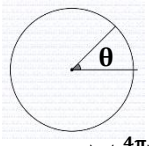
السؤال الأول : ضع دائره حول رمز الجابه الصحيحة فيما يلي:

1- عند تحويل الزاوية ($\frac{-11\pi}{4}$) الى القياس بالدرجات يساوي

a) -450° b) -135° c) -495° d) 135°

2- في الشكل المجاور قياس θ =

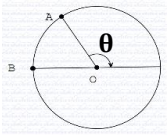


a) $\theta = 1$ rad او 180° b) $\theta = \pi$ او 57.3° c) $\theta = 1$ rad او 57.3° d) $\theta = 1$ rad او $\frac{\pi}{2}$

3- الزاويتان المشتركتان في ضلع الانتهاء مع الزاوية ($\frac{2\pi}{3}$) في الوضع القياسي هما:

a) ($\frac{4\pi}{3}$)و($\frac{-8\pi}{3}$) b) ($\frac{-4\pi}{3}$)و($\frac{5\pi}{3}$) c) ($\frac{-4\pi}{3}$)و($\frac{8\pi}{3}$) d) ($\frac{\pi}{3}$)و($\frac{4\pi}{3}$)

4- في الشكل المجاور اذا كان طول القوس (AB) يساوي وحدتين و(r =2) فإن قياس θ =



a) $\pi - 1$ b) $\pi + 1$ c) $\frac{\pi}{2} + 1$ d) $\frac{\pi}{2} - 1$

5- قطاع دائري اطواله بالسنتيمترات وطول قوسه يساوي عددياً مساحته ، فإن نصف قطره (r) يساوي

a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) 2 d) $\sqrt{2}$

☒ دائرة مساحتها (36π cm^2) ، اجب عن الفقرتين (6 و7)

6- مساحة القطاع الذي تصنعه زاويه مركزية مقدارها (30°) هي:

a) 6π cm^2 b) 3π cm^2 c) 2π cm^2 d) $\frac{\pi}{2}$ cm^2

7- طول قوس القطاع الدائري الذي يقابل الزاوية المركزية أعلاه هو:

a) π cm b) 6π cm c) $\frac{\pi}{6}$ cm d) 36cm

8- دائرة نصف قطرها ($r=\sqrt{2}$) و (θ) زاويه مركزية فيها ، اذا كانت النسبة بين محيط الدائرة الى مساحتها يساوي عددياً طول القوس المقابل للزاوية المركزية (θ) فان قياسها هو :

a) 0.1 rad b) 0.01 rad c)1 rad d) 10 rad

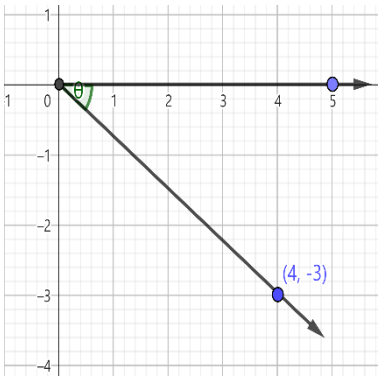
9- يتكون جزيء الماء من ذرة أوكسجين (O) تتوسط وترتبط مع ذرتين هيدروجين (H) مكونة زاوية ($\theta = \frac{7\pi}{12}$) ، فإن ($\cos\theta$) يساوي

a) $\cos\frac{5\pi}{12}$ b) $-\cos\frac{5\pi}{12}$ c) $\sin\frac{5\pi}{12}$ d) $-\sin\frac{5\pi}{12}$

10- قيمة ($\tan 5\pi$) هي

a) 1 b) -1 c) 5 d) 0

11- في الشكل المجاور قيمة ($\csc\theta$) هي



a) $\frac{-5}{4}$ b) $\frac{-5}{3}$ c) $\frac{-3}{5}$ d) $\frac{5}{3}$

12- قيمة ($\tan^{-1}\sqrt{3}$) هي

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{-\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{3}$ d) $\frac{-\pi}{3}$

13- اذا كانت النقطة $(-2,3)$ تقع على ضلع انتهاء الزاوية (θ) المرسومة في الوضع القياسي ، فإن قيمة ($\cot\theta$) هي

a) $\frac{-2}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{-3}{2}$

14- للاقتران [$g(x) = 2\tan 2x - 1$] خط تقارب راسي عندما (x) =

a) $\frac{\pi}{2}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi}{8}$ d) π

15- للاقتران الجيبي [$y = -4\cos(x + \frac{\pi}{2})$] قيمه صغرى هي:

a) $(\frac{-\pi}{2}, 4)$ b) $(\frac{-\pi}{2}, -4)$ c) $(\frac{\pi}{2}, 4)$ d) $(\frac{\pi}{2}, -4)$

16- الاقتران الجيبي الذي سعته (2) هو:

a) $\frac{-1}{2}\cos(2x - \pi) + 2$ b) $-3\cos(2x - 2\pi) + 2$

c) $-2\cos(x - 2\pi) + 3$ d) $\frac{-1}{2}\cos(x - 4\pi) + 2$

17- الاقتران الجيبي الذي طول دورته (2π) هو:

a) $-2\sin(x - \pi)$ b) $-2\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) + 2$

c) $-2\tan x - 1$ d) $1 + \frac{1}{2}\cos 2\pi$

18- يمكن وصف التحويلات الهندسية التي طُبقت على منحنى الاقتران [$f(x) = \cos x + 9$] لينتج منحنى الاقتران [$g(x) = \cos 6(x - \pi) + 9$]

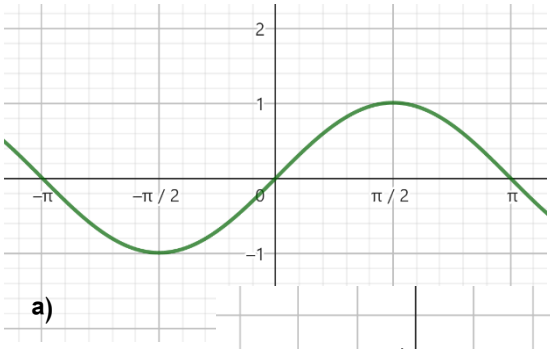
a) تضييق افقي بمعامل مقداره (6) وازاحة افقية نحو اليمين بمقدار (π)

b) تضييق افقي بمعامل مقداره ($\frac{1}{6}$) وازاحة رأسية للاعلى بمقدار (9)

c) تضييق افقي بمعامل مقداره ($\frac{1}{6}$) وازاحة افقية نحو اليمين بمقدار (π)

d) b + c

19- الرسم المقابل يمثل الاقتران الجيبي :



a) $\sin(\pi - x)$

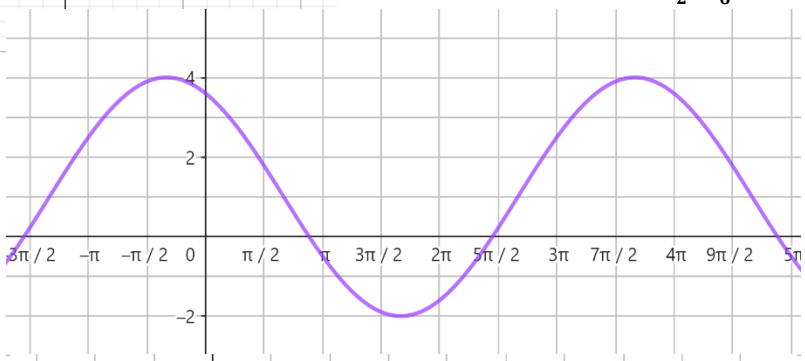
b) $1 - \sin\frac{1}{2}x$

c) $1 + \sin\frac{1}{2}x$

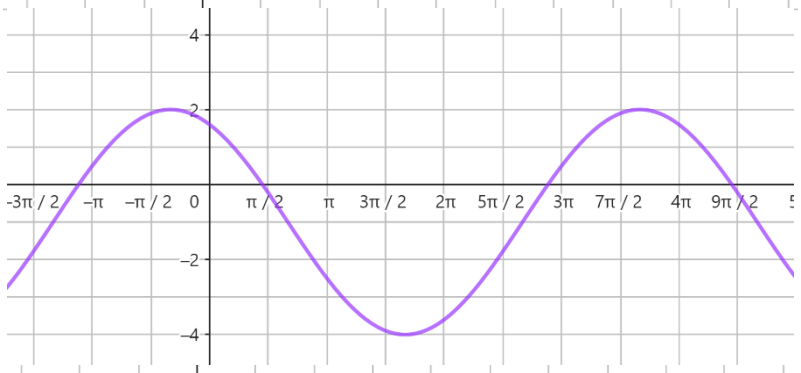
d) $-\sin(x + \pi)$

20- التمثيل المناسب الذي يمثل الاقتران الجيبي $[\ 3\cos(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}) + 1\ ]$:

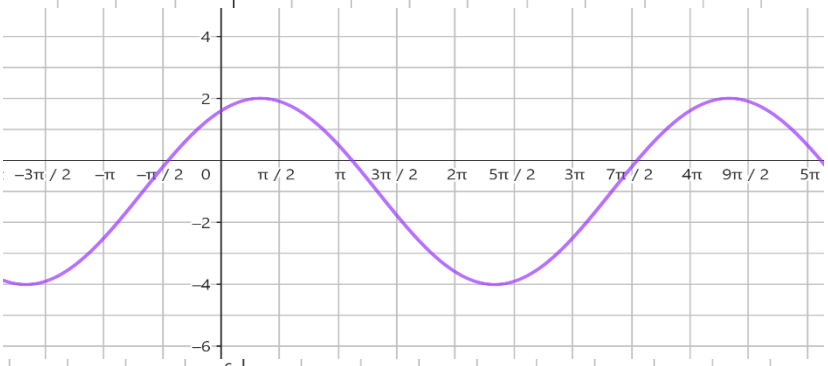
a)



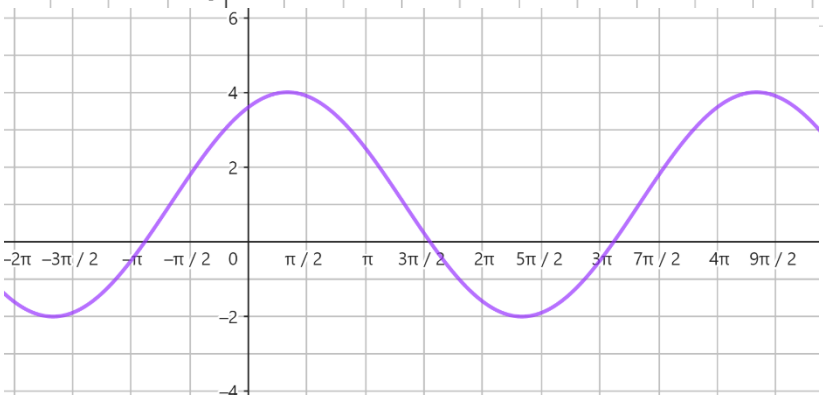
b)



c)



d)



السؤال الثاني :

a) استعمل العلماء عجلة المجداف لقياس سرعة التيارات المائية بناءً على معدل الدوران، اذا درات العجله (120) دورة في الدقيقة و طول العجلة (0.6m) جد السرعة الخطية والسرعة الزاوية للمجداف بوحدة (m/s).

b)يمثل الاقترانان [$y = 10\sin 4\pi t$] ، [$y = 3\cos\frac{1}{2}\pi t$] إزاحة كتلة معلقة في زنبرك بالسنتيمتر ، (t) الزمن بالثواني جد لكل منهما اقصى إزاحة وطول الدورة والتردد لحركة الكتلة.

السؤال الثالث :

(1) اذا كان ΔABC قائم الزاوية في (A) وكان $\sin\angle ABC = \frac{1}{\sqrt{2}}$ جد

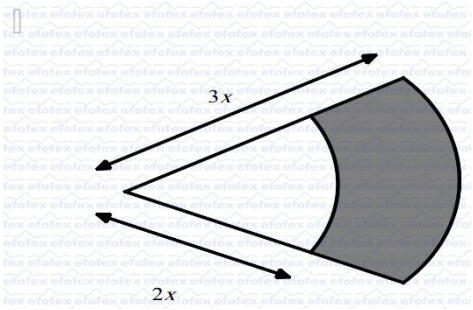
a) اطوال اضلاع المثلث. b) النسب المثلثية للزاوية $\angle ABC$. c) قياس الزاوية $m\angle ABC$.

(2) اذا كان الاقتران [$\sec\theta = \frac{5}{4}$] جد قيم النسب المثلية للزاوية (θ) في الحالتين الآتيتين:

a) $\sin\theta > 0$. b) $\cot\theta < 0$.

السؤال الرابع :

a) في الشكل المجاور قطاعين دائريين متحدين بالمركز ناتجين عن زاوية مركزية مشتركة قياسها (0.75) ومساحة المنطقة المظللة ($36cm^2$) جد قيمة (x).



b) ما قيمة المقدار $\cos\frac{\pi}{4} - \sin\frac{2\pi}{3} + \sin\pi - \tan\frac{4\pi}{3} + \sin\frac{5\pi}{3} - \sin 2\pi$

السؤال الخامس :

(1) جد السعة والدورة والقيمة العظمى والصغرى ومعادلة خط الوسط للاقترانات الجيبيه الاتيه:

**a) $[\cos(1-x)+2]$. b) $[\sin\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{4}\right)-1]$. **

(2) مثل الاقتران الجيبي [$y = \cos 2(x - \frac{\pi}{2})$]

مع تحيات لؤي مرعي

الإجابات

السؤال الأول

1- $\frac{-11\pi}{4} \times \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{-11\times180^\circ}{4} = \frac{-11\times90^\circ}{2} = \frac{-11\times45^\circ}{1} = -11 \times 45^\circ = -495^\circ$ **(c)**

2- **من الرسم نجد ان (θ) زاوية حادة** **(c)**

3- $\frac{2\pi}{3} + 2\pi = \frac{2\pi+6\pi}{3} = \frac{8\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3} - 2\pi = \frac{2\pi-6\pi}{3} = \frac{-4\pi}{3}$ او $\frac{2\pi}{3} + \pi = \frac{2\pi+3\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3} + \pi = \frac{2\pi-3\pi}{3} = \frac{-\pi}{3}$

(c)

$\left(\frac{-4\pi}{3}\right)$ و $\left(\frac{8\pi}{3}\right)$ او $\left(\frac{-\pi}{3}\right)$ و $\left(\frac{5\pi}{3}\right)$

4- $\theta = \pi - \theta' \Rightarrow s = r\theta' \Rightarrow 2 = 2\theta' \Rightarrow \theta' = 1 \quad \therefore \theta = \pi - 1$ **(a)**

5- A=S $\Rightarrow \frac{1}{2}r^2\,\theta = r\theta$

$\Rightarrow \frac{1}{2}r^2 = r$

$\Rightarrow \frac{1}{2}r = 1$

$\Rightarrow r = 2$ (c)

6- $A_c = \pi r^2 \Rightarrow 36\pi = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = 36$

$\Rightarrow r = 6$cm

$\therefore$ A= $\frac{1}{2}r^2\,\theta$,r=6cm , θ=30° $= \frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow$ A= $\frac{1}{2}6^2 \times \frac{\pi}{6}$ $\Rightarrow$ A= $\frac{1}{2}36 \times \frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow$ A= $3 \times \pi = 3\pi$ cm^2 **(b)**

7- $S = r\theta$ r=6cm , θ=30° $= \frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow$ S= $6 \times \frac{\pi}{6}$ $\Rightarrow$ S= π cm **(a)**

8- $\frac{S_c}{A_c} = S \Rightarrow \frac{2\pi r}{\pi r^2} = r\theta$

$\Rightarrow \theta = \frac{2}{r^2} rad$, r=$\sqrt{2}$ $\Rightarrow \theta = \frac{2}{2} = 1$ (c)

9- $\theta = \frac{7\pi}{12}$, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, $\Rightarrow \theta' = \pi - \theta$, $0 < \theta' < \frac{\pi}{2}$ الزاويتان متكاملتان

$\therefore \theta' = \pi - \frac{7\pi}{12} = \frac{12\pi-7\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}$

$\therefore \cos\theta = -\cos\theta'$

$\therefore \cos\frac{7\pi}{12} = -\cos\frac{5\pi}{12}$ **(b)**

10- $\tan 5\pi = \tan\pi = 0$ **(d)**

11- $\sin\theta = \frac{y}{r}$, r=$\sqrt{x^2+y^2}$, $\Rightarrow$r=$\sqrt{4^2+-3^2} = \sqrt{16+9}$ =$\sqrt{25}$ =5

$\therefore \sin\theta = \frac{-3}{5}$,$\csc\theta = \frac{-5}{3}$ **(b)**

12- $\tan^{-1}\sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$ **(c)**

13- النقطة $(-2,3)$ تقع في الربع الثاني في المستوى الاحدائي

$\tan\theta = \frac{y}{x}$,(x,y) (−2,3) $\Rightarrow \cot = \frac{x}{y} = \frac{-2}{3}$ **(a)**

14- $g(x) = 2\tan 2x - 1$

$\therefore 2x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$x=$\frac{\pi}{4}$ **(b)**

15- $[\,y = -4\cos(x + \frac{\pi}{2})\,]$

$|-4| = 4$, d=0 $\Rightarrow \min_v = -1\times|a|+ d \therefore \min_v = -4+0=-4$

نعوض قيمة y في الاقتران وينتج

$-4 = -4\cos(x + \frac{\pi}{2})$

$\Rightarrow 1 = \cos(x + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow x + \frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{-\pi}{2}$

$\therefore \min_v (\frac{-\pi}{2}, -4)$ **(b)**

16- **c)** $-2\cos(x - 2\pi) + 3$ $|a|$ = السعة

17- **a)** $-2\sin(x - \pi)$, $\frac{2\pi}{|b|}$=طول الدورة

18- $[g(x) = \cos 6(x-\pi) + 9]$ الاقتران منحنى لينتج $f(x) = \cos x + 9$ التحويلات الهندسية التي طُبقت على منحنى الاقتران

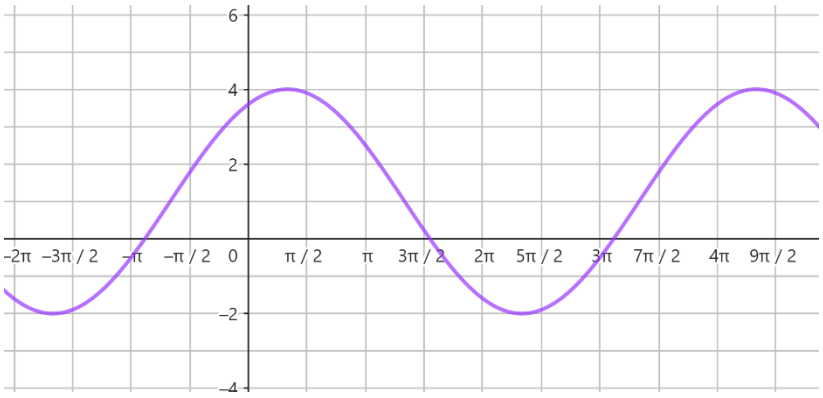
$g(x) = \cos 6(x-\pi) + 9 \Rightarrow g(x) = \cos(6x - 6\pi) + 9$

تضييق افقي بمعامل مقداره ($\frac{1}{6}$) وازاحة رأسية للاعلى بمقدار (9) وازاحة افقية نحو اليمين بمقدار (π)

d) **b + c**

19- d) $-\sin(x+\pi)$

20- d)



السؤال الثاني

a) دورة في الدقيقة و طول العجلة $(0.6m)$ دورات العجله (120)

$v = \frac{S}{t}$, $S = r\theta$,r=0.6m ,$\theta = 120 \times 2\pi = 240\pi$,t=60s

$\therefore v = \frac{r\theta}{t} = \frac{0.6 \times 240\pi}{60} = 2.4\pi\ m/s$

$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{240\pi}{60} = 4\pi\ m/s$

b) $[y = 10\sin 4\pi t] \Rightarrow y = a\sin \omega t \ \therefore a = 10, \omega = 4\pi$

$|a| = 10cm$ اقصى إزاحة للكتلة

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$ دورة الاقتران(الزمن الدوري) أي ان الكتلة تكمل دورة كاملة في نصف ثانية

$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{4\pi}{2\pi} = 2Hz$ التردد أي ان الكتلة تكمل دورتين في الثانية

$[y = 3\cos\frac{1}{2}\pi t] \Rightarrow y = a\cos \omega t \ \therefore a = 3, \omega = \frac{1}{2}\pi$ ،

$|a| = 3cm$ اقصى إزاحة للكتلة

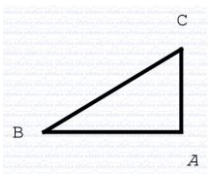
$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$ دورة الاقتران(الزمن الدوري) أي ان الكتلة تكمل دورة كاملة في اربع ثوان

$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\frac{\pi}{2}}{2\pi} = \frac{1}{4}Hz$ التردد أي ان الكتلة تكمل ربع دورة في الثانية

السؤال الثالث

1)

a) $\sin \angle ABC = \frac{1}{\sqrt{2}}$, (A) قائم الزاوية في ΔABC



$\sin B = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} \Rightarrow \overline{AC} = 1\ Uint\ , \overline{BC} = \sqrt{2}\ Unit$,

$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 \Rightarrow \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AC}^2 \Rightarrow \overline{AB}^2 = 2-1=1 \Rightarrow \overline{AB} = 1\ Unit$

b) $\sin\angle ABC=\frac{1}{\sqrt{2}}$,$\cos\angle ABC=\frac{1}{\sqrt{2}}$,$\tan\angle ABC=1$,$\csc\angle ABC=\sqrt{2}$,$\sec\angle ABC=\sqrt{2}$,$\cot\angle ABC=1$

c) $m\angle ABC=\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\pi}{4}$

2) a) $[\sec\theta=\frac{5}{4}]$, $\sin\theta>0$ ∵ $\sin\theta,\cos\theta>0\Rightarrow$ الزاوية في الربع الاول

$\therefore\cos\theta=\frac{4}{5}\Rightarrow\sin^2\theta+\cos^2\theta=1\Rightarrow\sin^2\theta+\frac{16}{25}=1\Rightarrow\sin^2\theta=1-\frac{16}{25}=\frac{25-16}{25}=\frac{9}{25}\Rightarrow\sin\theta=\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$

$\csc\theta=\frac{5}{3}$,$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}}=\frac{3\times5}{5\times4}=\frac{3}{4}$, $\cot\theta=\frac{4}{3}$

b) $[\sec\theta=\frac{5}{4}]$, $\cot\theta<0\Rightarrow$ الزاوية في الربع الرابع

$\therefore\cos\theta=\frac{4}{5}$, $\sin\theta=-\frac{3}{5}$, $\csc\theta=-\frac{5}{3}$, $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{-\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}}=-\frac{3\times5}{5\times4}=-\frac{3}{4}$, $\cot\theta=-\frac{4}{3}$

السؤال الرابع

a) $\Delta A=A_2-A_1=36$,$\theta=0.75$, $A=\frac{1}{2}r^2\theta$

$\therefore 36=(\frac{1}{2}3X^2\times0.75)-(\frac{1}{2}2X^2\times0.75)\Rightarrow36=(\frac{9}{2}X^2\times0.75)-(\frac{4}{2}X^2\times0.75)\Rightarrow36=3.375X^2-1.5X^2\Rightarrow36=1.875X^2\Rightarrow$

$X^2=\frac{36}{1.875}=19.2$

$\Rightarrow X=\sqrt{19.2}$ cm

b) $\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{2\pi}{3}+\sin\pi-\tan\frac{4\pi}{3}+\sin\frac{5\pi}{3}-\sin2\pi=\frac{1}{\sqrt{2}}-(-1)+0-(-\frac{1}{\sqrt{3}})+(-\frac{\sqrt{3}}{2})-0=\frac{1}{\sqrt{2}}+1+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}}{2}$

السؤال الخامس

1- a) $\cos(1-x)+2$

1- السعة $=|a|=1$

2- والدورة $=\frac{2\pi}{|b|}=\frac{2\pi}{1}=2\pi$

3- والقيمة العظمى والصغرى $\min_v=-1\times|a|+d\therefore\min_v=+1$,$\max_v=1\times|a|+d=3$

4- ومعادلة خط الوسط $y=2$

b) $\sin\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{4}\right)-1$

1- السعة $=|a|=1$

2- والدورة $=\frac{2\pi}{|b|}=\frac{2\pi}{\frac{1}{3}}=6\pi$

3- والقيمة العظمى والصغرى $\min_v=-1\times|a|+d\therefore\min_v=-2$,$\max_v=1\times|a|+d=0$

4- ومعادلة خط الوسط $y=-1$

2-

$y=\cos2\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\cos(2x-\pi)$

1- السعة $=|a|=1$

2- والدورة $=\frac{2\pi}{|b|}=\frac{2\pi}{2}=\pi$, ربع الدورة $=\frac{\pi}{4}$

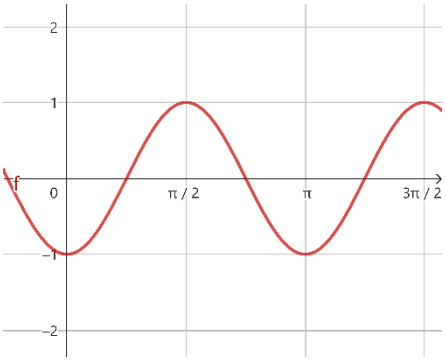
3- والقيمة العظمى والصغرى $\min_v=-1\times|a|+d\therefore\min_v=-1$,$\max_v=1\times|a|+d=1$

4- ومعادلة خط الوسط $y=0$

5- $C=\frac{\pi}{2}$

6-

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
2x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
2x-π	−π	$\frac{-\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(2x-\pi)$	-1	0	1	0	-1


2
1
f
0
π / 2
π
3π / 2
−1
−2