التجربة الاحتمالية الهندسية $X \sim Geo(p)$

شروطها :-

1) اشتمال التجربة على محاولات مستقلة ومتكررة / ومستقلة تعني بأن تكرار التجربة في أي مرة لا يتأثر بالمحاولة التي قبلها

2) فرز النتائج الممكنة في كل محاولة الى نجاح أو فشل

3) ثبات احتمال النجاح في كل محاولة

4) التوقف عند أول نجاح

بالمختصر :- عدد مرات اجراء التجربة غير محدد (لا يعطى بالسؤال) ويوجد في السؤال شرط يوقف تكرار التجربة

ملاحظة : عمليات السحب أو الاختيار دون ارجاع ليست هندسية

القانون $P(X=x) = p(1-p)^{x-1}$

حيث x عدد المحاولات للوصول الى أول نجاح حيث $x \in \{1,2,3,\ldots\}$

ملاحظات حول القانون

1) يطبق القانون مباشرة اذا جاء الاحتمال على الصورة $P(X = \text{عدد})$ عند ذلك ان احتوت $<$ ، $>$ ، $\leq$ ، $\geq$ هنا نكتب قيم X التي تحقق المتباينة على صورة مساواة بينها اشارة $+$

2) $P(X=1) + P(X=2) + \ldots\ldots = 1$ (مجموع الاحتمالات $= 1$) (1)

هذه النتيجة تساعد في حساب الاحتمال

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

3) في حالة الأكبر ، نستخدم ما يلي :

1) $P(X>x) = (1-p)^{x}$

2) $P(X \geq x) = (1-p)^{x-1}$

توضيح ، لناخذ مثلاً :

$* \ P(X>3) = P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) + \dots$

هذه ايجادها يحتاج الى وقت طويل جداً لا ننتهي حيث نستخدم القواعد الموجودة في ③ او نستنتج ما يلي :

$$P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + \underbrace{P(X=4) + P(X=5) + \dots}_{P(X>3)} = 1$$

$$P(X>3) = 1 - [P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)]$$
$$= 1 - P(X \leq 3)$$

4) $P(X<1)$ تساوي صفراً

5) في حالة عدم اعطاء P :-

* رمي حجر نرد منتظم مرقم من 1 إلى 6 فان ظهور احد الاوجه هو $\frac{1}{6}$

* رمي قطعة نقد منتظمة ، ظهور أحد الاوجه $P = \frac{1}{2}$

* قطاع مقسم الى قطع متساوية والحصول على احد القطاعات

$$P = \frac{\text{عدد مرات ظهور القطاع المطلوب}}{\text{عدد القطع}}$$

* سؤال اختيار من متعدد من 4 خيارات أو 5 ... هنا $P = \frac{1}{\text{عدد الخيارات}}$ «الفرع الصحيح»

رافت ابراهيم صافي

توقع المتغير العشوائي الهندسي

$$E(X) = \frac{1}{p}$$

اذا طلب التوقع قبل حدوث الحدث هنا نطرح (1) وذلك بعد ايجاد $E(X)$

التجربة الاحتمالية ذات الحدين $X \sim B(n, p)$

الشروط :-

1) اشتمال التجربة على محاولات مستقلة ومتكررة
2) فرز النتائج الممكنة في كل محاولة الى نجاح أو فشل
3) ثبات احتمال النجاح في كل محاولة
4) وجود عدد معين من المحاولات .

بالمختصر :- يعطى عدد مرات اجراء التجربة

القانون $P(X=r) = \binom{n}{r}(p)^r(1-p)^{n-r}$

حيث $x \in \{0, 1, 2, \ldots, n\}$

n : عدد مرات تكرار التجربة

p :- احتمال النجاح في كل محاولة

r : عدد المحاولات الناجحة من بين n من المحاولات

القانون يطبق عند $P(X=$ عدد$)$ عند ذلك نتبع نفس خطوات الهندسي بعض قيم x تبدأ من الصفر وكذلك لا توجد قواعد لحساب اكبر

رافت صباحي

٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملاحظات

1) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$

2) $n > r$ — اذا طلب عند $x = r$ وكانت r أكبر من n هنا صفرا

التوقع والتباين

1) $E(X) = np$

2) $Var(x) = \sigma^2 = np(1-p)$

من ① و ② نستنتج :-

$$* \quad Var(X) = E(X)(1-p)$$

$$* \quad \sigma = \sqrt{np(1-p)}$$

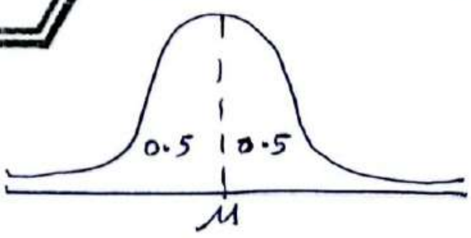
هنا $\mu = E(X)$ و σ انحراف معياري

كلمات :-

1) على الأكثر r هنا $P(X \leq r)$
2) على الأقل r هنا $P(X \geq r)$
3) أقل من r هنا $P(X < r)$
4) أكثر من r هنا $P(X > r)$
5) لا يزيد عن r هنا $P(X \leq r)$
6) لا يقل عن r $P(X \geq r)$

في بعض المسائل يبدأ بالاحتمال التجريبي حيث يعطي عدد مرات اجراء تجربة وحدوث احد الحوادث ، ثم يعطي عدد مرات اجراء التجربة ، هنا نجد p من بداية السؤال

التوزيع الطبيعي $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

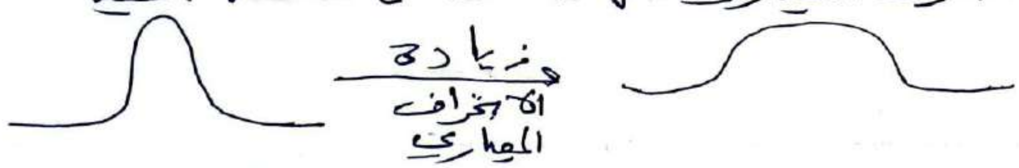


خصائص المنحنى الطبيعي

1) منحنى متصل له شكل الجرس
2) تطابق الوسط = الوسيط = المنوال
3) تماثل البيانات حول الوسط الحسابي
4) اقتراب المنحنى عند طرفيه من المحور X من دون أن يمسه
5) المساحة الكلية أسفل المنحنى هي (1)

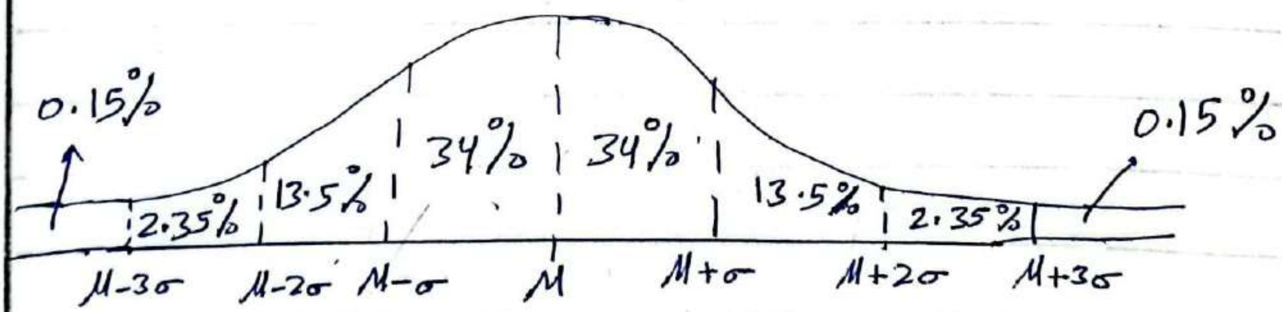
ملاحظات:

1) الوسط الحسابي في الوسط
2) زيادة الانحراف المعياري تعمل على توسع المنحنى أفقياً



3) زيادة الوسط الحسابي تعمل على انسحاب أفقي نحو اليمين

طريقة ايجاد الاحتمال أو النسبة المئوية بالقاعدة التجريبية



من الرسم نجد الاحتمالات والنسب المئوية من خلال ترجمة الكلمات لدلالة σ و μ وجمع النسب المطلوبة

ملاحظة: اذا طلب البعد هنا نأخذ يميناً ويساراً

م. أفنان ابراهيم صالح

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اذا طلب ايجاد الاحتمال $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

من خلال القاعدة التجريبية ، نتبع ما يلي :-

1) نحدد μ ، σ

2) الارقام نكتبها بدلالة μ ، σ

3) نحدد المنطقة المطلوبة ونجمع النسب

التوزيع الطبيعي المعياري $Z \sim N(0, 1)$

توزيع وسطه الحسابي 0 والانحراف المعياري 1

1) يوجد جدول يسمى (جدول التوزيع الطبيعي المعياري) يقوم بايجاد الاحتمال فقط في حالة الاقل (يسار) العدد الموجب $P(Z < \underset{\text{موجب}}{z})$ غير ذلك تتم المعالجة الى الاصغر كما يلي

$$1)\ \begin{matrix} P(Z > z) \\ P(Z < -z) \end{matrix} = 1 - P(Z < z)$$

$$2)\ P(Z > -z) = P(Z < z)$$

$$3)\ P(a \le Z \le b) = P(Z \le b) - P(Z \le a)$$

لا يؤثر وجود المساواة في الحل او عدمه

قانون التحويل X الى Z لايجادها من الجدول

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

رأفت ابراهيم صباغ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

كيف نجد احتمال $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ من خلال الجدول التوزيع المعياري

1) نحول X الى Z وفق القانون $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ مع بقاء اشارة المتباينة كما هي

2) نستخدم الجدول مباشرة او نعالج

3) اذا طلب العدد فهنا نجد الاحتمال ثم نضرب في العدد الكلي المعطى بالسؤال.

ايجاد قيمة المتغير العشوائي اذا علم الاحتمال

هو طريقة عكسية لمعرفة x أو z مع اعطاء قيمة الاحتمال فهنا z المرتبطة بـ x موجب او سالب كما يلي:

هنا z موجب وننظر للجدول مباشرة	اكبر من 0.5	$P(X<x)$
هنا z سالب فنحول كما يلي $P(Z<-z) = 1 - P(Z<z)$	اقل من 0.5	$P(X<x)$
هنا z موجب نحول كما يلي $P(Z>z) = 1 - P(Z<z)$	اقل من 0.5	$P(X>x)$
هنا z سالب نحول كما يلي $P(Z>z) = P(Z<z)$	اكبر من 0.5	$P(X>x)$

بعد معرفة z نجد x من القانون $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$

رافت ضاحي