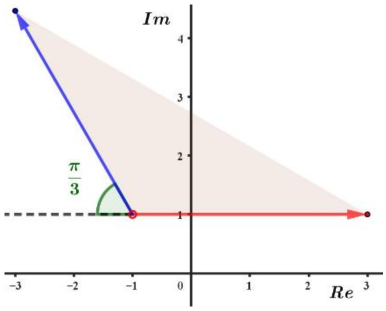
$a)$	$\lvert z+1-3i\rvert > 1$
$b)$	$\lvert z+1-3i\rvert > 1$
$c)$	$\lvert z-1+3i\rvert < 1$
$d)$	$\lvert z-1+3i\rvert < 1$

229– متباينة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المطقة المظللة هي



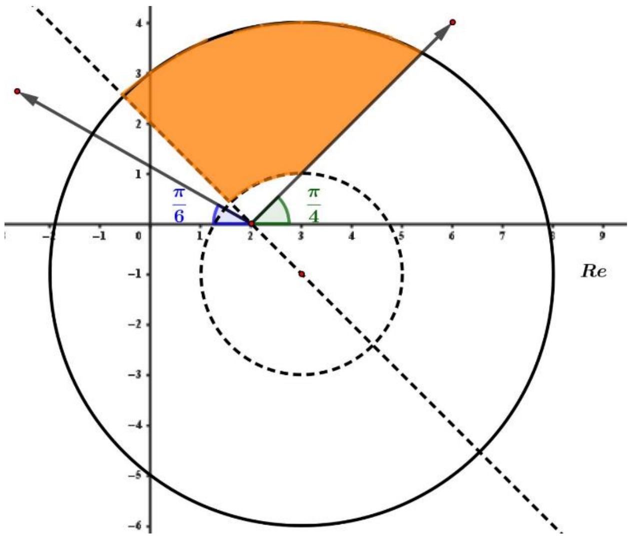
$a)$	$\frac{\pi}{4} \le Arg(z-1-i) > \frac{5\pi}{4}$
$b)$	$-\frac{\pi}{4} \ge Arg(z-1+i) > \frac{5\pi}{4}$
$c)$	$-\frac{\pi}{4} > Arg(z-1-i) \ge \frac{5\pi}{4}$
$d)$	$-\frac{\pi}{4} > Arg(z-1+i) \ge \frac{5\pi}{4}$

230– متباينة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المطقة المظللة هي



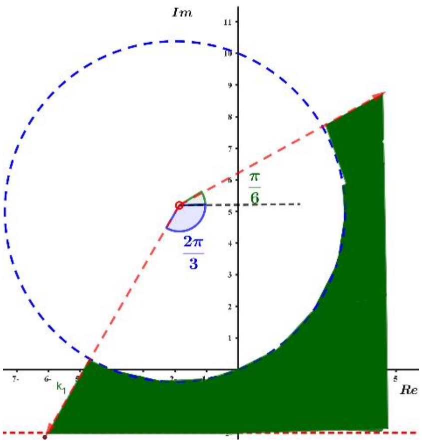
$a)$	$0 \le Arg(z-1-i) \le \frac{2\pi}{3}$
$b)$	$0 \le Arg(z+1-i) \le \frac{2\pi}{3}$
$c)$	$0 \le Arg(z-1-i) \le \frac{\pi}{3}$
$d)$	$0 \le Arg(z-1+i) \le \frac{\pi}{3}$

231–نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المطقة المظللة هو



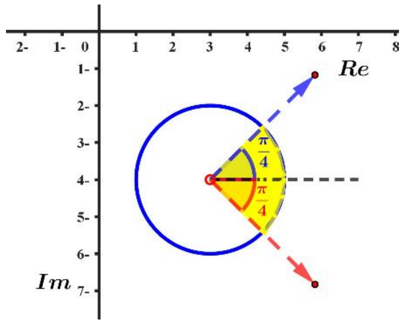
$a)$	$\frac{\pi}{4} < Arg(z-2) < \frac{5\pi}{6}$, $2 < \lvert z-3-i\rvert \le 5$, $\lvert z-6-4i\rvert > \lvert z+2+4i)\rvert$
$b)$	$\frac{\pi}{4} \le Arg(z-2) \le \frac{5\pi}{6}$, $2 < \lvert z-3-i\rvert \le 5$, $\lvert z-6-4i\rvert \ge \lvert z+2+4i)\rvert$
$c)$	$\frac{\pi}{4} \le Arg(z-2) \le \frac{5\pi}{6}$, $2 \le \lvert z-3-i\rvert < 5$, $\lvert z-6-4i\rvert > \lvert z+2+4i)\rvert$
$d)$	$\frac{\pi}{4} \le Arg(z-2) \le \frac{5\pi}{6}$, $2 < \lvert z-3-i\rvert \le 5$, $\lvert z-6-4i\rvert > \lvert z+2+4i)\rvert$

232– نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المطقة المظللة هو



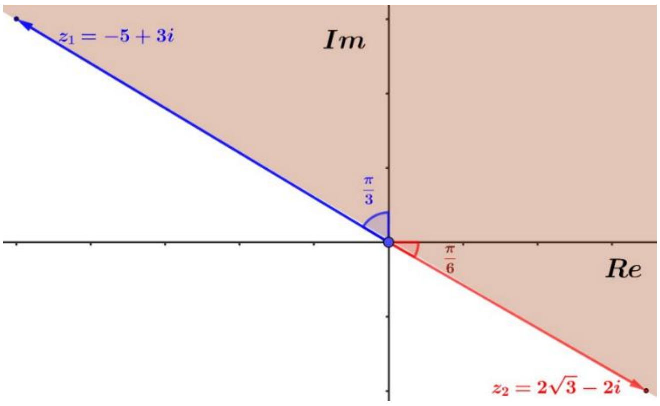
$a)$	$-\frac{2\pi}{3} < Arg(z+2-5i) < \frac{\pi}{6}$, $\lvert z-3+4i\rvert < \lvert z-3\rvert$, $\lvert z+2-5i\rvert > \sqrt{29}$
$b)$	$-\frac{2\pi}{3} < Arg(z+2-5i) < \frac{\pi}{6}$, $\lvert z-3+4i\rvert > \lvert z-3\rvert$, $\lvert z+2-5i\rvert > \sqrt{29}$
$c)$	$-\frac{2\pi}{3} < Arg(z+2-5i) < \frac{\pi}{6}$, $\lvert z-3+4i\rvert < \lvert z-3\rvert$, $\lvert z+2-5i\rvert < \sqrt{29}$
$d)$	$-\frac{2\pi}{3} > Arg(z+2-5i) > \frac{\pi}{6}$, $\lvert z-3+4i\rvert > \lvert z-3\rvert$, $\lvert z+2-5i\rvert < \sqrt{29}$

233– نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المطقة المظللة هو



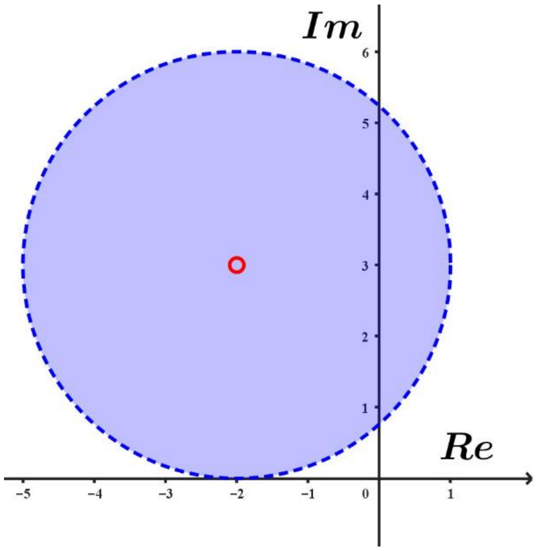
$a)$	$-\frac{\pi}{4} < Arg(z-3+4i) < \frac{\pi}{4}$, $\lvert z-3+4i\rvert > 2$
$b)$	$-\frac{\pi}{4} \le Arg(z-3+4i) \le \frac{\pi}{4}$, $\lvert z-3+4i\rvert < 2$
$c)$	$-\frac{\pi}{4} < Arg(z-3+4i) < \frac{\pi}{4}$, $\lvert z-3+4i\rvert \le 2$
$d)$	$-\frac{\pi}{4} \le Arg(z-3+4i) \le \frac{\pi}{4}$, $\lvert z-3+4i\rvert \ge 2$

234– نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المنطقة المظللة هو



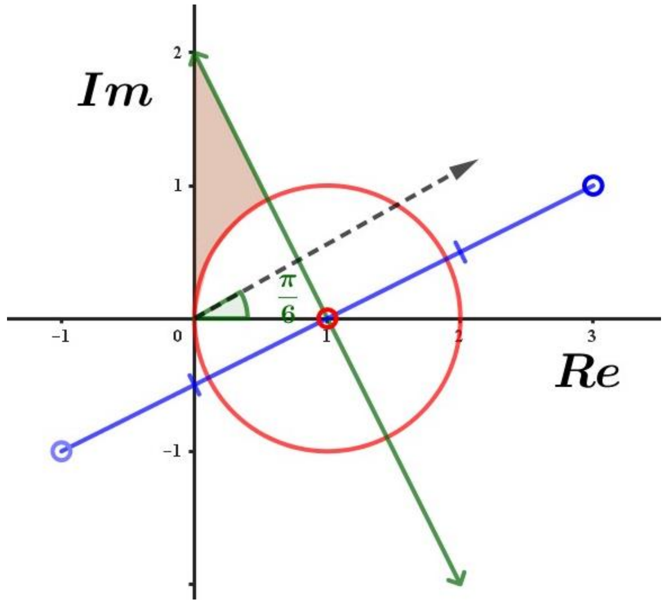
$a)$	$-\frac{\pi}{6} \le Arg\left(z-2\sqrt{3}-2i\right) \le 0$, $0 \le Arg(z-5+3i) \le \frac{\pi}{3}$
$b)$	$-\frac{\pi}{6} \le Arg(z) \le \frac{5\pi}{6}$
$c)$	$-\frac{\pi}{6} \le Arg\left(z-2\sqrt{3}+2i\right) \le 0$, $0 \le Arg(z+5-3i) \le \frac{\pi}{3}$
$d)$	$-\frac{\pi}{6} \le Arg\left(z+2\sqrt{3}-2i\right) \le 0$, $0 \le Arg(z-5+3i) \le \frac{\pi}{3}$

235– متباينة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المطقة المظللة هي



$a)$	$\lvert z+2-3i\rvert > 3$
$b)$	$\lvert z-2+3i\rvert > 3$
$c)$	$\lvert z+2+3i\rvert < 3$
$d)$	$\lvert z-2+3i\rvert < 3$

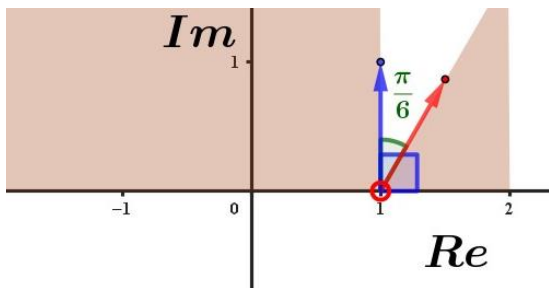
236– نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المطقة المظللة هو



$a)$	$\frac{\pi}{6} > Arg(z) \geq \frac{\pi}{2}$, $\lvert z-1-i\rvert \geq \lvert z+3+i\rvert$, $\lvert z-1\rvert \geq 1$
$b)$	$\frac{\pi}{6} < Arg(z) \leq \frac{\pi}{2}$, $\lvert z-1-i\rvert > \lvert z+3+i\rvert$, $\lvert z-1\rvert \geq 1$
$c)$	$\frac{\pi}{6} \leq Arg(z) \leq \frac{\pi}{2}$, $\lvert z+1+i\rvert \geq \lvert z-3-i\rvert$, $\lvert z-1\rvert \geq 1$
$d)$	$\frac{\pi}{6} > Arg(z) \geq \frac{\pi}{2}$, $\lvert z+1+i\rvert \geq \lvert z-3-i\rvert$, $\lvert z-1\rvert \geq 1$

237– متباينة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z)

الذي تمثله المنطقة المظللة هي



$a)$	$0 \leq Arg(z-1) \leq \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \leq Arg(z-1) \leq \pi$
$b)$	$0 \leq Arg(z-1) \leq \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \leq Arg(z-1) \leq \pi$
$c)$	$0 \leq Arg(z-1) \leq \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6} \leq Arg(z-1) \leq \frac{\pi}{2}$
$d)$	$0 \leq Arg(z-1) \leq \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \leq Arg(z-1) \leq \frac{\pi}{2}$

238– العدد المركب (z) يحقق معادلة المحل الهندسي $(\lvert z+2i\rvert = 2)$ و معادلة المحل الهندسي $(\lvert z-2\rvert = 3\lvert z-i\rvert)$ معاً هو

$a)$	$\frac{1}{2}+\left(-2\pm\frac{\sqrt{15}}{2}\right)i$	$b)$	$\frac{1}{2}-\left(-2\pm\frac{\sqrt{15}}{2}\right)i$	$c)$	$\frac{1}{2}+\left(2\pm\frac{\sqrt{15}}{2}\right)i$	$d)$	$\frac{1}{2}-\left(2\pm\frac{\sqrt{15}}{2}\right)i$

239– العدد المركب (z) يحقق معادلة المحل الهندسي $(\lvert z+2+i\rvert = \lvert 1-3i\rvert)$ و معادلة المحل الهندسي $(\lvert z+1\rvert = \lvert z-1\rvert)$ معاً هو

$a)$	$\frac{5}{4}i$	$b)$	$-\frac{5}{8}i$	$c)$	$\frac{5}{8}i$	$d)$	$-\frac{5}{4}i$

240– العدد المركب (z) حقق معادلة المحل الهندسي $\left(Arg(z+1-i\sqrt{3}) = \frac{2\pi}{3}\right)$ و معادلة المحل الهندسي $\left(Arg(z-1) = \frac{5\pi}{4}\right)$ معاً هو

$a)$	$\frac{7-3\sqrt{3}}{2}-\frac{9-3\sqrt{3}}{2}i$	$b)$	$\frac{-7-3\sqrt{3}}{2}-\frac{9+3\sqrt{3}}{2}i$	$c)$	$\frac{-7-3\sqrt{3}}{2}-\frac{-9-3\sqrt{3}}{2}i$	$d)$	$\frac{-7-3\sqrt{3}}{2}+\frac{-9-3\sqrt{3}}{2}i$

السؤال الثاني:

1– ما قيمة/ قيم (x,y) ، $(x,y \in \mathcal{R})$ التي تحقق المعادلات فيما يلي:

A– $\left(\left(\frac{1-i}{1+i}\right)+(x+yi) = (1+2i)^2\right)$

B– $\left((x+yi)^2 = \frac{36-2i}{3+2i}\right)$

2– اثبت كلا مما يلي:

A– ان قيمة المقدار $\left(i = \frac{(2+i)(3+i)}{(2-i)(3-i)}\right)$.

B– ان قيمة المقدار $\left(\frac{8}{5}i = \frac{(1+i)^2}{(2-i)} - \frac{(1-i)^2}{(2+i)}\right)$.

C– ان قيمة المقدار $\left(i = \frac{1}{(1-i)^2} - \frac{1}{(1+i)^2}\right)$.

3– مستخدماً الاعداد المركبة اثبت العلاقة:

$$(\tan^{-1}(\sqrt{3}) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{2})$$

4– اوجد كلاً من $(zw, z/w, \frac{1}{z})$ في الحالتين التاليتين بالصورة المثلثية :

A– $(z = \sqrt{3} + i, w = 1 - \sqrt{3}i)$.

B– $(z = 2\sqrt{3} - 2i, w = -1 + i)$.

5– عبر عن ناتج $((3(\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)).(4(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{12}\right)))$ بالصورة المثلثية والصورة الجبرية للأعداد المركبة.

السؤال الثالث:

1– اوجد $(|z|)$، $(Arg(z))$ للعدد المركب (z) في الحالات الاتية:

A– $(z = -2\sqrt{3} - 2i)$.

B– $(z = \sqrt{3} - i)$.

C– $(z = \frac{4}{\sqrt{3} - i})$.

D– $(z = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}i)$.

E– $(z = -2(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)))$.

2– اكتب العدد المركب (z) بالصورة القياسية $(a + bi, b \neq 0, a, b \in \mathcal{R})$ في الحالات الاتية:

A– $(z = \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{-2}}})$.

B– $(z = \frac{12}{2 + \sqrt{-2}})$.

3– اذا كان العدد المركب $(w = 2\sqrt{2}(1 + i))$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A– اوجد $(|w|)$، $(Arg(w))$.

B– اكتب العدد المركب (w) بالصورة المثلثية.

4–اذا كان العدد المركب $(u = 2 - 2i\sqrt{3})$ ، اوجد جذرية التربيعيين في الصورة المثلثية.

5–اذا كان العدد المركب $(w = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A– اكتب العدد المركب (w) بالصورة المثلثية.

B– اثبت ان $(|w^3| = -1)$.

C– اوجد جذرية التربيعيين بالصورة المثلثية.

السؤال الرابع:

1– اوجد :

A) قيمة $(\left(4 - \frac{1}{2}i\right) - \left(9 + \frac{5}{2}\right))$.

B) قيمة / قيم (a, b) اذا كان $(\frac{20}{a+ib})$ جذراً للمعادلة $(z^2 + 8 - 6i = 0)$، $(a, b \in \mathcal{R})$.

2 – حل المعادلات الاتية:

1) $4z^2 + 25 = 0$

2) $z^2+2z+i(2-i)=0$

3) $z^2-3z+3+i=0$

3 – اوجد الجذور الحقيقية والمركبة للمعادلات الاتية:

1) $z^4+1=0$

2) $z^4-4z^2+z^3=0$

السؤال الخامس:

1–اذا كان $\left((2-i)z^2+2z+2+i=0\right)$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A– حل المعادلة واعط الناتج بالصيغة القياسية للعدد المركب.

B– اذا كانت النقاط $(\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C})$ تمثل جذري المعادلة ومرافق احد الجذرين، عين هذه النقاط على المستوى المركب (اعط جميع الحلول الممكنة)

C– اوجد مساحة المثلث $(\triangle \mathcal{ABC})$، وهل تختلف المساحة باختلاف تعيين النقاط $(\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C})$ على المستوى المركب .

2 –اذا كان العدد المركب $\left(u=\frac{(1+2i)^2}{(2+i)}\right)$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A– اكتب العدد المركب (u) بالصورة القياسية.

B– اوجد المحل الهندسي الذي تمثله المعادلة $(|z-u|=|u|)$ ، وبين نوعه.

3 –اذا كان العدد المركب $\left(v=\frac{(1+2i)}{(1-3i)}\right)$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A– اكتب العدد المركب (v) بالصورة القياسية.

B– اذا كانت النقطة $(\mathcal{A})$ تمثل العدد المركب(v) والنقطة $(\mathcal{B})$ العدد المركب $(1+2i)$ و النقطة $(\mathcal{C})$ العدد المركب $(1-3i)$،عين هذه النقاط على المستوى المركب

C– مستعيناً بالعددين المركبين اللذين تمثلاهما النقطتين $(\mathcal{B},\mathcal{C})$ ، اثبت ان $\left(\tan^{-1}2+\tan^{-1}3=\frac{3\pi}{4}\right)$.

4 –اذا كان (u,w) عددان مركبان ، و كان $(u-w=4i\ ,uw=5)$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A– اكتب العددين المركبين (u,w) بالصورة القياسية.

B– مثل العددين المركبين (u,w) في المستوى المركب ، صل بين نقاط التمثيل.

C– ما الشكل الناتج ، احسب مساحته.

السؤال السادس:

1 –اذا كان العدد المركب $\left(w=\frac{22+4i}{(2-i)^2}\right)$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A– اثبت ان $(w=2+4i)$.

B– اذا كانت متباينة المحل الهندسي $\left(\frac{1}{4}\pi\le \mathcal{A}rg(w+p)\le\frac{3}{4}\pi\right)$ ، ما قيم (p) التي تحقق متباينة المحل الهندسي اذا كان (p) يمثل الجزء الحقيقي من العدد المركب.

C– اذا كان العدد المركب ومرافقه $(w,\overline{w})$ يمثلان في المستوى المركب بالنقطة $(\mathcal{S},\mathcal{T})$ على التوالي، حيث ان معادلة المحل الهندسي $(|z-a|=k)$ تمثل معادلة دائرة منناها يمر بنقطة الأصل والنقطتين $(\mathcal{S},\mathcal{T})$ ، اوجد قيم (a,k).

2 –اذا كان $(z,\overline{z})$ عددان مركبان حيث العدد المركب $(\overline{z})$ مرافق العدد المركب (z) ، و كان $(z=\sqrt{2}-i\sqrt{6})$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A– اوجد $(|z|)$ ،$(\mathcal{A}rg(z))$ للعدد المركب (z) .

B– اوجد ناتج $\left((z+2\overline{z}),(\overline{z}\ /\ iz)\right)$.

C– في المستوى المركب، اذا كانت النقطة $(\mathcal{O})$ تمثل نقطة الأصل و $(\mathcal{A})$ العدد المركب $(\overline{z})$ و النقطة $(\mathcal{B})$ العدد المركب (iz)، اثبت ان $\left(m\measuredangle\mathcal{AOB}=\frac{1}{6}\pi\right)$

الإجابات

1- $\because \boldsymbol{i}=\sqrt{-1} \Rightarrow \boldsymbol{i}^2=-1$

$$\Rightarrow\therefore \boldsymbol{i}^{-4t+2}=\boldsymbol{i}^{-4t}\times \boldsymbol{i}^2=\frac{1}{i^{4t}}\times \boldsymbol{i}^2=\frac{1}{\left((i^2)^2\right)^t}\times \boldsymbol{i}^2=\frac{1}{\left((-1)^2\right)^t}\times -1=\frac{1}{(1)^t}\times -1=1\times -1=-1$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

2- $\because \boldsymbol{i}=\sqrt{-1} \Rightarrow \boldsymbol{i}^2=-1$

$$\Rightarrow\therefore \boldsymbol{i}^{4t+3}=\boldsymbol{i}^{4t}\times \boldsymbol{i}^3=((\boldsymbol{i}^2)^2)^t\times \boldsymbol{i}^2\times \boldsymbol{i}=((-1)^2)^t\times -1\times \boldsymbol{i}=(1)^t\times -1\times \boldsymbol{i}=1\times -1\times \boldsymbol{i}=-\boldsymbol{i}$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

3- $\because \boldsymbol{i}=\sqrt{-1} \Rightarrow \boldsymbol{i}^2=-1$

$$\Rightarrow\therefore \boldsymbol{i}^{-2t+1}=\boldsymbol{i}^{-2t}\times \boldsymbol{i}=\frac{1}{i^{2t}}\times \boldsymbol{i}=\frac{1}{(i^2)^t}\times \boldsymbol{i}=\frac{1}{(-1)^t}\times \boldsymbol{i}=1\times \boldsymbol{i}=\boldsymbol{i}\,,\ \boldsymbol{t}=\text{عدد زوجي}$$

$$or\ \frac{1}{(-1)^t}\times \boldsymbol{i}=-1\times \boldsymbol{i}=-\boldsymbol{i},\ \text{عدد فردي}\Rightarrow\therefore\ \boldsymbol{i}^{-2t+1}=\pm \boldsymbol{i}$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

4- $\because \boldsymbol{i}=\sqrt{-1} \Rightarrow \boldsymbol{i}^2=-1$

$$\Rightarrow\therefore \boldsymbol{i}^{-26}=\frac{1}{i^{26}}=\frac{1}{i^{24}\times i^2}=\frac{1}{(i^2)^{12}\times i^2}=\frac{1}{(-1)^{12}\times -1}=\frac{1}{1\times -1}=-1$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

5- $\because \boldsymbol{i}=\sqrt{-1} \Rightarrow \boldsymbol{i}^2=-1$

$$\Rightarrow\therefore \frac{1}{i^{22}}=\frac{1}{i^{20}\times i^2}=\frac{1}{(i^2)^{10}\times i^2}=\frac{1}{(-1)^{10}\times -1}=\frac{1}{1\times -1}=-1$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

6- $\because \boldsymbol{i}=\sqrt{-1} \Rightarrow \boldsymbol{i}^2=-1$

$$\Rightarrow\therefore 1+\boldsymbol{i}+\boldsymbol{i}^2+\boldsymbol{i}^3=1+\boldsymbol{i}+(-1)+(\boldsymbol{i}^2\times \boldsymbol{i})=1+\boldsymbol{i}-1+(-1\times \boldsymbol{i})=1+\boldsymbol{i}-1-\boldsymbol{i}=0$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

7- $\because \boldsymbol{i}=\sqrt{-1} \Rightarrow \boldsymbol{i}^2=-1$

$$\Rightarrow\therefore \sqrt{-36}=\sqrt{-1\times 36}=\sqrt{-1}\times\sqrt{36}=\boldsymbol{i}\times 6=6\boldsymbol{i}$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

8- $\because \boldsymbol{i}=\sqrt{-1} \Rightarrow \boldsymbol{i}^2=-1$

$$\Rightarrow\therefore \sqrt{-25}\times\sqrt{-16}=\sqrt{-1\times 25}\times\sqrt{-1\times 16}=\sqrt{-1}\times\sqrt{25}\times\sqrt{-1}\times\sqrt{16}=-1\times\sqrt{400}=-1\times 20$$
$$=-20$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

9- $\because \boldsymbol{i}=\sqrt{-1} \Rightarrow \boldsymbol{i}^2=-1$

$$\Rightarrow\therefore \sqrt{-3}\sqrt{-12}=\sqrt{-1\times 3}\times\sqrt{-1\times 12}=\sqrt{-1}\times\sqrt{3}\times\sqrt{-1}\times\sqrt{12}=-1\times\sqrt{36}=-1\times 6$$
$$=-6$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

10- $\because i=\sqrt{-1} \Rightarrow i^2=-1$

$\Rightarrow \therefore i+2i^2+4i^3=i+2(-1)+4(i^2\times i)=i-2+4(-1\times i)=i-2-4i=-2-3i$

$\therefore$ الجزء التخيلي في العدد المركب $(i+2i^2+4i^3)$ هو (-3)

الإجابة الصحيحة هي (c)

11- $\Rightarrow \therefore 1-\sqrt{-1}=1-i=1-1i$

$\therefore$ العدد التخيلي في العدد المركب $(1-\sqrt{-1})$ هو $(1i)$

الإجابة الصحيحة هي (d)

12- $\Rightarrow \therefore -2i=0-2i$

$\therefore$ العدد الحقيقي في العدد المركب $(-2i)$ هو (0)

الإجابة الصحيحة هي (d)

13- $\because i=\sqrt{-1} \Rightarrow i^2=-1$

$\Rightarrow \therefore \frac{1+\sqrt{-25}}{4}=\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{-25}}{4}=\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{-1}\times\sqrt{25}}{4}=\frac{1}{4}+\frac{i\sqrt{25}}{4}=\frac{1}{4}+\frac{5i}{4}$

$\therefore$ الجزء التخيلي في العدد المركب $(\frac{1+\sqrt{-25}}{4})$ هو $(\frac{5}{4})$

الإجابة الصحيحة هي (b)

14- $\because i=\sqrt{-1} \Rightarrow i^2=-1$

$\Rightarrow \therefore (1-i^5)(1-i^{10})(1-i^{15})=\left(1-((i^2)^2\times i)\right)\left(1-((i^2)^5)\right)\left(1-((i^2)^7\times i)\right)$

$=\left(1-((-1)^2\times i)\right)\left(1-((-1)^5)\right)\left(1-((-1)^7\times i)\right)=\left(1-(1\times i)\right)\left(1-(-1)\right)\left(1-(-1\times i)\right)$

$=(1-i)(1+1)(1+i))=(1-i)(2)(1+i)=2(1+i-i-i^2)=2(1-i^2)=2(1-(-1))$

$=2(2)=4$

الإجابة الصحيحة هي (c)

15- $\because i=\sqrt{-1} \Rightarrow i^2=-1$

$\Rightarrow \therefore \frac{1+4i+i^2}{2-i-2i^2-i^3}=\frac{1+4i+(-1)}{2-i-2(-1)-(i^2\times i)}=\frac{1+4i-1}{2-i+2-(-1\times i)}=\frac{4i}{2-i+2-(-i)}=\frac{4i}{2-i+2+i}=\frac{4i}{4}=i$

الإجابة الصحيحة هي (d)

16- $\because i=\sqrt{-1} \Rightarrow i^2=-1$

$\Rightarrow \therefore (1-i)^8=((1-i)^2)^4=(1-2i+i^2)^4=(1-2i-1)^4=(-2i)^4=-2^4\times i^4$

$=16\times(i^2)^2=16\times(-1)^2=16\times 1=16$

الإجابة الصحيحة هي (a)

17- $\because i=\sqrt{-1} \Rightarrow i^2=-1$

$\Rightarrow \therefore 2-\sqrt{-2}=2-\left(\sqrt{-1\times 2}\right)=2-\left(\sqrt{-1}\times\sqrt{2}\right)=2-\left(i\times\sqrt{2}\right)=2-i\sqrt{2}$

الإجابة الصحيحة هي (c)

18- $\because i=\sqrt{-1} \Rightarrow i^2=-1$

$\therefore \frac{1+i}{1-i}+\frac{2i}{1+i}=\frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}+\frac{(2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{1+2i+i^2}{1-i^2}+\frac{2i-2i^2}{1-i^2}=\frac{1+2i+i^2+2i+(-2i^2)}{1-i^2}=\frac{1+2i-1+2i+2}{1+1}=\frac{4i+2}{2}=\frac{2}{2}+\frac{4i}{2}$

$=1+2i$

الإجابة الصحيحة هي (a)

19- $\therefore (3-2i)-(5+i)=(3-5)+(-2i-i)=-2-3i$

الإجابة الصحيحة هي (a)

20- $\because i=\sqrt{-1} \Rightarrow i^2=-1$

$\Rightarrow w=i-3i^4=i-3(i^2)^2=i-3(-1)^2=i-3(1)=i-3=-3+i$

$\Rightarrow z=\sqrt{-9}+2=\sqrt{-1\times 9}+2=\left(\sqrt{-1}\times\sqrt{9}\right)+2=i\sqrt{9}+2=3i+2=2+3i$

$\therefore z+w=(2+3i)+(-3+i)=\left(2+(-3)\right)+(3i+i)=-1+4i$

الإجابة الصحيحة هي (c)

21- $\because i=\sqrt{-1} \Rightarrow i^2=-1$

$\Rightarrow w=\frac{1+2i}{1+i}=\frac{1+2i}{1+i}\times\frac{1-i}{1-i}=\frac{1+2i-i-2i^2}{1-i^2}=\frac{1+i-2i^2}{1-i^2}=\frac{1+i-2(-1)}{1-(-1)}==\frac{1+i+2}{1+1}=\frac{3+i}{2}=\frac{3}{2}+\frac{i}{2}$

$\Rightarrow z=\frac{2+i}{1+i}=\frac{2+i}{1+i}\times\frac{1-i}{1-i}=\frac{2+i-2i-i^2}{1-i^2}=\frac{2-i-i^2}{1-i^2}=\frac{2-i-(-1)}{1-(-1)}=\frac{2-i+1}{1+1}==\frac{3-i}{2}=\frac{3}{2}-\frac{i}{2}$

$\therefore z+w=\left(\frac{3}{2}-\frac{i}{2}\right)+\left(\frac{3}{2}+\frac{i}{2}\right)=\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{-i}{2}+\frac{i}{2}\right)=\frac{6}{2}+\frac{0}{2}i=3+0i=3$

الإجابة الصحيحة هي (a)

22- $\because 2-(1-i)+(4+5i)-(1-3i)=(2-1+i)+(4+5i)-(1-3i)=(1+i)+(4+5i)-(1-3i)$

$=(1+4-1)+(i+5i-(-3i))=4+9i$

الإجابة الصحيحة هي (b)

23- $\because i=\sqrt{-1} \Rightarrow i^2=-1$

$\therefore i(1+i)=i+i^2=i+(-1)=i-1=-1+i$

الإجابة الصحيحة هي (b)

24- $\because i=\sqrt{-1} \Rightarrow i^2=-1$

$\therefore (1+i)^2+(1-i)^2=(1+2i+i^2)+(1-2i-i^2)=1+2i+i^2+1-2i-i^2=2$

الإجابة الصحيحة هي (d)

25- $\because i=\sqrt{-1} \Rightarrow i^2=-1$

$\therefore \frac{(1-i)^2}{1+i}+\frac{(1+i)^2}{1-i}=\frac{(1-2i-i^2)}{1+i}+\frac{(1+2i+i^2)}{1-i}=\frac{(1-2i+1)}{1+i}+\frac{(1+2i-1)}{1-i}=\frac{(2-2i)}{1+i}+\frac{(2i)}{1-i}=\frac{(2-4i+2i^2)}{1-i^2}+\frac{(2i+2i^2)}{1-i^2}$

$=\frac{2-4i-2}{1-(-1)}+\frac{2i-2}{1-(-1)}=\frac{-4i+2i-2}{2}=\frac{-2-2i}{2}=-1-i$

الإجابة الصحيحة هي (d)

26- $\because i=\sqrt{-1} \Rightarrow i^2=-1$

$\therefore \frac{4+i}{2-3i}=\frac{4+i}{2-3i}\times\frac{2+3i}{2+3i}=\frac{8+2i+12i+3i^2}{4-6i+6i-9i^2}=\frac{8+14i+3(-1)}{4-9(-1)}=\frac{8-3+14i}{4+9}=\frac{5+14i}{13}$

الإجابة الصحيحة هي (d)

27- $\because u = r_1(\cos(\theta_1) + i\sin(\theta_1)), v = r_2(\cos(\theta_2) + i\sin(\theta_2)), \theta_1 + \theta_2 = \pi$

$\therefore uv = r_1(cos(\theta_1) + i\,sin(\theta_1)) \times r_2(cos(\theta_2) + i\,sin(\theta_2))$
$= r_1r_2(\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)) = r_1r_2(\cos(\pi) + i\sin(\pi) = r_1r_2(-1 + i(0))$
$= r_1r_2(-1 + 0) = r_1r_2(-1) = -r_1r_2$

الإجابة الصحيحة هي (c)

28- $\because v = 2\sqrt{3} + 2i \Rightarrow\therefore \bar{v} = 2\sqrt{3} - 2i$

$\therefore v\bar{v} = (2\sqrt{3} + 2i) \times (2\sqrt{3} - 2i)$
$= 4(3) - 4i^2 = 12 - 4(-1) = 12 + 4 = 16$

الإجابة الصحيحة هي (d)

29- $\because w = x + yi \Rightarrow\therefore \overline{w} = x - yi$

$\therefore w + \overline{w} = (x + yi) + (x - yi) = (x + x) + i(y + (-y)) = 2x + i(y - y) = 2x + 0i = 2x$

الإجابة الصحيحة هي (a)

30- $\because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$\therefore i + i^2 = i + (-1) = i - 1 = -1 + i \Rightarrow\therefore \overline{-1 + i} = -1 - i$

الإجابة الصحيحة هي (c)

31- $\because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$\therefore (2 + i)^2 = 4 + 4i + i^2 = 4 + 4i + (-1) = 4 - 1 + 4i = 3 + 4i \Rightarrow\therefore \overline{3 + 4i} = 3 - 4i$

الإجابة الصحيحة هي (b)

32- $\because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$\therefore z = -i - \sqrt{3} = -\sqrt{3} - i \Rightarrow\therefore \overline{z} = -\sqrt{3} + i = i - \sqrt{3}$

الإجابة الصحيحة هي (b)

33- $\because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$\therefore z = \frac{1}{i-1} = \frac{1}{-1+i} = \frac{1}{-1+i} \times \frac{-1-i}{-1-i} = \frac{-1-i}{1+i-i-i^2} = \frac{-1-i}{1-(-1)} = \frac{-1-i}{1+1} = \frac{-1-i}{2} = \frac{-1}{2} - \frac{i}{2} \Rightarrow\therefore \overline{z} = \frac{-1}{2} + \frac{i}{2}$

الإجابة الصحيحة هي (a)

34- $\because z = a + ib \Rightarrow\therefore \overline{z} = a - ib$

$\therefore z\overline{z} = (a + ib) \times (a - ib) = a^2 - i^2b^2 = a^2 - (-1)b^2 = a^2 + b^2$

الإجابة الصحيحة هي (c)

35- $\because z = a + ib \Rightarrow\therefore \overline{z} = a - ib$

$\therefore \frac{z}{\overline{z}} = \frac{a+ib}{a-ib} \times \frac{a+ib}{a+ib} = \frac{(a+ib)^2}{a^2-i^2b^2} = \frac{(a+ib)^2}{a^2-(-1)b^2} = \frac{a^2+2iab+i^2b^2}{a^2+b^2} = \frac{a^2+2iab+(-1)b^2}{a^2+b^2} = \frac{a^2+2iab-b^2}{a^2+b^2}$

الإجابة الصحيحة هي (d)

36- $\because z = a + ib \Rightarrow\therefore \overline{z} = a - ib$

$\therefore \frac{\overline{z}}{z} = \frac{a-ib}{a+ib} \times \frac{a-ib}{a-ib} = \frac{(a-ib)^2}{a^2-i^2b^2} = \frac{(a-ib)^2}{a^2-(-1)b^2} = \frac{a^2-2iab+i^2b^2}{a^2+b^2} = \frac{a^2-2iab+(-1)b^2}{a^2+b^2} = \frac{a^2-2iab-b^2}{a^2+b^2}$

الإجابة الصحيحة هي (b)

37- $\because z = a + ib \Rightarrow\therefore \overline{z} = a - ib$

$\therefore z - \overline{z} = (a + ib) - (a - ib) = (a - a) + i(b - (-b)) = 0 + i(b + b) = 2ib$

الإجابة الصحيحة هي (a)

38- $\because z = a + ib \Longrightarrow \therefore \bar{z} = a - ib$

$\therefore \frac{1}{\bar{z}} = \frac{1}{a-ib} \times \frac{a+ib}{a+ib} = \frac{a+ib}{a^2-i^2b^2} = \frac{a+ib}{a^2-(-1)b^2} = \frac{a+ib}{a^2+b^2}$

الإجابة الصحيحة هي (c)

39- $\because z = a + ib \Longrightarrow \therefore \bar{z} = a - ib$

$\because \frac{1}{\bar{z}} = \frac{a+ib}{a^2+b^2}\ , |\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$z^2 - \bar{z}^2 = (a^2 + 2iab + i^2b^2) - (a^2 - 2iab + i^2b^2) = (a^2 + 2iab - b^2) -$
$(a^2 - 2iab - b^2) = a^2 + 2iab - b^2 - a^2 + 2iab + b^2 = 4iab$

الإجابة الصحيحة هي (b)

40- $\because a \in \mathcal{R}$

$\therefore \overline{\left(\frac{a^2+i}{a^2+ai-1}\right)} = \frac{a^2-i}{a^2-ai-1}$

الإجابة الصحيحة هي (c)

41- $\because v = a + ib \Longrightarrow (a, b)$

$\therefore v = 3 - 4i = 3 + (-4)i \Longrightarrow (3, -4)$

الإجابة الصحيحة هي (d)

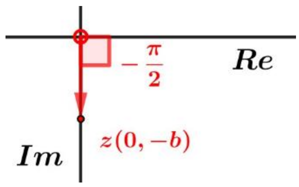
42- $\because z = a + ib \Longrightarrow (a, b)$

$\therefore z = -2i = 0 - 2i \Longrightarrow \bar{z} = 0 + 2i \Longrightarrow (0, 2)$

الإجابة الصحيحة هي (a)

43- $\because z = a + ib, \mathcal{A}rg(z) = \theta\ , \theta \in [-\pi, \pi]\ , \theta = -\frac{\pi}{2}$

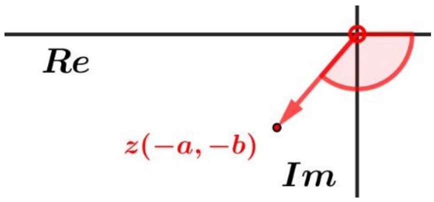
$\therefore \mathcal{A}rg(z) = \tan^{-1}\frac{b}{a} = -\frac{\pi}{2} \Longrightarrow \therefore a = 0\ , b < 0$



الإجابة الصحيحة هي (b)

44- $\because z = a + ib$, يقع في الربع الثالث, $\mathcal{A}rg(z) = -\left(\pi - \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)\right)$

$\therefore z = -a + i(-b) = -a - ib$



الإجابة الصحيحة هي (b)

45- $\because u = 3 - 2i$

$\therefore u = 3 - 2i \Longrightarrow -2u = -2(3) - (-2 \times 2)i = -6 - (-4)i = -6 + 4i$
$\Longrightarrow |-2u| = \sqrt{(-6)^2 + (4)^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = \sqrt{13 \times 4} = \sqrt{13} \times \sqrt{4} = 2\sqrt{13}$

الإجابة الصحيحة هي (c)

46- $\because u = -3 - 3\sqrt{3}i, v = 2 + 2\sqrt{3}i$

$\therefore uv = (-3 - 3\sqrt{3}i) \times (2 + 2\sqrt{3}i) = -6 - 6\sqrt{3}i - 6\sqrt{3}i - 6(\sqrt{3})^2(i^2)$
$= -6 - 12\sqrt{3}i - (6 \times 3 \times -1) = -6 - 12\sqrt{3}i + 18 = 12 - 12\sqrt{3}i$
$\Longrightarrow |uv| = \sqrt{(12)^2 + \left(-12\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{144 + (144 \times 3)} = \sqrt{144 + 432} = \sqrt{576} = 24$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$47-\ \because w=\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i \Longrightarrow \overline{w}=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$

$$\therefore \frac{\overline{w}}{5}=\left(\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i\right)\div(5)=\left(\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i\right)\times\left(\frac{1}{5}\right)=\frac{3}{25}+\frac{4}{25}i$$
$$\Longrightarrow \left|\frac{\overline{w}}{5}\right|=\sqrt{\left(\frac{3}{25}\right)^2+\left(\frac{4}{25}\right)^2}=\sqrt{\frac{9}{525}+\frac{16}{525}}=\sqrt{\frac{25}{525}}=\sqrt{\frac{1}{25}}=\frac{1}{5}$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

$48-\ \because u=2+i, z=1-3i$

$$\therefore uz=(2+i)\times(1-3i)=2-6i+i-3(i^2)=2-5i-3(-1)=2-5i+3=5-5i$$
$$\Longrightarrow |uz|=\sqrt{(5)^2+(-5)^2}=\sqrt{25+25}=\sqrt{50}$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$49-\ \because z=a+ib, \bar{z}=a-ib$

$$\therefore z=\frac{1}{\bar{z}} \Longrightarrow a+ib=\frac{1}{a-ib}=(a+ib)(a-ib)=1 \Longrightarrow a^2-iab+iab-b^2i^2=1$$
$$\Longrightarrow a^2-b^2(-1)=1 \Longrightarrow a^2+b^2=1$$
$$\therefore |z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{1}=1$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

$50-\ \because z=(\sqrt{2}-i)-i(1-i\sqrt{2})$

$$\therefore z=\left(\sqrt{2}-i\right)-\left(i-i^2\sqrt{2}\right)=\left(\sqrt{2}-i\right)-\left(i-\left(-\sqrt{2}\right)\right)=\left(\sqrt{2}-i\right)-\left(i+\sqrt{2}\right)$$
$$=\sqrt{2}-i-i-\sqrt{2}=-2i$$
$$\therefore |z|=\sqrt{(0)^2+(-2)^2}=\sqrt{4}=2$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$51-\ \because z=\frac{2+i}{2-i}$

$$\therefore z=\frac{2+i}{2-i}\times\frac{2+i}{2+i}=\frac{4+4i+i^2}{4-2i+2i-i^2}=\frac{4+4i-1}{4+1}=\frac{3+4i}{5}=\frac{3}{5}+\frac{4i}{5}$$
$$\therefore |z|=\sqrt{(\frac{3}{5})^2+(\frac{4}{5})^2}=\sqrt{\frac{9}{25}+\frac{16}{25}}=\sqrt{\frac{25}{25}}=\sqrt{1}=1$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$52-\ \because z=\frac{(1+i)(2-i)}{(1-i)(2+i)}$

$$\therefore z=\frac{(1+i)(2-i)}{(1-i)(2+i)}=\frac{2-i+2i-i^2}{2-2i+i-i^2}=\frac{2+i+1}{2-i+1}=\frac{3+i}{3-i}=\frac{3+i}{3-i}\times\frac{3+i}{3+i}=\frac{9+3i+3i+i^2}{9-3i+3i-i^2}=\frac{9+6i-1}{9+1}=\frac{8+6i}{10}=\frac{8}{10}+\frac{6i}{10}$$
$$\therefore |z|=\sqrt{(\frac{8}{10})^2+(\frac{6}{10})^2}=\sqrt{\frac{64}{100}+\frac{36}{100}}=\sqrt{\frac{100}{100}}=\sqrt{1}=1$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$53-\ \because i=\sqrt{-1} \Longrightarrow i^2=-1$

$$\therefore \sqrt{\frac{-1}{4}}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}\times -1}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}\times\sqrt{-1}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}i+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$$
$$\therefore \left|\sqrt{\frac{-1}{4}}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right|=\left|\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right|=\sqrt{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2+(\frac{1}{2})^2}=\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{4}{4}}=\sqrt{1}=1$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

54- $\because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$\therefore 1 + \sqrt{-9} = 1 + \sqrt{9 \times -1} = 1 + \sqrt{9} \times \sqrt{-1} = 1 + 3i$

$\therefore \left|1 + \sqrt{-9}\right| = |1 + 3i| = \sqrt{(1)^2 + (3)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$

الإجابة الصحيحة هي (b)

55- $\because Arg(v) = \theta\ , 1 = 1 + 0i \Rightarrow Arg(1) = \tan^{-1}\frac{0}{1}$

$\therefore Arg\left(\frac{1}{v}\right) = Arg(1) - Arg(v) = \tan^{-1}\frac{0}{1} - \theta = 0 - \theta = -\theta$

الإجابة الصحيحة هي (b)

56- $\because Arg(v) = \tan^{-1}\frac{b}{a} = \theta\ , v = a + ib, \bar{v} = a - ib$

$\therefore Arg(\bar{v}) = -\tan^{-1}\frac{b}{a} = -\theta$

الإجابة الصحيحة هي (b)

57- $\because Arg(v) = \tan^{-1}\frac{b}{a} = \theta\ , v = a + ib, i = 0 + i$

$\therefore Arg(vi) = Arg(v) + Arg(i) = \theta + \tan^{-1}\frac{1}{0} = \theta + \frac{\pi}{2}$

الإجابة الصحيحة هي (a)

58- $\because Arg(v) = \tan^{-1}\frac{b}{a} = \theta\ , v = a + ib, -i = 0 + (-i) = 0 - i$

$\therefore Arg(-vi) = Arg(v) + Arg(-i) = \theta + -\tan^{-1}\frac{1}{0} = \theta - \tan^{-1}\frac{1}{0} = \theta - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + \theta$

الإجابة الصحيحة هي (c)

59- $\because w = 2(\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2}))$

$\therefore Arg(w) = \frac{\pi}{2}$

الإجابة الصحيحة هي (d)

60- $\because w = -3 = -3 + 0i$

$\therefore Arg(w) = \pi - \tan^{-1}\frac{b}{a} = \pi - \tan^{-1}\frac{0}{3} = \pi - \tan^{-1}\frac{0}{3} = \pi - 0 = \pi$

الإجابة الصحيحة هي (d)

61- $\because Arg(u/v) = \frac{\pi}{9}\ , Arg(uv) = \frac{5\pi}{18}$

$\therefore Arg(u/v) = Arg(u) - Arg(v) = \frac{\pi}{9} \qquad (1)$

$\therefore Arg(uv) = Arg(u) + Arg(v) = \frac{5\pi}{18} \qquad (2)$

بجمع المعادلتان $((1)$و(2)

$\Rightarrow 2Arg(u) = \frac{\pi}{9} + \frac{5\pi}{18} \Rightarrow 2Arg(u) = \frac{2\pi+5\pi}{18} = \frac{7\pi}{18} \Rightarrow Arg(u) = \frac{7\pi}{18} \div 2 = \frac{7\pi}{18} \times \frac{1}{2}$

$\therefore Arg(u) = \frac{7\pi}{36}$

الإجابة الصحيحة هي (a)

62- $\because z = (3 + 3i)^2 = 9 + 9i + 9i + 9i^2 = 9 + 18i - 9 = 18i = 0 + 18i$

$\therefore Arg(z) = \tan^{-1}\frac{b}{a} = \tan^{-1}\frac{18}{0} = \tan^{-1}\frac{18}{0} = \frac{\pi}{2}$

الإجابة الصحيحة هي (d)

63- $\because \mathcal{Arg}(v) = \theta_1, \mathcal{Arg}(u) = \theta_2$

$\therefore \mathcal{Arg}(vu) = \mathcal{Arg}(v) + \mathcal{Arg}(u) = \theta_1 + \theta_2$

الإجابة الصحيحة هي (a)

64- $\because w = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$

$\because \sin\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right), \cos\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right), \sin(-\theta) = -\sin\theta, \cos(-\theta) = \cos\theta$

$\therefore w = \sin\theta - i\cos\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + i\sin\left(-(\frac{\pi}{2} - \theta)\right)$

$\Rightarrow w = \cos\left(-(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + i\sin\left(-(\frac{\pi}{2} - \theta)\right) = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$

$\therefore \mathcal{Arg}(w) = \theta - \frac{\pi}{2}$

الإجابة الصحيحة هي (c)

65- $\because z = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$

$\because \sin\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right), \cos\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$

$\therefore z = \sqrt{2}(\sin(\frac{\pi}{6}) + i\cos(\frac{\pi}{6})) = \sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2}(\cos\left(\frac{3\pi-\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi-\pi}{6}\right)$

$\Rightarrow z = \sqrt{2}(\cos\left(\frac{2\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{6}\right) = \sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$\therefore \mathcal{Arg}(w) = \frac{\pi}{3}$

الإجابة الصحيحة هي (a)

66- $\because \mathcal{Arg}(\overline{w}) = \theta = \tan^{-1}\frac{b}{a} = \theta, w = a - ib, \overline{w} = a + ib$

$\therefore \mathcal{Arg}(w) = -\tan^{-1}\frac{b}{a} = -\theta$

الإجابة الصحيحة هي (b)

67- $\because \mathcal{Arg}(w) = -\theta, w = a - ib, -1 = -1 + 0i$

$\therefore \mathcal{Arg}(-w) = \mathcal{Arg}(-1) + \mathcal{Arg}(w) = \pi - \tan^{-1}\frac{0}{1} + (-\theta) = \pi - 0 - \theta = \pi - \theta$

الإجابة الصحيحة هي (c)

68- $\because \mathcal{Arg}(w) = -\theta, w = a - ib, 1 = 1 + 0i$

$\therefore \mathcal{Arg}\left(\frac{1}{w}\right) = \mathcal{Arg}(1) - \mathcal{Arg}(w) = \tan^{-1}\frac{0}{1} - (-\theta) = 0 + \theta = \theta$

الإجابة الصحيحة هي (a)

69- $\because \mathcal{Arg}(w) = \frac{\pi}{3}, \mathcal{Arg}(v) = \frac{3\pi}{4}, \mathcal{Arg}(u) = \frac{\pi}{6}$

$\therefore \mathcal{Arg}\left(\frac{wv}{u}\right) = \left(\mathcal{Arg}(w) + \mathcal{Arg}(v)\right) - \mathcal{Arg}(u) = \left(\frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{4}\right) - \left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{4\pi+9\pi}{12} - \frac{2\pi}{12} = \frac{11\pi}{12}$

الإجابة الصحيحة هي (a)

70- $\because \mathcal{Arg}(w) = \frac{\pi}{3}, \mathcal{Arg}(v) = \frac{3\pi}{4}, \mathcal{Arg}(u) = \frac{\pi}{6}, 2 = 2 + 0i$

$\therefore \mathcal{Arg}(2wv) = \left(\mathcal{Arg}(2) + \mathcal{Arg}(w)\right) + \mathcal{Arg}(v) = \left(\tan^{-1}\frac{0}{2} + \frac{\pi}{3}\right) + \left(\frac{3\pi}{4}\right) = 0 + \frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{4}$

$\therefore \mathcal{Arg}(2wv) = \frac{4\pi+9\pi}{12} = \frac{13\pi}{12}$

الإجابة الصحيحة هي (c)

71- $\because \mathcal{Arg}(w)=\frac{\pi}{3}, \mathcal{Arg}(v)=\frac{3\pi}{4}, \mathcal{Arg}(u)=\frac{\pi}{6}$

$\therefore \mathcal{Arg}(u^3)=\mathcal{Arg}(u\times u\times u)=\mathcal{Arg}(u)+\mathcal{Arg}(u)+\mathcal{Arg}(u)=3\mathcal{Arg}(u)=3\times\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$

الإجابة الصحيحة هي (c)

72- $\because w=-1+\sqrt{3}i$

$\therefore \mathcal{Arg}(w)=\pi-\tan^{-1}\frac{b}{a}=\pi-\tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{1}=\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi-\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$

الإجابة الصحيحة هي (a)

73- $\because z=\frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{3}i\right)=\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$\therefore \mathcal{Arg}(z)=\pi-tan^{-1}\frac{b}{a}=\pi-tan^{-1}\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}=\pi-tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{1}=\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi-\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$

$\therefore |z|=\sqrt{(\frac{-1}{2})^2+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}=\sqrt{\frac{4}{4}}=\sqrt{1}=1$

$\therefore \left(|z|, \mathcal{Arg}(w)\right)=(1,\frac{2\pi}{3})$

الإجابة الصحيحة هي (d)

74- $\because |u|=r=\sqrt{a^2+b^2}$

$\because u=a+ib \Rightarrow \therefore \bar{u}=a-ib$

$\therefore u\bar{u}=(a+ib)\times(a-ib)=a^2-i^2b^2=a^2-(-1)b^2=a^2+b^2$

$\therefore |u\bar{u}|=r^2$

الإجابة الصحيحة هي (b)

75- $\because \mathcal{Arg}(u)=\theta$

$\therefore \mathcal{Arg}(u^3)=\mathcal{Arg}(u\times u\times u)=\mathcal{Arg}(u)+\mathcal{Arg}(u)+\mathcal{Arg}(u)=3\mathcal{Arg}(u)=3\times\theta=3\theta$

الإجابة الصحيحة هي (d)

76- $\because u=1+\cos\theta+i\sin\theta, \theta\in(-\pi,\pi]$

$\therefore r=|u|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(1+\cos(\theta))^2+(\sin(\theta))^2}=\sqrt{1+\cos^2(\theta)+2\cos(\theta)+\sin^2(\theta)}$

$\therefore r=\sqrt{1+2\cos(\theta)+(\sin^2(\theta)+\cos^2(\theta))}=\sqrt{1+2\cos(\theta)+1}=\sqrt{2+2\cos(\theta)}$

الإجابة الصحيحة هي (a)

77- $\because u=1+\cos\theta+i\sin\theta, \theta\in(-\pi,\pi]$

$\because sin(2\theta)=2\,sin(\theta)\,cos(\theta)\Rightarrow sin(\theta)=2sin(\frac{\theta}{2})\,cos(\frac{\theta}{2})$

$\because cos(2\theta)=2\,cos^2(\theta)-1\Rightarrow cos(2\theta)+1=2\,cos^2(\theta)\Rightarrow cos(\theta)+1=2\,cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$

$\therefore \mathcal{Arg}(u)=tan^{-1}\frac{b}{a}=tan^{-1}\left(\frac{sin(\theta)}{1+cos(\theta)}\right)=tan^{-1}\left(\frac{2sin(\frac{\theta}{2})\,cos(\frac{\theta}{2})}{2\,cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)=tan^{-1}\left(\frac{sin(\frac{\theta}{2})}{cos(\frac{\theta}{2})}\right)=tan^{-1}(tan\frac{\theta}{2})$

$\therefore \mathcal{Arg}(u)=\frac{\theta}{2}$

الإجابة الصحيحة هي (b)

78- $\because \mathcal{Arg}(z)=\frac{7\pi}{6}, |z|=\sqrt{2}, z=r(\cos(\theta)+i\sin(\theta))$

$\therefore z=\sqrt{2}(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)+i\sin(\frac{7\pi}{6}))=\sqrt{2}(-\frac{\sqrt{3}}{2})+i(-\frac{1}{2})=-\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{2}i}{2}=-\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{i}{\sqrt{2}}$

الإجابة الصحيحة هي (d)

79- $\because (\mathcal{A}rg(v^3) = \theta$

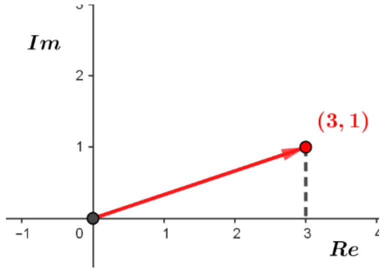
$$\therefore \mathcal{A}rg(v^3) = \mathcal{A}rg(v \times v \times v) = \mathcal{A}rg(v) + \mathcal{A}rg(v) + \mathcal{A}rg(v) = 3\mathcal{A}rg(v) = \theta$$

$$\therefore \mathcal{A}rg(v) = \frac{\theta}{3}$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

80- $\because z = a + ib \Rightarrow (a, b), \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

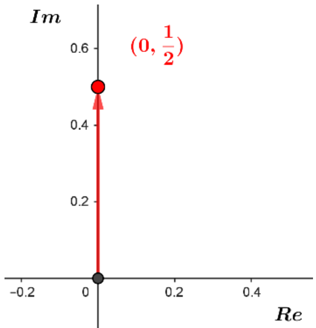
$$\therefore \Rightarrow (a, b) = (3, 1) \Rightarrow \therefore z = 3 + i = 3 + \sqrt{-1}$$



الإجابة الصحيحة هي (c)

81- $\because z = a + ib \Rightarrow (a, b)$

$$\therefore \Rightarrow (a, b) = \left(0, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \therefore z = 0 + \frac{1}{2}i = \frac{1}{2}i$$

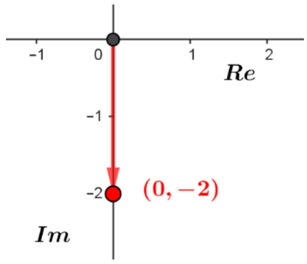


الإجابة الصحيحة هي (a)

82- $\because z = a + ib \Rightarrow (a, b), \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$$\therefore z = 2i^{35} = 2i^{34}i = 2(i^2)^{17}i = 2(i^2)^{17}i = 2(-1)^{17}i = 2 \times -1 \times i = -2i$$

$$\therefore z = -2i \Rightarrow (a, b) = (0, -2)$$



الإجابة الصحيحة هي (c)

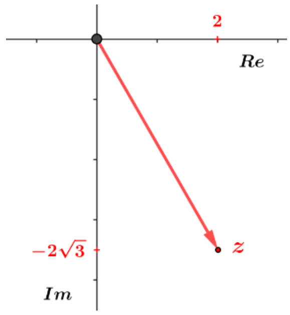
83- $\because z = a + ib \Rightarrow (a, b), \because z = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$

$$(a, b) = (2, -2\sqrt{3}) \Rightarrow \therefore z = 2 + (-2\sqrt{3})i = 2 - 2\sqrt{3}i$$

$$\therefore |z| = \sqrt{(2)^2 + (-2\sqrt{3})^2} = \sqrt{4 + (4 \times 3)} = \sqrt{4 + 12} = \sqrt{16} = 4$$

$$\therefore \mathcal{A}rg(z) = -\tan^{-1}\frac{b}{a} = -\tan^{-1}\frac{2\sqrt{3}}{2} = -\tan^{-1}\sqrt{3} = -\frac{\pi}{3}$$

$$\therefore z = 4(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right))$$



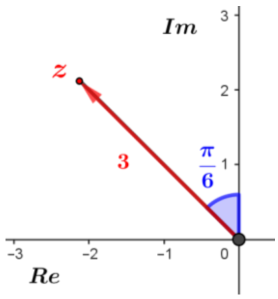
الإجابة الصحيحة هي (d)

84- $\because z = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$

$$\therefore |z| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 3, \tan^{-1}\frac{b}{a} = \tan^{-1}\theta', \theta' = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

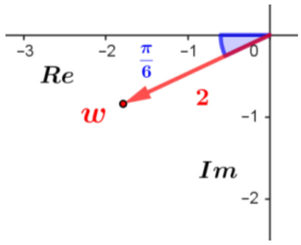
$$\therefore \mathcal{A}rg(z) = \pi - \tan^{-1}\frac{b}{a} = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\therefore z = 3(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right))$$



الإجابة الصحيحة هي (d)

85- $\because \boldsymbol{w} = \boldsymbol{r}(\cos(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{i}\sin(\boldsymbol{\theta}))$



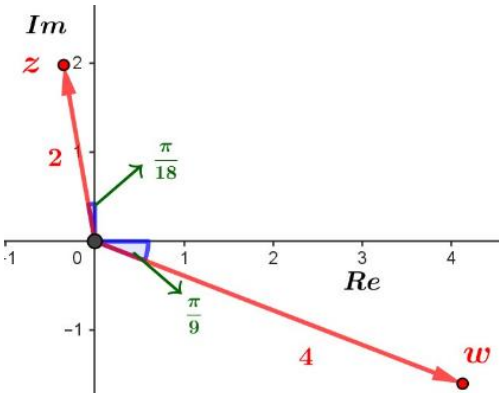
$\therefore |\boldsymbol{w}| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = \boldsymbol{r} = 2, \tan^{-1}\frac{b}{a} = \tan^{-1}\theta', \theta' = \frac{\pi}{6}$

$\therefore Arg(z) = -(\pi - \tan^{-1}\frac{b}{a}) = -\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{5\pi}{6}$

$\therefore \boldsymbol{w} = 2(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right))$

الإجابة الصحيحة هي (d)

86- $\because \boldsymbol{w} = \boldsymbol{r}(\cos(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{i}\sin(\boldsymbol{\theta}))$



$\therefore |\boldsymbol{w}| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = \boldsymbol{r} = 4, \theta = -\frac{\pi}{9}$

$\therefore \boldsymbol{w} = 4(\cos\left(-\frac{\pi}{9}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{9}\right))$

$\therefore |z| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = \boldsymbol{r} = 2, \theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{18} = \frac{10\pi}{18} = \frac{5\pi}{9}$

$\therefore z = 2(\cos\left(\frac{5\pi}{9}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{9}\right))$

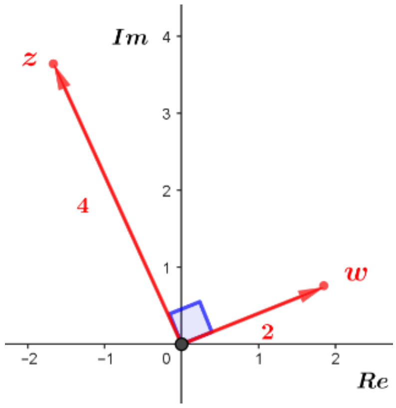
$\therefore \frac{w}{z} = \frac{4}{2}(\cos\left(-\frac{\pi}{9} - \frac{5\pi}{9}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{9} - \frac{5\pi}{9}\right))$

$\therefore \frac{w}{z} = 2(\cos\left(-\frac{6\pi}{9}\right) + i\sin\left(-\frac{6\pi}{9}\right)) = 2(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right))$

$\therefore \frac{w}{z} = 2(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)) = 2(-\frac{1}{2} - (\frac{\sqrt{3}}{2})i = -1 - \sqrt{3}i$

الإجابة الصحيحة هي (b)

87- $\because \boldsymbol{w} = \boldsymbol{r}(\cos(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{i}\sin(\boldsymbol{\theta}))$



$\therefore |\boldsymbol{w}| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = \boldsymbol{r} = 2, \theta = \alpha$

$\therefore \boldsymbol{w} = 2(\cos(\alpha) + i\sin(\alpha))$

$\therefore |z| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = \boldsymbol{r} = 4, \theta = \frac{\pi}{2} + \alpha$

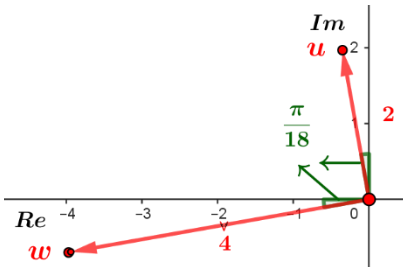
$\therefore z = 4(\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right))$

$\therefore \frac{z}{w} = \frac{4}{2}(\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha - \alpha\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha - \alpha\right))$

$\therefore \frac{z}{w} = 2(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right))$

الإجابة الصحيحة هي (c)

88- $\because \boldsymbol{w} = \boldsymbol{r}(\cos(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{i}\sin(\boldsymbol{\theta}))$



$\therefore |\boldsymbol{w}| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = \boldsymbol{r} = 4, \theta = -\left(\pi - \frac{\pi}{18}\right) = -\frac{17\pi}{18}$

$\therefore \boldsymbol{w} = 4(\cos\left(-\frac{17\pi}{18}\right) + i\sin\left(-\frac{17\pi}{18}\right))$

$\therefore |u| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = \boldsymbol{r} = 2, \theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{18} = \frac{10\pi}{18}$

$\therefore u = 2(\cos\left(\frac{10\pi}{18}\right) + i\sin\left(\frac{10\pi}{18}\right))$

$\therefore \frac{u}{w} = \frac{2}{4}(\cos\left(\frac{10\pi}{18} - (-\frac{17\pi}{18})\right) + i\sin\left(\frac{10\pi}{18} - (-\frac{17\pi}{18})\right))$

$\therefore \frac{u}{w} = \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{10\pi}{18} + \frac{17\pi}{18}\right) + i\sin\left(\frac{10\pi}{18} + \frac{17\pi}{18}\right))$

$\therefore \frac{u}{w} = \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{27\pi}{18}\right) + i\sin\left(\frac{27\pi}{18}\right)) = \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right))$

الإجابة الصحيحة هي (a)

89- $\because z = \boldsymbol{r}(\cos(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{i}\sin(\boldsymbol{\theta}))\ , z = \sqrt{2}(\cos(-\frac{3\pi}{4}) + i\sin(-\frac{3\pi}{4}))$

$\therefore \boldsymbol{r} = \sqrt{2}, \theta = -\frac{3\pi}{4} = -(\pi - \frac{\pi}{4})$

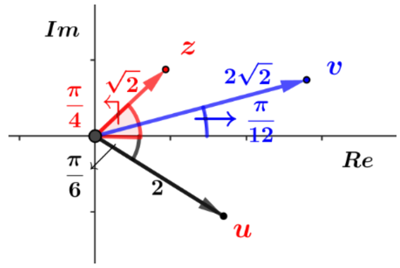
الإجابة الصحيحة هي (b)

$90- \because z = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$

$\because \theta = \theta_1 + \theta_2 \,, \because u.w = r_u.r_w(\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2))$
$\therefore z = u.w$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$91- \because u = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$

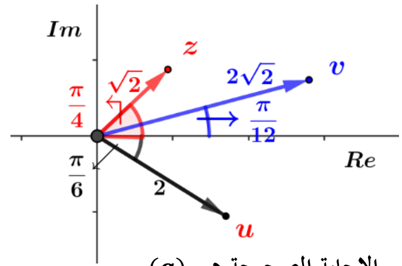


$\therefore |u| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 4, \theta = -\left(\pi - \frac{\pi}{18}\right) = -\frac{17\pi}{18}$
$\therefore u = 24(\cos\left(-\frac{17\pi}{18}\right) + i\sin\left(-\frac{17\pi}{18}\right))$
$\therefore |u| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 2, \theta = -\frac{\pi}{6}$
$\therefore u = 2(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right))$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$92- \because z = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$

$\therefore |z| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = \sqrt{2}, \theta = \frac{\pi}{4}$
$\therefore z = \sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)) = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right) = 1 + i$



الإجابة الصحيحة هي (a)

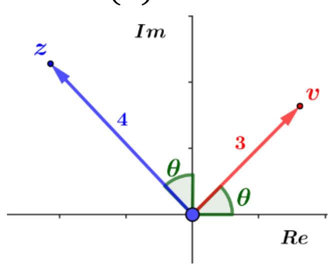
$93- \because v = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$

$\because \theta = \theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{4} + \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi - 2\pi}{12} = \frac{\pi}{12}$
$\because z.u = r_u.r_w(\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2))$
$\therefore v = z.u$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$94- \because v = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) \,, v = a + ib$

$\therefore |v| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 3 \Rightarrow v = 3(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = 3\cos(\theta) + 3i\sin(\theta)$
$\therefore |z| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 4 \Rightarrow z = 4(\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)) = 4(-\sin(\theta) + i\cos(\theta))$
$z = -4\sin(\theta) + 4i\cos(\theta)$
$\therefore z - v = (-4\sin(\theta) + 4i\cos(\theta)) - (3\cos(\theta) + 3i\sin(\theta))$
$\therefore z - v = (-4\sin(\theta) - 3\cos(\theta)) + i(4\cos(\theta) - 3\sin(\theta))$
$\therefore |z - v| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = \sqrt{(-4\sin(\theta) - 3\cos(\theta))^2 + (4\cos(\theta) - 3\sin(\theta))^2}$
$= \sqrt{16\sin^2(\theta) + 9\cos^2(\theta) + 24\cos(\theta)\cos(\theta) + 16\cos^2(\theta) + 9\sin^2(\theta) - 24\cos(\theta)\cos(\theta)}$
$= \sqrt{16\sin^2(\theta) + 9\cos^2(\theta) + 16\cos^2(\theta) + 9\sin^2(\theta)} = \sqrt{25\sin^2(\theta) + 25\cos^2(\theta)}$
$\therefore |z - v| = \sqrt{25(\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta))} = \sqrt{25} = 5$



الإجابة الصحيحة هي (c)

$95-\because u=r(\cos(\theta)+i\sin(\theta))\ ,u=a+ib$

$\therefore |u|=\sqrt{(a)^2+(b)^2}=r=5 \Longrightarrow u=5(\cos(\theta)+i\sin(\theta))=5\cos(\theta)+5i\sin(\theta)$

$\therefore |w|=\sqrt{(a)^2+(b)^2}=r=12 \Longrightarrow w=12(\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right))=12(-\sin(\theta)+i\cos(\theta))$

$w=-12\sin(\theta)+12i\cos(\theta)$

$\therefore w+u=(-12\sin(\theta)+12i\cos(\theta))-(5\cos(\theta)+5i\sin(\theta))$

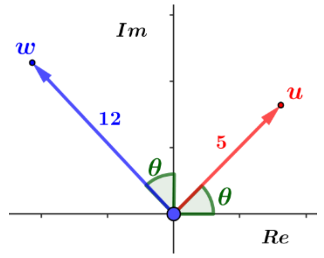
$\therefore w+u=(-12\sin(\theta)-5\cos(\theta))+i(12\cos(\theta)-5\sin(\theta))$

$\therefore |w+u|=\sqrt{(a)^2+(b)^2}=\sqrt{(-12\sin(\theta)-5\cos(\theta))^2+(12\cos(\theta)-5\sin(\theta))^2}$

$=\sqrt{144\,sin^2(\theta)+25\,cos^2(\theta)+60\cos(\theta)\,cos(\theta)+144\,cos^2(\theta)+25\,sin^2(\theta)-60\cos(\theta)\,cos(\theta)}$

$=\sqrt{144\,sin^2(\theta)+25\,cos^2(\theta)+144\,cos^2(\theta)+25\,sin^2(\theta)}=\sqrt{169\,sin^2(\theta)+169\,cos^2(\theta)}$

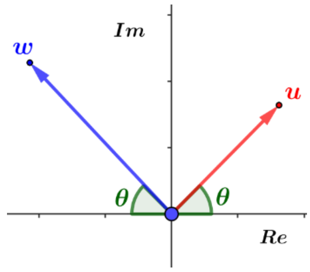
$\therefore |w+u|=\sqrt{169\,(sin^2(\theta)+cos^2(\theta))}=\sqrt{169}=13$



الإجابة الصحيحة هي (b)

$96-\ \because \mathcal{Arg}(u)=\theta\ ,\because \mathcal{Arg}(w)=\pi-\theta$

$\therefore \mathcal{Arg}(w.u)=\mathcal{Arg}(w)+\mathcal{Arg}(u)=\pi-\theta+\theta=\pi$



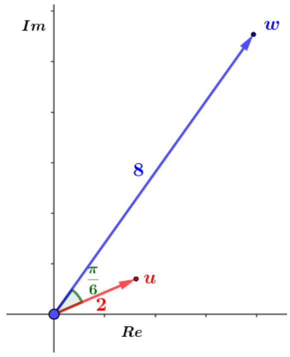
الإجابة الصحيحة هي (d)

$97-\ \because |w|=8,|u|=2\ ,z=r(\cos(\theta)+i\sin(\theta))\ ,\theta_w=\frac{\pi}{6}+\theta_u$

$\therefore z=\frac{w}{u}=\frac{r_w}{r_u}(\cos(\theta_w-\theta_u)+i\sin(\theta_w-\theta_u))$

$\Longrightarrow z=\frac{w}{u}=\frac{8}{2}(\cos\left(\frac{\pi}{6}+\theta_u-\theta_u\right)+i\sin(\frac{\pi}{6}+\theta_u-\theta_u))$

$\Longrightarrow z=\frac{w}{u}=4(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right))$



الإجابة الصحيحة هي (b)

$98-\because w=\frac{1}{-\sqrt{3}+i}$

$\therefore w=\frac{1}{-\sqrt{3}+i}\times\frac{-\sqrt{3}-i}{-\sqrt{3}-i}=\frac{-\sqrt{3}-i}{3+i\sqrt{3}-i\sqrt{3}-i^2}=\frac{-\sqrt{3}-i}{3+1}=\frac{-\sqrt{3}-i}{4}=\frac{-\sqrt{3}}{4}-\frac{i}{4}$

$\therefore |w|=r=\sqrt{(a)^2+(b)^2}=\sqrt{(\frac{-\sqrt{3}}{4})^2+(\frac{-1}{4})^2}=\sqrt{\frac{3}{16}+\frac{1}{16}}=\sqrt{\frac{4}{16}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$99-\ \because w=\frac{-\sqrt{3}}{4}-\frac{i}{4}$

$\therefore \mathcal{Arg}(w)=-(\pi-tan^{-1}\frac{b}{a})=-(\pi-tan^{-1}\frac{\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{4}})=-(\pi-tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}})=-\pi+\frac{\pi}{6}=\frac{-6\pi+\pi}{6}=\frac{-5\pi}{6}$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$100-\ \because |w| = \frac{1}{2}, Arg(w) = \frac{-5\pi}{6}, w = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$

$\therefore w = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)\right) = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) - i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$

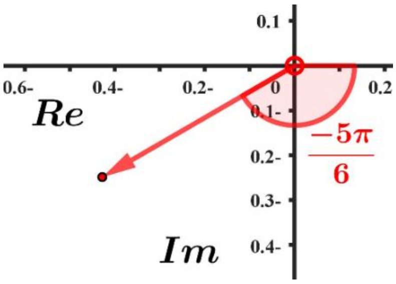
الإجابة الصحيحة هي (a)

$101-\ \because w = \frac{-\sqrt{3}}{4} - \frac{i}{4}$

$\therefore \overline{w} = \frac{-\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{4}$

الإجابة الصحيحة هي (b)

$102-\ \because w = \frac{-\sqrt{3}}{4} - \frac{i}{4}, |w| = \frac{1}{2}, Arg(w) = \frac{-5\pi}{6}$



الإجابة الصحيحة هي (d)

$103-\ \because |w| = \frac{1}{2}, Arg(w) = \frac{-5\pi}{6}$

$\because \overline{w} = \frac{-\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{4}, |\overline{w}| = |w| = \frac{1}{2}, Arg(\overline{w}) = -Arg(w) = \frac{5\pi}{6}, \overline{w} = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$

$\therefore \overline{w} = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$104-\ \because w = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)\right), \overline{w} = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$

$\therefore w.\overline{w} = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)\right) \times \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$

$\therefore w.\overline{w} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{-5\pi}{6} + \frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-5\pi}{6} + \frac{5\pi}{6}\right)\right) = \frac{1}{4}(\cos(0) + i\sin(0))$

الإجابة الصحيحة هي (b)

$105-\ \because w = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)\right), \overline{w} = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$

$\therefore w \div \overline{w} = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)\right) \div \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$

$\therefore w \div \overline{w} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{-5\pi}{6} - \frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-5\pi}{6} - \frac{5\pi}{6}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{-10\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-10\pi}{6}\right)\right.$

$\therefore w \div \overline{w} = \left(\cos\left(\frac{10\pi}{6}\right) - i\sin\left(\frac{10\pi}{6}\right)\right.$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$106-\ \because z = 5i = 0 + 5i$

$\therefore Arg(z) = \tan^{-1}\frac{5}{0} = \frac{\pi}{2}$

الإجابة الصحيحة هي (c)

107- $\because z = 5i = 0 + 5i \Rightarrow \bar{z} = 0 - 5i$

$\therefore Arg(\bar{z}) = -\tan^{-1}\frac{5}{0} = -\frac{\pi}{2}$, $|z| = r = \sqrt{(0)^2 + (-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

$\therefore \bar{z} = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = 5(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin(-\frac{\pi}{2})) = 5(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right))$

الإجابة الصحيحة هي (a)

108- $\because Arg(z) = \frac{\pi}{2}$, $\because Arg(\bar{z}) = -\frac{\pi}{2}$

$\therefore Arg(z.\bar{z}) = Arg(z) + Arg(\bar{z}) = \frac{\pi}{2} + \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0$

الإجابة الصحيحة هي (d)

109- $\because Arg(z) = \frac{\pi}{2}$, $\because Arg(\bar{z}) = -\frac{\pi}{2}$

$\therefore Arg(z \div \bar{z}) = Arg(z) - Arg(\bar{z}) = \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$

الإجابة الصحيحة هي (c)

110- $\because z = 1 - i\sqrt{3} \Rightarrow -z = -\left(1 - i\sqrt{3}\right) = -1 + i\sqrt{3}$

$\therefore |z| = \sqrt{(1)^2 + \left(-\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$

$\therefore |\bar{z}| = \sqrt{(-1)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$

$\therefore |-z| - |z| = 2 - 2 = 0$

الإجابة الصحيحة هي (c)

111- $\because \bar{z} = 2i$, $w = 1 + i$, $\Rightarrow z = -2i$

$\therefore zw = (-2i) \times (1 + i) = -2i - 2i^2 = -2i - 2(-1) = -2i + 2 = 2 - 2i$

$\therefore \frac{2+3i}{zw} = \frac{2+3i}{2-2i} \times \frac{2+2i}{2+2i} = \frac{4+4i+6i+6i^2}{4+4i-4i-4i^2} = \frac{4+10i+6(-1)}{4-4(-1)} = \frac{4-6+10i}{4+4} = \frac{-2+10i}{8} = \frac{-2}{8} + \frac{10i}{8} = \frac{-1}{4} + \frac{5i}{4}$

الإجابة الصحيحة هي (a)

112- $\because w = 1 + i \Rightarrow \bar{w} = 1 - i$

$\therefore Arg(\bar{w}) = -\tan^{-1}\frac{1}{1} = -\frac{\pi}{4}$, $|z| = r = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$\therefore \bar{w} = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = \sqrt{2}(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin(-\frac{\pi}{4})) = \sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - i\sin(\frac{\pi}{4}))$

الإجابة الصحيحة هي (b)

113- $\because z = 1 + i \Rightarrow \bar{z} = 1 - i$

$\therefore \frac{1}{2}z\bar{z} = \frac{1}{2}\left((1+i)(1-i)\right) = \frac{1}{2}(1 - i + i - i^2) = \frac{1}{2}\left(1 - (-1)\right) = \frac{1}{2}(1+1) = \frac{1}{2}(2) = 1$

$\therefore \left|\frac{1}{2}z\bar{z}\right| = \sqrt{(1)^2 + (0)^2} = \sqrt{1} = 1$

الإجابة الصحيحة هي (a)

114- $\because v = 1 - i$

$\therefore 3v = 3(1 - i) = 3 - 3i$

الإجابة الصحيحة هي (a)

115- $\because u = 3 - i, v = 2 + 4i$

$\therefore u - v = (3 - i) - (2 + 4i) = (3 - 2) + (-1 - 4)i = 1 + (-5)i = 1 - 5i$

$\therefore \overline{u - v} = 1 + 5i$

الإجابة الصحيحة هي (b)

116- $\because z = 3-4i, v = 2+4i$

$\therefore 2z = 2(3-4i) = 6-8i$
$\therefore v+2z = (2+4i)+(6-8i) = (2+6)+\big(4+(-8)\big)i = 8+(-4)i = 8-4i$
$\therefore \overline{v+2z} = 8+4i$

الإجابة الصحيحة هي (b)

117- $\because z = 3-4i, v = 2+4i$

$\therefore v \div z = \frac{2+4i}{3-4i} = \frac{2+4i}{3-4i} \times \frac{3+4i}{3+4i} = \frac{6+8i+12i+16i^2}{9+12i-12i-16i^2} = \frac{6+20i+16(-1)}{9-16(-1)} = \frac{-10+20i}{25} = \frac{-10}{25} + \frac{20i}{25} = \frac{-2}{5} + \frac{4i}{5}$

الإجابة الصحيحة هي (b)

118- $\because z = \frac{\sqrt{-3}+1}{2i}$,1- $\because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$\therefore z = \frac{\sqrt{-3}+1}{2i} = \frac{\sqrt{-3}+1}{2i} \times \frac{i}{i} = \frac{i\sqrt{-3}+i}{2i^2} = \frac{i(\sqrt{-1\times 3})+i}{-2} = \frac{i(\sqrt{-1}\times\sqrt{3})+i}{-2} = \frac{i(i\times\sqrt{3})+i}{-2} = \frac{i^2\sqrt{3}+i}{-2} = \frac{-\sqrt{3}+i}{-2}$
$\therefore z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{-2} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \Rightarrow \overline{z} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$
$\therefore z - \overline{z} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)i = 0 + \frac{-2}{2}i = -i$
$\therefore (z-\overline{z})^{4t} = (-i)^{4t} = ((-i)^2)^{2t} = (((i)^2)^2)^t = ((-1)^2)^t = 1^t = 1$

الإجابة الصحيحة هي (a)

119- $\because z = 3+4i \Rightarrow \overline{z} = 3-4i$

$\therefore z\overline{z} = (3+4i)\times(3-4i) = 9+12i-12i-16i^2 = 9-16i^2 = 9-(-1)16 = 9+16 = 25$

الإجابة الصحيحة هي (b)

120- $\because z = 3+4i \Rightarrow \overline{z} = 3-4i\ , z\overline{z} = 25$

$\therefore z^2 = (3+4i)^2 = 9+24i+16i^2 = 9-16+24i = -7+24i$
$\therefore \overline{z}^2 = (3-4i)^2 = 9-24i-16i^2 = 9+16-24i = 25-24i$
$\therefore z^2 - z\overline{z} + (\overline{z})^2 = (-7+24i)-(25)+(25-24i) = (-7-25+25)+(24-0+(-24))i$
$\therefore z^2 - z\overline{z} + (\overline{z})^2 = -7+0i = -7$

الإجابة الصحيحة هي (a)

121- $\because |z| = 5\sqrt{5}, Arg(z) = \tan^{-1}(\frac{1}{2})$

$\because |z| = \sqrt{(a)^2+(b)^2} = 5\sqrt{5} \Rightarrow a^2+b^2 = 125 \qquad (1)$
$\because Arg(z) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) \Rightarrow a = 2b \qquad (2)$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الاولى

$\therefore 4b^2+b^2 = 125 \Rightarrow 5b^2 = 125 \Rightarrow b^2 = 25 \Rightarrow b = 5, a = 2\times 5 = 10$
$\therefore z = a+ib \Rightarrow z = 10+5i$
$\therefore \frac{z}{3+4i} = \frac{10+5i}{3+4i} \times \frac{3-4i}{3-4i} = \frac{30-40i+15i-20i^2}{9-12i+12i-16i^2} = \frac{30-25i-20(-1)}{9-16(-1)} = \frac{30+20-25i}{9+16} = \frac{50-25i}{25} = 2-i$
$\because \frac{z}{3+4i} = p+iq \Rightarrow 2-i = p+iq \Rightarrow p = 2, q = -1 \Rightarrow p+q = 2+(-1) = 2-1 = 1$

الإجابة الصحيحة هي (a)

122- $\because w = \sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$\therefore w = \sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}) = 1+i$

الإجابة الصحيحة هي (c)

123- $\because v = 2(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

$\therefore v = 2(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}) = -1 + i\sqrt{3}$

الإجابة الصحيحة هي (d)

124- $\because \theta = \frac{\pi}{3}\ , |w| = 3$

$\therefore w = 3(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3(\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}) = \frac{3}{2} + \frac{3i\sqrt{3}}{2}$

الإجابة الصحيحة هي (d)

125- $\because \theta = \pi\ , |v| = 4$

$\therefore v = 4(\cos(\pi) + i\sin(\pi) = 4(-1 + (0)i) = -4 + 0i = -4$

الإجابة الصحيحة هي (c)

126- $\because \theta = \frac{3\pi}{4}\ , |u| = 3$

$\therefore u = 3(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 3(\frac{-1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}) = \frac{-3}{\sqrt{2}} + \frac{3i}{\sqrt{2}}$

الإجابة الصحيحة هي (d)

127- $\because z = \frac{\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2})}{\frac{1}{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{4})}$

$\therefore z = \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}) = 2 + 2i$

الإجابة الصحيحة هي (d)

128- $\because z = -(\cos(\pi) + i\sin(\pi))$

$\therefore z = -(\cos(\pi) + i\sin(\pi)) = -(-1 + 0i) = 1 - 0i = 1$

الإجابة الصحيحة هي (a)

129- $\because z = (\cos(\frac{7\pi}{6}) + i\sin(\frac{7\pi}{6}))$

$\therefore z = (\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)) = (-\frac{\sqrt{3}}{2} + (-\frac{1}{2}i)) = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

الإجابة الصحيحة هي (d)

130- $\because z = 3(\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2}))$

$\therefore z = 3(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)) = 3(0 + (1i)) = 0 + 3i = 3i$

الإجابة الصحيحة هي (a)

131- $\because z = 5(\cos(\frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3}))$

$\therefore z = 5(\cos(\frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3})) = 5(\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}) = \frac{5}{2} + \frac{5i\sqrt{3}}{2}$

الإجابة الصحيحة هي (c)

132- $\because z = \frac{1}{-5+3i}$

$\therefore z = \frac{1}{-5+3i} \times \frac{-5-3i}{-5-3i} = \frac{-5-3i}{25-15i+15i-9i^2} = \frac{-5-3i}{25-9(-1)} = \frac{-5-3i}{25+9} = \frac{-5-3i}{34} = \frac{-5}{34} - \frac{3i}{34}$

الإجابة الصحيحة هي (b)

133- $\because z = -6 + 2\sqrt{3}i$

$$\therefore Arg(z) = \pi - tan^{-1}\frac{2\sqrt{3}}{6} = \pi - tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{3} = \pi - tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$|z| = r = \sqrt{(-6)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{36 + 12} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore z = r(cos(\theta) + i\,sin(\theta)) = 4\sqrt{3}(cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\,sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

134- $\because \theta = \frac{\pi}{3}$, $|u| = 5$

$$\therefore u = 5(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

135- $\because z = 2 - 2i$

$$\therefore Arg(z) = -tan^{-1}\frac{2}{2} = -tan^{-1}1 = -\frac{\pi}{4}$$

$$|z| = r = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore z = r(cos(\theta) + i\,sin(\theta)) = 2\sqrt{2}(cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\,sin\left(-\frac{\pi}{4}\right))$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

136- $\because z = \frac{18+2i}{5-4i}$

$$\therefore z = \frac{18+2i}{5-4i} \times \frac{5+4i}{5+4i} = \frac{90+72i+10i+8i^2}{25-20i+20i-16i^2} = \frac{90+82i+8(-1)}{25-16(-1)} = \frac{90-8+82i}{25+16} = \frac{82+82i}{41} = 2 + 2i$$

$$\therefore Arg(z) = tan^{-1}\frac{2}{2} = tan^{-1}1 = \frac{\pi}{4}$$

$$|z| = r = \sqrt{(2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore z = r(cos(\theta) + i\,sin(\theta)) = 2\sqrt{2}(cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\,sin\left(\frac{\pi}{4}\right))$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

137- $\because z = \frac{1}{i}$

$$\therefore z = \frac{1}{i} \times \frac{i}{i} = \frac{i}{i^2} = \frac{i}{(-1)} = -i = 0 - i$$

$$\therefore Arg(z) = -tan^{-1}\frac{1}{0} = -\frac{\pi}{2}$$

$$|z| = r = \sqrt{(0)^2 + (-1)^2} = \sqrt{1} = 1$$

$$\therefore z = r(cos(\theta) + i\,sin(\theta)) = (cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\,sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)) = (cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - i\,sin\left(\frac{\pi}{2}\right))$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

138- $\because z = \frac{-4}{\sqrt{3}+i}$

$$\therefore z = \frac{-4}{\sqrt{3}+i} \times \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i} = \frac{-4\sqrt{3}+4i}{3+i\sqrt{3}-i\sqrt{3}-i^2} = \frac{-4\sqrt{3}+4i}{3-(-1)} = \frac{-4\sqrt{3}+4i}{4} = -\sqrt{3} + i$$

$$\therefore Arg(z) = \pi - tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$|z| = r = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + (1)^2} = \sqrt{3 + 1} = \sqrt{4} = 2$$

$$\therefore z = r(cos(\theta) + i\,sin(\theta)) = 2(cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\,sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

139- $\because w = 5(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right))\ , z = 2(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right))$

$\therefore zw = r_z r_w(\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2)) = 10(\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right))$

$\therefore zw = 10(\cos\left(\frac{9\pi+\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{9\pi+\pi}{6}\right)) = 10(\cos\left(\frac{10\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{10\pi}{6}\right)) = 10(\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right))$

الإجابة الصحيحة هي (c)

140- $\because w = 4(\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) - i\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right), v = \left(\cos\left(\frac{-\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{2}\right)\right)\ , u = 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$

$w = 4(\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) - i\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 4(\cos\left(-\frac{5\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{5\pi}{12}\right)$

$\therefore uv = r_u r_v(\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2)) = 2\sqrt{2}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}+(-\frac{\pi}{2})\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}+(-\frac{\pi}{2})\right))$

$\therefore uv = 2\sqrt{2}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{2}\right)) = 2\sqrt{2}(\cos\left(\frac{5\pi-3\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi-3\pi}{6}\right))$

$\therefore uv = 2\sqrt{2}(\cos\left(\frac{2\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{6}\right)) = 2\sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right))$

$\therefore \frac{uv}{w} = \frac{r_u r_v}{r_w}(\cos((\theta_1+\theta_2)-\theta_3) + i\sin((\theta_1+\theta_2)-\theta_3))$

$\therefore \frac{uv}{w} = \frac{2\sqrt{2}}{4}(\cos\left(\frac{\pi}{3}-(-\frac{5\pi}{12})\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}-(-\frac{5\pi}{12})\right)) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\left(\frac{4\pi+5\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi+5\pi}{12}\right))$

$\therefore \frac{uv}{w} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\left(\frac{9\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{9\pi}{12}\right)) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right))$

الإجابة الصحيحة هي (d)

141- $\because \frac{uv}{w} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right))$

$\therefore \frac{uv}{w} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{i}{2}$

الإجابة الصحيحة هي (b)

142- $\because |u| = \sqrt{3}, \mathcal{Arg}(u) = \frac{7\pi}{12}$

$\therefore u = \sqrt{3}(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right))$

الإجابة الصحيحة هي (b)

143- $\because v = -9 + 3\sqrt{3}i$

$\therefore \mathcal{Arg}(v) = \pi - \tan^{-1}(\frac{3\sqrt{3}}{9}) = \pi - \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

$|v| = r = \sqrt{(-9)^2 + \left(3\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{81+27} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

$\therefore v = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = 6\sqrt{3}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$

الإجابة الصحيحة هي (c)

144- $\because u = \sqrt{3}(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right))\ , v = 6\sqrt{3}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$

$\therefore vu = r_v r_u(\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2))$

$\therefore vu = (6\sqrt{3}\times\sqrt{3})(\cos\left(\frac{5\pi}{6}+\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}+\frac{7\pi}{12}\right)) = 18(\cos\left(\frac{10\pi+7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{10\pi+7\pi}{12}\right))$

$\therefore vu = 18(\cos\left(\frac{17\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{17\pi}{12}\right))$

الإجابة الصحيحة هي (a)

145- $\because u = \sqrt{3}(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right))\ , v = 6\sqrt{3}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$

$\therefore \frac{v}{u} = \frac{r_v}{r_u}(\cos(\theta_1-\theta_2) + i\sin(\theta_1-\theta_2))$

$\therefore \frac{v}{u} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}-\frac{7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}-\frac{7\pi}{12}\right)) = 6(\cos\left(\frac{10\pi-7\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{10\pi-7\pi}{12}\right))$

$\therefore \frac{v}{u} = 6(\cos\left(\frac{3\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{12}\right)) = 6(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right))$

الإجابة الصحيحة هي (d)

146- $\because x^2 - iy^2 = 9 - 25i$

$\therefore x^2 = 9 , -iy^2 = -25i \Rightarrow y^2 = 25$
$\therefore x^2 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{9} = \pm 3 , y^2 = 25 \Rightarrow y = \sqrt{25} = \pm 5 \Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = (\pm 3, \pm 5)$

الإجابة الصحيحة هي (d)

147- $\because 3x - 2iy = (5 - i)^2$

$\therefore 3x - 2iy = (5 - i)^2 = 25 - 10i + i^2 = 25 - 10i + (-1) = 24 - 10i$
$3x = 24, -2iy = -10i \Rightarrow x = 8 , -2y = -10 \Rightarrow y = 5$
$\Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = (8, 5)$

الإجابة الصحيحة هي (a)

148- $\because 2x - 8iy = -10 + 4i$

$\therefore 2x - 8iy = -10 + 4i \Rightarrow 2x = -10, -8iy = 4i \Rightarrow x = -5 , -8y = 4 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$
$\Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = (-5, -\frac{1}{2})$

الإجابة الصحيحة هي (b)

149- $\because 7i = (x + 3i)(y - i) - 9$

$\therefore 7i = (xy - ix + 3iy - 3i^2) - 9 \Rightarrow 9 + 7i = (xy - ix + 3iy - 3(-1))$
$\Rightarrow 9 + 7i = (xy - ix + 3iy + 3) \Rightarrow 9 + 7i - 3 = xy - ix + 3iy \Rightarrow 6 + 7i = xy - ix + 3iy$
$\Rightarrow 6 + 7i = xy - i(x - 3y)$
$\therefore xy = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{x} \qquad (1)$
$\therefore x - 3y = 7 \qquad (2)$

بتعويض المعادلة الاولى في المعادلة الثانية

$\therefore x - 3\left(\frac{6}{x}\right) = 7 \Rightarrow x^2 - 18 = 7x \Rightarrow x^2 - 7x - 18 = 0 \Rightarrow (x - 9)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 9, -2$
$\Rightarrow \because x = 9 \Rightarrow \therefore y = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} , \because x = -2 \Rightarrow \therefore y = \frac{6}{-2} = -3 \Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = \left(9, \frac{2}{3}\right), (-2, -3)$

الإجابة الصحيحة هي (b)

150- $\because x + 3 - 4iy = i(8 + iy)$

$\therefore x + 3 - 4iy = i(8 + iy) \Rightarrow x + 3 - 4iy = 8i + i^2 y \Rightarrow x + 3 - 4iy = 8i + (-1)y$
$\Rightarrow x + 3 - 4iy = 8i - y \Rightarrow (x + 3) - 4iy = -y + 8i$
$\therefore x + 3 = -y \qquad (1)$
$\therefore -4y = 8 \qquad (2)$

بحل المعادلة الثانية وبتعويض الناتج في المعادلة الاولى

$\therefore y = \frac{8}{-4} = -2 \Rightarrow x + 3 = -(-2) \Rightarrow x + 3 = 2 \Rightarrow x = -1$
$\Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = (-1, -2)$

الإجابة الصحيحة هي (b)

151- $\because x(3 + 2i) + y(2 - 2i) = 1 + 4i$

$\therefore x(3 + 2i) + y(2 - 2i) = 1 + 4i \Rightarrow 3x + 2ix + 2y - 2iy = 1 + 4i$
$\Rightarrow (3x + 2y) + i(2x - 2y) = 1 + 4i$
$\therefore 3x + 2y = 1 \qquad (1)$
$\therefore 2x - 2y = 4 \qquad (2)$

بجمع المعادلتين الأولى والثانية

$5x = 5 \Rightarrow x = 1 , 3 + 2y = 1 \Rightarrow 2y = 1 - 3 = -2 \Rightarrow y = -1$
$\Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = (1, -1)$

الإجابة الصحيحة هي (d)

152- $\because x^2 - y^2 + i(x+y) = 3(1+i)$

$\therefore x^2 - y^2 + i(x+y) = 3(1+i) \Rightarrow x^2 - y^2 + i(x+y) = 3 + 3i$
$\therefore x^2 - y^2 = 3 \qquad (1)$
$\therefore x + y = 3 \Rightarrow x = 3 - y \qquad (2)$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الاولى

$\Rightarrow (3-y)^2 - y^2 = 3 \Rightarrow 9 - 6y + y^2 - y^2 = 3 \Rightarrow 9 - 6y = 3 \Rightarrow -6y = 3 - 9 \Rightarrow -6y = -6$
$\Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = 3 - 1 = 2$
$\Rightarrow \therefore (x,y) \in \mathcal{R} = (2,1)$

الإجابة الصحيحة هي (a)

153- $\because \frac{x+iy}{1-i} + \frac{2x+3iy}{1+i} = \frac{7}{2}$

$\therefore \frac{x+iy}{1-i} \times \frac{1+i}{1+i} = \frac{x+ix+iy+i^2y}{1-i+i-i^2} = \frac{x+ix+iy+(-1)y}{1-(-1)} = \frac{x+ix+iy-y}{2}$
$\therefore \frac{2x+3iy}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i} = \frac{2x-2ix+3iy-3i^2y}{1-i+i-i^2} = \frac{x-2ix+3iy-3(-1)y}{1-(-1)} = \frac{x-2ix+3iy+3y}{2}$
$\therefore \frac{x+iy}{1-i} + \frac{2x+3iy}{1+i} = \frac{x+ix+iy-y}{2} + \frac{x-2ix+3iy+3y}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{x+ix+iy-y+x-2ix+3iy+3y}{2} = \frac{7}{2}$
$\Rightarrow \frac{2x-ix+4iy+2y}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{(2x+2y)+i(-x+4y)}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{(2x+2y)}{2} + \frac{i(-x+4y)}{2} = \frac{7}{2} + 0i$
$\therefore 2x + 2y = 7 \qquad (1)$
$\therefore -x + 4y = 0 \Rightarrow -x = -4y \Rightarrow x = 4y \qquad (2)$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الاولى

$\Rightarrow 2(4y) + 2y = 7 \Rightarrow 8y + 2y = 7 \Rightarrow 10y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{10} \Rightarrow x = 4\left(\frac{7}{10}\right) = \frac{28}{10}$
$\Rightarrow \therefore (x,y) \in \mathcal{R} = (\frac{28}{10}, \frac{7}{10})$

الإجابة الصحيحة هي (c)

154- $\because x + iy = \frac{4+i\sqrt{2}}{3-i\sqrt{2}}$

$\therefore \frac{4+i\sqrt{2}}{3-i\sqrt{2}} = \frac{4+i\sqrt{2}}{3-i\sqrt{2}} \times \frac{3+i\sqrt{2}}{3+i\sqrt{2}} = \frac{12+4i\sqrt{2}+3i\sqrt{2}+i^2(\sqrt{2})^2}{9+3i\sqrt{2}-3i\sqrt{2}-i^2(\sqrt{2})^2} = \frac{12+7i\sqrt{2}+(-1\times 2)}{9-(-1\times 2)} = \frac{12+7i\sqrt{2}-2}{9+2} = \frac{10+7i\sqrt{2}}{11} = \frac{10}{11} + \frac{7i\sqrt{2}}{11}$
$\therefore \Rightarrow x + iy = \frac{4+i\sqrt{2}}{3-i\sqrt{2}} \Rightarrow x + iy = \frac{10}{11} + \frac{7i\sqrt{2}}{11}$
$\therefore x = \frac{10}{11}, y = 7\sqrt{2}$
$\Rightarrow \therefore (x,y) \in \mathcal{R} = (\frac{10}{11}, \frac{7\sqrt{2}}{11})$

الإجابة الصحيحة هي (c)

155- $\because (2y+1) - i(2x-1) = -8 + 3i$

$\therefore 2y + 1 = -8 \Rightarrow 2y = -9 \Rightarrow y = \frac{-9}{2}$
$\Rightarrow -(2x-1) = 3 \Rightarrow -2x + 1 = 3 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x = -1$
$\Rightarrow \therefore (x,y) \in \mathcal{R} = (-1, -\frac{9}{2})$

الإجابة الصحيحة هي (c)

156- $\because z = (x^2 + x) + i(x^2 + y - 1)$

$\therefore z = 0 \Rightarrow (a,b) = (0,0) \Rightarrow \therefore (x^2 + x) = 0, i(x^2 + y - 1) = 0$
$\Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0, -1$
$\therefore x^2 + y - 1 = 0 \Rightarrow 0 + y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1, x = 0$
$\therefore x^2 + y - 1 = 0 \Rightarrow 1 + y - 1 = 0 \Rightarrow y = 0, x = -1$
$\Rightarrow \therefore (x,y) \in \mathcal{R} = (0,1), (-1,0)$

الإجابة الصحيحة هي (c)

157- $\because (\sqrt{x}) + i\sqrt{-xy} = 2 + 6i$

$$\therefore (\sqrt{x}) + \sqrt{-xy}i = 2 + 6i \Rightarrow (\sqrt{x}) + i\sqrt{-1 \times xy} = 2 + 6i \Rightarrow (\sqrt{x}) + (\sqrt{-1} \times i\sqrt{xy}) = 2 + 6i$$
$$\Rightarrow (\sqrt{x}) + (i \times i\sqrt{xy}) = 2 + 6i \Rightarrow (\sqrt{x}) + (-\sqrt{xy}) = 2 + 6i \Rightarrow (\sqrt{x}) - (\sqrt{xy}) = 2 + 6i$$
$$\Rightarrow (\sqrt{x}) - (\sqrt{xy}) = 2 + 6i \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow \therefore x = 4 , -\sqrt{xy} = 6i \Rightarrow -xy = -36$$
$$\Rightarrow xy = 36 \Rightarrow 4y = 36 \Rightarrow y = 9$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

158- $\because (2 - 4i) + x = -5 + i , x = a + ib$

$$\therefore (2 - 4i) + x = -5 + i \Rightarrow (2 + a) + (-4 + b)i = -5 + i$$
$$\therefore 2 + a = -5 \Rightarrow a - 7 , -4 + b = 1 \Rightarrow b = 5$$
$$\Rightarrow \therefore x = -7 + 5i$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

159- $\because x + iy = \frac{a+ib}{a-ib}$

$$\therefore x + iy = \frac{a+ib}{a-ib} \Rightarrow \frac{a+ib}{a-ib} \times \frac{a+ib}{a+ib} = \frac{a^2+2iab+i^2b^2}{a^2-iab+iab+i^2b^2} = \frac{a^2+2iab-b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2-b^2}{a^2-b^2} + \frac{2iab}{a^2-b^2} = 1 + \frac{2iab}{a^2-b^2}$$
$$\therefore x = 1 \Rightarrow x^2 = 1 , iy = \frac{2iab}{a^2-b^2} \Rightarrow i^2y^2 = \frac{4i^2a^2b^2}{(a^2-b^2)^2} \Rightarrow -y^2 = \frac{-4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2} \Rightarrow y^2 = \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$$
$$\Rightarrow \therefore x^2 - y^2 = 1 - \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

160- $\because x + iy = \frac{a+ib}{a-ib}$

$$\Rightarrow x^2 = 1 , y^2 = \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$$
$$\Rightarrow \therefore x^2 + y^2 = 1 + \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

161- $\because (x + iy)(1 - i) = 2 - i$

$$\Rightarrow (x + iy)(1 - i) = 2 - i \Rightarrow x - ix + iy - i^2y = 2 - i \Rightarrow (x + y) + i(-x + y) = 2 - i$$
$$\therefore x + y = 2 \qquad (1)$$
$$\therefore -x + y = -1 \qquad (2)$$

بجمع المعادلتين الأولى والثانية

$$\Rightarrow \therefore 2y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2} , x + \frac{1}{2} = 2 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow \therefore 2(x^3 + y^3) = 2(\frac{27}{8} + \frac{1}{8}) = 2(\frac{28}{8}) = 7$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

162- $\because 11 + 3i = (x + iy)(2x - iy)$

$$\Rightarrow 11 + 3i = (x + iy)(2x - iy) \Rightarrow 11 + 3i = 2x^2 - ixy + 2ixy - i^2y^2$$
$$\Rightarrow 11 + 3i = 2x^2 + ixy + y^2 \Rightarrow 11 + 3i = 2x^2 + y^2 + ixy$$
$$\therefore 2x^2 + y^2 = 11 \qquad (1)$$
$$\therefore xy = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{x} \qquad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الاولى

$$\Rightarrow \therefore 2x^2 + \frac{9}{x^2} = 11 \Rightarrow 2x^4 + 9 = 11x^2 \Rightarrow 2x^4 - 11x^2 + 9 = 0 \Rightarrow (2x^2 - 9)(x^2 - 1) = 0$$
$$\Rightarrow \therefore 2x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \pm\frac{3}{\sqrt{2}} , x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$
$$\because x = \frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = \frac{3}{\frac{3}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}, \because x = -\frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = \frac{3}{-\frac{3}{\sqrt{2}}} = -\sqrt{2}, \because x = 1 \Rightarrow y = \frac{3}{1} = 3, \because x = -1$$

$\Rightarrow y = \frac{3}{-1} = -3$
$\Rightarrow \therefore x^2 - y^2 = \frac{9}{2} - 2 = \frac{5}{2} \ , (x, y) = (\pm\frac{3}{\sqrt{2}}, \pm\sqrt{2})$
$\Rightarrow \therefore x^2 - y^2 = 1 - 9 = -8 \ , (x, y) = (\pm 1, \pm 3)$
$\therefore x^2 - y^2 = -8, \frac{5}{2}$

الإجابة الصحيحة هي (a)

163- $\because 2z - 3\bar{z} = 5 + 10i \, , z = a + ib, \bar{z} = a - ib$

$\Rightarrow 2z - 3\bar{z} = 5 + 10i \Rightarrow 2(a + ib) - 3(a - ib) = 5 + 10i$
$\Rightarrow (2a + 2ib) - (3a - 3ib) = 5 + 10i \Rightarrow (2a - 3a) + i(2b + 3b) = 5 + 10i$
$\therefore -a = 5 \Rightarrow a = -5 \, , 5b = 10 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow (a, b) = (-5, 2)$

الإجابة الصحيحة هي (b)

164- $\because \frac{i}{i+3} = \frac{1+3i}{k}$

$\Rightarrow \therefore ik = (i + 3)(1 + 3i) \Rightarrow ik = i + 3 + 3i^2 + 9i \Rightarrow ik = 10i + 3 + (-1)3 \Rightarrow ik = 10i + 3 - 3$
$\Rightarrow ik = 10i \Rightarrow \therefore k = 10$

الإجابة الصحيحة هي (d)

165- $\because 2 + 3i = \frac{a^2+b^2}{a+ib}$

$\Rightarrow \therefore 2 + 3i = \frac{a^2+b^2}{a+ib} \Rightarrow (2 + 3i)(a + ib) = a^2 + b^2 \Rightarrow 2a + 2ib + 3ia + 3i^2 b = a^2 + b^2$
$\Rightarrow 2a + (2b + 3a)i - 3b = a^2 + b^2 \Rightarrow (2a - 3b) + (2b + 3a)i = (a^2 + b^2) + 0i$
$\therefore 2a - 3b = a^2 + b^2 \qquad (1)$
$\therefore 2b + 3a = 0 \Rightarrow 3a = -2b \Rightarrow a = \frac{-2b}{3} \qquad (2)$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الاولى

$\Rightarrow \therefore 2\left(\frac{-2b}{3}\right) - 3b = \left(\frac{-2b}{3}\right)^2 + b^2 \Rightarrow \frac{-4b}{3} - 3b = \frac{4b^2}{9} + b^2 \Rightarrow \frac{-4b-9}{3} = \frac{4b^2+9b^2}{9} \Rightarrow \frac{-13b}{3} = \frac{13b^2}{9}$
$\Rightarrow \therefore -13b \times 9 = 13b^2 \times 3 \Rightarrow -3b = b^2 \Rightarrow b^2 + 3b = 0 \Rightarrow b(b + 3) = 0 \Rightarrow b = 0, -3$
$\Rightarrow 2(0) + 3a = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow -6 + 3a = 0 \Rightarrow a = 2 \, , a, b = 0_{\text{مرفوض}} \Rightarrow 2 + 3i \neq 0$
$\Rightarrow \therefore ab = -2 \times 3 = -6$

الإجابة الصحيحة هي (b)

166- $\because (x + 2iy) \Rightarrow \therefore (x - 2iy) = (1 + i)^5$

$\Rightarrow \therefore (1 + i)^5 = (1 + i)(1 + i)^4 = (1 + i)((1 + i)^2)^2 = (1 + i)(1 + i^2 + 2i)^2 = (1 + i)(1 - 1 + 2i)^2$
$\Rightarrow (1 + i)(2i)^2 = (1 + i)(4i^2) = (1 + i)(-4) = -4 - 4i$
$\therefore x - 2iy = -4 - 4i \Rightarrow x = -4, -2y = -4 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = (-4, 2)$

الإجابة الصحيحة هي (c)

167- $\because \sqrt{w} = x + iy \Rightarrow w = (x + iy)^2$

$\Rightarrow \therefore w = 8 + 6i \Rightarrow (x + iy)^2 = 8 + 6i \Rightarrow x^2 + 2ixy + i^2 y^2 = 8 + 6i \Rightarrow x^2 + 2ixy - y^2 = 8 + 6i$
$\Rightarrow (x^2 - y^2) + 2ixy = 8 + 6i$
$\therefore x^2 - y^2 = 8 \qquad (1)$
$\therefore 2xy = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{2x} = \frac{3}{x} \qquad (2)$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\Rightarrow\therefore x^2-\left(\frac{3}{x}\right)^2=8\Rightarrow x^2-\frac{9}{x^2}=8\Rightarrow x^4-8x^2-9=0\Rightarrow(x^2-9)(x^2+1)=0$$
$$\Rightarrow x^2=9\ or-1\Rightarrow\therefore x=\pm3, x\in\mathcal{R}\Rightarrow y=\frac{3}{x}\Rightarrow\frac{3}{\pm3}=\pm1\Rightarrow x+iy=-3-i\,,3+i$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

168- $\because\sqrt{z}=x+iy\Rightarrow z=(x+iy)^2$

$$\Rightarrow\therefore z=-2i\Rightarrow(x+iy)^2=-2i\Rightarrow x^2+2ixy+i^2y^2=-2i\Rightarrow x^2+2ixy-y^2=-2i$$
$$\Rightarrow(x^2-y^2)+2ixy=-2i$$
$$\therefore x^2-y^2=0 \qquad (1)$$
$$\therefore 2xy=-2\Rightarrow y=\frac{-1}{x} \qquad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\Rightarrow\therefore x^2-\left(\frac{-1}{x}\right)^2=0\Rightarrow x^2-\frac{1}{x^2}=0\Rightarrow x^4-1=0\Rightarrow x^4=1$$
$$\Rightarrow\therefore x=\pm1, x\in\mathcal{R}\Rightarrow y=\frac{-1}{x}\Rightarrow\frac{-1}{\pm1}=\mp1\Rightarrow x+iy=-1+i\,,1-i$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

169- $\because\sqrt{u}=x+iy\Rightarrow u=(x+iy)^2$

$$\Rightarrow\therefore u=-6i\Rightarrow(x+iy)^2=-6i\Rightarrow x^2+2ixy+i^2y^2=-6i\Rightarrow x^2+2ixy-y^2=-6i$$
$$\Rightarrow(x^2-y^2)+2ixy=-6i$$
$$\therefore x^2-y^2=0 \qquad (1)$$
$$\therefore 2xy=-6\Rightarrow y=\frac{-3}{x} \qquad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\Rightarrow\therefore x^2-\left(\frac{-3}{x}\right)^2=0\Rightarrow x^2-\frac{9}{x^2}=0\Rightarrow x^4-9=0\Rightarrow x^4=9$$
$$\Rightarrow\therefore x=\pm\sqrt{3}, x\in\mathcal{R}\Rightarrow y=\frac{-1}{x}\Rightarrow\frac{-1}{\pm\sqrt{3}}=\mp\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow x+iy=-\sqrt{3}+\frac{i}{\sqrt{3}}\,,\sqrt{3}-\frac{i}{\sqrt{3}}$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

170- $\because\sqrt{v}=x+iy\Rightarrow v=(x+iy)^2$

$$\Rightarrow\therefore v=-i\Rightarrow(x+iy)^2=-i\Rightarrow x^2+2ixy+i^2y^2=-i\Rightarrow x^2+2ixy-y^2=-i$$
$$\Rightarrow(x^2-y^2)+2ixy=-i$$
$$\therefore x^2-y^2=0 \qquad (1)$$
$$\therefore 2xy=-1\Rightarrow y=\frac{-1}{2x} \qquad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\Rightarrow\therefore x^2-\left(\frac{-1}{2x}\right)^2=0\Rightarrow x^2-\frac{1}{4x^2}=0\Rightarrow x^4-\frac{1}{4}=0\Rightarrow x^4=\frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow\therefore x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, x\in\mathcal{R}\Rightarrow y=\frac{-1}{x}\Rightarrow\frac{-1}{\pm\sqrt{2}}=\mp\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow x+iy=-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i\,,\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

171- $\because\sqrt{z}=x+iy\Rightarrow z=(x+iy)^2$

$$z=\frac{4}{1-\sqrt{3}i}\times\frac{1+\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i}=\frac{4+4\sqrt{3}i}{1-3i^2}=\frac{4+4\sqrt{3}i}{1+3}=\frac{4+4\sqrt{3}i}{4}=1+\sqrt{3}i$$
$$\Rightarrow\therefore z=1+\sqrt{3}i\Rightarrow(x+iy)^2=1+\sqrt{3}i\Rightarrow x^2+2ixy+i^2y^2=1+\sqrt{3}i$$
$$\Rightarrow x^2+2ixy-y^2=1+\sqrt{3}i\Rightarrow(x^2-y^2)+2ixy=1+\sqrt{3}i$$
$$\therefore x^2-y^2=1 \qquad (1)$$
$$\therefore 2xy=\sqrt{3}\Rightarrow y=\frac{\sqrt{3}}{2x} \qquad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\Rightarrow\therefore x^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{2x}\right)^2=1\Rightarrow x^2-\frac{3}{4x^2}=1\Rightarrow x^4-\frac{3}{4}=x^2\Rightarrow x^4-x^2-\frac{3}{4}=0\Rightarrow\left(x^2+\frac{1}{2}\right)\left(x^2-\frac{3}{2}\right)=0$$
$$\Rightarrow x^2=\frac{3}{2}\ or\ -\frac{1}{2}\Rightarrow\therefore x=\pm\sqrt{\frac{3}{2}},x\in\mathcal{R}\Rightarrow y=\frac{\sqrt{3}}{2x}\Rightarrow\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow x+iy=-\sqrt{\frac{3}{2}}-i\,,\sqrt{\frac{3}{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

172-

$\because$ المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية و احد جذراها $(3-4i)$ والجذر الآخر هو$(3+4i)$

$$\Rightarrow\therefore x=3\pm4i\Rightarrow x-3=\pm4i\Rightarrow(x-3)^2=(\pm4i)^2\Rightarrow x^2-6x+9=16i^2$$
$$\Rightarrow x^2-6x+9=-16\Rightarrow x^2-6x+9+16=0\Rightarrow x^2-6x+25=0$$

حل آخر

$$\Rightarrow\therefore(3-4i)\times(3+4i)=9-16i^2=9+16=25$$
$$\Rightarrow\therefore(3-4i)+(3+4i)=(3+3)+(-4i+4i)=6+0i=6$$
$$\Rightarrow\because x^2-ax+b=0\Rightarrow\therefore x^2-6x+25=0$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

173-

$\because$ المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية و احد جذراها $(5-i)$ والجذر الآخر هو$(5+i)$

$$\Rightarrow\therefore x=5\pm i\Rightarrow x-5=\pm i\Rightarrow(x-5)^2=(\pm i)^2\Rightarrow x^2-10x+25=i^2$$
$$\Rightarrow x^2-10x+25=-1\Rightarrow x^2-10x+25+1=0\Rightarrow x^2-10x+26=0$$

حل آخر

$$\Rightarrow\therefore(5-i)\times(5+i)=25-i^2=25+1=26$$
$$\Rightarrow\therefore(5-i)+(5+i)=(5+5)+(-i+i)=10+0i=10$$
$$\Rightarrow\because x^2-ax+b=0\Rightarrow\therefore x^2-10x+26=0$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

174-

$\because$ المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية و احد جذراها $\left(\frac{\sqrt{2}+3i}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{3i}{4}\right)$ والجذر الآخر هو$\left(\frac{\sqrt{2}-3i}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{3i}{4}\right)$

$$\Rightarrow\therefore x=\frac{\sqrt{2}}{4}\pm\frac{3i}{4}\Rightarrow x-\frac{\sqrt{2}}{4}=\pm\frac{3i}{4}\Rightarrow\left(x-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2=\left(\pm\frac{3i}{4}\right)^2\Rightarrow x^2-2\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)x+\frac{2}{16}=\frac{9}{16}i^2$$
$$\Rightarrow x^2-\frac{1}{\sqrt{2}}x+\frac{2}{16}=-\frac{9}{16}\Rightarrow x^2-\frac{1}{\sqrt{2}}x+\frac{2}{16}+\frac{9}{16}=0\Rightarrow x^2-\frac{1}{\sqrt{2}}x+\frac{11}{16}=0\Rightarrow 16x^2-8\sqrt{2}x+11=0$$

حل آخر

$$\Rightarrow\therefore\left(\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{3i}{4}\right)\times\left(\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{3i}{4}\right)=\frac{2}{16}-\frac{9}{16}i^2=\frac{2}{16}+\frac{9}{16}=\frac{11}{16}$$
$$\Rightarrow\therefore\left(\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{3i}{4}\right)+\left(\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{3i}{4}\right)=\left(\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)+\left(-\frac{3i}{4}+\frac{3i}{4}\right)=\frac{2\sqrt{2}}{4}+0i=\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\Rightarrow\because x^2-ax+b=0\Rightarrow x^2-\frac{1}{\sqrt{2}}x+\frac{11}{16}=0\Rightarrow 16x^2-8\sqrt{2}x+11=0$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

175-

$\because$ العدد المركب (u) وهو $(u=3+i)$ احد جذري المعادلة $(x^2-ax+(5+5i)=0)$، (a) عدداً مركباً

$\therefore$ الجذر الآخر هو العدد المركب (v) وهو $(v=x+iy)$

$$\Rightarrow\therefore u\times v=5+5i\Rightarrow v=\frac{5+5i}{3+i}\Rightarrow v=\frac{5+5i}{3+i}\times\frac{3-i}{3-i}\Rightarrow v=\frac{15-5i+15i-5i^2}{9-i^2}=\frac{15+10i+5}{9+1}=\frac{20+10i}{10}$$
$$\Rightarrow=2+i\Rightarrow\therefore v=2+i$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

176−

∵ العدد المركب (u) وهو $(u = 3 + i)$ احد جذري المعادلة $(x^2 - ax + (5 + 5i) = 0)$، (a) عدداً مركباً

∴ الجذر الآخر هو العدد المركب (v) وهو $(v = x + iy = 2 + i)$

$$\Rightarrow \therefore u + v = a \Rightarrow (3 + i) + (2 + i) = (3 + 2) + (1 + 1)i = 5 + 2i$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

177− $(2z + 1 - i)(i\bar{z} + i - 2) = 0, z = a + ib, \bar{z} = a - ib$

$$\Rightarrow \therefore (2z + 1 - i)(i\bar{z} + i - 2) = 0$$
$$\Rightarrow \therefore (2z + 1 - i) = 0 \Rightarrow 2(a + ib) + 1 - i \Rightarrow 2a + 2ib = -1 + i \Rightarrow a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow \therefore z = a + ib = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$
$$\Rightarrow \therefore (i\bar{z} + i - 2) = 0 \Rightarrow i(a - ib) + i - 2 \Rightarrow ai - i^2 b = 2 - i \Rightarrow ai + b = 2 - i$$
$$\Rightarrow a = -1, b = 2 \Rightarrow \bar{z} = a - ib = -1 + 2i \Rightarrow \therefore z = a + ib = -1 - 2i$$
$$\Rightarrow \therefore z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i, -1 - 2i$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

178− $\because u = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow \therefore u^2 = \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right) \times \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1-i\sqrt{3}-i\sqrt{3}+i^2(\sqrt{3})^2}{4} = \frac{1-2i\sqrt{3}-3}{4} = \frac{-2-2i\sqrt{3}}{4} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow \therefore |u^2| = \sqrt{a^2 + b^2} = r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1} = 1$$
$$\Rightarrow \therefore Arg(u^2) = -(\pi - \tan^{-1}\frac{b}{a}) = -(\pi - \tan^{-1}\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}) = -(\pi - \tan^{-1}(\sqrt{3})) = -(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\pi + \frac{\pi}{3}$$
$$\Rightarrow \therefore Arg(u^2) = \frac{-3\pi+\pi}{3} = \frac{-2\pi}{3}$$
$$\Rightarrow \therefore u^2 = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = 1\left(\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{-2\pi}{3}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{-2\pi}{3}\right)\right)$$
$$\Rightarrow \therefore u^2 = \left(\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{-2\pi}{3}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

حل آخر

$$\Rightarrow \therefore u = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow \therefore |u| = \sqrt{a^2 + b^2} = r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1} = 1$$
$$\Rightarrow \therefore Arg(u) = (\pi - \tan^{-1}\frac{b}{a}) = (\pi - \tan^{-1}\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}) = (\pi - \tan^{-1}(\sqrt{3})) = (\pi - \frac{\pi}{3}) = \frac{3\pi-\pi}{3}$$
$$\Rightarrow \therefore Arg(u^2) = \frac{2\pi}{3}$$
$$\therefore u^2 = rr(\cos(\theta + \theta) + i\sin(\theta + \theta)) = 1\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)$$
$$\Rightarrow \left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right) = \left(\cos\left(2\pi - \frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(2\pi - \frac{2\pi}{3}\right)\right) = \left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$
$$= \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right), \cos(2\pi - \theta) = \cos(-\theta) = \cos(\theta), \sin(2\pi - \theta) = \sin(-\theta) = -\sin(\theta)$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

179− $\because u = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}, z = \frac{1+u}{1-u}$

$$\Rightarrow \therefore z = \frac{1+u}{1-u} = \frac{1+\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)}{1-\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{1-\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}} \times \frac{\frac{3}{2}-\frac{i\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}-\frac{i\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{3}{4}-\frac{i\sqrt{3}}{4}+\frac{3i\sqrt{3}}{4}-\frac{3i^2}{4}}{\frac{9}{4}-\frac{3i\sqrt{3}}{4}+\frac{3i\sqrt{3}}{4}-\frac{3i^2}{4}} = \frac{\frac{3}{4}+\frac{2i\sqrt{3}}{4}+\frac{3}{4}}{\frac{9}{4}+\frac{3}{4}} = \frac{\frac{6}{4}+\frac{2i\sqrt{3}}{4}}{\frac{12}{4}} = \frac{\frac{6}{4}+\frac{2i\sqrt{3}}{4}}{3}$$
$$\Rightarrow \therefore z == \frac{\frac{6}{4}}{3} + \frac{\frac{2i\sqrt{3}}{4}}{3} = \frac{6}{12} + \frac{2i\sqrt{3}}{12} = \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow\therefore |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = r = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{3+1}{12}} = \sqrt{\frac{4}{12}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$
$$\Rightarrow\therefore Arg(z) = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{2\sqrt{3}}}{\frac{1}{2}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)) = \frac{\pi}{6}$$
$$\Rightarrow\therefore z = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

180- $\because \sqrt{z} = x + iy \Rightarrow z = (x + iy)^2, z = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}}$

$$\Rightarrow\therefore z = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}} \Rightarrow (x + iy)^2 = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}} \Rightarrow x^2 + 2ixy + i^2y^2 = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}} \Rightarrow x^2 + 2ixy - y^2 = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}}$$
$$\Rightarrow (x^2 - y^2) + 2ixy = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}}$$
$$\therefore x^2 - y^2 = \frac{1}{2} \qquad (1)$$
$$\therefore 2xy = \frac{1}{2\sqrt{3}} \Rightarrow y = \frac{1}{4\sqrt{3}x} \qquad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\Rightarrow\therefore x^2 - \left(\frac{1}{4\sqrt{3}x}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - \frac{1}{48x^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^4 - \frac{1}{48} = \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow x^4 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{48} = 0 \Rightarrow$$
$$\left(x^2 - \frac{1}{4}\right)\left(x^2 + \frac{1}{12}\right) = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} or - \frac{1}{12}$$
$$\Rightarrow\therefore x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm\frac{1}{2}, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{1}{4\sqrt{3}x} \Rightarrow \frac{1}{4\sqrt{3}\times\pm\frac{1}{2}} = \pm\frac{1}{2\sqrt{3}} \Rightarrow x + iy = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}}, -\frac{1}{2} - \frac{i}{2\sqrt{3}}$$
$\Rightarrow\therefore \sqrt{z} = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$, من الفرع السابق
$$\Rightarrow\because \sqrt{z} = -\frac{1}{2} - \frac{i}{2\sqrt{3}} \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{3+1}{12}} = \sqrt{\frac{4}{12}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$
$$\Rightarrow\therefore Arg\left(-\frac{1}{2} - \frac{i}{2\sqrt{3}}\right) = -\left(\pi - \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)\right) = -\left(\pi - \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{2\sqrt{3}}}{\frac{1}{2}}\right)\right) = -\pi + \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)) = -\pi + \frac{\pi}{6}$$
$$\Rightarrow\therefore Arg\left(-\frac{1}{2} - \frac{i}{2\sqrt{3}}\right) = \frac{-6\pi+\pi}{6} = \frac{-5\pi}{6}$$
$$\Rightarrow\therefore \sqrt{z} = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)\right)$$
$$\Rightarrow\therefore \sqrt{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right), \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)\right)$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

181- $\because u = \frac{1+4i+i^2}{2-i-2i^2-i^3}, i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$$\Rightarrow\therefore u = \frac{1+4i+i^2}{2-i-2i^2-i^3} = \frac{1+4i+(-1)}{2-i-2(-1)-(i^2\times i)} = \frac{1+4i-1}{2-i+2-(-1\times i)} = \frac{4i}{4-i+i} = \frac{4i}{4} = i$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

182- $\because \sqrt{u} = x + iy \Rightarrow u = (x + iy)^2, u = i$

$$\Rightarrow\therefore u = i \Rightarrow (x + iy)^2 = i \Rightarrow x^2 + 2ixy + i^2y^2 = i \Rightarrow x^2 + 2ixy - y^2 = i$$
$$\Rightarrow (x^2 - y^2) + 2ixy = 0 + i$$
$$\therefore x^2 - y^2 = 0 \qquad (1)$$
$$\therefore 2xy = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2x} \qquad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\Rightarrow \therefore x^2 - \left(\frac{1}{2x}\right)^2 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{4x^2} = 0 \Rightarrow x^4 - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \left(x^2 - \frac{1}{2}\right)\left(x^2 + \frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}\, or - \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow \therefore x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{1}{2x} \Rightarrow \frac{1}{2 \times \pm \frac{1}{\sqrt{2}}} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x + iy = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}$$
$$\Rightarrow \therefore \sqrt{z} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}} \Rightarrow \therefore |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = r = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{2}} = 1$$
$$\Rightarrow \therefore Arg(z) = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right) = \tan^{-1}(1)) = \frac{\pi}{4}$$
$$\Rightarrow \therefore z = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$$
$$\Rightarrow \because \sqrt{z} = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}} \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = r = \sqrt{\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{2}} = 1$$
$$\Rightarrow \therefore Arg\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\right) = -(\pi - \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)) = -(\pi - \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right)) = -\pi + \tan^{-1}(1)) = -\pi + \frac{\pi}{4}$$
$$\Rightarrow \therefore Arg\left(-\frac{1}{2} - \frac{i}{2\sqrt{3}}\right) = \frac{-4\pi + \pi}{4} = \frac{-3\pi}{4}$$
$$\Rightarrow \therefore \sqrt{z} = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = \left(\cos\left(\frac{-3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-3\pi}{4}\right)\right)$$
$$\Rightarrow \therefore \sqrt{z} = \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right), \left(\cos\left(\frac{-3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-3\pi}{4}\right)\right)$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

183-

$\because$ جذري المعادلة التربيعية هما $(\pm(2 + 2i))$

$$\Rightarrow \therefore (2 + 2i) \times (-2 - 2i) = -4 - 4i - 4i - 4i^2 = -4 - 8i + 4 = -8i$$
$$\Rightarrow \therefore (2 + 2i) + (-2 - 2i) = (2 + (-2)) + (2 + (-2))i = 0 + 0i = 0$$
$$\Rightarrow \because x^2 - ax + b = 0 \Rightarrow \therefore x^2 - 0x - 8i = 0 \Rightarrow x^2 - 8i = 0$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

184-

$\because$ جذري المعادلة التربيعية هما $(\pm i)$

$$\Rightarrow \therefore x = 0 \pm i \Rightarrow x = \pm i \Rightarrow (x)^2 = (\pm i)^2 \Rightarrow x^2 = i^2$$
$$\Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow x^2 + 1 = 0 \Rightarrow$$

حل آخر

$$\Rightarrow \therefore (0 - i) \times (0 + i) = 0 - i^2 = -(-1) = 1$$
$$\Rightarrow \therefore (0 - i) + (0 + i) = (0 + 0) + (-i + i) = 0 + 0i = 0$$
$$\Rightarrow \because x^2 - ax + b = 0 \Rightarrow \therefore x^2 - 0x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 0$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

185-

$\because$ جذري المعادلة التربيعية هما $(3 - i, 3 + i)$

$$\Rightarrow \therefore x = 3 \pm i \Rightarrow x - 3 = \pm i \Rightarrow (x - 3)^2 = (\pm i)^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = i^2$$
$$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 = -1 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 10 = 0$$

حل آخر

$$\Rightarrow \therefore (3 - i) \times (3 + i) = 9 - i^2 = 9 - (-1) = 9 + 1 = 10$$
$$\Rightarrow \therefore (3 - i) + (3 + i) = (3 + 3) + (-i + i) = 6 + 0i = 6$$
$$\Rightarrow \because x^2 - ax + b = 0 \Rightarrow \therefore x^2 - 6x + 10 = 0$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

186-

$\because$ جذري المعادلة التربيعية هما $(\frac{3-i}{1+i}, (3-2i)^2)$

$\Rightarrow\therefore \frac{3-i}{1+i} = \frac{3-i}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i} = \frac{3-3i-i+i^2}{1-i^2} = \frac{3-4i-1}{1-(-1)} = \frac{2-4i}{1+1} = \frac{2-4i}{2} = 1-2i$

$\Rightarrow\therefore (3-2i)^2 = 9-12i+4i^2 = 9-12i-4 = 5-12i$

$\Rightarrow\therefore (1-2i)\times(5-12i) = 5-12i-10i+24i^2 = 5-22i-24 = -19-22i$

$\Rightarrow\therefore (1-2i)+(5-12i) = (1+5)+\big(-2i+(-12i)\big) = 6-14i$

$\Rightarrow\because x^2-ax+b=0 \Rightarrow\therefore x^2-(6-14i)x+(-19-22i)=0$

الإجابة الصحيحة هي (b)

186- $\because z = \sqrt{(1-i)(i^2-1)(1-i^3)}, \sqrt{-1} = i$

$\Rightarrow z = \sqrt{(1-i)(i^2-1)(1-i^3)} = \sqrt{(1-i)(-1-1)\big(1-(i\times i^2)\big)}$

$\Rightarrow z = \sqrt{(1-i)(-2)\big(1-(i\times -1)\big)} = \sqrt{(1-i)(-2)\big(1-(-i)\big)} = \sqrt{(1-i)(-2)(1+i)}$

$\Rightarrow z = \sqrt{-2(1-i)(1+i)} = \sqrt{-2(1-i^2)} = \sqrt{-2\big(1-(-1)\big)} = \sqrt{-2(2)} = \sqrt{-4} = \sqrt{-1\times 4}$

$\Rightarrow z = \sqrt{-1}\times\sqrt{4} = i\times 2 = 2i$

الإجابة الصحيحة هي (d)

188- $\because \sqrt{z} = x+iy \Rightarrow z = (x+iy)^2, z = 3+4i$

$\Rightarrow\therefore z = 3+4i \Rightarrow (x+iy)^2 = 3+4i \Rightarrow x^2+2ixy+i^2y^2 = 3+4i \Rightarrow x^2+2ixy-y^2 = 3+4i$

$\Rightarrow (x^2-y^2)+2ixy = 3+4i$

$\therefore x^2-y^2 = 3 \qquad (1)$

$\therefore 2xy = 4 \Rightarrow y = \frac{4}{2x} = \frac{2}{x} \qquad (2)$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$\Rightarrow\therefore x^2-\left(\frac{2}{x}\right)^2 = 3 \Rightarrow x^2-\frac{4}{x^2} = 3 \Rightarrow x^4-4 = 3x^2 \Rightarrow x^4-4-3x^2 = 0 \Rightarrow x^4-3x^2-4 = 0$

$\Rightarrow (x^2-4)(x^2+1) = 0 \Rightarrow x^2 = 4 or -1$

$\Rightarrow\therefore x = \pm 2, x\in\mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{2}{x} \Rightarrow \frac{2}{\pm 2} = \pm 1 \Rightarrow x+iy = 2+i\,, -2-i \Rightarrow\therefore z = \pm(2+i)$

الإجابة الصحيحة هي (d)

189- $\because (3-4i)z^2 = (i)z \Rightarrow (3-4i)z^2-(i)z = 0\,, z = x+iy$

$\Rightarrow z = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, a = 3-4i, b = -i, c = 0$

$\Rightarrow z = \frac{-(-i)\pm\sqrt{i^2-4(3-4i)(0)}}{2(3-4i)} = \frac{i\pm\sqrt{i^2}}{6-8i} = \frac{i\pm\sqrt{-1}}{6-8i} = \frac{i\pm i}{6-8i}$

$\Rightarrow\therefore z = \frac{i-i}{6-8i} = \frac{0}{6-8i} = 0, \Rightarrow\therefore z = \frac{i+i}{6-8i} = \frac{2i}{6-8i} = \frac{2i}{6-8i}\times\frac{6+8i}{6+8i} = \frac{12i+16i^2}{36-64i^2} = \frac{12i-16}{36+64} = \frac{-16}{100}+\frac{12i}{100} = \frac{-4}{25}+\frac{3i}{25}$

$\Rightarrow\therefore z = 0\,, \frac{-4}{25}+\frac{3i}{25}$

الإجابة الصحيحة هي (c)

190- $\because x^2+4x+5 = 0$

$\Rightarrow x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, a = 1, b = 4, c = 5$

$\Rightarrow x = \frac{-4\pm\sqrt{16-20}}{2} = \frac{-4\pm\sqrt{-4}}{2} = \frac{-4\pm\big(\sqrt{-1}\times\sqrt{4}\big)}{2} = \frac{-4\pm 2i}{2} = -2\pm 2i$

الإجابة الصحيحة هي (a)

191- $\because z^2+(2+i)z-1+7i=0$

$\Rightarrow z=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, a=1, b=2+i, c=-1+7i$

$\Rightarrow z=\frac{-2-i\pm\sqrt{4+4i+i^2-4(1)(-1+7i)}}{2}=\frac{-2-i\pm\sqrt{4+4i-1+4-28i}}{2}=\frac{-2-i\pm\sqrt{7-24i}}{2}=\frac{-2-i}{2}\pm\frac{\sqrt{7-24i}}{2}$

$\Rightarrow\therefore \pm\sqrt{7-24i}=(x+iy)\Rightarrow 7-24i=(x+iy)^2\Rightarrow 7-24i=x^2+2ixy-y^2$

$\Rightarrow 7-24i=x^2-y^2+2ixy$

$\therefore x^2-y^2=7 \qquad (1)$

$\therefore 2xy\Rightarrow -24\Rightarrow y=\dfrac{-24}{2x}=\dfrac{-12}{x} \quad (2)$

$\because \pm\sqrt{7-24i}=(x+iy)\Rightarrow 7-24i=(x+iy)^2$

$\Rightarrow |7-24i|=|(x+iy)|^2\Rightarrow \sqrt{7^2+24^2}=\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^2\Rightarrow \sqrt{49+576}=x^2+y^2$

$\Rightarrow \sqrt{625}=x^2+y^2\Rightarrow 25=x^2+y^2 \qquad (3)$

بجمع المعادلة الاولى في المعادلة الثالثة

$\Rightarrow\therefore 2x^2=32\Rightarrow x^2=16\Rightarrow\therefore x=\pm4, x\in\mathcal{R}\Rightarrow y=\dfrac{-12}{x}=\dfrac{-12}{\pm4}=\mp3$

$\Rightarrow x+iy=4-3i, -4+3i=\pm(4-3i)$

$\Rightarrow\therefore z=\frac{-2-i}{2}\pm\frac{\sqrt{7-24i}}{2}=\frac{-2-i}{2}\pm\frac{4-3i}{2}\Rightarrow\therefore z=\frac{-2-i}{2}+\frac{4-3i}{2}=\frac{-2-i+4-3i}{2}$

$\Rightarrow\therefore z=\frac{2-4i}{2}=1-2i, \Rightarrow\therefore z=\frac{-2-i}{2}-\frac{4-3i}{2}=\frac{-2-i-4+3i}{2}$

$\Rightarrow\therefore z=\frac{-6+2i}{2}=-3+i\Rightarrow\therefore z=-3+i, 1-2i$

الإجابة الصحيحة هي (a)

192- $\because (1-i)z^2-(6-4i)z+9-7i=0$

$\Rightarrow (1-i)z^2-(6-4i)z+9-7i=0\Rightarrow \dfrac{(1-i)}{(1-i)}z^2-\dfrac{(6-4i)}{(1-i)}z+\dfrac{9-7i}{(1-i)}=\dfrac{0}{(1-i)}$

$\Rightarrow z^2-\dfrac{(6-4i)}{(1-i)}\times\dfrac{1+i}{1+i}\times z+\dfrac{9-7i}{(1-i)}\times\dfrac{1+i}{1+i}=0$

$\Rightarrow z^2-\dfrac{(6-4i^2+2i)}{1-i^2}z+\dfrac{(9-7i^2+2i)}{1-i^2}=0\Rightarrow z^2-\dfrac{(6+4+2i)}{2}z+\dfrac{(9+7+2i)}{2}=0$

$\Rightarrow z^2-\dfrac{(10+2i)}{2}z+\dfrac{(16+2i)}{2}=0\Rightarrow z^2-(5+i)z+8+i=0$

$\Rightarrow z=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, a=1, b=-(5+i), c=8+i$

$\Rightarrow z=\frac{5+i\pm\sqrt{(-5-i)^2-4(1)(8+i)}}{2}=\frac{5+i\pm\sqrt{25+i^2+10i-4(8+i))}}{2}=\frac{5+i\pm\sqrt{25-1+10i-32-4i}}{2}$

$\Rightarrow\therefore z=\frac{5+i\pm\sqrt{-8+6i}}{2}=\frac{5+i}{2}\pm\frac{\sqrt{-8+6i}}{2}$

$\Rightarrow\therefore \pm\sqrt{-8+6i}=(x+iy)\Rightarrow -8+6i=(x+iy)^2\Rightarrow -8+6i=x^2+2ixy-y^2$

$\therefore x^2-y^2=-8 \qquad (1)$

$\therefore 2xy\Rightarrow 6\Rightarrow y=\frac{6}{2x}=\frac{3}{x} \quad (2)$

بتعويض المعادلة الثانية بالمعادلة الاولى

$\Rightarrow\therefore x^2-\left(\dfrac{3}{x}\right)^2=-8\Rightarrow x^2-\dfrac{9}{x^2}=-8\Rightarrow x^4+8x^2-9=0\Rightarrow (x^2+9)(x^2-1)=0$

$\Rightarrow x^2=1 or -9$

$\Rightarrow\therefore x=\pm1, x\in\mathcal{R}\Rightarrow y=\frac{3}{x}\Rightarrow\frac{3}{\pm1}=\pm3\Rightarrow x+iy=1+3i, -1-3i=\pm(1+3i)$

$\Rightarrow\therefore z=\frac{5+i}{2}\pm\frac{\sqrt{-8+6i}}{2}=\frac{5+i}{2}\pm\frac{(1+3i)}{2}\Rightarrow\therefore z=\frac{5+i}{2}+\frac{(1+3i)}{2}=\frac{5+i+1+3i}{2}$

$$\Rightarrow \therefore z=\frac{6+4i}{2}=3+2i\,, \Rightarrow \therefore z=\frac{5+i}{2}-\frac{(1+3i)}{2}=\frac{5+i-1-3i}{2}=\frac{4-2i}{2}$$
$$\Rightarrow \therefore z=2-i \Rightarrow \therefore z=3+2i\,,2-i$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

193- $\because z^3+z^2+z+1=0$

من عوامل الحد الثابت (1) هي (± 1) ، وعوامل المعامل الرئيسي (z) هي (± 1) وحسب نظرية الاصفار النسبية فإن الاصفار النسبية الممكنة هي (± 1)وبالتعويض نجد ان (-1) يحقق المعادلة ، ويكون $(z+1)$ احد عوامل المعادلة

نقسم (z^3+z^2+z+1) على $(z+1)$ بطريقة الجدول

$\times$	z^2	0	1	
z	z^3	0	z	0
$+1$	z^2	0	1	

$$\Rightarrow z^3+z^2+z+1=0 \Rightarrow (z+1)(z^2+1)=0$$
$$\Rightarrow z=-1, z^2=-1 \Rightarrow z=\pm\sqrt{-1}=\pm i$$
$$\Rightarrow \therefore z=-1\,,\pm i$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

194- $\because z^3-iz^2+3z-3i=0$

من عوامل الحد الثابت (1) هي $(3, i)$ ، وعوامل المعامل الرئيسي (z) هي (± 1) وحسب نظرية الاصفار النسبية فإن الاصفار النسبية الممكنة هي $(3,-3,-i,i)$وبالتعويض نجد ان (i) يحقق المعادلة ، ويكون $(z-i)$ احد عوامل المعادلة

نقسم $(z^3-iz^2+3z-3i)$ على $(z-i)$ بطريقة الجدول

$\times$	z^2	0	3	
z	z^3	0	$3z$	0
$-i$	$-iz^2$	0	$-3i$	

$$\Rightarrow z^3-iz^2+3z-3i=0 \Rightarrow (z-i)(z^2+3)=0$$
$$\Rightarrow z=i, z^2=-3 \Rightarrow z=\pm\sqrt{-3}=\pm i\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow \therefore z=i\,,\pm i\sqrt{3}$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

195- $\because z^3-iz^2+3z-3i=0$

أنواع الجذور الممكنة للمعادلة $(z^3-1=0)$ هي (ثلاثةجذور حقيقية او جذر حقيقي واحد و جذران مركبان مترافقان)

الإجابة الصحيحة هي (b)

196- $\because z^3-1=0$

من عوامل الحد الثابت (1) هي $(\pm)$ ، وعوامل المعامل الرئيسي (z) هي (± 1) وحسب نظرية الاصفار النسبية فإن الاصفار النسبية الممكنة هي (± 1)وبالتعويض نجد ان (1) يحقق المعادلة ، ويكون $(z-1)$ احد عوامل المعادلة

نقسم (z^3-1) على $(z-i)$ بطريقة الجدول

$\times$	z^2	z	1	
z	z^3	z^2	z	0
-1	$-z^2$	$-z$	-1	

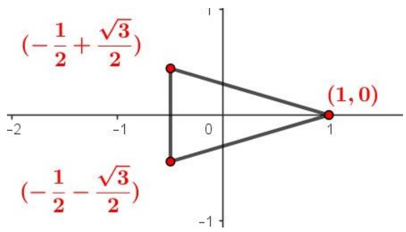
$$\Rightarrow z^3-1=0 \Rightarrow (z-1)(z^2+z+1)=0$$
$$\Rightarrow z=1\,, z=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, a=1, b=1, c=1$$
$$\Rightarrow \therefore z=\frac{-1\pm\sqrt{1-4\times 1\times 1}}{2\times 1}=\frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}=\frac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore\ z = 1, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

197- $\because\ z = 1, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (a, b) = (1, 0), (\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}, 0)$

$\because\ (a, b) = (1, 0), (\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}, 0)$



$\because$ هناك جذران مترافقان أي ان بعدهما عن المحور الحقيقي والمحور التخيلي نفسة مما يشكلان مع الجذر الثالث والمحور الحقيقي مثلثان قائمي الزاوية ويشكلان مثلث متساوي الساقين

الإجابة الصحيحة هي (b)

198- $\because\ x^2 + 1 = 0$

$\therefore\ x^2 = -1 \Rightarrow x = \pm i \Rightarrow \mathcal{L} = i, \mathcal{M} = -i$
$\therefore\ \mathcal{L}^{2020} + \mathcal{M}^{2020} = (i^4)^{505} + ((-i)^4)^{505} = 1^{505} + 1^{505} = 2$

الإجابة الصحيحة هي (c)

199- $\because\ |z - (a + ib)| = r\ , r = 4, (a, b) = (0, 0)$

$\therefore\ |z - (a + ib)| = r \Rightarrow |z - (0 + 0i)| = 4 \Rightarrow |z| = 4$

الإجابة الصحيحة هي (a)

200- $\because\ |z - (a + ib)| = r\ , r = 1, (a, b) = (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

$\therefore\ |z - (a + ib)| = r \Rightarrow \left|z - \left(\sqrt{2} - \sqrt{2}i\right)\right| = 1 \Rightarrow \left|z - \sqrt{2} + \sqrt{2}i\right| = 1$

الإجابة الصحيحة هي (d)

201- $\because\ \left|z - \sqrt{2} + \sqrt{2}i\right| = 1\ , r = 1, (x, y) = (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

$\therefore\ \left|z - \sqrt{2} + \sqrt{2}i\right| = 1 \Rightarrow \left|x + iy - \sqrt{2} + \sqrt{2}i\right| = 1 \Rightarrow \left|(x - \sqrt{2}) + (y + \sqrt{2})i\right| = 1$
$\sqrt{\left(x - \sqrt{2}\right)^2 + \left(y + \sqrt{2}\right)^2} = 1 \Rightarrow \left(x - \sqrt{2}\right)^2 + \left(y + \sqrt{2}\right)^2 = 1$

الإجابة الصحيحة هي (d)

202- $\because\ |z - (a + ib)| = r$

$\therefore\ |z - 2i| = 2 \Rightarrow |z - (0 + 2i)| = 2 \Rightarrow (a, b) = (0, 2)$

الإجابة الصحيحة هي (c)

203- $\because\ |z - (a + ib)| = r$

$\therefore\ |z| = 5 \Rightarrow |z - (0 + 0i)| = 5 \Rightarrow (a, b) = (0, 0), r = 5$

الإجابة الصحيحة هي (a)

204- $\because\ |z - (a + ib)| = r$

$\therefore\ |z + 2 + 8i| = 4 \Rightarrow |z - (-2 - 8i)| = 4 \Rightarrow (a, b) = (-2, -8), r = 4$

الإجابة الصحيحة هي (a)

205- $\because\ |z - (a + ib)| = r$

$\therefore\ |z + 2 + 8i| = 4 \Rightarrow \therefore\ r = 4$

الإجابة الصحيحة هي (b)

206- $\because |z+2+8i| = 4$

$\therefore |z+2+8i| = 4 \Rightarrow |x+iy+2+8i| = 4 \Rightarrow |(x+2)+(y+8)i| = 4$
$\sqrt{(x+2)^2+(y+8)^2} = 4 \Rightarrow (x+2)^2+(y+8)^2 = 16$

الإجابة الصحيحة هي (d)

207- $\because |z+2+8i| = 4 \Rightarrow (a,b) = (-2,-8), r = 4, O(0,0), C(-2,-8)$

$\because$العدد المركب (z) يحقق معادلة المحل الهندسي (الدائرة التي مركزها $(-2,-8)$ونصف قطرها$(r=4)$) $\Leftarrow \therefore$ العدد المركب (z) يقع على الدائرة التي مركزها $(-2,-8)$ونصف قطرها$(r=4)$

$\therefore D_{OC} = \sqrt{(-2-0)^2+(-8-0)^2} = \sqrt{4+64} = \sqrt{68}$
$\therefore |z| = \sqrt{68} \pm 4 \Rightarrow \therefore |z| = \sqrt{68}-4$

$\therefore$اقل قيمة $(|z|)$ هي$(\sqrt{68}-4)$

الإجابة الصحيحة هي (c)

208- $\because |z-5| = |z-3i|, z = x+iy$

$\therefore |z-5| = |z-3i| = |x+iy-5| = |x+iy-3i| = |(x-5)+iy| = |x+(y-3)i|$
$\Rightarrow \therefore \sqrt{(x-5)^2+(y)^2} = \sqrt{(x)^2+(y-3)^2} \Rightarrow (x-5)^2+(y)^2 = (x)^2+(y-3)^2$
$\Rightarrow x^2+25-10x+y^2 = x^2+y^2+9-6y \Rightarrow 25-10x = 9-6y \Rightarrow -10x+6y-16 = 0$
$\Rightarrow -5x+3y-8 = 0$

الإجابة الصحيحة هي (d)

209- $\because (C(0,-3))$ و $(D(0,7))$

$\therefore |z-(a+ib)| = |z-(c+id)| = |z-(0+3i)| = |z-(0-7i)| = |z-3i| = |z+7i|$

الإجابة الصحيحة هي (a)

210- $\because |z-3i| = |z+7i|, z = x+iy$

$\therefore |z-3i| = |z+7i| \Rightarrow |x+iy-3i| = |x+iy+7i| \Rightarrow |x+(y-3)i| = |x+(y+7)i|$
$\Rightarrow \therefore \sqrt{(x)^2+(y-3)^2} = \sqrt{(x)^2+(y+7)^2} \Rightarrow (x)^2+(y-3)^2 = (x)^2+(y+7)^2$
$\Rightarrow x^2+y^2+9-6y = x^2+y^2+49+14y \Rightarrow 9-6y = 49+14y \Rightarrow 9-6y-49-14y = 0$
$\Rightarrow -40-20y = 0 \Rightarrow -40 = 20y \Rightarrow y = -2$

الإجابة الصحيحة هي (d)

211- $\because |z+2+8i| = |z-4i|$

$\therefore |z-(a+ib)| = |z-(c+id)| = |z-(-2-8i)| = |z-(0+4i)| \Rightarrow (A(-2,-8), B(0,4)$

الإجابة الصحيحة هي (c)

212- $\because |z+2+8i| = |z-4i|, z = x+iy$

$\therefore |z+2+8i| = |z-4i| \Rightarrow |x+iy+2+8i| = |x+iy-4i|$
$\Rightarrow |(x+2)+(y+8)i| = |x+(y-4)i|$
$\Rightarrow \therefore \sqrt{(x+2)^2+(y+8)^2} = \sqrt{(x)^2+(y-4)^2} \Rightarrow (x+2)^2+(y+8)^2 = (x)^2+(y-4)^2$
$\Rightarrow x^2+4+4x+y^2+64+16y = x^2+y^2+16-8y$
$\Rightarrow 4+4x+64+16y = 16-8y \Rightarrow 68+4x+16y = 16-8y$
$\Rightarrow 52+4x+24y = 0 \Rightarrow 13+x+6y = 0 \Rightarrow x+6y+13 = 0$

الإجابة الصحيحة هي (c)

213- $\because |z+2+8i| = |z-4i| \Rightarrow (\mathcal{A}(-2,-8), \mathcal{B}(0,4))$

∵العدد المركب (z) يحقق معادلة المحل الهندسي (المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطين $(\mathcal{A}(-2,-8), \mathcal{B}(0,4))$ ⇐ ∴ العدد المركب (z) يقع على القطعة المستقيمة بين النقطين $(\mathcal{A}(-2,-8), \mathcal{B}(0,4))$⇐∴ اقل قيمة $(|z|)$ تمثل منتصف القطعة المستقيمة بين النقطتين $(\mathcal{A}(-2,-8), \mathcal{B}(0,4))$

$$\therefore \mathcal{M}_{\mathcal{AB}} = \left(\frac{-2+0}{2}, \frac{-8+4}{2}\right) = (-1,-2)$$
$$\therefore |z| = \sqrt{-1^2 + -2^2} = \sqrt{5}$$

∴اقل قيمة $(|z|)$ هي$(\sqrt{5})$

الإجابة الصحيحة هي (b)

214-

∵ الشعاع الذي بوازي محور (Re) في المستوى المركب⇐∴الشعاع يصنع زاوية $(\theta = 0)$ مع محور (Re) في المستوى المركب

الإجابة الصحيحة هي (d)

215- $\because \mathcal{A}rg\big(z-(a+ib)\big) = \theta, z = 2\sqrt{3} - i$

$$\therefore (\frac{-\pi}{3} \le \mathcal{A}rg(z-iw) \le \frac{\pi}{6}) \Rightarrow (\frac{-\pi}{3} \le \mathcal{A}rg(z-(0+iw) \le \frac{\pi}{6})$$
$$\Rightarrow \left(\frac{-\pi}{3} \le \mathcal{A}rg(z-(0+iw) \le \frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{-\pi}{3} \le \mathcal{A}rg\big(2\sqrt{3} - i - (0+iw) \le \frac{\pi}{6}\right)$$
$$\Rightarrow \left(\frac{-\pi}{3} \le \mathcal{A}rg\big(2\sqrt{3} - i - 0 - iw\big) \le \frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{-\pi}{3} \le \mathcal{A}rg\big(2\sqrt{3} - i - iw\big) \le \frac{\pi}{6}\right)$$
$$\Rightarrow \left(\frac{-\pi}{3} \le \mathcal{A}rg\big(2\sqrt{3} - (1+w)i\big) \le \frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{-\pi}{3} \le \mathcal{A}rg\big(2\sqrt{3} + (-1-w)i\big) \le \frac{\pi}{6}\right)$$
$$\Rightarrow \because \mathcal{A}rg(z) = \tan^{-1}\frac{b}{a} \Rightarrow \tan\frac{-\pi}{3} = -\tan\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3} = \frac{-1-w}{2\sqrt{3}} \Rightarrow -6 = -1 - w \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -w = -5 \Rightarrow w = 5$$
$$\because \mathcal{A}rg(z) = \tan^{-1}\frac{b}{a} \Rightarrow \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{-1-w}{2\sqrt{3}} \Rightarrow 2\sqrt{3} = -\sqrt{3} - \sqrt{3}w \Rightarrow 3\sqrt{3} = -\sqrt{3}w$$
$$\Rightarrow -w = 3 \Rightarrow w = -3 \Rightarrow -3 \le w \le 5$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

216- $\because \mathcal{A}rg\big(z-(a+ib)\big) = \theta$

$$\therefore \mathcal{A}rg(z+2-5i) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \mathcal{A}rg(z-(-2+5i)) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow (a,b) = (-2,5)$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(-2,5)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{\pi}{4})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{R}e)$ هو الشكل (c)

الإجابة الصحيحة هي (c)

217- $\because \mathcal{A}rg\big(z-(a+ib)\big) = \theta$

$$\therefore \mathcal{A}rg(z-2+5i) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \mathcal{A}rg(z-(2-5i)) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow (a,b) = (2,-5)$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(2,-5)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{\pi}{4})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{R}e)$ هو الشكل (b)

الإجابة الصحيحة هي (b)

218- $\because \mathcal{A}rg\big(z-(a+ib)\big) = \theta$

$$\therefore \mathcal{A}rg(z+2+5i) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \mathcal{A}rg(z-(-2-5i)) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow (a,b) = (-2,-5)$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(-2,-5)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{\pi}{4})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{R}e)$ هو الشكل (a)

الإجابة الصحيحة هي (c)

219- $\because \mathcal{A}rg\left(z-(a+i\mathcal{b})\right)=\theta$

$$\therefore \mathcal{A}rg(z-2-5i)=\frac{\pi}{4} \Rightarrow \mathcal{A}rg(z-(2+5i))=\frac{\pi}{4} \Rightarrow (a,\mathcal{b})=(2,5)$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(2,5)$ ويصنع زاوية $(\theta=\frac{\pi}{4})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{R}e)$ هو الشكل (d)

الإجابة الصحيحة هي (d)

220- $\because \mathcal{A}rg\left(z-(a+i\mathcal{b})\right)=\theta$

$$\therefore \mathcal{A}rg(z-1-i\sqrt{3})=-\frac{2\pi}{3} \Rightarrow \mathcal{A}rg(z-(1+i\sqrt{3}))=-\frac{2\pi}{3} \Rightarrow (a,\mathcal{b})=(1,\sqrt{3})$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(-2,\sqrt{3})$ ويصنع زاوية $(\theta=-\frac{2\pi}{3})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{R}e)$ هو الشكل (c)

الإجابة الصحيحة هي (c)

221- $\because \mathcal{A}rg\left(z-(a+i\mathcal{b})\right)=\theta$

$$\therefore \mathcal{A}rg(z-1+i\sqrt{3})=\frac{2\pi}{3} \Rightarrow \mathcal{A}rg\left(z-\left(1-i\sqrt{3}\right)\right)=\frac{2\pi}{3} \Rightarrow (a,\mathcal{b})=(1,-\sqrt{3})$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(1,-\sqrt{3})$ ويصنع زاوية $(\theta=\frac{2\pi}{3})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{R}e)$ هو الشكل (a)

الإجابة الصحيحة هي (a)

222- $\because \mathcal{A}rg\left(z-(a+i\mathcal{b})\right)=\theta$

$$\therefore \mathcal{A}rg(z+1+i\sqrt{3})=\frac{2\pi}{3} \Rightarrow \mathcal{A}rg(z-(-1-i\sqrt{3}))=\frac{2\pi}{3} \Rightarrow (a,\mathcal{b})=(-1,-\sqrt{3})$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(-1,-\sqrt{3})$ ويصنع زاوية $(\theta=\frac{2\pi}{3})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{R}e)$ هو الشكل $(\mathcal{b})$

الإجابة الصحيحة هي (b)

223- $\because \mathcal{A}rg\left(z-(a+i\mathcal{b})\right)=\theta$

$$\therefore \mathcal{A}rg(z+1-i\sqrt{3})=\frac{-2\pi}{3} \Rightarrow \mathcal{A}rg(z-(-1+i\sqrt{3}))=\frac{-2\pi}{3} \Rightarrow (a,\mathcal{b})=(-1,\sqrt{3})$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(-1,\sqrt{3})$ ويصنع زاوية $(\theta=\frac{-2\pi}{3})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{R}e)$ هو الشكل (d)

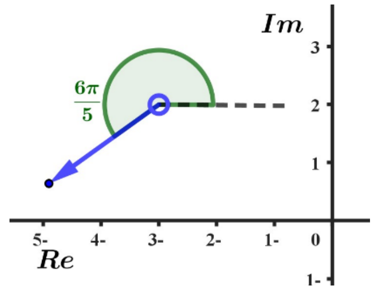
الإجابة الصحيحة هي (d)

224- $\because \mathcal{A}rg\left(z-(a+i\mathcal{b})\right)=\theta$

$$\therefore (a,\mathcal{b})=(-3,2) \Rightarrow \mathcal{A}rg(z-(-3+2i))=\frac{6\pi}{5}$$

$$\Rightarrow \mathcal{A}rg(z-(-3+2i))=\frac{6\pi}{5}$$

$$\Rightarrow \therefore \mathcal{A}rg(z+3-2i)=\frac{6\pi}{5}$$



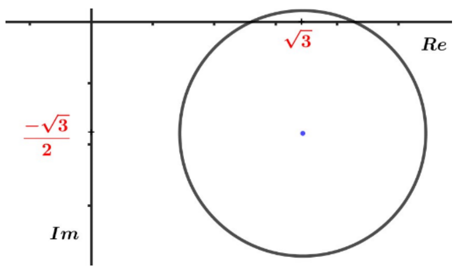
الإجابة الصحيحة هي (c)

225- $\because |z-(a+i\mathcal{b})|=r$

$$\therefore (a,\mathcal{b})=\left(\sqrt{3},\frac{-\sqrt{3}}{2}\right), r=2$$

$$\Rightarrow \because |z-(a+i\mathcal{b})|=r \Rightarrow \left|z-(\sqrt{3}-\frac{i\sqrt{3}}{2})\right|=2$$

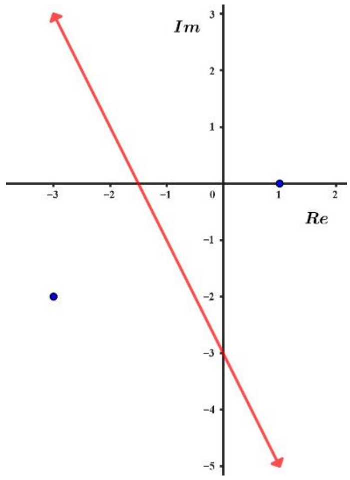
$$\Rightarrow \left|z-\sqrt{3}+\frac{i\sqrt{3}}{2}\right|=2$$



الإجابة الصحيحة هي (d)

226- $\because |z-(a+ib)| = |z-(c+id)|$

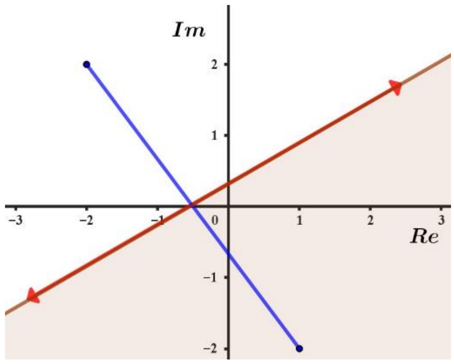
$\because \big((a,b) = (-3,-2), (c,d) = (1,0)\big)$
$\Longrightarrow \therefore |z-(a+ib)| = |z-(c+id)|$
$\Longrightarrow |z-(-3-2i)| = |z-(1+0i)|$
$\Longrightarrow |z+3+2i| = |z-1)|$



الإجابة الصحيحة هي (a)

227- $\because |z-(a+ib)| = |z-(c+id)|$

$\because \big((a,b) = (-2,2), (c,d) = (1,-2)\big)$
$\Longrightarrow \therefore |z-(a+ib)| = |z-(c+id)|$
$\Longrightarrow |z-(-2+2i)| = |z-(1-2i)|$
$\Longrightarrow |z+2-2i| = |z-1+2i)|$



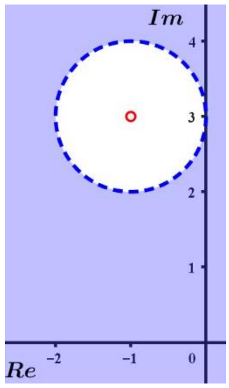
من الرسم المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين$\big((a,b) = (-2,2), (c,d) = (1,-2)\big)$ خط متصل والمنطقة المظللة من جهة النقطة $((c,d) = (1,-2))$ ⇐ $|z-1+2i)| \geq |z+2-2i|$

$\Longrightarrow \therefore |z-1+2i)| \geq |z+2-2i|$

الإجابة الصحيحة هي (b)

228- $\because |z-(a+ib)| = r$

$\because (a,b) = (-1,3), r = 1$
$\Longrightarrow \therefore |z-(a+ib)| = r$
$\Longrightarrow |z-(-1+3i)| = 1$
$\Longrightarrow |z+1-3i| = 1$



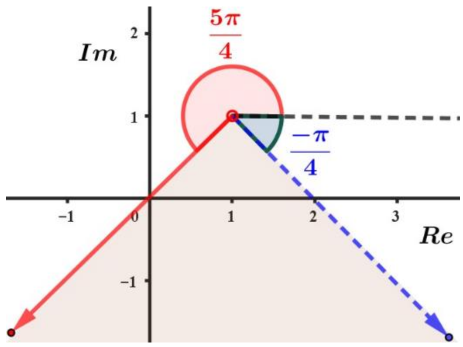
من الرسم المحل الهندسي دائرة خط متقطع والمنطقة المظللة خارج الدائرة ⇐ $|z+1-3i| > 1$

$\Longrightarrow \therefore |z+1-3i| > 1$

الإجابة الصحيحة هي (a)

229- $\because Arg\big(z-(a+ib)\big) = \theta$

$\therefore (a,b) = (1,1) \Longrightarrow Arg\big(z-(1+i)\big) = \dfrac{-\pi}{4}$
$\Longrightarrow Arg(z-1-i)) = \dfrac{-\pi}{4}\ , Arg(z-1-i)) = \dfrac{5\pi}{4}$



من الرسم الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(1,1)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{-\pi}{4})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{Re})$

هو$(Arg(z-1-i)) = \frac{-\pi}{4})$ وبخط منقط غير متصل و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(1,1)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{5\pi}{4})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{Re})$ هو $(Arg(z-1-i)) = \frac{5\pi}{4})$ وبخط متصل وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة بينهما

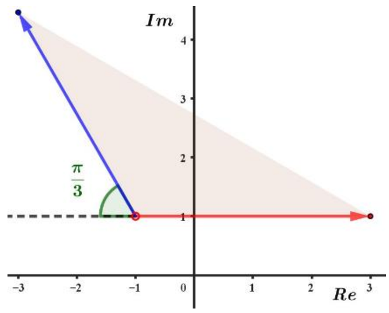
$$\Longrightarrow \therefore -\frac{\pi}{4} > Arg(z-1-i) \geq \frac{5\pi}{4}$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

230- $\because Arg\big(z-(a+ib)\big) = \theta$

$$\therefore (a,b) = (-1,1) \Rightarrow Arg\big(z-(-1+i)\big) = \frac{-\pi}{4}$$

$$\Longrightarrow Arg(z+1-i)) = 0 \,, Arg(z+1-i)) = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$



من الرسم الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(-1,1)$ ويصنع زاوية $(\theta = 0)$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{Re})$

هو$(Arg(z-1-i)) = 0)$ وبخط متصل و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(-1,1)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{2\pi}{3})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{Re})$ هو $(Arg(z-1-i)) = \frac{2\pi}{3})$ وبخط متصل وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة بينهما

$$\Longrightarrow \therefore 0 \leq Arg(z+1-i) \leq \frac{2\pi}{3}$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

231- $\because |z-(a+ib)| = r$

$$\because (a,b) = (3,1), r = 2 \,, \because (a,b) = (3,1), r = 5$$
$$\Longrightarrow \therefore |z-(a+ib)| = r, \Longrightarrow \therefore |z-(a+ib)| = r$$
$$\Longrightarrow |z-(3+1i)| = 2, \Longrightarrow |z-(3+1i)| = 5$$
$$\Longrightarrow |z-3-i| = 1, \Longrightarrow |z-3-1i| = 1$$

من الرسم ، المحل الهندسي دائرة مركزها $((a,b) = (3,1))$ ونصف قطرها $(r = 2)$ خط متقطع والمنطقة المظللة خارج الدائرة

$$|z-3-i| > 2 \Leftarrow$$

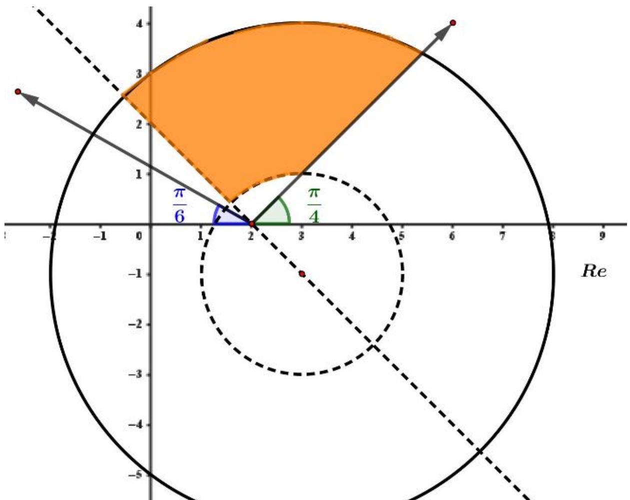
من الرسم ، المحل الهندسي دائرة مركزها $((a,b) = (3,1))$ ونصف قطرها $(r = 5)$ خط متصل والمنطقة المظللة داخل الدائرة

$$2 < |z-3-i| \leq 5 \Leftarrow |z-3-i| \leq 5 \Leftarrow$$

$$\because Arg\big(z-(a+ib)\big) = \theta$$

$$\therefore (a,b) = (2,0) \Rightarrow Arg\big(z-(2+0i)\big) = \frac{\pi}{4}$$

$$\Longrightarrow Arg(z-2) = \frac{\pi}{4} \,, Arg(z-2) = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$



من الرسم الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(2,0)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{\pi}{4})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{Re})$

هو$(Arg(z-2) = \frac{\pi}{4})$ وبخط متصل و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(0,2)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{5\pi}{6})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{Re})$ هو $(Arg(z-2) = \frac{5\pi}{6})$ وبخط متصل وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة بينهما

$$\Longrightarrow \therefore \frac{\pi}{4} \leq Arg(z-2) \leq \frac{5\pi}{6}$$

$\because |z-(a+ib)| = |z-(c+id)|$

من الرسم المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطة$((a,b)=(6,4))$ والنقطة (c,d)

$\because$ نقطة المنتصف بينهما هي $(2,0)$

$$\therefore \left(\frac{a+c}{2},\frac{b+d}{2}\right) = (2,0) \Rightarrow \left(\frac{6+c}{2},\frac{4+d}{2}\right) = (2,0) \Rightarrow 6+c=4 \Rightarrow c=-2$$
$$\Rightarrow 4+d=0 \Rightarrow d=-4 \Rightarrow \big((a,b)=(6,4),(c,d)=(-2,-4)\big)$$
$$\because \big((a,b)=(6,4),(c,d)=(-2,-4)\big)$$
$$\Rightarrow\therefore |z-(a+ib)| = |z-(c+id)|$$
$$\Rightarrow |z-(6+4i)| = |z-(-2-4i)|$$
$$\Rightarrow |z-6-4i| = |z+2+4i)|$$

من الرسم المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين$\big((a,b)=(6,4),(c,d)=(-2,-4)\big)$ خط متقطع والمنطقة المظللة من جهة النقطة $((a,b)=(6,4))$ $\Leftarrow |z-6-4i| > |z+2+4i)|$

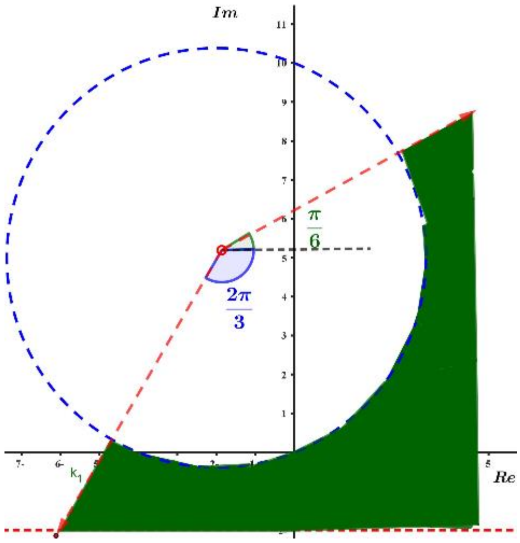
$$\Rightarrow\therefore |z-6-4i| > |z+2+4i)|$$

$\therefore$نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المطقة المظللة هو

$$\frac{\pi}{4} \le Arg(z-2) \le \frac{5\pi}{6}\ ,2<|z-3-i|\le 5, |z-6-4i| > |z+2+4i)|$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

232- $\because |z-(a+ib)| = r$



من السؤال ، معادلة المحل الهندسي للدائرة هي

$$|z+2-5i| = \sqrt{29} \Rightarrow |z-(-2+5i)| = \sqrt{29}$$

$\Leftarrow$ المحل الهندسي دائرة مركزها $\big((a,b)=(-2,5)\big)$

ونصف قطرها $(r=\sqrt{29})$ خط متقطع والمنطقة المظللة خارج الدائرة

$|z+2-5i| > \sqrt{29}\Leftarrow$

من السؤال ، معادلة المحل الهندسي الشعاع الذي يصنع زاوية $(\theta=\frac{\pi}{6})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{Re})$ هو$(Arg(z+2-5i)=\frac{\pi}{6})$

وبخط متقطع و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(0,2)$ ويصنع زاوية $(\theta=-\frac{2\pi}{3})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{Re})$ هو $(Arg(z+2-5i)=\frac{2\pi}{3})$

وبخط متقطع وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة بينهما

$\Leftarrow$ الشعاعان اللذان يبدأ من النقطة $(-2,5)$ ويصنع الأول زاوية $(\theta=\frac{\pi}{6})$ والثاني زاوية $(\theta=-\frac{2\pi}{3})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{Re})$ $\Leftarrow -\frac{2\pi}{3} < Arg(z+2-5i) < \frac{\pi}{6}$

من السؤال ، معادلة المحل الهندسي للمنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطة(a,b) والنقطة (c,d) هي

$$\Rightarrow |z-3+4i| = |z-3| \Rightarrow |z-(3-4i)| = |z-(3+0i)| \Rightarrow (a,b)=(3,-4),(c,d)=(3,0)$$

$\Leftarrow$المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين$\big((a,b)=(3,-4),(c,d)=(3,0)\big)$ خط متقطع والمنطقة المظللة من جهة النقطة $((c,d)=(3,0))$ $\Leftarrow |z-3+4i| < |z-3|$

$\therefore$نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المطقة المظللة هو

$$-\frac{2\pi}{3} < Arg(z+2-5i) < \frac{\pi}{6}\ , |z+2-5i| > \sqrt{29}, |z-3+4i| < |z-3|$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

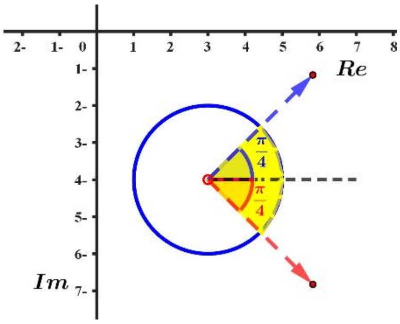
233- $\because |z-(a+ib)|=r$

$\because (a,b)=(3,-4), r=2 \Rightarrow \therefore |z-(a+ib)|=r$

$\Rightarrow |z-(3-4i)|=2 \Rightarrow |z-3+4i|=2$

من الرسم ، المحل الهندسي دائرة مركزها $((a,b)=(3,-4))$ ونصف قطرها $(r=2)$

خط متصل والمنطقة المظللة داخل الدائرة $\Leftarrow |z-3+4i|\le 2$



$\because Arg(z-(a+ib))=\theta$

$\therefore (a,b)=(3,-4) \Rightarrow Arg(z-(3-4i))=\dfrac{\pi}{4}$

$\Rightarrow Arg(z-3+4i)=\dfrac{\pi}{4}, Arg(z-3+4i)=-\dfrac{\pi}{4}$

من الرسم الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(3,-4)$ ويصنع زاوية $(\theta=\frac{\pi}{4})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو $(Arg(z-3+4i)=\frac{\pi}{4})$ وبخط متقطع و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(3,-4)$ ويصنع زاوية $(\theta=-\frac{\pi}{4})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو $(Arg(z-3+4i)=-\frac{\pi}{4})$ وبخط متقطع وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة بينهما

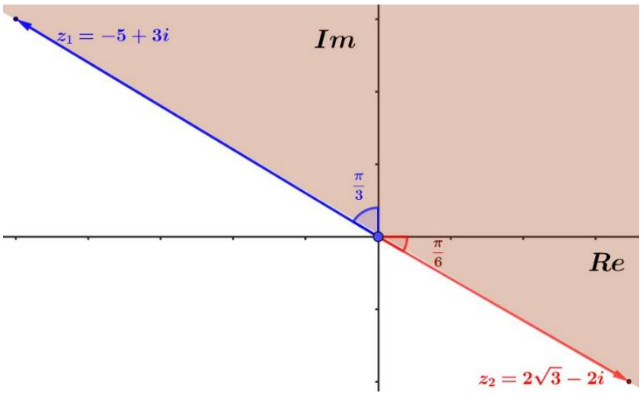
$\Rightarrow \therefore -\dfrac{\pi}{4} < Arg(z-3+4i) < \dfrac{\pi}{4}$

$\therefore$نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المطقة المظللة هو

$-\dfrac{2\pi}{3} < Arg(z+2-5i) < \dfrac{\pi}{6}, |z-3+4i|\le 2$

الإجابة الصحيحة هي (c)

234- $\because Arg(z-(a+ib))=\theta$



$\therefore (a,b)=(0,0)$

$\Rightarrow Arg(z)=\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{3\pi+2\pi}{6}=\dfrac{5\pi}{6}$

$\Rightarrow Arg(z)=\dfrac{5\pi}{6}, Arg(z)=-\dfrac{\pi}{6}$

من الرسم الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(0,0)$ ويصنع زاوية $(\theta=\frac{5\pi}{6})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو $(Arg(z)=\frac{5\pi}{6})$ وبخط متصل و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(0,0)$ ويصنع زاوية $(\theta=-\frac{\pi}{6})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو $(Arg(z)=-\frac{\pi}{6})$ وبخط متصل وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة بينهما

$\Rightarrow \therefore -\dfrac{\pi}{6} \le Arg(z) \le \dfrac{5\pi}{6}$

$\therefore$نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المطقة المظللة هو

$\Rightarrow \therefore -\dfrac{\pi}{6} \le Arg(z) \le \dfrac{5\pi}{6}$

الإجابة الصحيحة هي (b)

235- $\because |z-(a+ib)| = r$

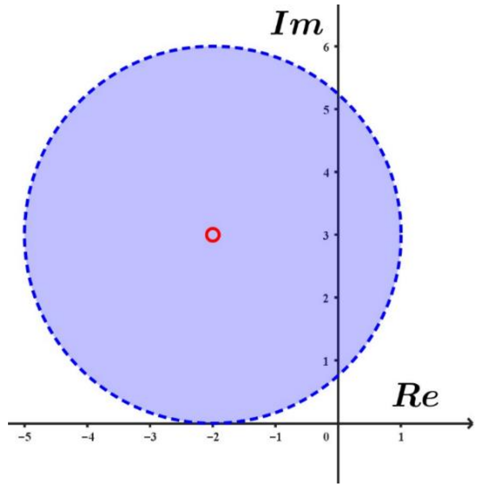
$\because (a,b) = (-2,3), r = 3 \Rightarrow \therefore |z-(a+ib)| = 3$

$\Rightarrow |z-(-2+3i)| = 2 \Rightarrow |z+2-3i| = 3$

من الرسم ، المحل الهندسي دائرة مركزها $\big((a,b) = (-2,3)\big)$ ونصف

قطرها $(r = 3)$ خط متقطع والمنطقة المظللة داخل الدائرة

$|z+2-3i| < 3 \Leftarrow$



الإجابة الصحيحة هي (d)

236- $\because |z-(a+ib)| = r$

$\because (a,b) = (1,0), r = 1$

$\Rightarrow \therefore |z-(a+ib)| = r$

$\Rightarrow |z-(1+0i)| = 1$

$\Rightarrow |z-1| = 1$

من الرسم ، المحل الهندسي دائرة مركزها $\big((a,b) = (1,0)\big)$

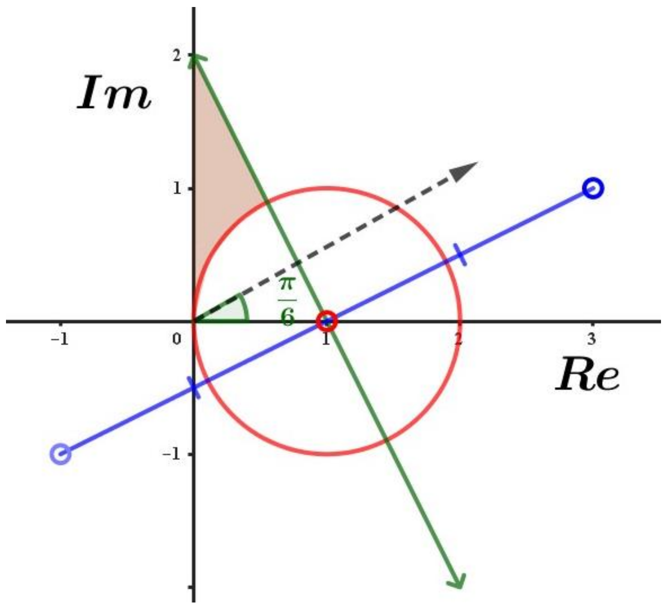
ونصف قطرها $(r = 1)$ خط متصل والمنطقة المظللة خارج الدائرة

$|z-1| \geq 1 \Leftarrow$

$\because Arg\big(z-(a+ib)\big) = \theta$

$\therefore (a,b) = (0,0) \Rightarrow Arg(z) = \dfrac{\pi}{6}$

$\Rightarrow Arg(z) = \dfrac{\pi}{6}, Arg(z) = \dfrac{\pi}{2}$



من الرسم الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(0,0)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{\pi}{6})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو $(Arg(z) = \frac{\pi}{6})$ وبخط متقطع و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(0,0)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{\pi}{2})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو $(Arg(z) = \frac{\pi}{2})$ وبخط نتصل وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة بينهما

$\Rightarrow \therefore \dfrac{\pi}{6} > Arg(z) \geq \dfrac{\pi}{2}$

$\because |z-(a+ib)| = |z-(c+id)|$

$\Rightarrow (a,b) = (-1,-1), (c,d) = (3,1) \Rightarrow |z-(1+1i)| = |z-(-3-i)|$

$\Rightarrow |z-1-i)| = |z+3+i|$

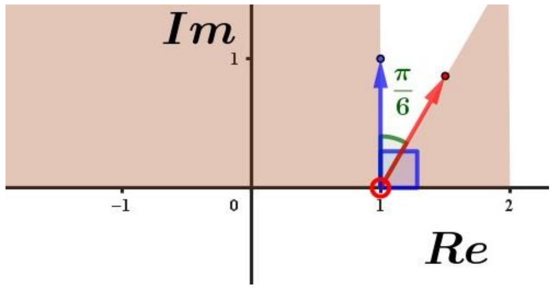
$\Leftarrow$المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين$\big((a,b) = (-1,-1), (c,d) = (3,1)\big)$ خط متصل والمنطقة المظللة من جهة النقطة $\big((a,b) = (-1,-1)\big) \Leftarrow |z-1-i)| \geq |z+3+i|$

$\therefore$نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المطقة المظللة هو

$\frac{\pi}{6} > Arg(z) \geq \frac{\pi}{2}\ , |z-1| \geq 1, |z-1-i)| \geq |z+3+i|$

الإجابة الصحيحة هي (a)

237- $\because Arg\big(z-(a+ib)\big)=\theta$



$\therefore (a,b)=(1,0)$

$\Rightarrow Arg(z-(1+0i))=\dfrac{\pi}{2}, Arg(z-(1+0i))=\dfrac{\pi}{3}$

$\Rightarrow Arg(z-1)=\dfrac{\pi}{2}, Arg(z-1)=\dfrac{\pi}{3}$

من الرسم الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(1,0)$ ويصنع زاوية $(\theta=\frac{\pi}{2})$ مع

مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{Re})$ هو $(Arg(z-1)=\frac{\pi}{2})$

وبخط متصل و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(1,0)$ ويصنع زاوية $(\theta=\frac{\pi}{3})$ مع

مستقيم يوازي المحور الحقيقي $(\mathcal{Re})$ هو $(Arg(z-1)=\frac{\pi}{3})$ وبخط متصل وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة خارجهما

$\Rightarrow \therefore 0 \le Arg(z-1) \le \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{2} \le Arg(z-1) \le \pi$

∴نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المطقة المظللة هو

$\therefore 0 \le Arg(z-1) \le \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \le Arg(z-1) \le \pi$

الإجابة الصحيحة هي (b)

238- $\because |z+2i|=2, |z-2|=2|z+i|, z=x+iy$

$\Rightarrow |z+2i|=2 \Rightarrow |x+iy+2i|=2 \Rightarrow |x+(y+2)i|=2 \Rightarrow x^2+(y+2)^2=2^2$
$\Rightarrow x^2+y^2+4y+4=4 \Rightarrow x^2+y^2+4y=0 \qquad (1)$
$\Rightarrow |z-2|=2|z+i| \Rightarrow |x+iy-2|=2|x+iy+i|$
$\Rightarrow |(x-2)+iy|=2|x+(y+1)i| \Rightarrow (x-2)^2+y^2=2(x^2+(y+1)^2)$
$\Rightarrow x^2-4x+4+y^2=2(x^2+y^2+1+2y) \Rightarrow x^2-4x+4+y^2=2x^2+4y+2+2y^2$
$\Rightarrow -x^2-4x+2-y^2-4y=0 \qquad (2)$

جمع المعادلتين الأولى والثانية

$x^2+y^2+4y=0 \qquad (1)$
$-x^2-4x+2-y^2-4y=0 \qquad (2)$

$\Rightarrow -4x+2 \Rightarrow 0 \Rightarrow -4x=-2 \Rightarrow x=\dfrac{-2}{-4}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{1}{4}+y^2+4y=0$

$y=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, a=1, b=4, c=\dfrac{1}{4}$

$\therefore y=\dfrac{-4\pm\sqrt{16-(4\times1\times\frac{1}{4})}}{2}=\dfrac{-4\pm\sqrt{16-1}}{2}=\dfrac{-4\pm\sqrt{15}}{2} \Rightarrow y=-2+\dfrac{\sqrt{15}}{2}, -2-\dfrac{\sqrt{15}}{2}$

$\Rightarrow \therefore z=x+iy=\dfrac{1}{2}+\left(-2+\dfrac{\sqrt{15}}{2}\right)i, \dfrac{1}{2}+\left(-2-\dfrac{\sqrt{15}}{2}\right)i$

الإجابة الصحيحة هي (a)

239- $\because |z+2+i|=|1-3i|, |z+1|=|z-1|, z=x+iy$

$\Rightarrow |z+2+i|=|1-3i| \Rightarrow |x+iy+2+i|=|x+iy-1-3i|$
$\Rightarrow |(x+2)+(y+1)i|=|(x-1)+(y-3)i| \Rightarrow (x+2)^2+(y+1)^2=(x-1)^2+(y-3)^2$
$\Rightarrow x^2+4x+4+y^2+2y+1=x^2-2x+1+y^2-6y+9$
$\Rightarrow x^2+4x+y^2+2y+5=x^2-2x+y^2-6y+10 \Rightarrow 6x+8y-5=0 \qquad (1)$
$\Rightarrow |z+1|=|z-1| \Rightarrow |x+iy+1|=|x+iy-1|$
$\Rightarrow |(x+1)+iy|=|(x-1)+yi| \Rightarrow (x+1)^2+y^2=(x-1)^2+y^2$
$\Rightarrow x^2+2x+1+y^2=x^2-2x+1+y^2 \Rightarrow 4x=0 \Rightarrow x=0$

بالتعويض في المعادلة الاولى

$$\Rightarrow 0+8y-5=0 \Rightarrow 8y=5 \Rightarrow y=\frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow \therefore z=x+iy=0+\frac{5}{8}i=\frac{5}{8}i$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

240- $\because Arg\left(z+1-i\sqrt{3}\right)=\frac{2\pi}{3}\ , Arg(z-1)=\frac{5\pi}{4}, z=x+iy, \frac{2\pi}{3}$ تقع في الربع الثاني, $\frac{5\pi}{4}$ تقع في الربع الثالث

$$\Rightarrow Arg\left(z+1-i\sqrt{3}\right)=\frac{2\pi}{3} \Rightarrow Arg\left(x+iy+1-i\sqrt{3}\right)=\frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow Arg\left((x+1)+\left(y-\sqrt{3}\right)i\right)=\frac{2\pi}{3} \Rightarrow \pi-\tan^{-1}\frac{b}{a}=\frac{2\pi}{3} \Rightarrow -\tan^{-1}\frac{b}{a}=\frac{2\pi}{3}-\pi=-\frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{b}{a}=\frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{b}{a}=\sqrt{3} \Rightarrow \frac{y-\sqrt{3}}{x+1}=\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}x+\sqrt{3}=y-\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}x+2\sqrt{3}=y \quad (1)$$

$$\Rightarrow Arg(z-1)=\frac{5\pi}{4} \Rightarrow Arg(x+iy-1)=\frac{5\pi}{4}$$

$$\Rightarrow Arg\left((x-1)+iy\right)=\frac{5\pi}{4} \Rightarrow -(\pi-\tan^{-1}\frac{b}{a})=\frac{5\pi}{4} \Rightarrow -\pi+\tan^{-1}\frac{b}{a}=\frac{5\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \tan^{-1}\frac{b}{a}=\frac{5\pi}{4}+\pi=\frac{9\pi}{4} \Rightarrow \tan^{-1}\frac{b}{a}=\frac{9\pi}{4}-2\pi=\frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{b}{a}=1 \Rightarrow \frac{y}{x-1}=1 \Rightarrow x-1=y$$

$$\Rightarrow x-1=y \quad (2)$$

بضرب المعادلة الثانية (-1)وجمعها مع المعادلة الاولى

$$\sqrt{3}x+2\sqrt{3}=y \quad (1)$$
$$-x+1=-y \quad (2)$$

$$\therefore \sqrt{3}x-x+2\sqrt{3}+1=0 \Rightarrow x\left(\sqrt{3}-1\right)=-2\sqrt{3}-1 \Rightarrow x=\frac{-2\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}$$

$$\Rightarrow x=\frac{-2\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}\times\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}=\frac{-6-1-3\sqrt{3}}{3-1}=\frac{-7-3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y=\frac{-7-3\sqrt{3}}{2}-1=\frac{-9-3\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore z=x+iy=\frac{-7-3\sqrt{3}}{2}+\frac{-9-3\sqrt{3}}{2}i$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

السؤال الثاني:

1- ما قيمة/ قيم (x, y) ، $(x, y \in \mathcal{R})$التي تحقق المعادلات فيما يلي:

A- $\left(\left(\frac{1-i}{1+i}\right)+(x+yi)=(1+2i)^2\right)$

$$\Rightarrow \left(\frac{1-i}{1+i}\right)+(x+yi)=(1+2i)^2$$

$$\therefore \left(\frac{1-i}{1+i}\right)=\frac{1-i}{1+i}\times\frac{1-i}{1-i}=\frac{1+i^2-2i}{1-i^2}=\frac{1-1-2i}{1+1}=\frac{-2i}{2}=-i$$

$$\therefore (1+2i)^2=1+4i+4i^2=1+4i-4=-3+4i$$

$$\therefore \left(\frac{1-i}{1+i}\right)+(x+yi)=(1+2i)^2 \Rightarrow -i+(x+yi)=-3+4i \Rightarrow (x+yi)=-3+4i+i$$

$$\therefore (x+yi)=-3+5i \Rightarrow x=-3, y=5$$

B- $\left((x+yi)^2=\frac{36-2i}{3+2i}\right)$

$$\Rightarrow (x+yi)^2=\frac{36-2i}{3+2i}$$

$$\therefore \left(\frac{36-2i}{3+2i}\right)=\frac{36-2i}{3+2i}\times\frac{3-2i}{3-2i}=\frac{108+4i^2-78i}{9-4i^2}=\frac{108-4-78i}{9+4}=\frac{104-78i}{13}=8-6i$$

$$\therefore (x+yi)^2=x^2+2ixy+y^2=8-6i$$

$$x^2+y^2=8 \qquad (1)$$
$$2xy=-6 \Rightarrow y=\frac{-6}{2x} \qquad (2)$$
$$\therefore x^2+\left(\frac{-6}{2x}\right)^2=8 \Rightarrow x^2+\frac{36}{4x^2}=8 \Rightarrow x^2+\frac{9}{x^2}=8 \Rightarrow x^4+9=8x^2 \Rightarrow x^4-8x^2+9=0$$
$$\Rightarrow (x^2-9)(x^2+1)=0 \Rightarrow x^2=9,-1 \Rightarrow \therefore x=\pm 3, x\in\mathcal{R} \Rightarrow y=\frac{-6}{2x}=\frac{-3}{x} \Rightarrow \frac{-3}{\pm 3}=\mp 1$$
$$\Rightarrow x=\pm 3, y=\mp 1$$

2- اثبت كلا مما يلي:

A- ان قيمة المقدار $\left(i=\frac{(2+i)(3+i)}{(2-i)(3-i)}\right)$.

$$\Rightarrow \frac{(2+i)(3+i)}{(2-i)(3-i)}=\frac{6+5i+i^2}{6-5i+i^2}=\frac{5+5i}{5-5i}=\frac{5+5i}{5-5i}\times\frac{5+5i}{5+5i}=\frac{25+50i+25i^2}{25-25i^2}=\frac{25-25+50i}{25+25}=\frac{50i}{50}=i$$

B- ان قيمة المقدار $\left(\frac{8}{5}i=\frac{(1+i)^2}{(2-i)}-\frac{(1-i)^2}{(2+i)}\right)$.

$$\Rightarrow \frac{(1+i)^2}{(2-i)}-\frac{(1-i)^2}{(2+i)}$$
$$\therefore (1+i)^2=1+2i+i^2=1-1+2i=2i$$
$$\therefore (1-i)^2=1-2i+i^2=1-1-2i=-2i$$
$$\therefore \frac{(1+i)^2}{(2-i)}-\frac{(1-i)^2}{(2+i)}=\frac{2i(2+i)}{(2-i)(2+i)}-\frac{-2i(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\frac{4i+2i^2}{4-i^2}-\frac{-4i+2i^2}{4-i^2}=\frac{4i-2}{4+1}-\frac{-4i-2}{4+1}=\frac{4i-2+4i+2}{5}=\frac{8i}{5}$$

C- ان قيمة المقدار $\left(i=\frac{1}{(1-i)^2}-\frac{1}{(1+i)^2}\right)$.

$$\Rightarrow \frac{1}{(1-i)^2}-\frac{1}{(1+i)^2}$$
$$\therefore (1+i)^2=1+2i+i^2=1-1+2i=2i$$
$$\therefore (1-i)^2=1-2i+i^2=1-1-2i=-2i$$
$$\therefore \frac{1}{(1-i)^2}-\frac{1}{(1+i)^2}=\frac{1}{-2i}-\frac{1}{2i}=\frac{-1-1}{2i}=\frac{-2}{2i}=\frac{-1}{i}=\frac{-1}{i}\times\frac{i}{i}=\frac{-i}{i^2}=\frac{-i}{-1}=i$$

3- مستخدماً الاعداد المركبة اثبت العلاقة:

$$\Rightarrow \left(tan^{-1}(\sqrt{3})+tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{\pi}{2}\right)$$
$$\because z_1=a+ib \Rightarrow Arg(z_1)=tan^{-1}\frac{b}{a} \Rightarrow tan^{-1}\frac{b}{a}=tan^{-1}\sqrt{3}=\frac{\pi}{3}$$
$$\because z_2=a+ib \Rightarrow Arg(z_2)=tan^{-1}\frac{b}{a} \Rightarrow tan^{-1}\frac{b}{a}=tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\pi}{6}$$
$$\therefore \left(tan^{-1}(\sqrt{3})+tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$$

4- اوجد كلاً من $\left(zw, z/w, \frac{1}{z}\right)$ في الحالتين التاليتين بالصورة المثلثية :

A- $(z=\sqrt{3}+i, w=1-i\sqrt{3})$.

$$\therefore zw=(\sqrt{3}+i)(1-i\sqrt{3})=\sqrt{3}-3i+i-i^2\sqrt{3}=\sqrt{3}-2i+\sqrt{3}=2\sqrt{3}-2i$$
$$\Rightarrow Arg(zw)=-tan^{-1}\frac{b}{a} \Rightarrow -tan^{-1}\frac{2}{2\sqrt{3}}=tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{\pi}{6}$$
$$\Rightarrow |zw|=r=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2+(2)^2}=\sqrt{12+4}=\sqrt{16}=4$$
$$\therefore zw=r(\cos(\theta)+i\sin(\theta))=4\left(\cos(-\frac{\pi}{6})+i\sin(-\frac{\pi}{6})\right)=4\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)-i\sin(\frac{\pi}{6})\right)$$

$$\therefore z/w=\frac{(\sqrt{3}+i)}{(1-i\sqrt{3})}=\frac{(\sqrt{3}+i)}{(1-i\sqrt{3})}\times\frac{(1+i\sqrt{3})}{(1+i\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{3}+3i+i+i^2\sqrt{3}}{1-3i^2}=\frac{\sqrt{3}+4i-\sqrt{3}}{1+3}=\frac{4i}{4}=i=0+i$$
$$\Rightarrow Arg(z/w)=tan^{-1}\frac{b}{a} \Rightarrow tan^{-1}\frac{1}{0}=\frac{\pi}{2}$$
$$\Rightarrow |z/w|=r=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(0)^2+(1)^2}=\sqrt{0+1}=\sqrt{1}=1$$
$$\therefore z/w=r(\cos(\theta)+i\sin(\theta))=(\cos(\frac{\pi}{2})+i\sin(\frac{\pi}{2}))$$

$$\therefore \frac{1}{z}=\frac{1}{\sqrt{3}+i}=\frac{1}{\sqrt{3}+i}\times\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i}=\frac{\sqrt{3}-i}{3-i^2}=\frac{\sqrt{3}-i}{3+1}=\frac{\sqrt{3}-i}{4}=\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{i}{4}$$

$$\Rightarrow Arg\left(\frac{1}{z}\right)=-tan^{-1}\frac{b}{a}=-tan^{-1}\frac{\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{4}}=-tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \left|\frac{1}{z}\right|=r=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2}=\sqrt{\frac{3}{16}+\frac{1}{16}}=\sqrt{\frac{4}{16}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{z}=r(\cos(\theta)+i\sin(\theta))=\frac{1}{2}(\cos(-\frac{\pi}{6})+i\sin(-\frac{\pi}{6}))=\frac{1}{2}(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)-i\sin(\frac{\pi}{6}))$$

حل آخر كما في الفرع **(B)**

B– $(z=2\sqrt{3}-2i\,,w=-1+i)$.

$$\Rightarrow Arg(z)=-tan^{-1}\frac{b}{a}\Rightarrow -tan^{-1}\frac{2}{2\sqrt{3}}=-tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow |z|=r_z=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2+(2)^2}=\sqrt{12+4}=\sqrt{16}=4$$

$$\Rightarrow Arg(w)=\pi-tan^{-1}\frac{b}{a}\Rightarrow \pi-tan^{-1}\frac{1}{1}=\pi-tan^{-1}1=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow |w|=r_w=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(-1)^2+(1)^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$$

$$\therefore zw=r_zr_w(cos(\theta_z+\theta_w)+i\,sin(\theta_z+\theta_w))=4\sqrt{2}\,(cos(-\frac{\pi}{6}+\frac{3\pi}{4})+i\,sin(-\frac{\pi}{6}+\frac{3\pi}{4}))$$

$$\therefore zw=4\sqrt{2}(cos\left(\frac{-2\pi+9\pi}{12}\right)+i\,sin(\frac{-2\pi+9\pi}{12}))=4\sqrt{2}(cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)+i\,sin(\frac{7\pi}{12}))$$

$$\therefore z/w=r_z/r_w(cos(\theta_z-\theta_w)+i\,sin(\theta_z-\theta_w))=\frac{4}{\sqrt{2}}(cos(-\frac{\pi}{6}-\frac{3\pi}{4})+i\,sin(-\frac{\pi}{6}-\frac{3\pi}{4}))$$

$$\therefore z/w=2\sqrt{2}(cos(\frac{-2\pi-9\pi}{12})+i\,sin(\frac{-2\pi-9\pi}{12}))=2\sqrt{2}(cos(\frac{-11\pi}{12})+i\,sin(\frac{-11\pi}{12}))$$

$$\therefore z/w=2\sqrt{2}(cos\left(\frac{13\pi}{12}\right)+i\,sin(\frac{13\pi}{12}))=2\sqrt{2}(cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)-i\,sin(\frac{11\pi}{12}))$$

$$\therefore \frac{1}{z}=\frac{1}{2\sqrt{3}-2i}=\frac{1}{2\sqrt{3}-2i}\times\frac{2\sqrt{3}+2i}{2\sqrt{3}+2i}=\frac{2\sqrt{3}+2i}{12-4i^2}=\frac{2\sqrt{3}+i}{12+4}=\frac{2\sqrt{3}+2i}{16}=\frac{2\sqrt{3}}{16}+\frac{2i}{16}=\frac{\sqrt{3}}{8}+\frac{i}{8}$$

$$\Rightarrow Arg\left(\frac{1}{z}\right)=tan^{-1}\frac{b}{a}=tan^{-1}\frac{\frac{1}{8}}{\frac{\sqrt{3}}{8}}=tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \left|\frac{1}{z}\right|=r=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{8}\right)^2+\left(\frac{1}{8}\right)^2}=\sqrt{\frac{3}{64}+\frac{1}{64}}=\sqrt{\frac{4}{64}}=\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{1}{z}=r(\cos(\theta)+i\sin(\theta))=\frac{1}{4}(\cos(\frac{\pi}{6})+i\sin(\frac{\pi}{6}))$$

حل آخر

$$\Rightarrow 1=1+0i\Rightarrow Arg(1)=tan^{-1}\frac{b}{a}=tan^{-1}\frac{0}{1}=0\Rightarrow r_1=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(1)^2+(0)^2}$$

$$\Rightarrow r_1=\sqrt{1}=1$$

$$\therefore 1/z=r_1/r_z(cos(\theta_1-\theta_z)+i\,sin(\theta_1-\theta_z))=\frac{1}{4}(cos(0-(-\frac{\pi}{6})+i\,sin(0-(-\frac{\pi}{6}))$$

$$\therefore 1/z=\frac{1}{4}(cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\,sin(\frac{\pi}{6}))$$

5– عبر عن ناتج $((3(cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)+isin\left(\frac{5\pi}{12}\right)).(4(cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+sin\left(\frac{\pi}{12}\right)))$ بالصورة المثلثية والصورة الجبرية للأعداد المركبة.

$$\therefore (3\left(cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)+isin\left(\frac{5\pi}{12}\right)\right).(4(cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)=12(cos\left(\frac{5\pi+\pi}{12}\right)+i\,sin(\frac{5\pi+\pi}{12}))$$

$$12(cos\left(\frac{6\pi}{12}\right)+i\,sin(\frac{6\pi}{12}))==12(cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\,sin(\frac{\pi}{2}))=12(0+i)=12i$$

السؤال الثالث:

1- اوجد $(|z|)$، $(Arg(z))$ للعدد المركب (z) في الحالات الاتية:

A- $(z=-2\sqrt{3}-2i)$.

$$\Rightarrow Arg(z)=-(\pi-tan^{-1}\frac{b}{a})\Rightarrow-(\pi-tan^{-1}\frac{2}{2\sqrt{3}})=-\left(\pi-tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=-\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow |z|=r_z=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2+(2)^2}=\sqrt{12+4}=\sqrt{16}=4$$

B- $(z=\sqrt{3}-i)$.

$$\Rightarrow Arg(z)=-tan^{-1}\frac{b}{a}\Rightarrow-tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow |z|=r_z=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+(1)^2}=\sqrt{3+1}=\sqrt{4}=2$$

C- $(z=\frac{4}{\sqrt{3}-i})$.

$$\Rightarrow z=\frac{4}{\sqrt{3}-i}=\frac{4}{\sqrt{3}-i}\times\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}+i}=\frac{4\sqrt{3}+4i}{3-i^2}=\frac{4\sqrt{3}+4i}{3+1}=\frac{4\sqrt{3}+4i}{4}=\sqrt{3}+i$$

$$\Rightarrow Arg(z)=tan^{-1}\frac{b}{a}\Rightarrow tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow |z|=r_z=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+(1)^2}=\sqrt{3+1}=\sqrt{4}=2$$

D- $(z=1+\frac{1}{\sqrt{3}}i)$.

$$\Rightarrow Arg(z)=tan^{-1}\frac{b}{a}\Rightarrow tan^{-1}\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{1}=tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow |z|=r_z=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2+(1)^2}=\sqrt{\frac{1}{3}+1}=\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$$

E- $(z=-2(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)))$.

$$\Rightarrow z=-2(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right))=-2(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i)=-\sqrt{2}-i\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow Arg(z)=-(\pi-tan^{-1}\frac{b}{a})\Rightarrow-(\pi-tan^{-1}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}})=-(\pi-tan^{-1}1)=-\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow |z|=r_z=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{2+2}=\sqrt{4}=2$$

2- اكتب العدد المركب (z) بالصورة القياسية $(a+bi\,,b\neq 0,a,b\in\mathcal{R})$ في الحالات الاتية:

A- $(z=\frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{-2}}})$.

$$\Rightarrow \sqrt{-2}=i\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow z=\frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{i\sqrt{2}}}=\frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{i\sqrt{2}}}\times\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{i\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{i\sqrt{2}}}=\frac{\frac{3}{\sqrt{2}}-\frac{3}{i\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{2i^2}}=\frac{\frac{3}{\sqrt{2}}-\frac{3}{i\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}=\frac{\frac{3}{\sqrt{2}}-\frac{3}{i\sqrt{2}}}{1}=\frac{3}{\sqrt{2}}-\frac{3}{i\sqrt{2}}=\frac{3i}{i\sqrt{2}}-\frac{3}{i\sqrt{2}}=\frac{-3+3i}{i\sqrt{2}}\times\frac{i}{i}$$

$$=\frac{-3i+3i^2}{i^2\sqrt{2}}=\frac{-3-3i}{-\sqrt{2}}=\frac{-(3+3i)}{-\sqrt{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}+\frac{3i}{\sqrt{2}}$$

B- $(z=\frac{12}{2+\sqrt{-2}})$.

$\Rightarrow \sqrt{-2}=i\sqrt{2}$

$\Rightarrow z=\frac{12}{2+\sqrt{-2}}=\frac{12}{2+i\sqrt{2}}\times\frac{2-i\sqrt{2}}{2-i\sqrt{2}}=\frac{24-12i\sqrt{2}}{4-2i^2}=\frac{24-12i\sqrt{2}}{4+2}=\frac{24-12i\sqrt{2}}{6}=4-2i\sqrt{2}$

3- اذا كان العدد المركب $(w=2\sqrt{2}(1+i))$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A- اوجد $(|w|)$، $(Arg(w))$.

$\Rightarrow w=2\sqrt{2}(1+i)=2\sqrt{2}+2i\sqrt{2}$

$\Rightarrow Arg(w)=tan^{-1}\frac{b}{a}\Rightarrow tan^{-1}\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\Rightarrow tan^{-1}1=\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow |w|=r_w=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{8+8}=\sqrt{16}=4$

B- اكتب العدد المركب (w) بالصورة المثلثية.

$\therefore w=r(\cos(\theta)+i\sin(\theta))=4\,(\cos(\frac{\pi}{4})+i\sin(\frac{\pi}{4}))$

4-اذا كان العدد المركب $(u=2-2i\sqrt{3})$ ، اوجد جذرية التربيعيين في الصورة المثلثية.

$\because \sqrt{u}=x+iy\Rightarrow u=(x+iy)^2=2-2i\sqrt{3}\Rightarrow x^2+2ixy+i^2y^2=\ 2-2i\sqrt{3}$

$\Rightarrow x^2-y^2+2ixy=\ 2-2\sqrt{3}i$

$x^2-y^2=\ 2 \qquad (1)$

$2xy=-2\sqrt{3}\Rightarrow y=\frac{-\sqrt{3}}{x} \qquad (2)$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$x^2-\left(\frac{-\sqrt{3}}{x}\right)^2=\ 2\Rightarrow x^2-\frac{3}{x^2}=\ 2\Rightarrow x^4-3=2x^2\Rightarrow x^4-2x^2-3=0\Rightarrow (x^2-3)(x^2+1)=0$

$\Rightarrow x^2=3,-1\Rightarrow x=\pm\sqrt{3},x\in\mathcal{R}\Rightarrow y=\frac{-\sqrt{3}}{x}=\frac{-\sqrt{3}}{\pm\sqrt{3}}=\mp1\Rightarrow\ x+iy=\sqrt{3}-i,-\sqrt{3}+i$

5-اذا كان العدد المركب $(w=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A- اكتب العدد المركب (w) بالصورة المثلثية.

$\Rightarrow Arg(w)=tan^{-1}\frac{b}{a}\Rightarrow tan^{-1}\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}\Rightarrow tan^{-1}\sqrt{3}=\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow |w|=r_w=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{4}{4}}=1$

$\therefore w=r(\cos(\theta)+i\sin(\theta))=(\cos(\frac{\pi}{3})+i\sin(\frac{\pi}{3}))$

B- اثبت ان $(w^3=-1)$.

$|w^3|=(|w|)^3=(1)^3=1,Arg(w^3)=Arg(w)+Arg(w)+Arg(w)=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3}=\pi$

$w^3=r(cos(\theta)+i\,sin(\theta))=(cos(\pi)+i\,sin(\pi))=-1+0=-1$

C- اوجد جذرية التربيعيين بالصورة المثلثية.

$\because \sqrt{w}=x+iy\Rightarrow w=(x+iy)^2=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\Rightarrow x^2+2ixy+i^2y^2=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$\Rightarrow x^2-y^2+2ixy=\ \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$x^2-y^2=\frac{1}{2} \qquad (1)$

$2xy=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow y=\frac{\sqrt{3}}{4x} \qquad (2)$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$x^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{4x}\right)^2=\frac{1}{2}\Rightarrow x^2-\frac{3}{16x^2}=\frac{1}{2}\Rightarrow 16x^4-3=8x^2\Rightarrow 16x^4-8x^2-3=0$$
$$\Rightarrow(4x^2+1)(4x^2-3)=0$$
$$\Rightarrow x^2=\frac{3}{4},\frac{-1}{4}\Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2},x\in\mathcal{R}\Rightarrow y=\frac{\sqrt{3}}{4x}=\frac{\sqrt{3}}{\pm\frac{4\sqrt{3}}{2}}=\pm\frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}=\pm\frac{1}{2}\Rightarrow\ x+iy=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i,\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$$

السؤال الرابع:

1- اوجد :

A) قيمة $\left(\left(4-\frac{1}{2}i\right)-\left(9+\frac{5}{2}i\right)\right)$.

$$\Rightarrow\left(4-\frac{1}{2}i\right)-\left(9+\frac{5}{2}i\right)=(4-9)+\left(-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}\right)i=-5+\frac{4}{1}i=-5+2i$$

B) قيمة / قيم (a,b) اذا كان $\left(\frac{20}{a+ib}\right)$ جذراً للمعادلة $(z^2+8-6i=0)$، $(a,b\in\mathcal{R})$.

$$z^2+8-6i=0\Rightarrow z^2=-8+6i$$
$$\Rightarrow z=\pm\sqrt{-8+6i}$$
$$\Rightarrow\therefore\ \pm\sqrt{-8+6i}=(\ x+iy)\Rightarrow -8+6i=(\ x+iy)^2\Rightarrow -8+6i=x^2+2ixy-y^2$$
$$\Rightarrow -8+6i=x^2-y^2+2ixy$$
$$\therefore x^2-y^2=-8 \qquad (1)$$
$$\therefore 2xy\Rightarrow 6\Rightarrow y=\frac{6}{2x}=\frac{3}{x} \qquad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الاولى

$$\therefore x^2-\left(\frac{3}{x}\right)^2=-8\Rightarrow x^2-\frac{9}{x^2}=-8\ \Rightarrow x^4-9=-8x^2\Rightarrow x^4+8x^2-9=0$$
$$\Rightarrow(x^2+9)(x^2-1)=0$$
$$\Rightarrow x^2=-9,1\Rightarrow x=\pm1,x\in\mathcal{R}\Rightarrow y=\frac{3}{x}=\frac{3}{\pm1}=\pm3\Rightarrow\ x+iy=-1-3i,1+3i$$
$$\therefore\frac{20}{a+ib}=\frac{20}{a+ib}\times\frac{a-ib}{a-ib}=\frac{20a-20ib}{a^2-i^2b^2}=\frac{20a-20ib}{a^2+b^2}$$
$$\therefore\frac{20}{a+ib}=\frac{20a-20ib}{a^2+b^2}=\frac{20a}{a^2+b^2}-\frac{20ib}{a^2+b^2}=1+3i\,,-1-3i$$
$$\therefore\Rightarrow\frac{20a}{a^2+b^2}=1\Rightarrow a^2+b^2=20a\,,-\frac{20b}{a^2+b^2}=3\Rightarrow a^2+b^2=-\frac{20}{3}b\Rightarrow 20a=-\frac{20}{3}b\Rightarrow a=-\frac{1}{3}b$$
$$\Rightarrow b=-3a\Rightarrow\frac{20a}{a^2+(-3a)^2}=1\Rightarrow a^2+9a^2=20a\Rightarrow 10a^2=20a\Rightarrow 10a=20\Rightarrow a=2$$
$$\Rightarrow b=-6$$
$$\therefore\Rightarrow\frac{20a}{a^2+b^2}=-1\Rightarrow a^2+b^2=-20a\,,-\frac{20b}{a^2+b^2}=-3\Rightarrow a^2+b^2=\frac{20}{3}b\Rightarrow -20a=\frac{20}{3}b\Rightarrow a=-\frac{1}{3}b$$
$$\Rightarrow b=-3a\Rightarrow\frac{20a}{a^2+(-3a)^2}=-1\Rightarrow a^2+9a^2=-20a\Rightarrow 10a^2=-20a\Rightarrow 10a=-20\Rightarrow a=-2$$
$$\Rightarrow b=6\Rightarrow(a,b)=(\pm2,\mp6)$$

2 – حل المعادلات الاتية:

1) $4z^2+25=0$

$$\because 4z^2+25=0\Rightarrow z^2=-\frac{25}{4}\Rightarrow z=\pm\sqrt{-\frac{25}{4}}=\pm\sqrt{-1\times\frac{25}{4}}=\pm\left(\sqrt{-1}\times\sqrt{\frac{25}{4}}\right)=\pm\frac{5}{2}i$$

2) $z^2+2z+i(2-i)=0$

$$\because z^2+2z+i(2-i)=0\Rightarrow z^2+2z+2i-i^2=0\Rightarrow z^2+2z+2i+1=0$$
$$\Rightarrow z=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a},a=1,b=2,c=2i+1$$
$$\Rightarrow z=\frac{-2\pm\sqrt{4-4(1)(2i+1)}}{2(1)}=\frac{-2\pm\sqrt{4-8i-4}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{-8i}}{2}$$

$\therefore \pm\sqrt{-8i} = x + iy \Rightarrow -8i = (x+iy)^2 \Rightarrow -8i = x^2 + 2ixy + i^2y^2 \Rightarrow -8i = x^2 - y^2 + 2ixy$

$\Rightarrow x^2 - y^2 = 0 \qquad (1)$

$\Rightarrow 2xy = -8 \Rightarrow y = \frac{-8}{2x} = \frac{-4}{x} \qquad (2)$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{-4}{x}\right)^2 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{16}{x^2} = 0 \Rightarrow x^4 - 16 = 0 \Rightarrow (x^2-4)(x^2+4) = 0 \Rightarrow x^2 = 4, -4$

$\Rightarrow x = \pm 2, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{-4}{x} = \frac{-4}{\pm 2} = \mp 2 \Rightarrow x + iy = \pm 2 \mp 2i \Rightarrow z = \frac{-2+2-2i}{2} = \frac{-2i}{2} = -i,$

$\Rightarrow z = \frac{-2-2+2i}{2} = \frac{-4+2i}{2} = -2 + i \Rightarrow \therefore z = -i, -2+i$

3) $z^2 - 3z + 3 + i = 0$

$\Rightarrow z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a = 1, b = -3, c = 3 + i$

$\Rightarrow z = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(1)(3+i)}}{2(1)} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12 - 4i}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{-3-4i}}{2}$

$\therefore \pm\sqrt{-3-4i} = x + iy \Rightarrow -3 - 4i = (x+iy)^2 \Rightarrow -3 - 4i = x^2 + 2ixy + i^2y^2$

$\Rightarrow -3 - 4i = x^2 - y^2 + 2ixy$

$\Rightarrow x^2 - y^2 = -3 \qquad (1)$

$\Rightarrow 2xy = -4 \Rightarrow y = \frac{-4}{2x} = \frac{-2}{x} \qquad (2)$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{-2}{x}\right)^2 = -3 \Rightarrow x^2 - \frac{4}{x^2} = -3 \Rightarrow x^4 - 4 = -3x^2 \Rightarrow x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

$\Rightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 4) = 0 \Rightarrow x^2 = 1, -4$

$\Rightarrow x = \pm 1, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{-2}{x} = \frac{-2}{\pm 1} = \mp 1 \Rightarrow x + iy = \pm 1 \mp i \Rightarrow z = \frac{3+1-i}{2} = \frac{4-i}{2} = 2 - \frac{1}{2}i,$

$\Rightarrow z = \frac{3-1+i}{2} = \frac{2+i}{2} = 1 + \frac{1}{2}i \Rightarrow \therefore z = 2 - \frac{1}{2}i, 1 + \frac{1}{2}i$

3 – اوجد الجذور الحقيقية والمركبة للمعادلات الاتية:

1) $z^4 + 1 = 0$

$\therefore z^4 + 1 = 0 \Rightarrow z^4 = -1 \Rightarrow z^2 = \pm\sqrt{-1} = \pm i \Rightarrow z = \pm\sqrt{\pm i}$

$\therefore \pm\sqrt{\pm i} = x + ib \Rightarrow \pm i = (x + ib)^2 \Rightarrow \pm i = x^2 + 2ixy + i^2y^2 \Rightarrow \pm i = x^2 + 2ixy - y^2$

$\Rightarrow \pm i = x^2 - y^2 + 2ixy \Rightarrow$

$x^2 - y^2 = 0 \qquad (1)$

$2xy = \pm 1 \Rightarrow y = \frac{\pm 1}{2x} \qquad (2)$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{\pm 1}{2x}\right)^2 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{4x^2} = 0 \Rightarrow 4x^4 - 1 = 0 \Rightarrow (2x^2 - 1)(2x^2 + 1) = 0$

$\Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow x = \pm\frac{1}{4}, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{1}{2 \times \pm\frac{1}{4}} = \pm 2 \Rightarrow x + iy = \pm\frac{1}{4} \pm 2i$

$\Rightarrow y = \frac{-1}{2 \times \pm\frac{1}{4}} = \mp 2 \Rightarrow x + iy = \pm\frac{1}{4} \mp 2i$

$\Rightarrow \therefore z = \pm\frac{1}{4} \pm 2i, \pm\frac{1}{4} \mp 2i$

2) $z^4 - 4z^2 + z^3 = 0$

$\therefore z^4 - 4z^2 + z^3 = 0 \Rightarrow z^2(z^2 - 4 + z) = 0 \Rightarrow z^2 = 0 \Rightarrow z = 0$ مكرر, $z^2 + z - 4 = 0$

$$\Rightarrow z=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, a=1, b=1, c=-4$$
$$\Rightarrow z=\frac{-1\pm\sqrt{1-4(1)(-4)}}{2(1)}=\frac{-1\pm\sqrt{1+16}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$$
$$\therefore z=0,0,\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$$

السؤال الخامس:

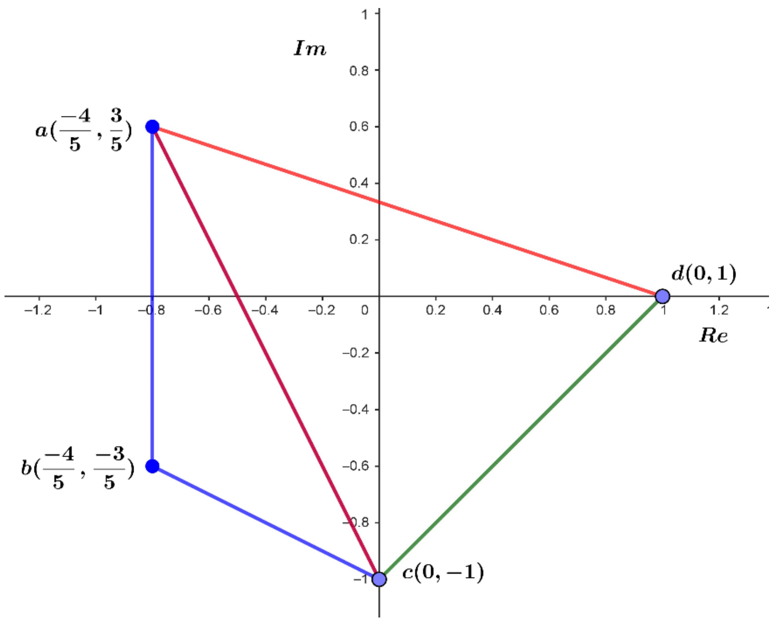
1-اذا كان $((2-i)z^2+2z+2+i=0)$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A- حل المعادلة واعط الناتج بالصيغة القياسية للعدد المركب.

$$\Rightarrow z=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, a=2-i, b=2, c=2+i$$
$$\Rightarrow z=\frac{-2\pm\sqrt{4-4(2-i)(2+i)}}{2(2-i)}=\frac{-2\pm\sqrt{4-4(4-i^2)}}{4-2i}=\frac{-2\pm\sqrt{4-4(4+1)}}{4-2i}=\frac{-2\pm\sqrt{4-20}}{4-2i}=\frac{-2\pm\sqrt{-16}}{4-2i}=\frac{-2\pm4i}{4-2i}$$
$$\Rightarrow z=\frac{-2+4i}{4-2i}\times\frac{4+2i}{4+2i}=\frac{-8-4i+16i+8i^2}{16-4i^2}=\frac{-8-4i+16i-8}{16+4}=\frac{-16+12i}{20}=\frac{-4}{5}+\frac{3i}{5}$$
$$\Rightarrow z=\frac{-2-4i}{4-2i}\times\frac{4+2i}{4+2i}=\frac{-8-4i-16i-8i^2}{16-4i^2}=\frac{-8-4i-16i+8}{16+4}=\frac{-20i}{20}=-i$$
$$\therefore z=\frac{-4}{5}+\frac{3i}{5},-i$$

B- اذا كانت النقاط $(\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C})$ تمثل جذري المعادلة ومرافق احد الجذرين، عين هذه النقاط على المستوى المركب (اعط جميع الحلول الممكنة)

$$\because z=\frac{-4}{5}+\frac{3i}{5},-i\Rightarrow \overline{z}=\frac{-4}{5}-\frac{3i}{5},i$$
$$\Rightarrow(\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C})=\left(\frac{-4}{5}+\frac{3i}{5},-i,\frac{-4}{5}-\frac{3i}{5}\right),\left(\frac{-4}{5}+\frac{3i}{5},-i,i\right)$$
$$\Rightarrow(\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C})=(\left(\frac{-4}{5},\frac{3}{5}\right),\left(\frac{-4}{5},\frac{-3}{5}\right),(0,-1),(\left(\frac{-4}{5},\frac{3}{5}\right),(0,-1),(0,1)$$



2 -اذا كان العدد المركب $\left(u=\frac{(1+2i)^2}{(2+i)}\right)$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A- اكتب العدد المركب (u) بالصورة القياسية.

$$u=\frac{(1+2i)^2}{(2+i)}=\frac{1+4i+4i^2}{2+i}=\frac{1-4+4i}{2+i}=\frac{-3+4i}{2+i}=\frac{-3+4i}{2+i}\times\frac{2-i}{2-i}=\frac{-6+3i+8i-4i^2}{4-i^2}=\frac{-6+4+11i}{4+1}=\frac{-2+11i}{5}=\frac{-2}{5}+\frac{11i}{5}$$

B- اوجد المحل الهندسي الذي تمثله المعادلة $(|z-u|=|u|)$ ، وبين نوعه.

$$\Rightarrow\therefore |u|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(\frac{-2}{5}\right)^2+\left(\frac{11}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{4}{25}+\frac{121}{25}}=\sqrt{\frac{125}{25}}=\sqrt{\frac{5}{1}}=\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \because |z-u| = |u| \Rightarrow \left|z - \left(\frac{-2}{5} + \frac{11i}{5}\right)\right| = \sqrt{5} \Rightarrow \left|z - \left(\frac{-2}{5} + \frac{11i}{5}\right)\right| = \sqrt{5}$$

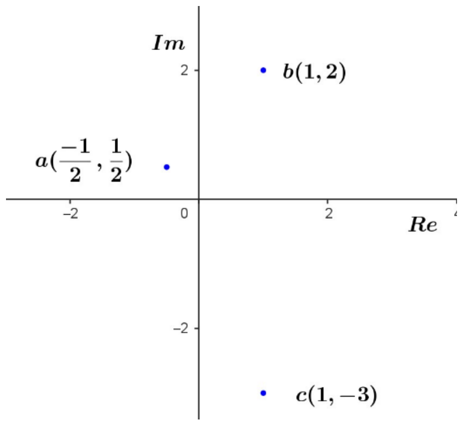
∴ الحل الهندسي في المستوى المركب للمعادلة $\left(\left|z - \left(\frac{-2}{5} + \frac{11i}{5}\right)\right| = \sqrt{5}\right)$ يمثل دائرة نصف قطرها $(\sqrt{5})$ وحدات ومركزها $\left(\frac{-2}{5}, \frac{11}{5}\right)$

3 –اذا كان العدد المركب $\left(v = \frac{(1+2i)}{(1-3i)}\right)$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

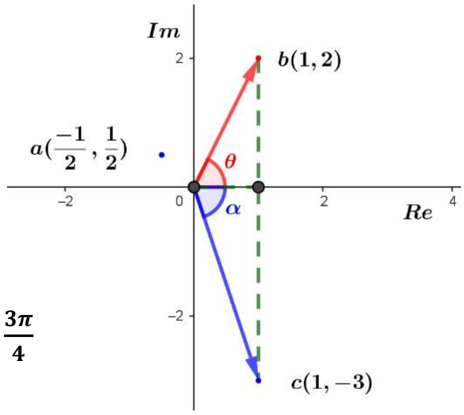
A– اكتب العدد المركب (v) بالصورة القياسية.

$$v = \frac{(1+2i)}{(1-3i)} = \frac{1+2i}{1-3i} \times \frac{1+3i}{1+3i} = \frac{1+3i+2i+6i^2}{1-9i^2} = \frac{1-6+5i}{1+9} = \frac{-5+5i}{10} = \frac{-1}{2} + \frac{i}{2}$$

B- اذا كانت النقطة (A) تمثل العدد المركب(v) والنقطة (B) العدد المركب $(1+2i)$ و النقطة (C) العدد المركب $(1-3i)$،عين هذه النقاط على المستوى المركب



C– مستعيناً بالعددين المركبين اللذين تمثلاهما النقطتين (B, C) ، اثبت ان $\left(\tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3 = \frac{3\pi}{4}\right)$.



$$\Rightarrow Arg(1+2i) = \tan^{-1}\frac{b}{a} = \tan^{-1}\frac{2}{1} = \tan^{-1} 2 = \theta$$
$$\Rightarrow \tan(\theta) = 2$$
$$\Rightarrow Arg(1-3i) = \tan^{-1}\frac{b}{a} = \tan^{-1}\frac{3}{1} = \tan^{-1} 3 = \alpha$$
$$\Rightarrow \tan(\alpha) = 3$$
$$\because m\measuredangle boc = m\measuredangle\theta + m\measuredangle\alpha$$
$$\because \tan(\theta+\alpha) = \frac{\tan(\theta)+\tan(\alpha)}{1-\tan(\theta)\tan(\alpha)} = \frac{2+3}{1-(2\times 3)} = \frac{5}{-5} = -1$$
$$\because m\measuredangle boc = m\measuredangle\theta + m\measuredangle\alpha \Rightarrow \therefore \tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3 = \tan^{-1} -1 = \frac{3\pi}{4}$$

4 –اذا كان (u, w) عددان مركبان ، و كان $(u - w = 4i \,, uw = 5)$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A– اكتب العددين المركبين (u, w) بالصورة القياسية.

$$\Rightarrow \because u = x_1 + iy_1 \,, w = x_2 + iy_2$$
$$\Rightarrow u - w = (x_1+iy_1) - (x_2+iy_2) = (x_1-x_2) + i(y_1-y_2) = 0 + 4i$$
$$\Rightarrow x_1 - x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 \qquad (1)$$
$$\Rightarrow y_1 - y_2 = 4 \qquad (2)$$
$$\Rightarrow uw = (x_1+iy_1)(x_2+iy_2) = 5 + 0i, (x_1 = x_2)\text{بتعويض}$$
$$\Rightarrow uw = (x_1+iy_1)(x_1+iy_2) = {x_1}^2 + ix_1y_1 + ix_1y_2 + i^2y_1y_2 = 5 + 0i$$
$$\Rightarrow {x_1}^2 + ix_1y_1 + ix_1y_2 - y_1y_2 = {x_1}^2 - y_1y_2 + i(x_1y_1 + x_1y_2) = 5 + 0i$$
$$\Rightarrow x_1y_1 + x_1y_2 = 0 \Rightarrow x_1y_1 = -x_1y_2$$
$$\Rightarrow y_1 + y_2 = 0 \qquad (3)$$
$$\Rightarrow {x_1}^2 - y_1y_2 = 5 \qquad (4)$$

بحل المعادلتين الثانية و الثالثة

$$\Rightarrow y_1 - y_2 = 4 \qquad (2)$$
$$\Rightarrow y_1 + y_2 = 0 \qquad (3)$$
$$\Rightarrow 2y_1 = 4 \Rightarrow y_1 = 2 \Rightarrow 2 + y_2 = 0 \Rightarrow y_2 = -2 \Rightarrow y_1 = 2, y_2 = -2$$

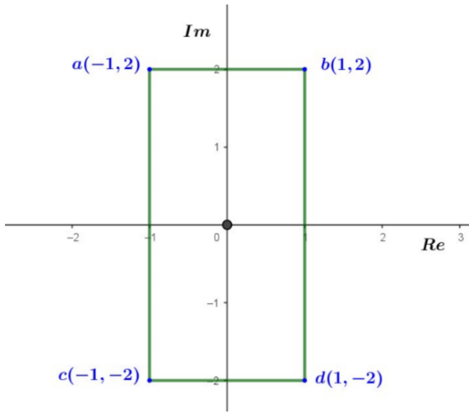
بتعويض قيم$(y_1 = 2, y_2 = -2)$في المعادلة الرابعة

$$\Rightarrow {x_1}^2 - (2 \times -2) = 5 \Rightarrow {x_1}^2 + 4 = 5 \Rightarrow {x_1}^2 = \pm 1 \Rightarrow x_1 = x_2 = \pm 1$$

$$\Rightarrow \because u = x_1 + i y_1 \Rightarrow \therefore u = 1 + 2i \, , u = -1 + 2i$$

$$\Rightarrow \because w = x_2 + i y_2 \Rightarrow \therefore w = 1 - 2i, w = -1 - 2i$$

B- مثل العددين المركبين (u, w) في المستوى المركب ، صل بين نقاط التمثيل.



C− ما الشكل الناتج ، احسب مساحته.

$\therefore$ الشكل الناتج شكل رباعي وهو المستطيل

$$\Rightarrow A = w.L$$

$$w = \sqrt{(1-(-1))^2 + (2-2)^2} = \sqrt{(2)^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$L = \sqrt{(1-1)^2 + (2-(-2))^2} = \sqrt{(4)^2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\Rightarrow \therefore A = w.L = 2 \times 4 = 8u^2$$

السؤال السادس:

1 −اذا كان العدد المركب $\left(w = \frac{22+4i}{(2-i)^2}\right)$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A− اثبت ان $(w = 2 + 4i)$.

$$\Rightarrow (2-i)^2 = 4 - 4i + i^2 = 4 - 1 - 4i = 3 - 4i$$

$$\Rightarrow w = \frac{22+4i}{(2-i)^2} = \frac{22+4i}{3-4i} = \frac{22+4i}{3-4i} \times \frac{3+4i}{3+4i} = \frac{66+88i+12i+16i^2}{9-16i^2} = \frac{66-16+100i}{9+16} = \frac{50+100i}{25} = 2 + 4i$$

B− اذا كانت متباينة المحل الهندسي $\left(\frac{1}{4}\pi \le Arg(w+p) \le \frac{3}{4}\pi\right)$ ، ما قيم (p) التي تحقق متباينة المحل الهندسي اذا كان (p) يمثل الجزء الحقيقي من العدد المركب.

$$\because Arg\big(w - (a + ib)\big) = \theta, w = 2 + 4i, b = 0$$

$$\left(\frac{1}{4}\pi \le Arg(w - (-p + 0i)) \le \frac{3}{4}\pi\right) \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\pi \le Arg(w + p)\right) \le \frac{3}{4}\pi)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{4}\pi \le Arg(2 + 4i + p) \le \frac{3}{4}\pi\right) = \left(\frac{1}{4}\pi \le Arg(2 + p + 4i) \le \frac{3}{4}\pi\right)$$

$$\Rightarrow \because Arg(2 + p + 4i) = \tan^{-1}\frac{b}{a} = \tan^{-1}\frac{4}{2+p} = \frac{\pi}{4} \, , \tan\frac{\pi}{4} = 1 \Rightarrow \frac{4}{2+p} = 1 \Rightarrow 2 + p = 4 \Rightarrow p = 2$$

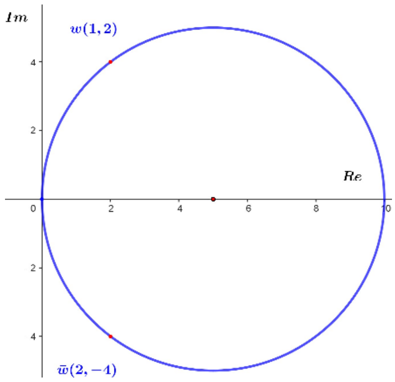
$$\because Arg(2 + p + 4iz) = \tan^{-1}\frac{b}{a} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \tan^{-1}\frac{4}{2+p} = \frac{3\pi}{4}, \tan\frac{3\pi}{4} = -1 \Rightarrow \frac{4}{2+p} = -1$$

$$\Rightarrow -2 - p = 4 \Rightarrow -p = 6 \Rightarrow p = -6 \Rightarrow \because p = 2, -6 \Rightarrow \therefore -6 \le p \le 2$$

C− اذا كان العدد المركب ومرافقه $(w, \overline{w})$ يمثلان في المستوى المركب بالنقطة (S, T) على التوالي، حيث ان معادلة المحل الهندسي $(|z - a| = k)$ تمثل معادلة دائرة تمر بنقطة الأصل والنقطتين (S, T) ، اوجد قيم (a, k).

$\because w = 2 + 4i \Rightarrow \; w(2,4), \Rightarrow \overline{w} = 2 - 4i \Rightarrow \overline{w} = (2,-4) \Rightarrow (x,y)$مركز الدائرة

$$r=\sqrt{(2-x)^2+(4-y)^2}$$
$$\Rightarrow \sqrt{4-4x+x^2+16-8y+y^2}$$
$$\Rightarrow \sqrt{20-4x+x^2-8y+y^2} \qquad (1)$$
$$r=\sqrt{(2-x)^2+(-4-y)^2}$$
$$\Rightarrow \sqrt{4-4x+x^2+16+8y+y^2}$$
$$\Rightarrow \sqrt{20-4x+x^2+8y+y^2} \qquad (2)$$
$$r=\sqrt{(0-x)^2+(0-y)^2}=\sqrt{x^2+y^2} \qquad (3)$$



بحل المعادلتين الأولى والثانية

$$\Rightarrow \sqrt{20-4x+x^2-8y+y^2}=\sqrt{20-4x+x^2-8y+y^2}$$
$$\Rightarrow 20-4x+x^2-8y+y^2=20-4x+x^2+8y+y^2 \Rightarrow -16y=0 \Rightarrow y=0$$

بحل المعادلتين الأولى والثالثة وتعويض قيمة $(y=0)$

$$20-4x+x^2=x^2 \Rightarrow 20-4x=0 \Rightarrow 20=4x \Rightarrow x=5$$

بالتعويض في أي معادلة لايجاد قيمة (r)

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{25+0}=\sqrt{25}=5$$

$\Leftarrow$ مركز الدائرة$(x,y)=(5,0)$

$$\Rightarrow \because |z-(x+iy)|=r \Rightarrow |z-(-5+0i)|=5 \Rightarrow |z+5)|=5$$

2 –اذا كان $(z,\bar{z})$ عددان مركبان حيث العدد المركب $(\bar{z})$ مرافق العدد المركب (z) ، و كان $(z=\sqrt{2}-i\sqrt{6})$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A– اوجد $(|z|)$، $(Arg(z))$ للعدد المركب (z) .

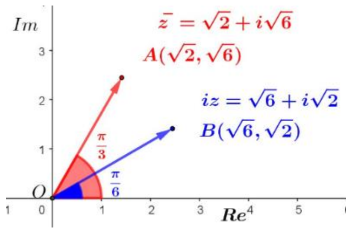
$$\because z=\sqrt{2}-i\sqrt{6} \Rightarrow |z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(-\sqrt{6}\right)^2}=\sqrt{2+6}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$
$$\Rightarrow Arg(z)=-\tan^{-1}\frac{b}{a}=-\tan^{-1}\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=-\tan^{-1}\sqrt{\frac{6}{2}}=-\tan^{-1}\sqrt{3}=-\frac{\pi}{3}$$

B- اوجد ناتج $((z+2\bar{z}),(\bar{z}\,/\,iz))$.

$$\because z=\sqrt{2}-i\sqrt{6} \Rightarrow \therefore \bar{z}=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$$
$$\Rightarrow z+2\bar{z}=\sqrt{2}-i\sqrt{6}+2\left(\sqrt{2}+i\sqrt{6}\right)=\sqrt{2}-i\sqrt{6}+2\sqrt{2}+2i\sqrt{6}$$
$$\Rightarrow z+2\bar{z}=\left(\sqrt{2}+2\sqrt{2}\right)+i\left(-\sqrt{6}+2\sqrt{6}\right)=3\sqrt{2}+i\sqrt{6}$$
$$\Rightarrow \bar{z}/iz=\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{6}}{i(\sqrt{2}-i\sqrt{6})}=\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{6}}{i\sqrt{2}-i^2\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{6}}{i\sqrt{2}+\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{6}}{\sqrt{6}+i\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{12}-2i+6i-i^2\sqrt{12}}{6-2i^2}=\frac{\sqrt{12}+4i+\sqrt{12}}{6+2}=\frac{2\sqrt{12}+4i}{8}$$
$$\Rightarrow \bar{z}/iz=\frac{2\sqrt{12}}{8}+\frac{4i}{8}=\frac{\sqrt{12}}{4}+\frac{2i}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$$

C– في المستوى المركب، اذا كانت النقطة (O) تمثل نقطة الأصل و (A) العدد المركب $(\bar{z})$ و النقطة (B) العدد المركب (iz)، اثبت ان $(m\measuredangle AOB=\frac{1}{6}\pi)$

$$\because \bar{z}=\sqrt{2}+i\sqrt{6} \Rightarrow \therefore A(\sqrt{2},\sqrt{6})$$
$$\because iz=i\left(\sqrt{2}-i\sqrt{6}\right)=i\sqrt{2}-i^2\sqrt{6}=\sqrt{6}+i\sqrt{2} \Rightarrow B(\sqrt{6},\sqrt{2})$$
$$\Rightarrow Arg(\bar{z})=\tan^{-1}\frac{b}{a}=\tan^{-1}\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\tan^{-1}\sqrt{\frac{6}{2}}=\tan^{-1}\sqrt{3}=\frac{\pi}{3}$$
$$\Rightarrow Arg(iz)=\tan^{-1}\frac{b}{a}=\tan^{-1}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\tan^{-1}\sqrt{\frac{2}{6}}=\tan^{-1}\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\pi}{6}$$
$$m\measuredangle AOB=Arg\left(\frac{\bar{z}}{iz}\right)=Arg(\bar{z})-Arg(iz)=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$$



حل اخر

$$\Rightarrow \bar{z}/iz=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2} \Rightarrow m\measuredangle AOB=Arg\left(\frac{\bar{z}}{iz}\right)=\tan^{-1}\frac{b}{a}=\tan^{-1}\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\tan^{-1}\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\pi}{6}$$