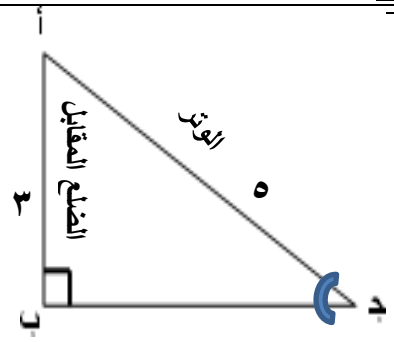
ملخص وورقة عمل لوحدة النسب المثلثية

جيب الزاوية الحادة



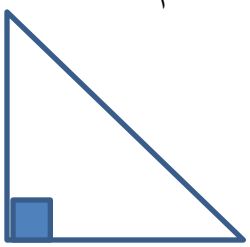
$$\text{جا} \measuredangle = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية}}{\text{طول الوتر في المثلث القائم}}$$

$$\text{جا} \measuredangle \text{ ج} = \frac{\overline{\text{أ ب}}}{\overline{\text{أ د}}} = \frac{٣}{٥}$$

&&&&&&&&&&&&&&&&

سؤال(١) : س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص ، فيه س ص = ٥سم ، ص ع = ١٢سم

أوجد كلا من : ١) س ع ، ٢) جا ع ، ٣) جا س



ملاحظة مهمة

نظرية فيثاغورس

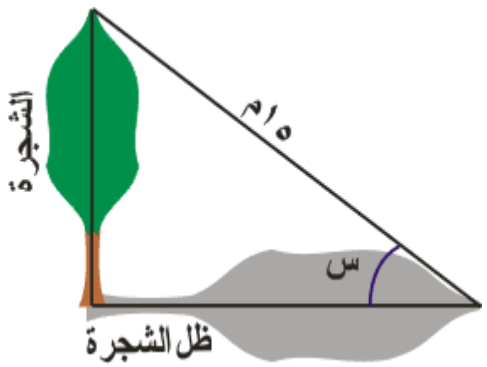
تستخدم لايجاد الضلع المجهول في مثلث قائم الزاوية

$$(\text{الوتر})^{٢} = (\text{الضلع١})^{٢} + (\text{الضلع٢})^{٢}$$

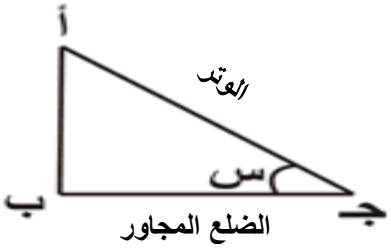
سؤال (٢) :

في لحظة ما كانت المسافة بين قمة شجرة ورأس ظلها على سطح الارض تساوي ١٥م، وكان جاس =٠.٦

، جد ارتفاع الشجرة (مستعينة بالشكل المجاور) هل تستطيعين ايجاد طول ظل الشجرة



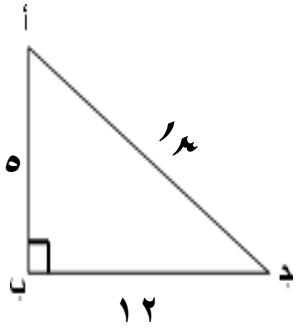
جيب تمام الزاوية الحادة:



جتا ∠ س = طول ب جـ وهو الضلع المجاور للزاوية س / طول أ جـ وهو الوتر

مثال (١):

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، فيه أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ١٢سم ، أ جـ =١٣ سم .فأوجدي جتاجـ ، جتاأ



جتا جـ = طول الضلع المجاور للزاوية جـ / الوتر = ١٢ / ١٣ .

جتاأ = طول الضلع المجاور للزاوية أ / الوتر = ٥ / ١٣ .

سؤال :

سلم طوله (١٥م) يستند إلى حائط، طرف السلم السفلي يبعد مقدار (٩م) عن قاعدة الحائط، أوجدي جيب تمام الزاوية بين السلم والأرض وجدي قياس الزاوية هـ ؟.

ملاحظة مهمة : لايجادقياس زاوية من خلال الجيب من خلال استخدام الالة الحاسبة

مثال : مقياس زاوية جيبها ٠,٨ فالحل ؟ نضغط

Shift + sin ⟶ $\sin^{-1}(0,8) = 53^\circ$

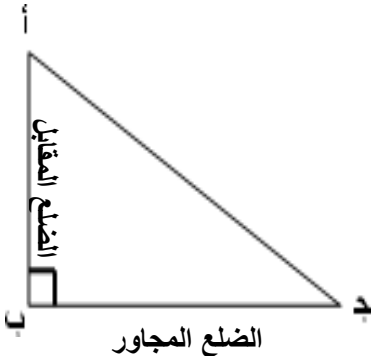
**** نفس الطريقة من خلال الجتا ٠,٦*

Shift + cosine ⟶ $\cos^{-1}(0,6) = 53^\circ$

**** ظا الزاوية*

Shift + tan ⟶ $\tan^{-1}(1,3) = 53^\circ$

ظل الزاوية الحادة :

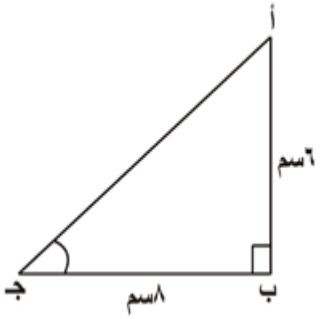


$$\text{ظا الزاوية} = \frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الضلع المجاور}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{ب ج}}$$

$$\text{ظا الزاوية} = \frac{\text{جيب الزاوية}}{\text{جيب تمام}} \quad ,, \quad \text{ظا الزاوية} = \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$$

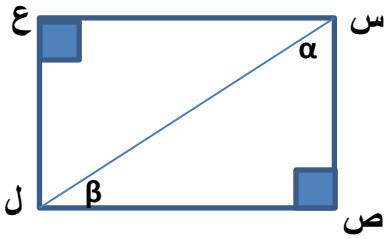
مثال (١):

أب ج مثلث قائم الزاوية في ب، طول أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم اوجدي ظل ∠ ج



سؤال (١):

س ص ل ع مستطيل س ص =٣ سم ،ص ل= ٤ سم ،جدي



طول س ل ؟؟

أ*) جا ∠ص س ل° =

ب*) جتا ∠ص ل س° =

ج*) ما قياس الزاوية ص س ل° ؟

لابد انكي لاحظتي ان جا α = جتا β وان الزاويتين ص س ل ، ص ل س متتامتين

اي ان مجموعهما ٩٠° (β+ α) = ٩٠°

وبشكل عاام جاس° = جتا (٩٠ – س) ← العلاقة (١*)

وا يضا جتاس° = جا (٩٠° - س°) العلاقة (١)**

العلاقة بين النسب المثلثية:

اذا فرضنا ان س ، ص زاويتين متتامتين فان جاس = جتاص والعكس صحيح اي ان جاص = جتاس ، لاحظي ان الشرط ان تكون س ، ص متتامتين اي س + ص =٩٠°

جاس° = جتا (٩٠ – س)	**القاعدة (١)**
جتاس° = جا (٩٠° - س°)	

مثال (١) : اذا كانت س ، ص زاويتين متتامتين ، وكان جتاس = ٠,٢٤ فجدي جاص ؟

بما ان الزاويتين المتتامتين = س +ص = ٩٠° ، اذن جتا س = جا ص = ٠,٢٤

مثال (٢) : اذا كان جا ٥٣°=٠,٨ فجدي جتا ٣٧° ؟؟؟؟

٥٣°+٣٧°=٩٠° لذلك جا٥٣° = جتا ٣٧° = ٠,٨

مثال (٣) : اذا كان جا٢س = جتا٧س ، فجدي قيمة س بالدرجات علما ان س زاوية حادة ؟

جا٢س = جتا٧س اذن ٢س + ٧س =٩٠° (زاويتتان متتامتان)

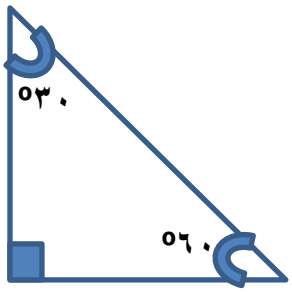
بقسمة الطرفين على ٩ ⟸ ٩س = ٩٠ س = ١٠°

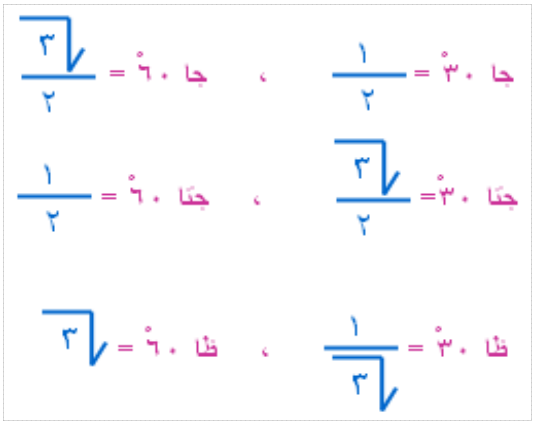
.....

المثلث الثلاثيني الستيني

طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ = $\frac{١}{٢}$ × طول الوتر

طول الضلع المقابل للزاوية ٦٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × طول الوتر





جا٣٠ = جتا ٦٠ (٣٠ + ٦٠ =٩٠) متامتان

جا٦٠ = جتا ٣٠ متتامتان في المثلث القائم الزاوية

القاعدة (٢)

$جا^{٢}$ س + $جتا^{٢}$ س = ١

مثال : جاس = ٠,٦ فجدي جتاس ؟؟؟

بالتطبيق على المتطابقة $جا^{٢}$ س + $جتا^{٢}$ س = ١

والتعويض = $(٠,٦)^{٢}$ + $جتا^{٢}$ س = ١ ⟸ **(٠,٣٦) +** $جتا^{٢}$ س = ١

بالطرح من طرفي المعادلة (٠,٣٦) فينتج $جتا^{٢}$ س = ٠,٦٤ وباخذ الجذر التربيعي للطرفين فينتج ان جتاس = ٠,٨

القاعدة (٣): ظل الزاوية = $\frac{جاس}{جتاس}$

تم ذكرها سابقا

مثال (١) : اذا كان س زاوية حادة وظا س = ٥ فجدي جاس و جتاس ؟؟

ظا س = $\frac{جاس}{جتاس}$ = ٥ بالضرب التبادلي ينتج جاس = ٥ جتاس ×××× (١)

نعوض ××××(١) في القاعدة ٢

$جا^{٢}$ س + $جتا^{٢}$ س = ١

(٥ جتاس) ^{٢} + $جتا^{٢}$ س = ١ نربع ونجمع الحدود المتشابهة فينتج ٢٥ $جتا^{٢}$ س + $جتا^{٢}$ س = ١

٢٦ $جتا^{٢}$ س = ١ بالقسمة على ٢٦ الطرفين فينتج $جتا^{٢}$ س = $\frac{١}{٢٦}$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

فينتج جتاس = $\frac{١}{٢٦}$

بالتعويض في ××××××××(١) جاس = ٥ جتاس ⟸ ٥ × $\frac{١}{٢٦}$

جاس = $\frac{٥}{٢٦}$

سؤال (١) : اذا كان ظا س = ٤ فجدي جاس و جتاس ؟؟؟؟

سؤال (٢) : اثبتي ما يلي :

أ_) ظا س × ظا (٩٠ – س) = ١

ب) $\frac{\text{ظا س}}{\text{جاس}} \times \frac{\text{جا س}}{\text{جتا (٩٠- س)}} = \frac{١}{\text{جتاس}}$

ج) جا^{٢} ٥٥ + جا^{٢} ٣٥ = ١

د) $\frac{\text{جا ٦٠}}{\text{جتا ٣٠}} = ١$

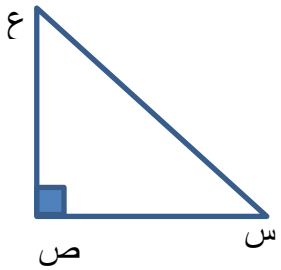
هـ) ظا ٤٥ = ١

و) $\frac{١}{\text{ظا (٩٠- س)}} \times \frac{\text{جا (٩٠- س)}}{\text{جا س}} = ١$

حل المثلث القائم الزاوية :

تعريف حل المثلث هو ايجاد جميع اضلاع المثلث وجميع زواياه .

مثال (١) : حلي المثلث الاتي عندما :



أ*) س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص فيه س ص = ٣ و ص ع = ٤ ؟؟
اولا جدي طول الوتر س ع من فيثاغورس

ثانيا جدي الزاوية س من خلال الجيب مثلا (تستطيعين من خلال الجتا والظل ايضا)
جا س = بالفاصلة العشرية

ثم $Shift + sin$ ⟶ $sin^{-1}(\quad) =$

بعد ايجاد قياس الزاوية س من خلال مجموع زوايا المثلث ١٨٠ تستطيعين ايجاد الزاوية الزاوية في ع

س + ص + ع = ١٨٠

سؤال (٢) حلي المثلث قائم الزاوية فيه ضلعان متطابقان يساوي ١ ؟؟؟