السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الاجابه الصحيحة فيما يلي:

1- احد الاقترانات الاتية غير قبل للاشتقاق لان له مماس رأسي عند $(x=-1)$ هو

a) $f(x)=|x-1|$ b) $f(x)=(x+1)^{\frac{1}{3}}$ c) $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ d) $f(x)=(x-1)^{\frac{1}{3}}$

2- اذا كان الاقتران $(g(x)=\frac{x-2}{x^2-4})$ ، فإن $(g(x))$ غير قابل للاشتقاق عندما $(x)=$

a) 2 b) -2 c) $-2, 2$ d) 4

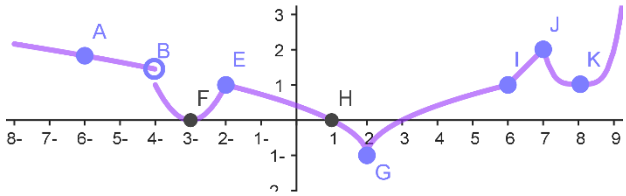
3- اذا كان الاقتران $(h(x)=\sqrt[3]{(x-6)^2})$ ، فإن $(h(x))$ غير قابل للاشتقاق عندما $(x)=$

a) -6 b) 0 c) 6 d) 36

4- اذا كان الاقتران $(\ell(x)=(1-x)|x|)$ ، فإن $(\ell(x))$ قابل للاشتقاق عندما $(x)=$

a) -1 b) 0 c) 1 d) $0, 1$

☒ اذا كان منحنى الاقتران $(m(x))$ كما في الشكل المجاور اجب عن الفقرتين (6،5)



5- يكون الاقتران $(m(x))$ متصلاً وغير قابل للاشتقاق عند قيمة او قيم (x)

a) A,B,I,K b) F,H,A,K
c) F,E,H,G d) E,G,J,I

6- الاقتران $(m(x))$ قابل للاشتقاق عند قيمة او قيم (x)

a) B,E,G, J b) A,F,H,K c) A,F,H, J d) E,G,I, J

7- اذا كان الاقتران $(h(x)=(\ln\frac{ex}{\sqrt{x}}+\ln\cos x)$ ، فإن $(\frac{d}{dx}h(x))$ تساوي

a) $\frac{2e-1}{2x}+\tan x$ b) $\frac{e-1}{x}+\tan x$ c) $\frac{1}{2x}+\tan x$ d) $\frac{1}{x}+\tan x$

8- اذا كان الاقتران $(f(x)=e^{x^2+x})$ ، فإن $(f`(0))$ هو

a) 0 b) e c) 1 d) -1

9- اذا كان الاقتران $(f(x)=ae^x)$ ، فإن $(f`(-2))$ هو

a) $-f(2)$ b) $-f`(2)$ c) $-f(-2)$ d) $f(-2)$

10- اذا كان الاقتران $(f(x)=\frac{x}{e^x})$ ، فإن $(f`(x))$ هو

a) $e^{-x}-xe^{-x}$ b) $\frac{1-x}{e^x}$ c) $xe^{-x}-e^{-x}$ d) $\frac{x-1}{e^x}$

11- اذا كان الاقتران $(v(x)=\cos(2x)\sqrt{\cos 5x\sec 5x})$ ، فإن $(v`(x))$ هو

a) $\cos 2x$ b) $2\sin 2x$ c) $2\cos 2x$ d) $-2\sin 2x$

12- اذا كان الاقتران $(u(x)=e^x(\ln x)^3)$ ، فإن $(u`(1))$ هو

a) 1 b) 0 c) e d) $2e$

13- اذا كان الاقتران $(f(x)=\ln\left(\frac{e^{4\pi}e^{\ln e^{x^2}}}{x^2\pi^x}\right)+\cos\frac{\pi}{2})$ ، فإن $(f`(x))$ هو

a) $4\pi-\ln\pi$ b) $-\ln\pi$ c) $\ln\pi$ d) $2x-\frac{2}{x}-\ln\pi$

14- اذا كان الاقتران $(y=e^{3x}\sin 2x)$ ، فإن $(\frac{d}{dx}(e^{3x}\sin 2x))$ هو

a) $3e^{x}\sin 2x+2e^{3x}\cos 2x$ b) $3e^{3x}\sin 2x+2e^{3x}\cos 2x$
c) $6e^{3x}\sin 2x+2e^{3x}\cos 2x$ d) $3e^{3x}\sin 2x+6e^{3x}\cos 2x$

15- اذا كان الاقتران $(y=e^x\sec x)$ ، فإن $(\frac{d}{dx}(e^x\sec x))$ هو

a) $e^x\sec x(1+\tan x)$ b) $e^x\sec x(\tan x+1)$
c) $e^x\sec x(1-\tan x)$ d) $e^x\sec x(\tan x-1)$

16- قيمة $(\frac{d}{dx}\left(a^{\log_a x^2}\right))$ عند $(\frac{d}{dx}|x=1)$ هي

a) 1 b) 0 c) 2 d) $2a$

17- اذا كان الاقتران $(2ye^x = 3e^2)$ فإن، $(y^{(2)})$ يساوي

a) $-y$ b) y c) $-\frac{3}{2}y$ d) $\frac{3}{2}y$

18- قيمة $(\frac{d}{dx}(\ln(5^{\sin x}\tan^2 x)))$

a) $\ln 5 \cos x + 2\sec x \csc x$
b) $\ln 5 \cos x + \sec x \csc x$
c) $\ln 5 \sin x \cos x + 2\sec x \csc x$
d) $\ln 5 \sin x \cos x + 2\sec^2 x \tan^3 x$

19- قيمة $(\frac{d}{dx}(e^{\pi} + x^{e}\sin e^x))$

a) $e^{\pi}\ln\pi + ex^{e-1}\sin e^x + e^{2x}\cos e^x$
b) $ex^{e-1}\sin e^x + e^x\cos e^x$
c) $ex^{e-1}\sin e^x + e^{x^2}\cos e^x$
d) $ex^{e-1}\sin e^x + x^e e^x\cos e^x$

20- اذا كان الاقتران $(y = x^2e^x)$ فإن، $(\frac{d^2y}{dx^2}(2))$ يساوي

a) $16e^2$ b) $10e^2$ c) $8e^2$ d) $14e^2$

21- قيمة $(\frac{d}{dx}(\sin x))$

a) $\frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$ c) $\frac{-y}{\sqrt{1-y^2}}$ d) $\sqrt{1-y^2}$

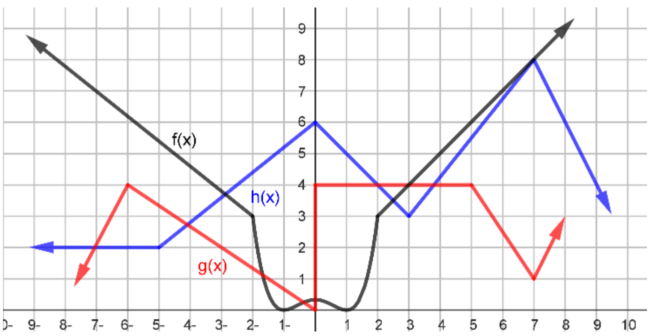
22- قيمة $(\frac{d}{dx}(\cos e^x))$

a) $-e^x y$ b) $\frac{-e^x y}{\sqrt{1-y^2}}$ c) $-e^x\sqrt{1-y^2}$ d) $e^x\sqrt{1-y^2}$

☒ يبين الشكل منحنيات الاقترانات $(f(x), g(x), h(x))$

وكان $(P(x) = f(x).g(x))$ ، $(q(x) = \frac{f(x)}{h(x)})$ ،

$(u(x) = f(h(x)))$ ، اجب عن الفقرات (25,24,23)



23- قيمة $(P`(4))$هي

a) 1 b) 4 c) 5 d) 9

24- قيمة $(q`(-7))$هي

a) $-\frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $-\frac{4}{5}$ d) $\frac{4}{5}$

25- قيمة $(u`(-5))$هي

a) -1 b) 0 c) 1 d) 2

☒ مستعيناً بالجدول المقابل ، اجب عن الفقرات (33,32,31,30,29,28,27,26)

x	$f(x)$	$f`(x)$	$u(x)$	$u`(x)$
0	9	-2	1	$\frac{1}{3}$
1	-3	$\frac{1}{5}$	-3	$\frac{-8}{3}$

26- قيمة $(\frac{d}{dx}(\frac{f(u(x))}{\sqrt{f(x)}}))$ عند $(x = 0)$

a) $\frac{-4}{45}$ b) $\frac{4}{45}$ c) $\frac{8}{9}$ d) 1

27- قيمة $(\frac{d}{dx}(f(1 - 5\tan x)))$ عند $(x = 0)$

a) -10 b) 10 c) 1 d) -1

28- قيمة $(\frac{d}{dx}(\frac{f(x)}{2+\cos x}))$ عند $(x = 0)$

a) $\frac{-1}{9}$ b) $\frac{-3}{2}$ c) $\frac{1}{9}$ d) -2

29- قيمة $(\frac{d}{dx}(10\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)f^2(x)))$ عند $(x = 1)$

a) -12 b) 12 c) -15π d) 45π

30- قيمة $(\frac{d}{dx}(u(xu(x))+f(x))$ عند $(x=0)$

a) $\frac{-11}{3}$ b) -1 c) $\frac{-5}{3}$ d) -2

31- قيمة $(\frac{d}{dx}(u(\sqrt{x})f(x)^3))$ عند $(x=1)$

a) $\frac{11}{5}$ b) $\frac{-29}{5}$ c) $\frac{29}{5}$ d) $\frac{-11}{5}$

32- قيمة $(\frac{d}{dx}(f(\frac{x}{x+1})))$ عند $(x=0)$

a) 9 b) 0 c) -2 d) $\frac{1}{10}$

33- قيمة $(\frac{d}{dx}(\frac{f(x)}{(u(x))^2+1}))$ عند $(x=1)$

a) 5 b) $\frac{-23}{50}$ c) $\frac{9}{50}$ d) $\frac{1}{2}$

34- يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة $(s(t)=2(e^{2t}-e^{-2t}))$،$(s(t))$ الازاحة بالأمتار و(t) الزمن بالثواني ، فإن تسارع الجسم في أي لحظة عددياً يساوي

a) $s(t)$ b) $2s(t)$ c) $4s(t)$ d) $8s(t)$

35- يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة $(s(t)=2(\cos 2t+\sin 2t))$،$(s(t))$ تمثل بعد الجسم عن النقطة الثابتة (O) بالأمتار و(t) الزمن بالثواني ، فإن تسارع الجسم عندما يكون الجسم على بعد $(3m)$ من النقطة الثابتة (O)

a) $-6m/s^2$ b) $6m/s^2$ c) $-12m/s^2$ d) $12m/s^2$

☒ يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة $(s(t)=e^t-\ln(t^2+1), t>0)$،$(s(t))$ موقع الجسم بالأمتار و(t) الزمن بالثواني ، اجب عن الفقرات $(38,37,36)$

36- موقع الجسم الابتدائي هو

a) $-1m$ b) $0m$ c) $1m$ d) $2m$

37- سرعته عند $(t=1s)$ هي

a) $0m/s$ b) $e-1m/s$ c) $-1m/s$ d) $e-\ln 4\, m/s$

38- تسارعه د $(t=2s)$هو

a) $1m/s^2$ b) em/s^2 c) $e-\frac{1}{2}m/s^2$ d) $e-\frac{1}{4}m/s^2$

☒ يتحرك جسمان في خط مستقيم في آن واحد وفق الاقترانين $(s_1(t)=4+\sin 2\pi t, s_2(t)=4-\cos 2\pi t, t\geq 0)$،$(s(t))$ الازاحة بالأمتار و(t) الزمن بالثواني ، اجب عن الفقرات $(41,40,39)$

39- الزمن الذي يكون تسارعهما مساوياً للصفر

a) $(\frac{3}{8},\frac{7}{8})$ b) $(\frac{1}{8},\frac{5}{8})$ c) $(\frac{1}{8},\frac{3}{8})$ d) $(\frac{5}{8},\frac{7}{8})$

40- الزمن الذي تكون سرعتهما مساوية للصفر

a) $(\frac{3}{8},\frac{7}{8})$ b) $(\frac{1}{8},\frac{5}{8})$ c) $(\frac{1}{8},\frac{3}{8})$ d) $(\frac{5}{8},\frac{7}{8})$

41- موقع الجسمان عند اقصى سرعة $([(t,s_1)],[(t,s_2)])$

a) $[(0,4),(\frac{1}{2},4)],[(\frac{1}{4},4),(\frac{3}{4},4)]$ b) $[(0,3),(\frac{1}{2},5)],[(\frac{1}{4},4),(\frac{3}{4},4)]$

c) $[(0,3),(\frac{1}{2},5)],[(\frac{1}{4},5),(\frac{3}{4},3)]$ d) $[(0,4),(\frac{1}{2},4)],[(\frac{1}{4},3),(\frac{3}{4},5)]$

☒ يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة $(s(t)v(t)=t)$،$(s(t))$ موقع الجسم بالأمتار و(t) الزمن بالثواني و $v(t)$ السرعة، $v(2)=3m/s$ اجب عن الفقرات $(43,42)$

42- موقع الجسم عندما $(t=2s)$

a) $\frac{2}{3}m$ b) $\frac{3}{2}m$ c) $6m$ d) $3m$

43- تسارعه عند $(t=2s)$ هي

a) $12m/s$ b) $-12m/s$ c) $\frac{16}{3}m/s$ d) $-\frac{16}{3}m/s$

44- يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة $(s(t) = \sqrt{2t^2 + 10})$،($s(t)$) الازاحة بالأمتار و($t$) الزمن بالثواني ، فإن بعده عندما تكون سرعته ($1m/s$) هو

a) $\sqrt{5}m$　b) $\sqrt{10}m$　c) $2\sqrt{5}m$　d) $5m$

45- معادلة المماس لمنحنى الاقتران ($f(x) = 2e^x - x - \ln\frac{\sqrt{x^2}}{2}$) عند النقطة ($(-1,1)$) هي

a) $y + 1 = \frac{4-e}{2e}(x+1)$　b) $y - 1 = \frac{4-e}{2e}(x-1)$　c) $y - 1 = \frac{4-e}{2e}(x-1)$　d) $y - 1 = \frac{4-e}{2e}(x+1)$

☒ اذا كان منحنى الاقتران ($f(x)$) معادلته هي ($e^x + x^e$) ، اجب عن الفقرات (48,47,46)

46- معادلة المماس لمنحنى الاقتران ($f(x)$) عندما ($x = 1$) هي

a) $y = 2ex + e - 1$　b) $y = 2ex - e - 1$　c) $y = 2ex + e + 1$　d) $y = 2ex - e + 1$

47- معادلة المماس لمنحنى الاقتران ($f(x)$) عند النقطة (1.0) هي

a) $y = 2ex + 2e$　b) $y = 2ex - 2e$　c) $y = -2ex + 2e$　d) $y = -2ex - 2e$

48- معادلة المماس لمنحنى الاقتران ($f(x)$) اذا كان المماس يقطع محور (y) هي

a) $y = x$　b) $y = -x$　c) $y = 0$　d) $x = 0$

☒ اذا كان منحنى الاقتران ($f(x)$) معادلته هي ($\sin x$) ، اجب عن الفقرات (51,50,49)

49- معادلة المماس لمنحنى الاقتران ($f(x)$) اذا كان المماس موازٍ لمحور (x) هي

a) $y = x$　b) $y = -1$　c) $y = \pm 1$　d) $y = 1$

50- معادلة المماس لمنحنى الاقتران ($f(x)$) اذا كان المماس يقطع محور (x) هي

a) $y = x, y = \pi - x$　b) $y = x, y = \pi + x$　c) $y = x, y = -\pi + x$　d) $y = x, y = -\pi - x$

51- معادلة المماس لمنحنى الاقتران ($f(x)$) اذا كان المماس يقطع محور (y) هي

a) $y = x - 1$　b) $y = x + 1$　c) $y = -x$　d) $y = x$

☒ اذا كان منحنى الاقتران ($f(x)$) معادلته هي ($\sin x - \cos x$) ، اجب عن الفقرات (53,52)

52- معادلة المماس لمنحنى الاقتران ($f(x)$) عندما ($x = 1$) هي

a) $y = x\cos 1 + x\sin 1 - 2\sin 1$　b) $y = x\cos 1 + x\sin 1 - 2\cos 1$

c) $y = x\cos 1 - x\sin 1 + 2\sin 1$　d) $y = x\cos 1 - x\sin 1 + 2\cos 1$

53- معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ($f(x)$) عندما ($x = 1$) هي

a) $y = \frac{1-x}{\cos 1 + \sin 1} + \sin 1 + \cos 1$　b) $y = \frac{1+x}{\cos 1 + \sin 1} + \sin 1 - \cos 1$

c) $y = \frac{1-x}{\cos 1 + \sin 1} + \sin 1 - \cos 1$　d) $y = \frac{1+x}{\cos 1 + \sin 1} + \sin 1 + \cos 1$

☒ اذا كان منحنى الاقتران ($f(x)$) معادلته هي ($\sin x + \cos x$) ، اجب عن الفقرات (55,54)

54- معادلة المماس لمنحنى الاقتران ($f(x)$) عندما ($x = 1$) هي

a) $y = x\cos 1 + x\sin 1 + 2\cos 1$　b) $y = x\cos 1 - x\sin 1 - 2\sin 1$

c) $y = x\cos 1 + x\sin 1 - 2\sin 1$　d) $y = x\cos 1 - x\sin 1 + 2\sin 1$

55- معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ($f(x)$) عندما ($x = 1$) هي

a) $y = \frac{1+x-\cos 2}{\cos 1 - \sin 1}$　b) $y = \frac{1+x+\cos 2}{\cos 1 - \sin 1}$　c) $y = \frac{1-x+\cos 2}{\cos 1 - \sin 1}$　d) $y = \frac{1-x-\cos 2}{\cos 1 - \sin 1}$

56- قيم (x) التي يكون المماس لمنحنى الاقتران ($f(x = 9x^3 - 8\ln x$) موازٍ لمحور (x) هي

a) $-\frac{2}{3}$　b) $-\frac{3}{2}$　c) $\frac{2}{3}$　d) $\frac{3}{2}$

57- معادلة المماس لمنحنى الاقتران ($f(x) = 3e^{x^2}$) عندما ($x = 1$) هي

a) $y = 6ex + 9e$　b) $y = 6ex - 3e$　c) $y = 6ex + 3e$　d) $y = 6ex - 9e$

58- قيم (x) التي يكون المماس لمنحنى الاقتران ($f(x = xe^{-2x}$) افقياً

a) $\frac{1}{2}$　b) 1　c) 2　d) $-\frac{1}{2}$

59- قيم (x) التي يكون المماس لمنحنى الاقتران $(f(x = x^2 e^{-2x}))$ افقياً

a) 0 b) -1 c) 4 d) 1

60- ميل المماس لمنحنى الاقتران $(f(x) = x^2 \sin x \cos x)$ عندما $(x = \frac{\pi}{2})$ هي

a) $\frac{\pi^2}{4}$ b) $-\frac{\pi^2}{4}$ c) $\frac{\pi}{4}$ d) $-\frac{\pi}{4}$

61- ميل المماس لمنحنى الاقتران $(f(x) = \frac{x}{x\sqrt{x}})$ عند النقطة $(2, 4)$ هي

a) $\frac{1}{4\sqrt{2}}$ b) $\frac{1}{8\sqrt{2}}$ c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ d) $\frac{2}{\sqrt{2}}$

62- معادلة العمودي على المماس لنقطة تقع على منحنى الاقتران $(f(x) = 3e^x)$ احداثيها على محور (x) هو (-1)

a) $y = \frac{e}{3}x - \frac{e^2+9}{3e}$ b) $y = \frac{-e}{3}x + \frac{e^2+9}{3e}$ c) $y = \frac{-e}{3}x - \frac{e^2+9}{3e}$ d) $y = \frac{-e}{3}x - \frac{e^2-9}{3e}$

63- النقطة التي تقع على منحنى الاقتران $(f(x) = \frac{x}{x^2+1})$ بحيث يكون العمودي على المماس عندها موازياً للمستقيم $(y + x = 1)$

a) $-\sqrt{3}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\pm\sqrt{3}$ d) 0

64- النقطة التي تقع على منحنى الاقتران $(f(x) = \frac{x}{x+1})$ بحيث يكون المماس عندها موازياً للمستقيم $(2y - xy - 1 = 0)$

a) 1 b) -1 c) $\frac{-3}{4}$ d) $\frac{3}{4}$

65- معادلة المماس لمنحنى الاقتران $(f(x) = \ln\frac{e}{x} + \ln 2\sqrt{x})$ عند النقطة $(-1, 1)$

a) $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ b) $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ c) $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ d) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

66- معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $(f(x) = e^{2x} \cos x)$ عندما $(x = 0)$ هي

a) $2y + x = 2$ b) $x - y = 2$ c) $2x + y = 2$ d) $y + x = 2$

67- اذا كان $(f(\tan x) = 3x^2 + 5)$، فإن $(x, f`(1))$

a) $(\frac{5\pi}{7}, \frac{2\pi}{7})$ b) $(\frac{\pi}{7}, \frac{12\pi}{7})$ c) $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ d) $(\frac{3\pi}{4}, \frac{15\pi}{4})$

68- اذا كان $(a, b \in \mathcal{R})$ عددان ثابتان، وكان $(f(x) = xe^x)$ وكان $(f^{(15)}(x) = ae^x + bxe^x)$ ، فإن $(a + b)$ هو

a) 15 b) 11 c) 16 d) 13

69- اذا كان $(x = \sin y)$، فإن $(\frac{dy}{dx})$ هو

a) $\sqrt{1 - x^2}$ b) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ c) $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ d) $\sqrt{x^2 - 1}$

70- اذا كان $(x = \csc\theta)$ ، $(y = \cos\theta)$، فإن $(\frac{dy}{dx}|x = 1)$ هو

a) -1 b) 1 c) 0 d) $\frac{\pi}{4}$

71- اذا كان $(x = \sin\theta)$ ، $(y = \cos\theta)$، فإن $(\frac{d^2y}{dx^2}\Big|x = \frac{\pi}{4})$ هو

a) $-\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{2}$ c) $3\sqrt{2}$ d) $-2\sqrt{2}$

72- اذا كان $(y = x^x)$، فإن قيمة المقدار $(y^{(2)} - x^x(1 + \ln x)^2)$ هو

a) $\frac{y}{x}$ b) $\frac{2y}{x^3}$ c) $\frac{2y^2}{x}$ d) $\frac{-x}{y}$

73- اذا كان $(y = \sin(\pi^2 x))$، فإن $(\frac{dy}{dx})$ هو

a) $2\pi\cos\pi^2 x$ b) $\pi^2\cos\pi^2 x$ c) $\cos\pi^2 x$ d) $\pi^2\cos x$

74- معادلة المماس لمنحنى الاقتران $(2 + \ln y \ln x = x^2 + y)$ عند النقطة التي احداثيها على محور (x) هو (1) هي

a) $2x + y = 0$ b) $2x \mp y = 3$ c) $-2x + y = 3$ d) $x - 2y = 3$

75- اذا كانت $(f(x) = \ln(x^2 + 1)^2 + e^{\sin x})$، فإن $(f(0).f`(0))$ هو

a) 0 b) e c) 1 d) $1 + e$

76- اذا كان $(\frac{dy}{dx} = \sqrt{ay})$ ، $(\frac{d^2y}{dx^2} = 3)$ ، فإن قيمة (a) هي

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6

77- اذا كان الاقتران $(f(x)=\sec^2 x-\tan^2 x)$، فإن $(f`(1))$ هو

a) -1 b) 0 c) 1 d) 2

78- ميل المماس لمنحنى الاقتران $(\cos\sqrt{\pi y}=3x+1)$ عند النقطة $(-\frac{1}{3},\frac{\pi}{4})$ هو

a) $-3\sqrt{2}$ b) $3\sqrt{2}$ c) 3 d) -3

79- اذا كان $(a^y=b^x\ ,a,b\in\mathcal{R})$، فإن $(\frac{dy}{dx})$ هو

a) $\log_a b$ b) $\log_b a$ c) $\log\frac{a}{b}$ d) $\log\frac{b}{a}$

80- اذا كان $(y=a(\sin\theta-\theta\cos\theta)\ ,x=a(\cos\theta+\theta\sin\theta))$، فإن $(\frac{dy}{dx})$ هو

a) $\sin\theta$ b) $\cos\theta$ c) $\sin 2\theta$ d) $\tan\theta$

81- قياس الزاوية الموجبة التي يصنعها المنحنى $(y^2+2x^2=6)$ عند النقطة (1.2) مع الاتجاه الموجب لمحور (x) هو

a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{3\pi}{4}$ c) $\frac{7\pi}{12}$ d) $\frac{5\pi}{12}$

82- ميل المماس للمنحنى $(x^y-y^x=0)$ عند النقطة $(1,1)$ الواقعة عليه هو

a) -1 b) 0 c) 1 d) 2

83- اذا كان الاقتران $(h(x)=\frac{1}{e^x})$، فإن $(h`(x))$ يساوي

a) $-e^{-2x}$ b) e^{-x} c) $-e^{-x}$ d) e^{-2x}

84- اذا كان الاقتران $(p(x)=\cos\pi x)$، فإن $(p````(x))$ يساوي

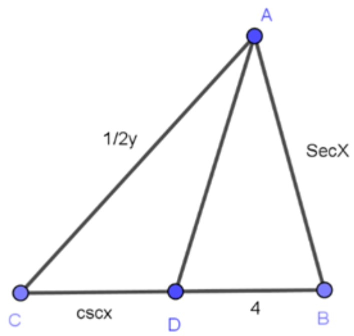
a) $-\pi^4\sin\pi x$ b) $\pi^4\sin\pi x$ c) $-\pi^4\cos\pi x$ d) $\pi^4\cos\pi x$

85- اذا كان الاقتران $(x=(1-y)(1+y)(1+y^2)(1+y^4))$، فإن $(\frac{d^2y}{dx^2})$ يساوي

a) $-56y^6$ b) $\frac{-y^{-7}}{9}$ c) $\frac{-7y^{-15}}{64}$ d) $\frac{7y^6}{8}$

86- في الشكل المقابل اذا كان $(\overline{AD})$ ينصف $(\angle BAC)$ ، فإن $(\frac{dy}{dx})$ هو

a) $-\csc 2x\cot 2x$ b) $-2\csc x\cot x$ c) $-2\csc 2x$ d) $-2\csc 2x\cot 2x$



87- اذا كان $(g`(x)=\frac{1}{x^2+1})$ وكان $(h(x)=\tan x)$ ، فإن $((h\circ g)`(x))$ يساوي

a) $\sec^2 x$ b) $\sec^2 x\tan^2 x$

c) 1 d) $\cos^2 x$

88- اذا كان $(y=\cos ax)$ ، فإن $(y^{(2020)})$ هو

a) $a^{(2020)}y$ b) $a^{(2020)}\sin ax$

c) $-a^{(2020)}y$ d) $-a^{(2020)}\sin ax$

89- صفيحة مربعة الشكل تتمدد بانتظام، اذا كان معدل ازدياد مساحة سطحها $75cm^2/s$ ، فإن معدل زيادة طول ضلعها عندما يكون طول ضلعها $5cm$ هو

a) 2.5 b) 7.5 c) 5 d) 15

90- معدل تغير حجم كرة الى مساحة سطحها عندما يكون طول نصف قطرها $2cm$ هو

a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) $\frac{3}{2}$ d) 4

91- اذا كان $(y=\sin^n x)$ ، فإن $(\frac{dy}{dx})$ هو

a) $n\sin^{n-1}x$ b) $ny\tan x$ c) $n\sin x\cot x$ d) $ny\cot x$

92- اذا كان $(y=2\cos(3x+1))$ ، فإن $(\frac{d^2y}{dx^2})$ هو

a) $9y$ b) $18y$ c) $-9y$ d) $-18y$

93- سقط حجر في بحيرة ساكنة فتولدت موجة دائرية يتزايد طول نصف قطرها بمعدل $4cm/s$ ، فإن معدل التغير في مساحة سطح الموجة في نهاية الثانية الخامسة هو

a) 120π b) 140π c) 160π d) 180π

94- معدل تغير $(x-\sin x)$ بالنسبة الى $(1-\cos x)$ عند $(x=\frac{\pi}{3})$ هو

a) $\frac{2}{3}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

95- المنحنى $(y-e^{xy}+x=0)$ له مماس رأسي عند النقطة (x,y)

a) $(1,1)$ b) $(0,0)$ c) $(1,0)$ d) $(2,e^{2})$

96- اذا كان $(x=\sec z)$،$(\sqrt{y}=\tan z)$ فإن $(\frac{d^2y}{dx^2})$ هو

a) 1 b) 2 c) $2\tan z\sec z$ d) $\tan^2 z\sec^2 z$

97- اذا كان $(g(x)=2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2})$، فإن $(g^{(800)}(x))$ هو

a) $\sin x$ b) $\cos x$ c) $-\sin x$ d) $-\cos x$

98- اذا كان $(h(x)=\cos x^{\cos x})$، فإن $(h`(0))$ هو

a) 0 b) -1 c) 1 d) غير موجودة

99- اذا كان $(y=e^{x}\sin x-\cos x)$ ، فإن $(\frac{d^2y}{dx^2})$ هو

a) $2e^{x}\sin x-\cos x)$ b) $2e^{x}\sin x+\cos x)$ c) $\cos(x)(2e^{x}-1)$ d) $\cos(x)(2e^{x}+1)$

100- معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $(y=x^{\sec x})$ عند $(x=\pi)$ هي

a) $y=\pi^{-2}x$ b) $y=-\pi^2x+\pi^3+\pi^{-1}$ c) $y=-x+\pi+\pi^{-1}$ d) $y=\pi^2x-\pi^3+\pi^{-1}$

السؤال الثاني:

أولاً: اوجد المشتقة الأولى لما يلي:

1- $y=x^{\cos x}\cos^{\sin x}x$

2- $y=\frac{2\tan x\sec^2 x}{(\tan x)^2}$

3- $y=\tan^4(\sin^2 x(x^2+2x))$

4- $\cos(x^2+y^2)=2x$

5- $\frac{\sin x}{\cos y}=\sin(x-y)$

6- $\sqrt{yx^2-xy^2}=0$

7- $x=y\sqrt{1-y^2}$

ثانياً: اوجد المشتقة الثانية لما يلي:

1- $f(x)=\cos mx\sin nx\ ,n,m:$ ثوابت

2- $y=\frac{1-\cos x}{1+\cos x}$

3- $y=\sin 3t\ ,x=\sin 2t\ ,0\le t\le 2\pi\ \ ,t=\frac{\pi}{6}$

4- $y^2=\ln x^{y}$

ثالثاً: اوجد معادلة المماس والعمودي علية للمنحنيات فيما يلي:

1- $y=2\sin x+4\cos y\ ,(0,\frac{\pi}{2})$

2- $e^{y}=\cos x\ ,0<x<\frac{\pi}{2},x=\frac{\pi}{4}$

3- $f(x)=\frac{1+e^{x}}{1-e^{x}}\ ,(0,1)$

4- $y=\sin^{\frac{\pi}{\theta}}\theta\ ,x=\cos^{\frac{\pi}{\theta}}\theta\ ,\theta=\frac{\pi}{6}$

رابعاً: يقطع المماس والعمودي عليه للمنحنى $(x^2-3xy+y^2+1=0)$ عند النقطة $a(-1,1)$ محور (x) في النقطتين (b,c) على التوالي ، اوجد

1- معادلتي المماس والعمودي على المماس

2- مساحة المثلث (abc)

السؤال الثالث:

أولاً: اوجد المشتقة الأولى باستخدام الاشتقاق اللوغاريتمي لما يلي:

$1-\ \ y = x^{e^x} \ln x^e$

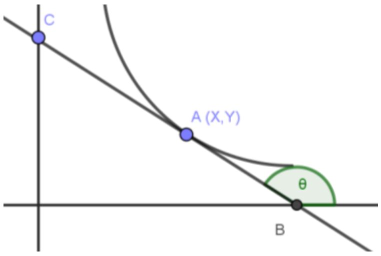
$2-\ \ y = \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)}$

ثانياً: اوجد معادلة المماس في الحالتين التاليتين:

1- اذا كان المنحنى الاقتران $(x^2 + y^2 = 16)$ واذا كان المماس يصنع مع محوري الاحداثيات في الربع الأول مثلثا متساوي الساقين .

2- اذا مر المماس لمنحنى الاقتران $(x^2 - y^2 = 16)$ بالنقطة $a(2,-2)$.

ثالثاً: اذا كان $(y = 4x \sin x \cos x \cos 2x)$ جد قيمة $\left(\frac{dy}{dx}\Big| x = \frac{\pi}{4}\right)$.



رابعاً: بالاستعانة بالشكل المجاور اثبت ان مجموع الجزئيين المقطوعين من محوري الاحداثيات لأي مماس للمنحنى $\sqrt{x} + \sqrt{y} = a\ , a \neq 0$ دائما مقدار ثابت.

الإجابات

السؤال الأول

1–

نستخدم تعريف العام المشتقة لايجاد النهاية لكل من الاقترانات المعطاه في السؤال عندما $(x=-1)$

$$a)\ \because f(x)=|x-1| \Rightarrow \therefore f`(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \Rightarrow f`(-1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$$

$$\Rightarrow f`(-1)=\lim_{h\to 0}\frac{|-1+h-1|-|-2|}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{|-2+h|-|-2|}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h-2+2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h}{h}=\lim_{h\to 0}1=1$$

$\because$ النهاية موجودة ولها قيمة $(-1=)\Leftarrow\therefore$ المشتقة موجودة $f`(-1)=1 \Leftarrow \therefore$ الاقتران قابل للاشتقاق عند $(x=-1)$

$$b)\ \because f(x)=(x+1)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \therefore f`(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \Rightarrow f`(-1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$$

$$\Rightarrow f`(-1)=\lim_{h\to 0}\frac{(-1+h+1)^{\frac{1}{3}}-(-1+1)^{\frac{1}{3}}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(h)^{\frac{1}{3}}-(0)^{\frac{1}{3}}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(h)^{\frac{1}{3}}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h^{\frac{2}{3}}}=\lim_{h\to 0}\frac{1}{0}=\infty$$

$\because$ النهاية تؤول الى ما لا نهاية $\Leftarrow$ (-1)`f غير موجودة $\Leftarrow\therefore$الاقتران غير قابل للاشتقاق عند $(x=-1)$

$$c)\ \because f(x)=\sqrt{1-x^2} \Rightarrow \therefore f`(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \Rightarrow f`(-1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$$

$$\Rightarrow f`(-1)=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{1-(-1+h)^2}-\sqrt{1-(-1)^2}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{1-(h-1)^2}-\sqrt{1-1}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{1-(h^2-2h+1)}-\sqrt{0}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{1-h^2+2h-1}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{-h^2+2h}}{h}\times\frac{\sqrt{-h^2+2h}}{\sqrt{-h^2+2h}}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{-h^2+2h}{h\sqrt{-h^2+2h}}=0$$

$\because$ النهاية موجودة ولها قيمة $(0=)\Leftarrow\therefore$ المشتقة موجودة $f`(-1)=0 \Leftarrow \therefore$ الاقتران قابل للاشتقاق عند $(x=-1)$

$$d)\ \because f(x)=(x-1)^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{x-1} \Rightarrow \therefore f`(x)$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} \Rightarrow f`(-1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$$

$$\Rightarrow f`(-1)=\lim_{h\to 0}\frac{(-1+h-1)^{\frac{1}{3}}-(-1-1)^{\frac{1}{3}}}{h}$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt[3]{h-2}-\sqrt[3]{-2}}{h}\times\frac{\left(\sqrt[3]{h-2}\right)^2+\left(\sqrt[3]{-2}\right)^2-\left(\sqrt[3]{h-2}.\sqrt[3]{-2}\right)}{\left(\sqrt[3]{h-2}\right)^2+\left(\sqrt[3]{-2}\right)^2-\left(\sqrt[3]{h-2}.\sqrt[3]{-2}\right)}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{(h-2)-(-2)}{h\left(\sqrt[3]{h-2}\right)^2+\left(\sqrt[3]{-2}\right)^2-\left(\sqrt[3]{h-2}.\sqrt[3]{-2}\right)}=\lim_{h\to 0}\frac{h-2+2}{h\left(\sqrt[3]{h-2}\right)^2+\left(\sqrt[3]{-2}\right)^2-\left(\sqrt[3]{h-2}.\sqrt[3]{-2}\right)}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{h}{h\left(\sqrt[3]{h-2}\right)^2+\left(\sqrt[3]{-2}\right)^2-\left(\sqrt[3]{h-2}.\sqrt[3]{-2}\right)}=\frac{1}{\left(\sqrt[3]{-2}\right)^2+\left(\sqrt[3]{-2}\right)^2-\left(\sqrt[3]{-2}\right)^2}=\frac{1}{-2^{\frac{2}{3}}}$$

$\because$ النهاية موجودة ولها قيمة $(=\frac{1}{-2^{\frac{2}{3}}})\Leftarrow\therefore$ المشتقة موجودة $f`(-1)=\frac{1}{-2^{\frac{2}{3}}}\Leftarrow\therefore$ الاقتران قابل للاشتقاق عند $(x=-1)$

مما سبق تكون الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

2–

الاقتران ($g(x)=\frac{x-2}{x^2-4}$) غير قابل للاشتقاق عند اصفار الاقتران الجذري المكتوب بأبسط صورة

$$\therefore g(x)=\frac{x-2}{x^2-4}=\frac{x-2}{(x-2)(x+2)}=\frac{1}{x+2}\Rightarrow x+2=0\Rightarrow x=-2$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

3–

الاقتران ($h(x)=\sqrt[3]{(x-6)^2}$) غير قابل للاشتقاق عندما يكون ما تحت الجذر غير متصل والنهاية من الجهتين غير متساوية وتكون النهاية عندها غير موجودة

$$\because h(x)=\sqrt[3]{(x-6)^2}\Rightarrow\therefore (x-6)^2=0\Rightarrow x-6=0\Rightarrow x=6\Rightarrow$$

$$\therefore h`(x)=\lim_{h\to0}\frac{h(x+h)-h(x)}{h}\Rightarrow h`(6)=\lim_{h\to0}\frac{h(6+h)-h(6)}{h}$$

$$\Rightarrow h`(6)=\lim_{h\to0}\frac{\sqrt[3]{(6+h-6)^2}-\sqrt[3]{(6-6)^2}}{h}=\lim_{h\to0}\frac{\sqrt[3]{(h)^2}-\sqrt[3]{(0)^2}}{h}=\lim_{h\to0}\frac{\sqrt[3]{(h)^2}-\sqrt[3]{0}}{h}$$

$$=\lim_{h\to0}\frac{\sqrt[3]{(h)^2}}{h}=\lim_{h\to0}\frac{h^{\frac{2}{3}}}{h}=\lim_{h\to0}h^{\frac{-1}{3}}=\lim_{h\to0}\frac{1}{h^{\frac{1}{3}}}=\frac{1}{0}$$

$\because$ النهاية غير موجودة لانها قيمة غير معرفة$\Leftarrow\therefore$المشتقةغير موجودة $\Leftarrow\therefore$ الاقتران غير قابل للاشتقاق عند $(x=6)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

4–

الاقتران ($\ell(x)=(1-x)|x|$) قابل للاشتقاق عندما تكون النهاية للاقتران الكلي من الجهتين متساوية

$$\because \ell(x)=(1-x)|x|\Rightarrow\therefore \ell`(x)=\lim_{h\to0^+}\frac{\ell(x+h)-\ell(x)}{h}=\lim_{h\to0^+}\frac{(1-(x+h))(x+h)-((1-x)(x))}{h}$$

$$=\lim_{h\to0^+}\frac{(1-x-h)(x+h)-(x-x^2)}{h}=\lim_{h\to0^+}\frac{(x+h-x^2-xh-xh-h^2)-(x-x^2)}{h}$$

$$=\lim_{h\to0^+}\frac{(x+h-x^2-xh-xh-h^2-x+x^2)}{h}=\lim_{h\to0^+}\frac{(h-2xh-h^2)}{h}=\lim_{h\to0^+}\frac{h(1-2x-h)}{h}$$

$$\therefore \lim_{h\to0^+}1-2x-h=\ 1-2x$$

$$\because \ell(x)=(1-x)|x|\Rightarrow\therefore \ell`(x)=\lim_{h\to0^-}\frac{\ell(x+h)-\ell(x)}{h}=$$

$$=\lim_{h\to0^-}\frac{(1-(x+h))(-x-h)-((1-x)(-x))}{h}=\lim_{h\to0^-}\frac{(1-x-h)(-x-h)-(-x+x^2)}{h}$$

$$=\lim_{h\to0^-}\frac{(-x-h+x^2+xh+xh+h^2)-(-x+x^2)}{h}=\lim_{h\to0^-}\frac{(-x-h+x^2+xh+xh+h^2+x-x^2)}{h}$$

$$=\lim_{h\to0^-}\frac{(2xh-h+h^2)}{h}=\lim_{h\to0^-}\frac{h(2x-1+h)}{h}=$$

$$\therefore \lim_{h\to0^-}2x-1+h=\ 2x-1$$

$$\because \ell(x)=(1-x)|x|\Rightarrow\therefore \ell(x)=x-x^2 or\ -x+x^2\Rightarrow x-x^2=0\Rightarrow x=0,x=1$$

$$or\ -x+x^2=0\Rightarrow x=0,x=1$$

نعوض القيم المعطاه بالسؤال لمعرفة قابلية الاشتقاق عندها

x	$\lim_{h\to0^-}$	$\lim_{h\to0^+}$	$\lim_{h\to0}$	قابلية الاشتقاق
-1	$(2\times-1)-1=-2-1=-3$	$(2\times-1)-1=-2-1=-3$	موجودة	قابل للاشتقاق
0	$(2\times0)-1=0-1=-1$	$1-(2\times0)=1-(0)=1-0=1$	غير موجودة	غير قابل للاشتقاق
1	$(2\times1)-1=2-1=1$	$1-(2\times1)=1-(2)=1-2=-1$	غير موجودة	غير قابل للاشتقاق
$0,1$	$(2\times2)-1=4-1=3$	$1-(2\times2)=1-(4)=1-4=-3$	غير موجودة	غير قابل للاشتقاق

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a) لانه تم التعويض في النهاية من اليسار لان القيمة ليست صفر اقتران

5−

يكون الاقتران $(m(x))$ متصلاً وغير قابل للاشتقاق عند قيم (x) وهي $(\mathbf{E,G,J,I})$ كونها رأس مدبب او زاوية حادة

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

6−

الاقتران $(m(x))$ قابل للاشتقاق عند قيم (x) وهي $(\mathbf{A,F,H,K})$ كونها منحى املس

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

7− $h(x) = (\ln\frac{ex}{\sqrt{x}} + \ln\cos x) = (\ln ex - \ln\sqrt{x}) + \ln\cos x = ((\ln e + \ln x) - \ln\sqrt{x}) + \ln\cos x$

$$\Rightarrow h`(x) = \left(\left(0 + \frac{1}{x}\right) - \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\right) + \frac{\sin x}{\cos x} = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2x}\right) + \tan x = \frac{1}{2x} + \tan x \Rightarrow \therefore \frac{d}{dx}h(x) = \frac{1}{2x} + \tan x$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

8− $f(x) = e^{x^2+x} \Rightarrow f`(x) = (2x+1)\left(e^{x^2+x}\right) \Rightarrow f`(0) = (2\times 0+1)\left(e^{0^2+0}\right) = (0+1)(e^0) = 1\times 1 = 1$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

9− $f(x) = ae^x \Rightarrow f`(x) = ae^x \Rightarrow f`(-2) = ae^{-2} = f(-2)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

10− $(x) = \frac{x}{e^x} \Rightarrow f`(x) = \frac{e^x - xe^x}{(e^x)^2} = \frac{e^x - xe^x}{e^{2x}} = \frac{e^x(1-x)}{e^{2x}} = \frac{1-x}{e^x}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

11− $v(x) = \cos(2x)\sqrt{\cos 5x \sec 5x} = \cos(2x)\sqrt{\cos 5x \times \frac{1}{\cos 5x}}$, $\sec 5x = \frac{1}{\cos 5x}$

$$\Rightarrow v(x) = \cos(2x)\sqrt{1} = \cos(2x) \Rightarrow v`(x) = -2\sin 2x$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

12− $u(x) = e^x(\ln x)^3 \Rightarrow u`(x) = e^x(\ln x)^3 + \frac{3e^x(\ln x)^2}{x} \Rightarrow u`(1) = e^1(\ln 1)^3 + \frac{3e^1(\ln 1)^2}{1} = e\times 0^3 + \frac{3e\times 0^2}{1}$

$= 0 + \frac{0}{1} = 0 + 0 = 0$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

13− $f(x) = \ln\left(\frac{e^{4\pi}e^{\ln e^{x^2}}}{x^2\pi^x}\right) + \cos\frac{\pi}{2} = \left(\ln(e^{4\pi}\ln e^{\ln e^{x^2}})\right) - \left(\ln(x^2\ln\pi^x)\right) + \cos\frac{\pi}{2}$

$= \left(\ln(x^2 e^{4\pi})\right) - \left(\ln(x^2\ln\pi^x)\right) + \cos\frac{\pi}{2} = (2\ln x + 4\pi\ln e) - (2\ln x + \ln\pi^x) + \cos\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow f`(x) = \left(2\frac{1}{x} + 0\right) - \left(2\frac{1}{x} + \frac{\pi^x\ln\pi}{\pi^x}\right) + 0 = \frac{2}{x} - \frac{2}{x} - \ln\pi = -\ln\pi$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

14− $y = e^{3x}\sin 2x \Rightarrow \frac{d}{dx}(e^{3x}\sin 2x) = (3e^{3x}\sin 2x) + (2e^{3x}\cos 2x)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

15− $y = e^x\sec x \Rightarrow \frac{d}{dx} = (e^x\sec x) + (e^x\sec x\tan x) = (e^x\sec x)(1 + \tan x)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

16- $\frac{d}{dx}\left(a^{\log_a x^2}\right) = a^{\log_a x^2}\ln a\,\frac{2x}{x^2\ln a} = a^{\log_a x^2}\,\frac{2}{x} \Rightarrow \frac{d}{dx}|x = 1 = a^{\log_a 1}\,\frac{2}{1} = 2a^0 = 2$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

17- $\because\ 2ye^x = 3e^2 \Rightarrow \therefore\ y = \frac{3e^2}{2e^x} \Rightarrow y` = \frac{(0\times 2e^x)-(3e^2 2e^x)}{(2e^x)^2} = \frac{-(3e^2 2e^x)}{4e^{2x}} = \frac{-3}{2}e^2e^{-x}$

$\Rightarrow y^{(2)} = \frac{-3}{2}(0\times e^x) + \left(-\frac{-3}{2}e^2e^{-x}\right) = \frac{3}{2}e^2e^{-x} = \frac{3e^2}{2e^x} = y$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

18– $\frac{d}{dx}\ln\left(5^{\sin x}\tan^2 x\right) = \frac{d}{dx}\left(\ln 5^{\sin x} + \ln\tan^2 x\right) = \left(\frac{5^{\sin x}\ln 5\cos x}{5^{\sin x}}\right) + \left(\frac{2\tan x\sec^2 x}{\tan^2 x}\right)$

$= \ln 5\cos x + \frac{2\sec^2 x}{\tan x} = \ln 5\cos x + \frac{2\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)}{\frac{\sin x}{\cos x}} = \ln 5\cos x + \left(\frac{2}{\cos^2 x}\times\frac{\cos x}{\sin x}\right)$

$= \ln 5\cos x + \left(\frac{2}{\cos x}\times\frac{1}{\sin x}\right) = \ln 5\cos x + 2\sec x\csc x$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

19– $\frac{d}{dx}\left(e^{\pi} + x^{e}\sin e^x\right) = 0 + \left((ex^{e-1}\sin e^x) + (x^{e}\cos e^x\, e^x\ln e\right) = ex^{e-1}\sin e^x + x^e e^x\cos e^x$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

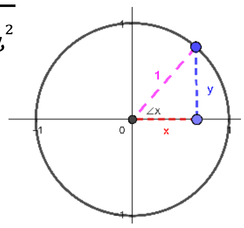
20– $y = x^2e^x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = (2xe^x) + (x^2e^x\ln e) = 2xe^x + x^2e^x$

$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = (2e^x + 2xe^x\ln e) + (2xe^x + x^2e^x) = 2e^x + 2xe^x + 2xe^x + x^2e^x$

$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2}(2) = 2e^2 + (2\times 2e^2) + (2\times 2e^2) + 2^2e^2 = 2e^2 + 4e^2 + 4e^2 + 4e^2 = 14e^2$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

21– $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x = \frac{x}{1}\,, 1 = y^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 1 - y^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1-y^2} = \sqrt{1-y^2}$



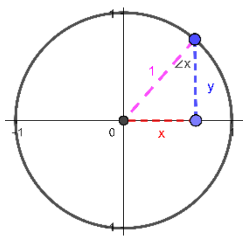
$\therefore\ \cos x = \sqrt{1-y^2}$

or $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x \Rightarrow \cos x = \pm\sqrt{1-\sin^2 x} = \sqrt{1-\sin^2 x} = \sqrt{1-y^2}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \cos x = \sqrt{1-y^2}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

22– $\frac{d}{dx}(\cos e^x) = -e^x\ln e\sin e^x = -e^x\sin e^x = -e^x\frac{x}{1} = -e^x x = -e^x\sqrt{1-y^2}$



or $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow \sin x = \pm\sqrt{1-\cos^2 x} = \sqrt{1-\cos^2 x} = \sqrt{1-y^2}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -e^x\sin e^x = -e^x\sqrt{1-y^2}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

23– $\mathcal{P}(x) = f(x).g(x) \Rightarrow \mathcal{P}`(x) = (f`(x).g(x)) + (f(x).g`(x))$

$\mathcal{P}`(4) = \left(f`(4).g(4)\right) + \left(f(4).g`(4)\right)$

$\because\ f`(x) = mf(x) = \frac{5-3}{4-2} = \frac{2}{2} = 1 = f`(4), g`(x) = mg(x) = \frac{4-4}{4-0} = \frac{0}{4} = 0 = g`(4)$

$\mathcal{P}`(4) = 1 \times 4 + 5 \times 0 = 4$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

24– $q(x) = \frac{f(x)}{h(x)} \Rightarrow q`(x) = \frac{\left(f`(x).h(x)\right)-\left(f(x).h`(x)\right)}{h^2(x)}$

$\Rightarrow q`(-7) = \frac{\left(f`(-7).h(-7)\right)-\left(f(-7).h`(-7)\right)}{h^2(-7)}$

$\because\ f`(x) = mf(x) = \frac{7-3}{-7-(-2)} = \frac{4}{-5} = f`(-7), h`(x) = mh(x) = \frac{2-2}{-7-(-6)} = \frac{0}{-1} = 0 = h`(-7)$

$q`(-7) = \frac{\left(\frac{4}{-5} \times 2\right) - (7 \times 0)}{2^2} = \frac{\frac{8}{-5}}{4} = \frac{-2}{5}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

25– $u(x) = f\left(h(x)\right) \Rightarrow u`(x) = f`\left(h(x)\right).h`(x) \Rightarrow u`(-5) = f`\left(h(-5)\right).h`(-5) = f`(2).h`(-5)$

$\because\ f`(x) = mf(x) = \frac{5-3}{4-2} = \frac{2}{2} = 1 = f`(2), h`(x) = mh(x) = \frac{2-2}{-7-(-5)} = \frac{0}{-2} = 0 = h`(-5)$

$\Rightarrow u`(-5) = f`(2).h`(-5) = 1 \times 0 = 0$

26– $\frac{d}{dx}\left(\frac{f(u(x))}{\sqrt{f(x)}}\right) = \frac{f`\left(u(x)\right).u`(x).\sqrt{f(x)})-(f\left(u(x)\right).\frac{f`(x)}{2\sqrt{f(x)}})}{\left(\sqrt{f(x)}\right)^2}$

$\Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{f(u(x))}{\sqrt{f(x)}}\right)_{|x=0} = \frac{(f`\left(u(0)\right).u`(0).\sqrt{f(0)}) - (f\left(u(0)\right).\frac{f`(0)}{2\sqrt{f(0)}})}{\left(\sqrt{f(0)}\right)^2}$

$= \frac{(f`(1).u`(0).\sqrt{f(0)}) - (f(1).\frac{f`(0)}{2\sqrt{f(0)}})}{\left(\sqrt{f(0)}\right)^2} = \frac{(\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \sqrt{9}) - (-3 \times \frac{-2}{2\sqrt{9}})}{\left(\sqrt{9}\right)^2}$

$= \frac{(\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times 3) - (-3 \times \frac{-2}{2 \times 3})}{(3)^2} = \frac{\frac{1}{5} - 1}{9} = \frac{\frac{-4}{5}}{9} = \frac{-4}{45}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

27– $\frac{d}{dx}\left(f(1 - 5\tan x)\right) = f`(1 - 5\tan x) \times (0 - 5\sec^2 x) \Rightarrow \frac{d}{dx}\left(f(1 - 5\tan x)\right)|x = 0$

$= f`(1 - 5\tan 0) \times (0 - 5\sec^2 0) = f`(1 - 0) \times (0 - 5 \times 1) = f`(1) \times -5 = \frac{1}{5} \times -5 = -1$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

28– $\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{2+\cos x}\right) = \frac{(f`(x)\times(2+\cos x))-(f(x)\times(0-\sin x))}{(2+\cos x)^2} \Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{2+\cos x}\right)|x = 0 = \frac{(f`(0)\times(2+\cos 0))-(f(0)\times(0-\sin 0))}{(2+\cos 0)^2}$

$= \frac{\left(-2 \times (2+1)\right) - \left(9 \times (0-0)\right)}{(2+1)^2} = \frac{-6-0}{9} = \frac{-2}{3}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

29– $\frac{d}{dx}\left(10\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)f^{2}(x)\right) = \left(10\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)\times\frac{\pi}{2}\times f^{2}(x)\right) + \left(10\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)\times 2f(x)\times f`(x)\right)$

$\frac{d}{dx}\left(10\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)f^{2}(x)\right|x=1 = \left(10\cos\left(\frac{\pi\times1}{2}\right)\times\frac{\pi}{2}\times f^{2}(1)\right) + \left(10\sin\left(\frac{\pi\times1}{2}\right)\times 2f(1)\times f`(1)\right)$

$= \left(10\times0\times\frac{\pi}{2}\times9\right) + \left(10\times1\times2(-3)\times\frac{1}{5}\right) = 0-12 = -12$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

30– $\frac{d}{dx}\left(u(xu(x)) + f(x)\right) = \left((u`(xu(x))\times\left(\left(x(u`(x))\right) + (1\times u(x))\right)\right) + f`(x)$

$\frac{d}{dx}\left(u(xu(x)) + f(x)\right)|x=0 = \left(u`(0\times u(0))\times\left(\left(0(u`(0))\right) + (1\times u(0))\right)\right) + f`(0)$

$= (u`(0)\times(0+1)) - 2 = \frac{1}{3} - 2 = \frac{-5}{3}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

31– $\frac{d}{dx}\left(u(\sqrt{x})f(x)^{3}\right) = \left(u`(\sqrt{x})\times\frac{1}{2\sqrt{x}}\times f(x)^{3}\right) + \left(u(\sqrt{x})\times f`(x)^{3}\times 3x^{2}\right)$

$\frac{d}{dx}\left(u(\sqrt{x})f(x)^{3}\right|x=1 = \left(u`(\sqrt{1})\times\frac{1}{2\sqrt{1}}\times f(1)^{3}\right) + \left(u(\sqrt{1})\times f`(1)^{3}\times 3\times1^{2}\right)$

$= \left(\frac{-8}{3}\times\frac{1}{2}\times-3\right) + \left(-3\times\frac{1}{5}\times3\times1\right) = 4 + \frac{-9}{5} = \frac{20-9}{5} = \frac{11}{5}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

32– $\frac{d}{dx}\left(f\left(\frac{x}{x+1}\right)\right) = f`\left(\frac{x}{x+1}\right)\times\frac{(1\times(x+1))-(x\times1)}{(x+1)^{2}} = f`\left(\frac{x}{x+1}\right)\times\frac{x+1-x}{(x+1)^{2}} = f`\left(\frac{x}{x+1}\right)\times\frac{1}{(x+1)^{2}}$

$\Rightarrow \frac{d}{dx}\left(f\left(\frac{x}{x+1}\right)\right)|x=0 = f`\left(\frac{0}{0+1}\right)\times\frac{1}{(0+1)^{2}} = -2\times\frac{1}{1} = -2$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

33– $\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{(u(x))^{2}+1}\right) = \frac{(f`(x)\times((u(x))^{2}+1))-(f(x)\times(2u(x)\times u`(x)+0)}{((u(x))^{2}+1)^{2}} = \frac{(f`(x)\times((u(x))^{2}+1))-(f(x)\times(2u(x)\times u`(x))}{((u(x))^{2}+1)^{2}}$

$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{(u(x))^{2}+1}\right)\Bigg|x=1 = \frac{(f`(1)\times((u(1))^{2}+1))-(f(1)\times(2u(1)\times u`(1))}{\left((u(1))^{2}+1\right)^{2}} = \frac{\left(\frac{1}{5}\times(9+1)\right)-\left(-3\times2\times-3\times\frac{-8}{3}\right)}{(9+1)^{2}} = \frac{2+48}{100} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

34– $s(t) = 2(e^{2t} - e^{-2t}) \Rightarrow v(t) = s`(t) = 2((2e^{2t}) - (-2e^{-2t}) = 2\times2(e^{2t}+e^{-2t}) = 4(e^{2t}+e^{-2t})$

$a(t) = v`(t) = 4((2e^{2t}) + (-2e^{-2t}) = 4\times2(e^{2t}-e^{-2t}) = 8(e^{2t}-e^{-2t}) = 8s(t)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

35– $s(t) = 2(\cos 2t + \sin 2t) \Rightarrow v(t) = s`(t) = 2(-2\sin 2t + 2\cos 2t) = 4(\cos 2t - \sin 2t)$

$\Rightarrow a(t) = v`(t) = 4(-2\sin 2t - 2\cos 2t) = -8(\cos 2t + \sin 2t) = -4\times2(\cos 2t + \sin 2t)$

$= -4s(t), s(t) = 3m \Rightarrow\therefore a(t) = -4\times3 = -12m/s^{2}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

36– $s(t) = e^{t} - \ln(t^{2}+1) \Rightarrow s(0) = e^{0} - \ln(0^{2}+1) = 1 - \ln 1 = 1 - 0 = 1m$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

37– $s(t) = e^{t} - \ln(t^{2}+1) \Rightarrow v(t) = s`(t) = e^{t} - \frac{2t}{t^{2}+1} \Rightarrow v(1) = e^{1} - \frac{2\times1}{1^{2}+1} = e - 1m/s$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

38– $v(t) = e^{t} - \frac{2t}{t^{2}+1} \Rightarrow a(t) = v`(t) = e^{t} - \frac{(2\times(t^{2}+1))-((2t\times(2t))}{(t^{2}+1)^{2}} \Rightarrow a(2) = e^{1} - \frac{(2\times(1^{2}+1))-(2\times1\times(2\times1))}{(1^{2}+1)^{2}}$

$a(2) = e^{1} - \frac{4-4}{4} = e$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

39– $s_1(t) = 4 + \sin 2\pi t\,, s_2(t) = 4 - \cos 2\pi t \Rightarrow v_1(t) = s_1`(t), v_2(t) = s_2`(t)$
$\Rightarrow v_1(t) = 2\pi \cos 2\pi t\ , v_2(t) = -2\pi(-\sin 2\pi t) = 2\pi \sin 2\pi t \Rightarrow a_1(t) = v_1`(t),$
$a_2(t) = v_2`(t)\ \Rightarrow a_1(t) = -4\pi^2 \sin 2\pi t\,, a_2(t) = 4\pi^2 \cos 2\pi t$
$a_1(t) = 0, a_2(t) = 0 \Rightarrow a_1(t) = a_2(t) \Rightarrow -4\pi^2 \sin 2\pi t = 4\pi^2 \cos 2\pi t \Rightarrow -\sin 2\pi t = \cos 2\pi t$
$\Rightarrow \frac{-\sin 2\pi t}{\cos 2\pi t} = 1 \Rightarrow \tan 2\pi t = -1 \Rightarrow 2\pi t = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{3}{8}s, \frac{7}{8}s$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

40– $v_1(t) = 0\,, v_2(t) = 0\ \Rightarrow v_1(t) = v_2(t) \Rightarrow 2\pi \cos 2\pi t = 2\pi \sin 2\pi t \Rightarrow \cos 2\pi t = \sin 2\pi t$
$\Rightarrow \frac{\sin 2\pi t}{\cos 2\pi t} = 1 \Rightarrow \tan 2\pi t = 1 \Rightarrow 2\pi t = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{8}s, \frac{5}{8}s$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

41– $max(v_1(t)) = |a_1| = 2\pi\,, max(v_2(t)) = |a_2| = 2\pi$
$\Rightarrow 2\pi \cos 2\pi t = 2\pi \Rightarrow \cos 2\pi t = 1 \Rightarrow 2\pi t = 0, \pi \Rightarrow t = 0s, \frac{1}{2}s \Rightarrow (t, s_1) = ([(0,4), \left(\frac{1}{2}, 4\right)]$
$\Rightarrow 2\pi \sin 2\pi t = 2\pi \Rightarrow \sin 2\pi t = 1 \Rightarrow 2\pi t = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{1}{4}s, \frac{3}{4}s \Rightarrow (t, s_2) = ([\left(\frac{1}{4}, 4\right), \left(\frac{3}{4}, 4\right)]$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

42– $s(t).v(t) = t \Rightarrow s(2) \times v(2) = 2 \Rightarrow s(2) \times 3 = 2 \Rightarrow s(2) = \frac{2}{3}m$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

43– $s(t).v(t) = t \Rightarrow s(t).v`(t) + s`(t).v(t) = 1 \Rightarrow s(t).a(t) + v(t).v(t) = 1$

$\Rightarrow a(t) = \frac{1-(v^2(t))}{s(t)} = a(2) = \frac{1-\left(v^2(2)\right)}{s(2)} = \frac{1-9}{\frac{2}{3}} = \frac{8}{\frac{2}{3}} = \frac{24}{2} = 12m/s^2$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

44– $s(t) = \sqrt{2t^2 + 10} \Rightarrow v(t) = s`(t) = \frac{4t}{2\sqrt{2t^2+10}} \Rightarrow v(t) = 1 = \frac{4t}{2\sqrt{2t^2+10}} \Rightarrow 4t = 2\sqrt{2t^2 + 10}$
$\Rightarrow 2t = \sqrt{2t^2 + 10} \Rightarrow 4t^2 = 2t^2 + 10 \Rightarrow 2t^2 = 10 \Rightarrow t^2 = 5 \Rightarrow t = \sqrt{5}\ s$

$\therefore s(\sqrt{5}) = \sqrt{2(\sqrt{5})^2 + 10} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}m$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

45– $f(x) = 2e^x - x - \ln\frac{\sqrt{x^2}}{2} = 2e^x - x - \ln\frac{x}{2} \Rightarrow f`(x) = 2e^x - 1 - (\frac{1}{2} \times \frac{1}{x}) = 2e^x - 1 - \frac{1}{2x} = m \Rightarrow\Rightarrow$
$\Rightarrow m(-1, 1) = f`(-1) = 2e^{-1} - 1 - \frac{1}{2\times -1} = \frac{2}{e} - \frac{1}{2} = \frac{4-e}{2e} \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$
$\Rightarrow\ y - 1 = \frac{4-e}{2e}(x - (-1)) \Rightarrow y - 1 = \frac{4-e}{2e}(x + 1)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

46– $f(x) = e^x + x^e \Rightarrow f`(x) = e^x + ex^{e-1} = m \Rightarrow m = f`(1) = e^1 + e1^{e-1} = e + e = 2e$
$\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y_1 =\ f(1) = e^1 + 1^e = e + 1 \Rightarrow y - (e + 1) = 2e(x - 1)$
$\Rightarrow y - e - 1 = 2ex - 2e \Rightarrow y = 2ex - 2e + e + 1 \Rightarrow y = 2ex - e + 1$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

47– $f`(x) = e^x + ex^{e-1} = m, (1.0) \Rightarrow m = e^1 + e1^{e-1} = 2e \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$
$\Rightarrow y - 0 = 2e(x - 1) \Rightarrow y = 2ex - 2e$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

48– $f`(x) = e^x + ex^{e-1} = m \,, (0, y_1) \Rightarrow m = f`(0) = 1 + 0 = 1 \Rightarrow \therefore y_1 = 0$
$\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) = y - 0 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

49– $f(x) = \sin x \Rightarrow f`(x) = \cos x = m \Rightarrow m = 0 \Rightarrow f`(x) = \cos x = 0 \Rightarrow x = x_1 = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$
$\Rightarrow y = y_1 = 1, -1 \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 1 = 0\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow y = 1, y - (-1) = 0(x - \frac{3\pi}{2})$
$\Rightarrow y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow \therefore y = \pm 1$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

50– $f`(x) = \cos x \,, (x_1, 0) \Rightarrow y_1 = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = x_1 = 0, \pi \Rightarrow m = 1, -1$
$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x, y - 0 = -1(x - \pi) \Rightarrow y = \pi - x$
$\Rightarrow \therefore y = x, y = \pi - x$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

51– $f`(x) = \cos x \,, (0, y_1) \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow y = \sin 0 = 0 \Rightarrow m = \cos 0 = 1$
$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x \therefore y = x$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

52– $f(x) = \sin x - \cos x \Rightarrow f`(x) = \cos x - (-\sin x) = \cos x + \sin x = m \Rightarrow m = f`(1)$
$\Rightarrow m = \cos 1 + \sin 1 \,, y_1 = \sin 1 - \cos 1$
$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (\sin 1 - \cos 1) = \cos 1 + \sin 1\,(x - 1)$
$\Rightarrow y - \sin 1 + \cos 1 = x\cos 1 + x\sin 1 - \cos 1 - \sin 1$
$\Rightarrow y = x\cos 1 + x\sin 1 - \cos 1 - \sin 1 + \sin 1 - \cos 1 \Rightarrow \therefore y = x\cos 1 + x\sin 1 - 2\cos 1$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

53– $\Rightarrow m \times m \perp = -1 \Rightarrow m \perp = \frac{-1}{\cos 1 + \sin 1} \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$
$\Rightarrow y - (\sin 1 - \cos 1) = \frac{-1}{\cos 1 + \sin 1}(x - 1) \Rightarrow y - \sin 1 + \cos 1 = \frac{-x}{\cos 1 + \sin 1} + \frac{1}{\cos 1 + \sin 1}$
$\Rightarrow y = \frac{1 - x}{\cos 1 + \sin 1} + \sin 1 - \cos 1$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

54– $f(x) = \sin x + \cos x \Rightarrow f`(x) = \cos x - \sin x = m \Rightarrow m = f`(1)$
$\Rightarrow m = \cos 1 - \sin 1 \,, y_1 = \sin 1 + \cos 1$
$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (\sin 1 + \cos 1) = \cos 1 - \sin 1\,(x - 1)$
$\Rightarrow y - \sin 1 - \cos 1 = x\cos 1 - x\sin 1 - \cos 1 + \sin 1$
$\Rightarrow y = x\cos 1 - x\sin 1 - \cos 1 + \sin 1 + \sin 1 + \cos 1 \Rightarrow \therefore y = x\cos 1 - x\sin 1 + 2\sin 1$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

55– $\Rightarrow m \times m \perp = -1 \Rightarrow m \perp = \frac{-1}{\cos 1 - \sin 1} \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$
$\Rightarrow y - (\sin 1 + \cos 1) = \frac{-1}{\cos 1 - \sin 1}(x - 1) \Rightarrow y - \sin 1 - \cos 1 = \frac{-x}{\cos 1 - \sin 1} + \frac{1}{\cos 1 - \sin 1}$
$\Rightarrow y = \frac{1 - x}{\cos 1 - \sin 1} + \sin 1 + \cos 1 \Rightarrow y = \frac{1 - x}{\cos 1 - \sin 1} + \frac{(\sin 1 \cos 1) - \sin^2 1}{\cos 1 - \sin 1} + \frac{\cos^2 1 - (\sin 1 \cos 1)}{\cos 1 - \sin 1}$
$\Rightarrow y = \frac{1 - x + (\sin 1 \cos 1) - \sin^2 1 + \cos^2 1 - (\sin 1 \cos 1)}{\cos 1 - \sin 1} \Rightarrow y = \frac{1 - x - \sin^2 1 + \cos^2 1}{\cos 1 - \sin 1} \Rightarrow y = \frac{1 - x + \cos 2}{\cos 1 - \sin 1}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

56– $f(x = 9x^3 - 8\ln x \Rightarrow f`(x) = 27x^2 - \frac{8}{x} = m \Rightarrow m = 0 \Rightarrow f`(x) = 27x^2 - \frac{8}{x} = 0 \Rightarrow \frac{27x^3 - 8}{x} = 0$
$27x^3 - 8 = 0 \Rightarrow x^3 = \frac{8}{27} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

57– $(f(x)=3e^{x^2}, x_1=1 \Rightarrow y_1=3e^{1^2}=3e \Rightarrow f`(x)=3e^{x^2}\times 2x=6xe^{x^2}=m$

$\Rightarrow m=f`(1)=6\times 1e^{1^2}=6e \Rightarrow y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow y-3e=6e(x-1)$

$\Rightarrow y-3e=6e(x-1) \Rightarrow y-3e=6ex-6e \Rightarrow y=6ex-3e$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

58– $f(x=xe^{-2x}, \mathcal{T}\parallel x \Rightarrow f`(x)=(1\times e^{-2x})+(x\times -2e^{-2x})=e^{-2x}-2xe^{-2x}=m \Rightarrow m=0$

$\Rightarrow e^{-2x}-2xe^{-2x}=0 \Rightarrow e^{-2x}=2xe^{-2x} \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

59– $f(x=x^2e^{-2x}, \mathcal{T}\parallel x \Rightarrow f`(x)=(2x\times e^{-2x})+(x^2\times -2e^{-2x})=2xe^{-2x}-2x^2e^{-2x}=m \Rightarrow m=0$

$\Rightarrow 2xe^{-2x}-2x^2e^{-2x}=0 \Rightarrow 2xe^{-2x}=2x^2e^{-2x} \Rightarrow x=1$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

60– $f(x)=x^2\sin x\cos x \Rightarrow f`(x)=(2x\times\sin x\cos x)+(x^2\times(\cos x\cos x+(-\sin x\sin x))$

$=(2x\sin x\cos x)+(x^2\times(\cos^2 x-\sin^2 x)) = (2x\sin x\cos x)+x^2\cos 2x$

$m=f`(x) \Rightarrow f`\left(\frac{\pi}{2}\right)=\left(2\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2}\right)+\left(\frac{\pi}{2}\right)^2\cos 2\left(\frac{\pi}{2}\right)=(\pi\times 1\times 0)+(\frac{\pi^2}{4}\times -1)=-\frac{\pi^2}{4}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

61– $f(x)=\frac{x}{x\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f`(x)=-\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2}=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}=\frac{1}{2x\sqrt{x}} \Rightarrow m=f`(x) \Rightarrow m=f`(2)=\frac{1}{2\times 2\times\sqrt{2}}=\frac{1}{4\sqrt{2}}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

62– $f(x)=3e^x, x_1=-1, \therefore y_1=3e^{-1}=\frac{3}{e} \Rightarrow f`(x)=m \Rightarrow f`(x)=3e^x \Rightarrow f`(-1)=3e^{-1}=\frac{3}{e}$

$\Rightarrow m\times m\perp=-1 \Rightarrow m\perp=\frac{-1}{\frac{3}{e}}=\frac{-e}{3} \Rightarrow y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow y-\frac{3}{e}=\frac{-e}{3}(x-(-1))$

$\Rightarrow y=\frac{-e}{3}x-\frac{e}{3}+\frac{3}{e} \Rightarrow y=\frac{-e}{3}x-\frac{e^2+9}{3e}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

63– $m\perp=m\big(y+x=1\big) \Rightarrow y=1-x \Rightarrow m\perp=y`=0-1=-1$

$\Rightarrow m\times m\perp=-1 \Rightarrow m=\frac{-1}{-1}=1$

$\Rightarrow f(x)=\frac{x}{x^2+1} \Rightarrow f`(x)=\frac{(1\times(x^2+1))-(x\times 2x)}{(x^2+1)^2}=\frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2}=\frac{1-x^2}{x^4+2x^2+1}=m$

$\frac{1-x^2}{x^4+2x^2+1}=1 \Rightarrow x^4+2x^2+1=1-x^2 \Rightarrow x^4+3x^2=0 \Rightarrow x^2(x^2+3)=0 \Rightarrow x=0$

$, x^2+3=0 \Rightarrow x^2=-3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{-3}$(الجذر السالب مرفوض) $\Rightarrow x=0$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

64– $\Rightarrow f(x)=\frac{x}{x+1} \Rightarrow f`(x)=\frac{(1\times(x+1))-(x\times 1)}{(x+1)^2}=\frac{x+1-x}{(x+1)^2}=\frac{1}{x^2+2x+1}=m$

$m=m(y\mp xy-1=0) \Rightarrow y+xy-1=0 \Rightarrow y+xy=1 \Rightarrow y(1+x)=1 \Rightarrow y=\frac{1}{1+x}$

$y=\frac{1}{1+x} \Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{-1}{(1+x)^2}=\frac{-1}{x^2+2x+1}=m$

$\therefore \frac{-1}{x^2+2x+1}=\frac{1}{x^2+2x+1} \Rightarrow x^2+2x+2=-x^2-2x-1$

$\Rightarrow x^2+2x+1+x^2+2x+1=0 \Rightarrow 2x^2+4x+2=0 \Rightarrow x^2+2x+1=0 \Rightarrow x=-1$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

65– $f(x) = \ln\frac{e}{x} + \ln 2\sqrt{x} = \ln e - \ln x + \ln 2x^{\frac{1}{2}} = 1 - \ln x + \frac{1}{2}\ln 2x$

$\Rightarrow f`(x) = 0 - \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{2x}\right) = \frac{-1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{-2+1}{2x} = \frac{-1}{2x} = m \Rightarrow m = f`(-1) = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{2}(x - (-1)) \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{2}(x + 1) \Rightarrow \ y - 1 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \ y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

66– $f(x) = e^{2x}\cos x \Rightarrow f`(x) = (2e^{2x}\cos x) + (-e^{2x}\sin x) = (2e^{2x}\cos x) - (e^{2x}\sin x) = m$

$\Rightarrow m = f`(0) = (2e^{2\times 0}\cos 0) - (e^{2\times 0}\sin 0) = (2 \times 1) - (1 \times 0) = 2$

$\Rightarrow m \times m \perp = -1 \Rightarrow m \perp = \frac{-1}{2}, y_1 = e^{2\times 0}\cos 0 = 1 \times 1 = 1 \Rightarrow (x_1, y_1) = (0, 1)$

$$\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 1 = \frac{-1}{2}(x - 0) \Rightarrow y - 1 = \frac{-1}{2}(x) \Rightarrow \ y - 1 = \frac{-1}{2}x$$

$$\Rightarrow \ y = \frac{1}{2}x + 1$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

67– $f(\tan x) = 3x^2 + 5 \Rightarrow f`(\tan x)\sec^2 x = 6x \Rightarrow \because f`(1) = \ f`(\tan x) \Rightarrow \therefore \tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$

$\Rightarrow f`(1) = \ f`(\tan\frac{\pi}{4}) = \frac{6\times\frac{\pi}{4}}{\sec^2\frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{3\pi}{2}}{2} = \frac{3\pi}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3\pi}{4}, f`(1) = \ f`(\tan\frac{5\pi}{4}) = \frac{6\times\frac{5\pi}{4}}{\sec^2\frac{5\pi}{4}} = \frac{\frac{15\pi}{2}}{2} = \frac{15\pi}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{15\pi}{4}$

$$\therefore f`(1) = \frac{3\pi}{4}, \frac{15\pi}{4}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

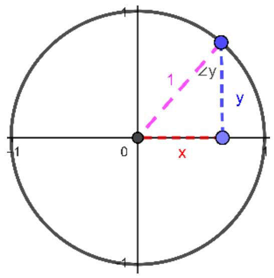
68– $f(x) = xe^x \Rightarrow f^{(1)}(x) = (1 \times e^x) + (xe^x) = e^x + xe^x$

$\Rightarrow f^{(2)}(x) = e^x + e^x + xe^x = 2e^x + xe^x \Rightarrow f^{(3)}(x) = 2e^x + e^x + xe^x = 3e^x + xe^x$

$f^{(15)}(x) = 15e^x + xe^x = ae^x + bxe^x, a, b \in \mathcal{R} \Rightarrow a = 15, b = 1 \Rightarrow a + b = 15 + 1 = 16$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

69– $x = \sin y \Rightarrow \frac{d}{dx}(x) = \frac{d}{dx}(\sin y) \Rightarrow 1 = \cos y\frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y}$



$\Rightarrow \cos y = y \Rightarrow 1 = y^2 + x^2 \Rightarrow y^2 = 1 - x^2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{1 - x^2} = \sqrt{1 - x^2}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

or $\cos^2 y = 1 - \sin^2 y \Rightarrow \cos y = \pm\sqrt{1 - \sin^2 y} = \sqrt{1 - \sin^2 y} = \sqrt{1 - x^2}$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

70– $y = \cos\theta \Rightarrow \frac{dy}{d\theta} = -\sin\theta, x = \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} \Rightarrow \frac{dx}{d\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{-\sin\theta}{\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}} = -\sin\theta \times \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta} = -\cos^2\theta, x = \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} \Rightarrow \because x = 1 \Rightarrow \therefore 1 = \frac{1}{\cos\theta}$

$$\Rightarrow \cos\theta = 1 \Rightarrow \frac{dy}{dx}|x = 1 = -(\cos\theta)^2 = -(1)^2 = -1$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

71– $y=\cos\theta \Rightarrow \frac{dy}{d\theta}=-\sin\theta\,, x=\sin\theta \Rightarrow \frac{dx}{d\theta}=\cos\theta$

$\therefore \frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}=\frac{-\sin\theta}{\cos\theta}=-\tan\theta\,, \frac{d^2y}{dx^2}=\frac{\frac{d}{d\theta}(\frac{dy}{dx})}{\frac{dx}{d\theta}}=\frac{-\sec^2\theta}{\cos\theta}=\frac{-1}{\cos^3\theta}=\frac{-1}{\cos^3\frac{\pi}{4}}=\frac{-1}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3}=\frac{-1}{\frac{1}{2\sqrt{2}}}=-2\sqrt{2}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

72– $(y=x^x \Rightarrow \ln y=\ln x^x \Rightarrow \ln y=x\ln x \Rightarrow \frac{d}{dx}(\ln y)=\frac{d}{dx}(x\ln x) \Rightarrow \frac{\frac{dy}{dx}}{y}=(1\times\ln x)+(x\times\frac{1}{x})$

$\Rightarrow \frac{\frac{dy}{dx}}{y}=\ln x+1 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=y(\ln x+1)=x^x(\ln x+1) \Rightarrow \ln\frac{dy}{dx}=\ln x^x(\ln x+1)$

$\Rightarrow \ln y` = \ln x^x+\ln(\ln x+1) \Rightarrow \ln y` = x\ln x+\ln(\ln x+1)$

$\Rightarrow \frac{y^{(2)}}{y`}=(\ln x+1)+\frac{\frac{1}{x}}{\ln x+1}=(\ln x+1)+\frac{1}{x(\ln x+1)} \Rightarrow \therefore y^{(2)}=y(\ln x+1)\,((\ln x+1)+\frac{1}{x(\ln x+1)})$

$y^{(2)}=y(\ln x+1)^2+\frac{y(\ln x+1)}{x(\ln x+1)})=y(\ln x+1)^2+\frac{y}{x}=$

$\therefore y^{(2)}-x^x(1+\ln x)^2=y(\ln x+1)^2+\frac{y}{x}-x^x(1+\ln x)^2=y(\ln x+1)^2+\frac{y}{x}-y(1+\ln x)^2=\frac{y}{x}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

73– $y=\sin(\pi^2x) \Rightarrow \frac{dy}{dx}=\ \pi^2\cos\pi^2x$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

74– $2+\ln y\ln x=x^2+y \Rightarrow \frac{d}{dx}(2-\ln x\ln y))=\frac{d}{dx}(y+x^2)$

$0-((\frac{1}{x}\ln y)+(\frac{1}{y}\ln x)=2x+\frac{dy}{dx} \Rightarrow -\frac{\ln y}{x}-\frac{\ln x}{y}-2x=\frac{dy}{dx}=m$

$\because x=1 \Rightarrow y+1=2+(\ln y\ln 1) \Rightarrow y+1=2+(\ln y\times 0) \Rightarrow y+1=2+0 \Rightarrow y=1$

$\Rightarrow (1,1), m=-\frac{\ln 1}{1}-\frac{\ln 1}{1}-2=0-0-2=-2 \Rightarrow y-y_1=m(x-x_1)$

$\Rightarrow y-1=-2(x-1) \Rightarrow y-1=-2x+2 \Rightarrow y=-2x+3 \Rightarrow y+2x=3$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

75– $f\,(x)=\ln\left(x^2+1\right)^2+e^{\sin x}=2\ln(x^2+1)+e^{\sin x} \Rightarrow f`(x)=2\frac{(2x)}{(x^2+1)}+\cos x\,e^{\sin x}$

$f\,(0)=\ln(0+1)^2+e^{\sin 0}=0+e^0=1\,, f`(0)=2\frac{(2\times 0)}{(0+1)}+\cos 0\,e^{\sin 0}=0+1=1$

$\Rightarrow f(0).f`(0)=1$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

76– $\frac{dy}{dx}=\sqrt{ay}\,, \frac{d^2y}{dx^2}=3 \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2}=\frac{a\frac{dy}{dx}}{2\sqrt{ay}}=\frac{a\sqrt{ay}}{2\sqrt{ay}}=\frac{a}{2}=3 \Rightarrow a=6$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

77– $f(x)=\sec^2x-\tan^2x \Rightarrow f`(x)=2\sec x\sec x\tan x-2\tan x\sec^2x$

$\Rightarrow f`(x)=2\sec^2x\tan x-2\tan x\sec^2x=0 \Rightarrow f`(1)=0$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

78– $\cos\sqrt{\pi y}=3x+1, (-\frac{1}{3},\frac{\pi}{4}) \Rightarrow \frac{d}{dx}(\cos\sqrt{\pi y})=\frac{d}{dx}(3x+1) \Rightarrow -\sin\sqrt{\pi y}\times\frac{\pi\frac{dy}{dx}}{2\sqrt{\pi y}}=3$

$\Rightarrow -\sin\sqrt{\pi y}\times\pi\frac{dy}{dx}=3\times 2\sqrt{\pi y} \Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{6\sqrt{\pi y}}{-\pi\sin\sqrt{\pi y}}=m \Rightarrow m=\frac{6\sqrt{\pi\frac{\pi}{4}}}{-\pi\sin\sqrt{\pi\frac{\pi}{4}}}=\frac{6\sqrt{\frac{\pi^2}{4}}}{-\pi\sin\sqrt{\frac{\pi^2}{4}}}=\frac{\frac{6\pi}{2}}{-\pi\sin\frac{\pi}{2}}$

$\Rightarrow m=\frac{3\pi}{-\pi}=-3$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

79– $\frac{d}{dx}a^{y}=\frac{d}{dx}b^{x}\Rightarrow a^{y}\frac{dy}{dx}\ln a=b^{x}\ln b\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{b^{x}\ln b}{a^{y}\ln a}=\frac{\ln b}{\ln a}=\log_{a}b$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

80– $y=a(\sin\theta-\theta\cos\theta)$, $x=a(\cos\theta+\theta\sin\theta)$

$\frac{dy}{d\theta}=a(\cos\theta-((\cos\theta)+(-\theta\sin\theta)))=a(\cos\theta-\cos\theta+\theta\sin\theta)=a(\theta\sin\theta)$

$\frac{dx}{d\theta}=a(-\sin\theta+((\sin\theta)+(\theta\cos\theta)))=a(-\sin\theta+\sin\theta+\theta\cos\theta)=a(\theta\cos\theta)$

$$\therefore\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}=\frac{a(\theta\sin\theta)}{a(\theta\cos\theta)}=\tan\theta$$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

81– $m=\tan\theta=\frac{dy}{dx}\Rightarrow\frac{d}{dx}(y^{2})+\frac{d}{dx}(2x^{2})=\frac{d}{dx}(6)\Rightarrow 2y\frac{dy}{dx}+4x=0\Rightarrow 2y\frac{dy}{dx}=-4x\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{-4x}{2y}$

$\therefore m=\frac{-4}{4}=-1=\tan\theta,\tan\theta=|-1|=1\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{4}\Rightarrow\theta=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4},\theta=\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$

الزاوية تقع في الربع الثاني او الرابع

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

82– $m=\frac{dy}{dx}\Rightarrow x^{y}=y^{x}\Rightarrow\ln x^{y}=\ln y^{x}\Rightarrow y\ln x=x\ln y\Rightarrow\frac{d}{dx}(y\ln x)=\frac{d}{dx}(x\ln y)$

$\Rightarrow\frac{dy}{dx}\ln x+\frac{y}{x}=\ln y+\frac{x\frac{dy}{dx}}{y}\Rightarrow\frac{dy}{dx}\ln x-\frac{dy}{dx}\times\frac{x}{y}=\ln y-\frac{y}{x}\Rightarrow\frac{dy}{dx}(\ln x-\frac{y}{x})=\ln y-\frac{y}{x}$

$\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{\ln y-\frac{y}{x}}{\ln x-\frac{y}{x}}\Rightarrow m=\frac{\ln 1-\frac{1}{1}}{\ln 1-\frac{1}{1}}=1$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

83– $h(x)=\frac{1}{e^{x}}\Rightarrow h`(x)=\frac{-e^{x}\ln e}{e^{2x}}=\frac{-1}{e^{x}}=-e^{-x}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

84– $p(x)=\cos\pi x\Rightarrow p`(x)=-\pi\sin\pi x\Rightarrow p``(x)=-\pi^{2}\cos\pi x\Rightarrow p```(x)=\pi^{3}\sin\pi x$

$\Rightarrow p````(x)=\pi^{4}\cos\pi x$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

85– $x=(1-y)(1+y)(1+y^{2})(1+y^{4})=(1-y^{2})(1+y^{2})(1+y^{4})=(1-y^{4})(1+y^{4})=(1-y^{8})$

$\Rightarrow y^{8}+x-1=0\Rightarrow\frac{d}{dx}(y^{8})+\frac{d}{dx}(x)-\frac{d}{dx}(1)=\frac{d}{dx}(0)\Rightarrow 8y^{7}\frac{dy}{dx}+1-0=0\Rightarrow 8y^{7}\frac{dy}{dx}+1=0$

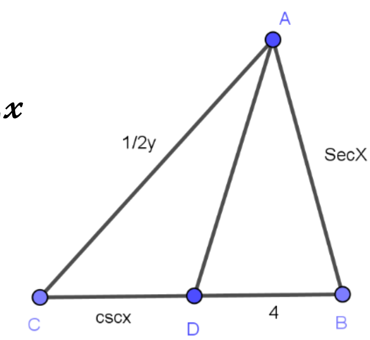
$\Rightarrow 8y^{7}\frac{dy}{dx}=-1\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{-1}{8y^{7}}\Rightarrow\frac{d}{dx}(\frac{dy}{dx})=\frac{d}{dx}(\frac{-1}{8y^{7}})\Rightarrow\frac{d^{2}y}{dx^{2}}=\frac{56y^{6}\times\frac{dy}{dx}}{64y^{14}}=\frac{56y^{6}\times\frac{-1}{8y^{7}}}{64y^{14}}=\frac{-7y^{-15}}{64}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

86– $\overline{AD}$ ينصف $\angle BAC\Rightarrow\Delta ABD\cong\Delta ACD\Rightarrow\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}}\Rightarrow\frac{\sec x}{\frac{1}{2}y}=\frac{4}{\csc x}$

$\Rightarrow 2y=\sec x\csc x\Rightarrow y=\frac{1}{2}\sec x\csc x=\frac{1}{2\cos x\sin x}=\frac{1}{\sin 2x}=\csc 2x$

$y=\csc 2x\Rightarrow\frac{dy}{dx}=-2\csc 2x\cot 2x$



الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

87– $(h \circ g)`(x) = h`(g(x)) \times g`(x) = \sec^2 x \times \frac{1}{\tan^2 x+1} = \sec^2 x \times \frac{1}{\sec^2 x}$, $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$
$\therefore (h \circ g)`(x) = 1$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

88– $y = \cos ax \Rightarrow y` = -a \sin ax \Rightarrow y`` = -a^2 \cos ax \Rightarrow y``` = a^3 \sin ax \Rightarrow y```` = a^4 \cos ax$

$\therefore y^{n} = a^{n} \cos ax$, $n: (4)$ عدد زوجي يقبل القسمة على $\Rightarrow y^{(2020)} = a^{(2020)} \cos ax = a^{(2020)} y$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

89– $S = x, A = y \Rightarrow y = x^2, \frac{dy}{dt}$ معدل زيادة مساحة السطح, $\frac{dx}{dt}$ معدل زيادة طول الصفيحة $\Rightarrow \frac{dy}{dt} = 2x\frac{dx}{dt}$
$\Rightarrow 75 = 2 \times 5 \times \frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{75}{10} = 7.5$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

90– $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \frac{dv}{dr} = 4\pi r^2, A = 4\pi r^2 \Rightarrow \frac{dA}{dr} = 8\pi r \Rightarrow \frac{dv}{dA} = \frac{dv}{dr} \div \frac{dA}{dr} = \frac{4\pi r^2}{8\pi r} = \frac{r}{2} \Rightarrow \frac{dv}{dA}|r = 2 = 1$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

91– $y = \sin^{n} x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = n\sin^{n-1} x \cos x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = n\frac{\sin^{n} x}{\sin x} x \cos x = ny\frac{\cos x}{\sin x} = ny \cot x$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

92– $y = 2\cos(3x + 1) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -2\sin(3x + 1) \times 3 = -6\sin(3x + 1) \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = -18 \times \cos(3x + 1)$
$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = -2 \times 9 \times \cos(3x + 1) = -9y$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

93– $A = y \Rightarrow y = \pi r^2, \frac{dy}{dt}$ معدل زيادة مساحة السطح, $\frac{dr}{dt}$ معدل زيادة نصف قطر الموجة $\Rightarrow \frac{dy}{dt} = 2\pi r\frac{dr}{dt}$
$r\frac{dr}{dt}|t = 1 = 1 \times 4 = 4\text{cm}$, $r\frac{dr}{dt}\Big|t = 5 = \times 4 = 20\text{cm} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = 2\pi 20 \times 4 = 160\pi$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

94– $y = x - \sin x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1 - \cos x$, $z = 1 - \cos x \Rightarrow \frac{dz}{dx} = \sin x$
$\therefore \frac{d}{dx}\left(\frac{y}{z}\right) = \frac{dy}{dx} \div \frac{dz}{dx} = \frac{1-\cos x}{\sin x} \Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{y}{z}\right)\Big|x = \frac{\pi}{3} = \frac{1-\cos\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3}} = \frac{1-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

95– $y - e^{xy} + x = 0 \Rightarrow m = \frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{d}{dx}(y) - \frac{d}{dx}(e^{xy}) + \frac{d}{dx}(x) = \frac{d}{dx}(0)$
$\Rightarrow \frac{dy}{dx} - (\, e^{xy}\left((y) + \left(x\frac{dy}{dx}\right)\right) + 1 = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} - (\, ye^{xy} + xe^{xy}\frac{dy}{dx}) = -1$
$\Rightarrow \frac{dy}{dx} - ye^{xy} - xe^{xy}\frac{dy}{dx} = -1 \Rightarrow \frac{dy}{dx} - xe^{xy}\frac{dy}{dx} = ye^{xy} - 1 \Rightarrow \frac{dy}{dx}(1 - xe^{xy}) = ye^{xy} - 1$
$\frac{dy}{dx} = \frac{ye^{xy}-1}{1-xe^{xy}}$

للمنحنى مماس رأسي عندما يكون الميل غير معرف أي المقام مساوياً للصفر و بتعويض النقاط المعطاه في السؤال يكون المماس الراسي عند النقطة $(1, 0)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (c)

96– $\sqrt{y} = \tan z \Rightarrow y = \tan^2 z \Rightarrow \frac{dy}{dz} = 2\tan z \sec^2 z$, $x = \sec z \Rightarrow \frac{dx}{dz} = \sec z \tan z$
$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \div \frac{dx}{dz} = \frac{2\tan z \sec^2 z}{\sec z \tan z} = 2\sec z \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dz}\left(\frac{dy}{dx}\right) \div \frac{dx}{dz} = \frac{2\sec z \tan z}{\sec z \tan z} = 2$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (b)

97– $g(x) = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}) = \sin 2\frac{x}{2} = \sin x \Rightarrow g`(x) = \cos x \Rightarrow g``(x) = -\sin x \Rightarrow g```(x) = -\cos x$

$\Rightarrow g````(x) = \sin x \therefore g^{n}(x) = a^{n}\cos ax\,, n: (4)$عدد زوجي يقبل القسمة على $\Rightarrow g^{(800)}(x) = \sin x$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

98– $h(x) = \cos x^{\cos x} \Rightarrow \ln\ h(x) = \ln\cos x^{\cos x} \Rightarrow \ln\ h(x) = \cos x\ln\cos x$

$\Rightarrow \frac{h`(x)}{h(x)} = (-\sin x\ln\cos x) + (\cos x \times \frac{-\sin x}{\cos x}) \Rightarrow \frac{h`(x)}{h(x)} = (-\sin x\ln\cos x) + (-\sin x)$

$\Rightarrow h`(x) = h(x)(-\sin x\ln\cos x - \sin x) \Rightarrow h`(x) = \cos x^{\cos x}\,(-\sin x\ln\cos x - \sin x)$

$\Rightarrow h`(0) = \cos 0^{\cos 0}\,(-\sin 0\ln\cos 0 - \sin 0) = 1^{1}(-0 \times \ln 1 - 0) = 1(0-0) = 0$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (a)

99– $y = e^{x}\sin x - \cos x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = (e^{x}\sin x + e^{x}\cos x) - (-\sin x) = e^{x}\sin x + e^{x}\cos x + \sin x$

$\frac{d^2y}{dx^2} = e^{x}\sin x + e^{x}\cos x + (-e^{x}\sin x + e^{x}\cos x) + \cos x)$

$\frac{d^2y}{dx^2} = e^{x}\sin x + e^{x}\cos x - e^{x}\sin x + e^{x}\cos x + \cos x) = 2e^{x}\cos x + \cos x = \cos x(2e^{x} + 1)$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

100– $y = x^{\sec x} \Rightarrow \ln y = \ln x^{\sec x} = \ln y = \sec x\ln x \Rightarrow \frac{y`}{y} = \sec x\tan x\ln x + \frac{\sec x}{x}$

$\Rightarrow y` = y(\sec x\tan x\ln x + \frac{\sec x}{x}) = x^{\sec x}(\sec x\tan x\ln x + \frac{\sec x}{x}) = m$

$\Rightarrow m\,\Big|x = \pi = \pi^{\sec\pi}(\sec\pi\tan\pi\ln\pi + \frac{\sec\pi}{\pi})\,, \sec\pi = \frac{1}{\cos\pi} = \frac{1}{-1} = -1$

$\therefore m\,\Big|x = \pi = \pi^{-1}(-1 \times 0 \times \ln\pi + \frac{-1}{\pi}) = \pi^{-1}\left(0 + \frac{-1}{\pi}\right) = -\pi^{-2}$

$\therefore m \times m\perp = -1 \Rightarrow m\perp = \frac{-1}{m} = \frac{-1}{-\pi^{-2}} = \pi^{2},\ y|x = \pi = \pi^{\sec\pi} = \pi^{-1}$

$\therefore y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - \pi^{-1} = \pi^{2}(x - \pi) \Rightarrow y = \pi^{2}x - \pi^{3} + \pi^{-1}$

الإجابة الصحيحة للسؤال هي (d)

السؤال الثاني:

أولاً: اوجد المشتقة الأولى لما يلي:

1– $y = x^{\cos x}\cos^{\sin x}x \Rightarrow \ln y = \ln x^{\cos x}\cos^{\sin x}x \Rightarrow \ln y = \ln x^{\cos x} + \ln\cos^{\sin x}x$

$\ln y = \cos x\ln x + \sin x\ln\cos x$

$\frac{d}{dx}(\ln y) = \frac{d}{dx}(\cos x\ln x) + \frac{d}{dx}(\sin x\ln\cos x)$

$\frac{y`}{y} = ((-\sin x\ln x) + (\frac{\cos x}{x})) + ((\cos x\ln\cos x) + (\sin x \times \frac{-\sin x}{\cos x}))$

$\frac{y`}{y} = (-\sin x\ln x + \frac{\cos x}{x} + \cos x\ln\cos x - \sin x\tan x)$

$\frac{y`}{y} = (-\sin x\ln x - \sin x\tan x + \frac{\cos x}{x} + \cos x\ln\cos x)$

$\frac{y`}{y} = (-\sin x(\ln x + \tan x) + \cos x(\frac{1}{x} + \ln\cos x)$

$y` = y(-\sin x(\ln x + \tan x) + \cos x(\frac{1}{x} + \ln\cos x)$

$y` = x^{\cos x}\cos^{\sin x}x\,(-\sin x(\ln x + \tan x) + \cos x(\frac{1}{x} + \ln\cos x))$

$2-\ y=\frac{2\tan x\sec^2 x}{(\tan x)^2}=\frac{2\sec^2 x}{\tan x}\Longrightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{(4\sec x\sec x\tan x\tan x)-(2\sec^2 x\sec^2 x)}{\tan^2 x}=\frac{4\sec^2 x\tan^2 x-2\sec^4 x}{\tan^2 x}$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{4\sec^2 x\tan^2 x}{\tan^2 x}-\frac{2\sec^2 x}{\tan^2 x}=\frac{dy}{dx}=4\sec^2 x-\left(\frac{2\sec^4 x}{\tan^2 x}\right)=4\sec^2 x-\left(\frac{2\frac{1}{\cos^4 x}}{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}\right)$$

$$\frac{dy}{dx}=4\sec^2 x-\left(2\frac{1}{\cos^4 x}\times\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}\right)=\frac{4}{\cos^2 x}-\left(\frac{2}{\cos^2 x\sin^2 x}\right)=\frac{4\sin^2 x-2}{\cos^2 x\sin^2 x}$$

$3-\ y=\tan^4(\sin^2 x(x^2+2x))=\tan^4(\sin^2(x^3+2x^2))$

$$\Longrightarrow\frac{dy}{dx}=4\tan^3(\sin^2(x^3+2x^2))\sec^2(\sin^2(x^3+2x^2)\,2\sin(x^3+2x^2)\cos(x^3+2x^2)\,(3x^2+4x)$$

$$\Longrightarrow\frac{dy}{dx}=8(3x^2+4x)\tan^3(\sin^2(x^3+2x^2))\sec^2(\sin^2(x^3+2x^2)\sin(x^3+2x^2)\cos(x^3+2x^2)$$

$4-\ \cos(x^2+y^2)=2x\Longrightarrow\frac{d}{dx}(\cos(x^2+y^2)=\frac{d}{dx}(2x)\Longrightarrow(-\sin(x^2+y^2))\left(2x+2y\frac{dy}{dx}\right)=2$

$$\Longrightarrow\left(2x+2y\frac{dy}{dx}\right)=\frac{2}{-\sin(x^2+y^2)}\Longrightarrow\left(2y\frac{dy}{dx}\right)=\frac{2}{-\sin(x^2+y^2)}-2x\Longrightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{2}{-\sin(x^2+y^2)}-2x}{2y}$$

$$\Longrightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{-2x\sin(x^2+y^2)-2}{\sin(x^2+y^2)}}{2y}=\frac{-2x\sin(x^2+y^2)-2}{2y\sin(x^2+y^2)}=\frac{-x\sin(x^2+y^2)-1}{y\sin(x^2+y^2)}$$

$5-\ \frac{\sin x}{\cos y}=\sin(x-y)\Longrightarrow\sin x=\cos y\sin(x-y)\Longrightarrow\frac{d}{dx}(\sin x)=\frac{d}{dx}(\cos y\sin(x-y))$

$$\Longrightarrow\cos x=(-\sin y\sin(x-y))+(\cos y\cos(x-y)(1-\frac{dy}{dx})$$

$$\Longrightarrow\frac{\cos x+\sin y\sin(x-y)}{\cos y\cos(x-y)}=1-\frac{dy}{dx}\Longrightarrow1-\frac{\cos x+\sin y\sin(x-y)}{\cos y\cos(x-y)}=\frac{dy}{dx}$$

$$\Longrightarrow1-\frac{\cos x+\tan y\sin x}{\cos y\cos(x-y)}=\frac{dy}{dx}$$

$6-\ \sqrt{yx^2-xy^2}=0\Longrightarrow yx^2-xy^2=0$, بتربيع الطرفين $\Longrightarrow yx^2=xy^2\Longrightarrow\frac{d}{dx}(yx^2)=\frac{d}{dx}(xy^2)$

$$\Longrightarrow\frac{dy}{dx}x^2+2xy=y^2+2x\frac{dy}{dx}\Longrightarrow\frac{dy}{dx}x^2-2x\frac{dy}{dx}=y^2-2xy\Longrightarrow\frac{dy}{dx}(x^2-2x)=y^2-2xy$$

$$\Longrightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{y^2-2xy}{x^2-2x}\Longrightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{y^2-2xy}{x^2-2x}$$

$7-\ x=y\sqrt{1-y^2}\Longrightarrow x^2\Longrightarrow y^2(1-y^2)=x^2\Longrightarrow y^2-y^4$, بتربيع الطرفين $\Longrightarrow\frac{d}{dx}(x^2)\Longrightarrow\frac{d}{dx}(y^2)-\frac{d}{dx}(y^4)$

$$\Longrightarrow2x=2y\frac{dy}{dx}-4y^3\frac{dy}{dx}\Longrightarrow2x=\frac{dy}{dx}(2y-4y^3)\Longrightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{2x}{2y-4y^3}=\frac{2x}{2y(1-2y^2)}=\frac{\sqrt{1-y^2}}{(1-2y^2)}$$

<u>ثانياً</u>: اوجد المشتقة الثانية لما يلي:

$1-\ f(x)=\cos mx\sin nx\ ,n,m:$ ثوابت

$$\Longrightarrow f`(x)=-\sin mx\ \sin nx+\cos mx\cos nx$$

$$\Longrightarrow f``(x)=(-\cos mx\sin nx+-\sin mx\cos nx)+(-\sin mx\cos nx+-\cos mx\sin nx)$$

$$\Longrightarrow f``(x)=-\cos mx\sin nx-\sin mx\cos nx-\sin mx\cos nx-\cos mx\sin nx$$

$$\Longrightarrow f``(x)=-2\cos mx\sin nx-2\sin mx\cos nx$$

$$\Longrightarrow f``(x)=-2\cos mx\sin nx-2\sin mx\cos nx$$

$2-\ y=\frac{1-\cos x}{1+\cos x}\Longrightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{(\sin x(1+\cos x))-((1-\cos x)(-\sin x))}{(1+\cos x)^2}=\frac{(\sin x+\sin x\cos x)-(-\sin x+\sin x\cos x)}{(1+\cos x)^2}$

$$\Longrightarrow\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{(2\cos x(1+\cos^2 x+2\cos x))-(2\sin x\times(2+2\cos x)\times-\sin x)}{(1+\cos x)^4}$$

$$\Longrightarrow\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{(2\cos x+2\cos^3 x+4\cos^2 x)-(4\sin x+4\sin x\cos x)\times-\sin x)}{(1+\cos x)^4}$$

$$\Longrightarrow\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{(2\cos x+2\cos^3 x+4\cos^2 x)-(-4\sin^2 x-4\sin^2 x\cos x)}{(1+\cos x)^4}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2}=\frac{2\cos x+2\cos^3 x+4\cos^2 x+4\sin^2 x+4\sin^2 x\cos x)}{(1+\cos x)^4}=\frac{2\cos x+2\cos^3 x+4+4\sin^2 x\cos x)}{(1+\cos x)^4}$$

3− $y=\sin 3t \,, x=\sin 2t \,, 0\le t\le 2\pi \,, t=\frac{\pi}{6}$

$$\frac{dy}{dt}=3\cos 3t\,,\frac{dx}{dt}=2\cos 2t\Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\div\frac{dx}{dt}=\frac{3\cos 3t}{2\cos 2t}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)\div\frac{dx}{dt}=\frac{-18\sin 3t\cos 2t+12\sin 2t\cos 3t}{4\cos^3 2t}=\frac{-9\sin 3t}{2\cos^2 2t}+\frac{3\sin 2t\cos 3t}{\cos^3 2t}$$

4− $y^2=\ln x^y\Rightarrow \ln y^2=\ln\ln x^y\Rightarrow 2\ln y=\ln y\ln x\Rightarrow 2\ln 2y=\ln y+\ln\ln x$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}(2\ln y)=\frac{d}{dx}(\ln y+\ln\ln x)\Rightarrow \frac{2y'}{y}=\frac{y'}{y}+\frac{1}{x\ln x}\Rightarrow y'=\frac{y}{x\ln x}\Rightarrow y''=\frac{y'x\ln x-(y(\ln x+1)}{(x\ln x)^2}$$

$$\Rightarrow y''=\frac{y'x\ln x-y\ln x-y}{(x\ln x)^2}=\frac{\frac{y}{x\ln x}x\ln x-y\ln x-y}{(x\ln x)^2}=\frac{y-y\ln x-y}{(x\ln x)^2}=\frac{-y\ln x}{(x\ln x)^2}=\frac{-y}{x\ln x}=\frac{-\sqrt{\ln x^y}}{x\ln x}$$

ثالثاً: اوجد معادلة المماس والعمودي علية للمنحنيات فيما يلي:

1− $y=2\sin x+4\cos y\,,(0,\frac{\pi}{2})$

$$\frac{d}{dx}(y)=\frac{d}{dx}(2\sin x)+\frac{d}{dx}(4\cos y)\Rightarrow y'=2\cos x-4y'\sin y'\Rightarrow y'+4y'\sin y=2\cos x$$

$$\Rightarrow y'(1+4\sin y)=2\cos x\Rightarrow y'=\frac{2\cos x}{1+4\sin y}=m\Rightarrow m\left(0,\frac{\pi}{2}\right)=\frac{2\cos 0}{1+4\sin\frac{\pi}{2}}=\frac{2}{1+4}=\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow\therefore y-y_1=m(x-x_1)\Rightarrow y-\frac{\pi}{2}=\frac{2}{5}(x-0)\Rightarrow y-\frac{\pi}{2}=\frac{2}{5}x\Rightarrow y=\frac{2}{5}x+\frac{\pi}{2}$$

$$\therefore m\perp=\frac{-1}{m}\Rightarrow m\perp=\frac{-1}{\frac{2}{5}}=\frac{-5}{2}$$

$$\Rightarrow\therefore y-y_1=m\perp(x-x_1)\Rightarrow y-\frac{\pi}{2}=\frac{-5}{2}(x-0)\Rightarrow y-\frac{\pi}{2}=\frac{-5}{2}x\Rightarrow y=\frac{-5}{2}x+\frac{\pi}{2}$$

2− $e^y=\cos x\,,0<x<\frac{\pi}{2},x=\frac{\pi}{4}\Rightarrow \ln e^y=\ln\cos x\Rightarrow y\ln e=\ln\cos x\Rightarrow y=\ln\cos x$

$$y'=\frac{-\sin x}{\cos x}=-\tan x=m=-1\,,y=\ln\cos\frac{\pi}{4}=\ln\frac{1}{\sqrt{2}}=\ln 1-\ln\sqrt{2}=-\ln\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow\therefore y-y_1=m(x-x_1)\Rightarrow y+\ln\sqrt{2}=-1\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow y+\ln\sqrt{2}=-x+\frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow y=-x+\frac{\pi}{4}-\ln\sqrt{2}$$

$$\therefore m\perp=\frac{-1}{m}\Rightarrow m\perp=\frac{-1}{-1}=1$$

$$\Rightarrow\therefore y-y_1=m\perp(x-x_1)\Rightarrow y+\ln\sqrt{2}=1\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow y+\ln\sqrt{2}=x-\frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow y=x-\frac{\pi}{4}-\ln\sqrt{2}$$

3− $f(x)=\frac{1+e^x}{-1-e^x}\,,(0,-1)\Rightarrow f'(x)=\frac{(e^x(1-e^x))-(-e^x(1-e^x))}{(-1-e^x)^2}=\frac{e^x-e^{2x}+e^x-e^{2x}}{(-1-e^x)^2}=\frac{2e^x}{(-1-e^x)^2}=m$

$$\Rightarrow m(0,1)=\frac{2e^0}{(-1-e^0)^2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow\therefore y-y_1=m(x-x_1)\Rightarrow y+1=\frac{1}{2}(x-0)\Rightarrow y+1=\frac{1}{2}x\Rightarrow y=\frac{1}{2}x-1$$

$$\therefore m\perp=\frac{-1}{m}\Rightarrow m\perp=\frac{-1}{\frac{1}{2}}=-2$$

$$\Rightarrow\therefore y-y_1=m\perp(x-x_1)\Rightarrow y+1=-2(x-0)\Rightarrow y+1=-2x\Rightarrow y=-2x-1$$

4- $y=\sin^{\frac{\pi}{\theta}}\theta\ , x=\cos^{\frac{\pi}{\theta}}\theta\ , \theta=\frac{\pi}{6}$

$$\frac{dy}{dt}=\frac{\pi}{\theta}\theta\sin^{\frac{\pi}{\theta}-1}\theta\cos\theta\ ,\frac{dx}{dt}=-\frac{\pi}{\theta}\cos^{\frac{\pi}{\theta}-1}\theta\sin\theta\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\div\frac{dx}{dt}=\frac{\frac{\pi}{\theta}\theta\sin^{\frac{\pi}{\theta}-1}\theta\cos\theta}{-\frac{\pi}{\theta}\pi\theta\cos^{\frac{\pi}{\theta}-1}\theta\sin\theta}$$

$$\frac{dy}{dx}=-\tan^{\frac{\pi}{\theta}-1}\theta\cot\theta=m\Rightarrow m=-\tan^5\frac{\pi}{6}\cot\frac{\pi}{6}=-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5\times\sqrt{3}=-\frac{1}{9\sqrt{3}}\times\sqrt{3}=-\frac{1}{9}$$

$$y=\sin^{\frac{\pi}{\theta}}\theta=\sin^6\frac{\pi}{6}=\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{64}$$

$$\therefore y-y_1=m(x-x_1)\Rightarrow y-\frac{1}{64}=-\frac{1}{9}\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\Rightarrow y-\frac{1}{64}=-\frac{1}{9}x+\frac{\pi}{54}\Rightarrow y=-\frac{1}{9}x+\frac{\pi}{54}+\frac{1}{64}$$

$$\therefore m\perp=\frac{-1}{m}\Rightarrow m\perp=\frac{-1}{-\frac{1}{9}}=9$$

$$\Rightarrow\therefore y-y_1=m\perp(x-x_1)\Rightarrow y\frac{1}{64}=9\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\Rightarrow y-\frac{1}{64}=9x+\frac{9\pi}{6}\Rightarrow y=9x+\frac{3\pi}{2}+\frac{1}{64}$$

رابعاً: يقطع المماس والعمودي عليه للمنحنى $(x^2-3xy+y^2+1=0)$ عند النقطة $a(-1,1)$ محور (x) في النقطتين (b,c) على التوالي ، اوجد

1- معادلتي المماس والعمودي على المماس

$$x^2-3xy+y^2+1=0\ ,a(-1,1)\text{نقطة تماس}$$

$$\Rightarrow\frac{d}{dx}(x^2)\frac{d}{dx}(-3xy)+\frac{d}{dx}(y^2)+\frac{d}{dx}(1)=\frac{d}{dx}(0)\Rightarrow 2x-3(y+x\frac{dy}{dx})+2y\frac{dy}{dx}=0$$

$$\Rightarrow 2x-3y-3x\frac{dy}{dx}+2y\frac{dy}{dx}=0\Rightarrow -3x\frac{dy}{dx}+2y\frac{dy}{dx}=-2x+3y$$

$$\Rightarrow\frac{dy}{dx}(2y-3x)=-2x+3y\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{-2x+3y}{2y-3x}=m\Rightarrow m=\frac{-2\times-1+3\times1}{2\times1-3\times-1}=\frac{2+3}{2+3}=\frac{5}{5}=1$$

$$\Rightarrow\therefore y-y_1=m(x-x_1)\Rightarrow y-1=1(x+1)\Rightarrow y-1=x+1\Rightarrow y=x+2$$

$$\therefore m\perp=\frac{-1}{m}\Rightarrow m\perp=\frac{-1}{1}=-1$$

$$\Rightarrow\therefore y-y_1=m\perp(x-x_1)\Rightarrow y-1=-1(x+1)\Rightarrow y-1=-x-1\Rightarrow y=-x$$

2- مساحة المثلث (abc)

$$\Rightarrow y=0,\therefore 0=x+2\Rightarrow x=-2\Rightarrow b(-2,0)$$

$$\Rightarrow y=0,\therefore 0=-x\Rightarrow x=0\Rightarrow c(0,0)$$

$$\overline{bc}=0--2=2U\ ,h=1U\Rightarrow\mathcal{A}=\frac{1}{2}\times2\times1=1U^2$$

السؤال الثالث:

أولاً: اوجد المشتقة الأولى باستخدام الاشتقاق اللوغاريتمي لما يلي:

1- $y=x^{e^x}\ln x^e\Rightarrow\ln y=\ln x^{e^x}\ln x^e\Rightarrow\ln y=\ln x^{e^x}\ln\ln x^e\Rightarrow\ln y=\ln x^{e^x}+\ln\ln x^e$

$$\ln y=x\ln x^e+\ln\ln x^e\Rightarrow\frac{y`}{y}=\left((\ln x^e+\frac{exx^{e-1}}{x^e})+(\frac{\frac{ex^{e-1}}{x^e}}{\ln x^e})\right)$$

$$\Rightarrow\frac{y`}{y}=\frac{x^e(\ln x^e)^2+exx^{e-1}\ln x^e+\frac{x^e ex^{e-1}}{x^e}}{x^e\ln x^e}=\frac{x^e(\ln x^e)^2+ex^e\ln x^e+ex^{e-1}}{x^e\ln x^e}$$

$$\Rightarrow y`=y\frac{x^e(\ln x^e)^2+ex^e\ln x^e+ex^{e-1}}{x^e\ln x^e}=x^{e^x}\ln x^e\left(\frac{x^e(\ln x^e)^2+ex^e\ln x^e+ex^{e-1}}{x^e\ln x^e}\right)$$

$$\Rightarrow y`=x^{e^x}\left(\frac{x^e((\ln x^e)^2+e\ln x^e+ex^{-1})}{x^e}\right)\Rightarrow y`=x^{e^x}((\ln x^e)^2+e\ln x^e+ex^{-1})$$

2- $y=\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)} \Rightarrow \ln y=\ln\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)} \Rightarrow \ln y=\ln(x-1)(x+2)-(\ln(x+1)(x-2))$

$$\Rightarrow \ln y=\ln(x-1)+\ln(x+2)-(\ln(x+1)+\ln(x-2))$$

$$\Rightarrow \frac{y`}{y}=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}-\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-2}\right) \Rightarrow \frac{y`}{y}=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x-2}$$

$$\Rightarrow y`=y\left(\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x-2}\right)$$

$$\Rightarrow y`=\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)}\left(\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x-2}\right)$$

$$\Rightarrow y`=\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)}\left(\frac{(x+1)-(x-1)}{(x-1)^2}+\frac{(x-2)-(x+2)}{(x-2)^2}\right)$$

$$\Rightarrow y`=\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)}\left(\frac{(x+1-x+1)}{(x-1)^2}+\frac{(x-2-x-2)}{(x-2)^2}\right)$$

$$\Rightarrow y`=\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)}\left(\frac{(2)}{(x-1)^2}+\frac{(-4)}{(x-2)^2}\right)$$

$$\Rightarrow y`=\frac{2(x-1)(x+2)}{(x-1)^2(x+1)(x-2)}-\frac{4(x-1)(x+2)}{(x-2)^2(x+1)(x-2)}$$

$$\Rightarrow y`=\frac{2(x+2)}{(x+1)^2(x-2)}-\frac{4(x-1)}{(x+1)(x-2)^2}$$

ثانياً:

1- اذا كان المنحنى الاقتران $(x^2+y^2=16)$ واذا كان المماس يصنع مع محوري الاحداثيات في الربع الأول مثلثا متساوي الساقين .

∵ المنحنى يمثل دائرة نصف قطرها $(r=4U)$ ومركزها نقطة الأصل $(0,0)$ ، واذا رسم عمودي على المماس من نقطة الأصل على نقطة التماس (a,b)فإنه ينصف الزاوية القائمة ويكون قياسها $(\theta=\frac{\pi}{4})$

$$\sin\theta=\frac{y}{4}=\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow y=2\sqrt{2},\ \cos\theta=\frac{x}{4}=\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x=2\sqrt{2},\ (a,b)=(2\sqrt{2},2\sqrt{2})$$

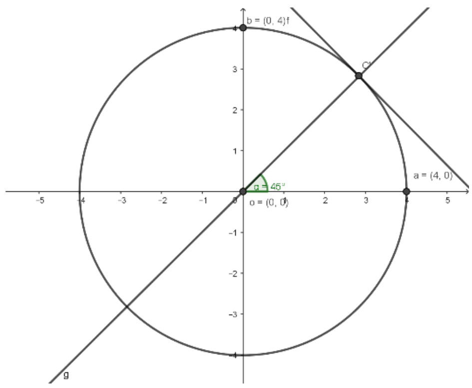
$$\therefore m\perp=\tan\theta=1 \Rightarrow m\times m\perp=-1$$

$$\Rightarrow m=\frac{-1}{m\perp}=\frac{-1}{1}=-1$$

$$\Rightarrow y-2\sqrt{2}=-1(x-2\sqrt{2})$$

$$\Rightarrow y-2\sqrt{2}=-x+2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow y=-x+4\sqrt{2}$$



2- اذا مر المماس لمنحنى الاقتران $(x^2-y^2=16)$ بالنقطة $a(2,-2)$.

$x^2-y^2=16,(2,-2) \Rightarrow 4-4\neq 16 \Rightarrow (2,-2)$لا تقع المنحنى

$$x^2-y^2=16 \Rightarrow y^2=x^2-16 \Rightarrow \frac{d}{dx}(y^2)=\frac{d}{dx}(x^2)-\frac{d}{dx}(16)$$

$$\Rightarrow 2y\frac{dy}{dx}=2x \Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{2x}{2y}=\frac{x}{y}=m=\frac{a}{b}$$

$$y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow m=\frac{y-y_1}{x-x_1} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{y+2}{x-2} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{b+2}{a-2}$$

$\Rightarrow b^2+2b=a^2-2a \Rightarrow a^2-b^2=2a+2b,\ (a,b)$بتعويض نقطة التماس

$a^2-b^2=16 \Rightarrow 2a+2b=16 \Rightarrow a+b=8 \Rightarrow a=8-b\ ,\ (a,b)$بتعويض نقطة التماس

$$\Rightarrow b^2+2b=(8-b)^2-2(8-b) \Rightarrow b^2+2b=b^2-16b+64+2b-16$$

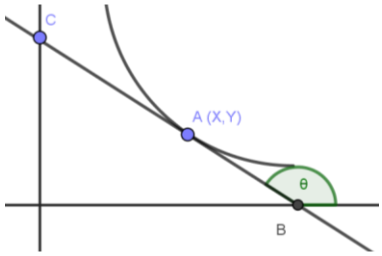
$$\Rightarrow b^2+2b=b^2-14b+48 \Rightarrow b^2+2b-b^2+14b=48 \Rightarrow 16b=48 \Rightarrow b=\frac{48}{16}=3$$
$$\Rightarrow a+3=8 \Rightarrow a=5$$
$$\therefore\ m=\frac{a}{b}=\frac{5}{3}\ ,(5,3) \Rightarrow y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow y-3=\frac{5}{3}(x-5) \Rightarrow y-3=\frac{5}{3}x-\frac{25}{3}$$
$$\Rightarrow y=\frac{5}{3}x-\frac{25}{3}+3 \Rightarrow y=\frac{5}{3}x-\frac{25+9}{3} \Rightarrow y=\frac{5}{3}x-\frac{16}{3} \Rightarrow 3y=5x-16$$

ثالثاً: اذا كان $(y=4x\sin x\cos x\cos 2x)$ جد قيمة $\left(\frac{dy}{dx}\Big|x=\frac{\pi}{4}\right)$.

$$y=4x\sin x\cos x\cos 2x=2x(2\sin x\cos x\cos 2x)=2x(\sin 2x\cos 2x)$$
$$x(2\sin 2x\cos 2x)=x\sin 4x \Rightarrow \frac{dy}{dx}=\sin 4x+4x\cos 4x \Rightarrow \frac{dy}{dx}\Big|x=\frac{\pi}{4}=\sin 4\frac{\pi}{4}+4\frac{\pi}{4}\cos 4\frac{\pi}{4}$$
$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}\Big|x=\frac{\pi}{4}=\sin\pi+\pi\cos\pi=0+(-\pi)=-\pi$$

رابعاً: بالاستعانة بالشكل المجاور اثبت ان مجموع الجزئيين المقطوعين من محوري الاحداثيات

لأي مماس للمنحنى $\sqrt{x}+\sqrt{y}=a\ ,a\neq 0$ دائما مقدار ثابت.



$$\sqrt{x}+\sqrt{y}=a \Rightarrow \frac{d}{dx}(\sqrt{x})+\frac{d}{dx}(\sqrt{y})=\frac{d}{dx}(a)$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{2\sqrt{y}}\frac{dy}{dx}=0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{y}}\frac{dy}{dx}=-\frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{2\sqrt{y}}}$$
$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}=-\frac{1}{2\sqrt{x}}\times\frac{2\sqrt{y}}{1}=-\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=m\ ,\Rightarrow m=\tan\theta=-\frac{C}{B}$$
$$\therefore -\frac{C}{B}=-\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \Rightarrow C=\sqrt{y}\,,B=\sqrt{x}\,,\Rightarrow B+C=\sqrt{x}+\sqrt{y}=a$$