أتدرب وأحل المسائل
صفحة ١٥

أحُلُّ كلًّ من أنظمة المعادلاتِ الآتية، ثمَّ أتحقَّقُ من صِحَّةِ الحَلِّ :

1) $y = x^2 + 6x - 3$
$y = 2x - 3$

الحل :

نعوض y من المعادلة الخطية في المعادلة التربيعية :

$2x - 3 = x^2 + 6x - 3 \rightarrow x^2 + 6x - 3 - 2x + 3 = 0 \rightarrow x^2 + 4x = 0$

بتحليل المعادلة إلى العوامل المشتركة : $x(x + 4) = 0$

باستخدام خاصية الضرب الصفري : إما $x = 0$ او $x + 4 = 0$ ومنه $x = -4$

نعوض $x = 0$ في المعادلة الخطية لإيجاد قيمة y : $y = 2(0) - 3 \rightarrow y = -3$

نعوض $x = -4$ في المعادلة الخطية لإيجاد قيمة y : $y = 2(-4) - 3 \rightarrow y = -8 - 3 \rightarrow y = -11$

إذن حل المعادلتين $(0 , -3)$, $(-4 , -11)$

التحقق من صحة الحل :

نعوض$(0 , -3)$ في المعادلتين

$-3 = (0)^2 + 6(0) - 3 \rightarrow -3 = -3$ ✓

$-3 = 2(0) - 3 \rightarrow -3 = -3$ ✓

نعوض$(-4 , -11)$ في المعادلتين $-11 = (-4)^2 + 6(-4) - 3 \rightarrow -11 = 16 - 24 - 3 \rightarrow -11 = -11$ ✓

$-3 = 2(0) - 3 \rightarrow -3 = -3$ ✓

2) $y = x^2 + 4x - 2$
$y + 6 = 0$

الحل :

من المعادلـ ة الخطية $y = -6$ نعوض في المعادلة التربيعية :

$-6 = x^2 + 4x - 2 \rightarrow x^2 + 4x - 2 + 6 = 0 \rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0$

نحل المعادلة بالتحليل إلى العوامل : $(x + 2)(x + 2) = 0$

باستخدام خاصية الضرب الصفري $x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$

بما أنّ $y = -6$, $x = -2$ فإن للنظام حل واحد هو $(-2 , -6)$

التحقق من صحة الحل :

$-6 = (-2)^2 + 4(-2) - 2 \rightarrow -6 = 4 - 8 - 2 \rightarrow -6 = -6$ ✓

$-6 + 6 = 0 \rightarrow 0 = 0$ ✓

منتدى معلمي الاردن

3) $y = x^2 + 4$

$x - y = -1$

الحل :

من المعادلة الخطية $y = x + 1$ نعوض في المعادلة التربيعية :

$x + 1 = x^2 + 4 \rightarrow x^2 + 4 - x - 1 = 0 \rightarrow x^2 - x + 3 = 0$

لحل المعادلة باستعمال القانون العام نحدد قيم المعاملات : $a = 1$ ، $b = -1$ ، $c = 3$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-12}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{-11}}{2}$$

نلاحظُ أنّهُ عندَ تعويض قيمِ a ، وَb ، وَ c في القانونِ العامِ، ينتجُ جذرٌ تربيعيٌ لعددٍ سالبٍ؛ إذن، لا يوجد حل لهذا النظام .

4) $y = x^2 + 5x - 1$

$2x + 3y = 1$

من المعادلة الخطية $3y = 1 - 2x \rightarrow y = \frac{1-2x}{3}$ نعوض في المعادلة التربيعية :

$$\frac{1-2x}{3} = x^2 + 5x - 1$$

نضرب طرفي المعادلة في العدد 3 $\quad 1 - 2x = 3x^2 + 15x - 3$

بالتبسيط $\quad 3x^2 + 15x - 3 - 1 + 2x = 0 \rightarrow 3x^2 + 17x - 4 = 0$

لحل المعادلة باستعمال القانون العام نحدد قيم المعاملات : $a = 3$ ، $b = 17$ ، $c = -4$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(17) \pm \sqrt{(17)^2 - 4(3)(-4)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{-17 \pm \sqrt{289+48}}{6} = \frac{-17 \pm \sqrt{337}}{6}$$

إذن $\quad x = \frac{-17-\sqrt{337}}{6}$ ، $x = \frac{-17+\sqrt{337}}{6}$

منتدى معلمي الاردن

عندما $x = \frac{-17+\sqrt{337}}{6}$ نعوض في المعادلة الخطية لإيجاد قيمة y :

$$2\left(\frac{-17+\sqrt{337}}{6}\right) + 3y = 1 \rightarrow \frac{-17+\sqrt{337}}{3} + 3y = 1$$

بالضرب بالعدد 3
$$-17 + \sqrt{337} + 9y = 3 \rightarrow 9y = 17 - \sqrt{337} + 3 \rightarrow 9y = 20 - \sqrt{337}$$

$$y = \frac{20 - \sqrt{337}}{9}$$

عندما $x = \frac{-17-\sqrt{337}}{6}$ نعوض في المعادلة الخطية لإيجاد قيمة y :

$$2\left(\frac{-17-\sqrt{337}}{6}\right) + 3y = 1 \rightarrow \frac{-17-\sqrt{337}}{3} + 3y = 1$$

بالضرب بالعدد 3
$$-17 - \sqrt{337} + 9y = 3 \rightarrow 9y = 17 + \sqrt{337} + 3 \rightarrow 9y = 20 + \sqrt{337}$$

$$y = \frac{20+\sqrt{337}}{9}$$

يوجد لنظام المعادلتين حلين هما $\left(\frac{-17+\sqrt{337}}{6}, \frac{20-\sqrt{337}}{9}\right), \left(\frac{-17-\sqrt{337}}{2}, \frac{20+\sqrt{337}}{9}\right)$

التحقق من صحة الحل :

$$\frac{20 - \sqrt{337}}{9} = \left(\frac{-17+\sqrt{337}}{6}\right)^2 + 5\left(\frac{-17+\sqrt{337}}{6}\right) - 1$$

$$\frac{20 - \sqrt{337}}{9} = \left(\frac{289-34\sqrt{337}+337}{36}\right)^2 + \frac{-85+5\sqrt{337}}{6} - 1$$

بالضرب بـ 36
$$80 - 4\sqrt{337} = 289 - 34\sqrt{337} + 337 - 510 + 30\sqrt{337} - 36$$

$$80 - 4\sqrt{337} = 80 - 4\sqrt{337} \checkmark$$

نعوض في المعادلة الخطية
$$2\left(\frac{-17+\sqrt{337}}{6}\right) + 3\left(\frac{20 - \sqrt{337}}{9}\right) = 1$$

$$\frac{-17+\sqrt{337}}{3} + \frac{20 - \sqrt{337}}{3} = 1$$

نضرب طرفي المعادلة في العدد 3
$$-17 + \cancel{\sqrt{337}} + 20 - \cancel{\sqrt{337}} = 3$$

$$3 = 3 \checkmark$$

وبنفس الطريقة نتأكد من صحة الحل : $\left(\frac{-17-\sqrt{337}}{2}, \frac{20+\sqrt{337}}{9}\right)$

منتدى معلمي الاردن

5) $y = x^2 + 4x + 7$
$y - 3 = 0$

الحل :

من المعادلة الخطية $y = 3$ نعوض في المعادلة التربيعية :

$$3 = x^2 + 4x + 7 \rightarrow x^2 + 4x + 7 - 3 = 0 \rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0$$

نحل المعادلة بالتحليل إلى العوامل : $(x + 2)(x + 2) = 0$

باستخدام خاصية الضرب الصفري $x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$

بما أنّ $y = 3$, $x = -2$ فإن للنظام حل واحد هو $(-2 , 3)$

التحقق من صحة الحل :

$$3 = (-2)^2 + 4(-2) + 7 \rightarrow 3 = 4 - 8 + 7 \rightarrow 3 = 3 \checkmark$$

$$3 - 3 = 0 \rightarrow 0 = 0 \checkmark$$

6) $y = x^2 - 2x + 4$
$y = x$

الحل :

نعوض $y = x$ في المعادلة التربيعية :

$$x = x^2 - 2x + 4 \rightarrow x^2 - 2x + 4 - x = 0 \rightarrow x^2 - 3x + 4 = 0$$

لحل المعادلة باستعمال القانون العام نحدد قيم المعاملات : $c = 4$ ، $b = -3$ ، $a = 1$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 16}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{-7}}{2}$$

نلاحِظُ أنّهُ عندَ تعويضِ قيمِ a ، وb ، وَ c في القانون العامِ، ينتجُ جذرٌ تربيعيٌ لعددٍ سالبٍ؛ إذن، لا يوجد حل لهذا النظام .

7) $x^2 + y^2 = 8$
$2x + 3y = 7$

الحل :

من المعادلة الخطية $y = \frac{7 - 2x}{3} \rightarrow 3y = 7 - 2x$ نعوض في المعادلة التربيعية :

منتدى معلمي الاردن

$x^2 + (\frac{7-2x}{3})^2 = 8$

$x^2 + \frac{49-28x+4x^2}{9} = 8$

$9x^2 + 49 - 28x + 4x^2 = 72$ نضرب طرفي المعادلة بالعدد 9

$9x^2 + 49 - 28x + 4x^2 - 72 = 0 \rightarrow 13x^2 - 28x - 23 = 0$

لحل المعادلة باستعمال القانون العام نحدد قيم المعاملات : $c = -23$ ، $b = -28$ ، $a = 13$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-28) \pm \sqrt{(-28)^2-4(13)(-23)}}{2(13)}$$

$$x = \frac{28 \pm \sqrt{784+1196}}{26} = \frac{28 \pm \sqrt{1980}}{26}$$

إذن : $x = \frac{28+\sqrt{1980}}{26} = 2.788$, $x = \frac{28-\sqrt{1980}}{26} = -0.634$ باستخدام الحاسبة

نعوض $x = 2.788$ في المعادلة الخطية لإيجاد y :

$$y = \frac{7-2(2.788)}{3} = \frac{7-5.576}{3} = 0.474$$

نعوض $x = -0.634$ في المعادلة الخطية لإيجاد y :

$$y = \frac{7-2(-0.634)}{3} = \frac{7+1.268)}{3} = 2.756$$

إذن حل المعادلتين هو : (2.788 , 0.474) و (-0.634 , 2.756)

التحقق من صحة الحل :

$(2.788)2 + (0.474)2 = 8 \rightarrow 7.773 + 0.225 = 8$ ✓

$2(2.788) + 3(0.474) = 7$ ✓

وبنفس الطريقة نتحقق من صحة الحل الثاني

8) $y = x^2 + 2x + 1$
$y = 0$

الحل :

نعوض $y = 0$ في المعادلة التربيعية :

$0 = x^2 + 2x + 1$

منتدى معلمي الاردن

نحل المعادلة بالتحليل إلى العوامل : $(x + 1)(x + 1) = 0$

باستخدام خاصية الضرب الصفري $x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$

إذن حل المعادلتين هو $(-1 , 0)$

التحقق من صحة الحل :

نعوض $(-1 , 0)$ في المعادلتين التربيعية والخطية :

$0 = (-1)^2 + 2(-1) + 1 \rightarrow 0 = 1 - 2 + 1 \rightarrow 0 = 0$ ✓

$0 = 0$ ✓

9) $x^2 + y^2 = 4$

$x + y = 5$

الحل :

من المعادلة الخطية $y = 5 - x$ نعوض في المعادلة التربيعية :

$x^2 + (5 - x)^2 = 4 \rightarrow x^2 + 25 - 10x + x^2 - 4 = 0 \rightarrow 2x^2 - 10x + 21 = 0$

لحل المعادلة باستعمال القانون العام نحدد قيم المعاملات : $a = 2$ ، $b = -10$ ، $c = 21$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4(2)(21)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 168}}{26} = \frac{10 \pm \sqrt{-68}}{26}$$

نلاحظ أنَّهُ عند تعويض قيم a ، و b ، و c في القانون العامِ، ينتجُ جذرٌ تربيعيٌّ لعددٍ سالبٍ؛ إذن، لا يوجد حل لهذا النظام .

10) $x^2 + y^2 = 10$

$x - y = 2$

الحل :

من المعادلة الخطية $y = x - 2$ نعوض في المعادلة التربيعية :

$x^2 + (x - 2)^2 = 10 \rightarrow x^2 + x^2 - 4x + 4 - 10 = 0 \rightarrow 2x^2 - 4x - 6 = 0$

نقسم طرفي المعادلة على العدد 2 $x^2 - 2x - 3 = 0$

نحل المعادلة بالتحليل إلى العوامل : $(x - 3)(x + 1) = 0$

باستخدام خاصية الضرب الصفري $x - 3 = 0$, $x + 1 = 0$

بحل كل معادلة $x = 3$, $x = -1$

منتدى معلمي الاردن

نعوض x = 3 في y : $y = 3 - 2 \rightarrow y = 1$

ونعوض x = -1 في y : $y = -1 - 2 \rightarrow y = -3$

إذن حل المعادلتين $(3, 1)$, $(-1, -3)$

التحقق من صحة الحل :

نعوض (1 , 3) في المعادلتين التربيعية والخطية :

$(3)^2 + (1)^2 = 10 \rightarrow 9 + 1 = 10 \rightarrow 10 = 10$ ✓

$3 - 1 = 2 \rightarrow 2 = 2$ ✓

نعوض (-3 , -1) في المعادلتين التربيعية والخطية :

$(-1)^2 + (-3)^2 = 10 \rightarrow 1 + 9 = 10 \rightarrow 10 = 10$ ✓

$-1 - (-3) = 2 \rightarrow -1 + 3 = 2 \rightarrow 2 = 2$ ✓

11) $x^2 + (y - 1)^2 = 17$

$x = 1$

الحل :

نعوض x = 1 في المعادلة التربيعية :

$(1)^2 + (y - 1)^2 = 17 \rightarrow 1 + y^2 - 2y + 1 - 17 = 0 \rightarrow y^2 - 2y - 15 = 0$

نحل المعادلة بالتحليل إلى العوامل : $(y - 5)(y + 3) = 0$

باستخدام خاصية الضرب الصفري $y - 5 = 0$, $y + 3 = 0$

بحل كل معادلة $y = -3$, $y = 5$:

إذن حل المعادلتين هو : $(1, 5)$, $(1, -3)$

للتحقق من صحة الحل نعوض كل من (1 , 5) , (1 , -3) في المعادلتين :

تعويض (1 , 5) $(1)^2 + (5 - 1)^2 = 17 \rightarrow 1 + 16 = 17 \rightarrow 17 = 17$ ✓

$1 = 1$ ✓

تعويض (1 , -3) $(1)^2 + (-3 - 1)^2 = 17 \rightarrow 1 + 16 = 17 \rightarrow 17 = 17$ ✓

$1 = 1$ ✓

12) $(x - 1)^2 = 4$

$y = 5 - x$

الحل :

من المعادلة التربيعية نجد : $(x - 1)^2 = 4 \rightarrow x - 1 = 2$, $x - 1 = -2$

منتدى معلمي الاردن

بحل كل معادلة ينتج : $x - 1 = 2 \rightarrow x = 2 + 1 \rightarrow x = 3$

$x - 1 = -2 \rightarrow x = -2 + 1 \rightarrow x = -1$

عندما $x = 3$ نعوض في y : $y = 5 - 3 \rightarrow y = 2$

عندما $x = -1$ نعوض في y : $y = 5 - (-1) \rightarrow y = 5 + 1 \rightarrow y \rightarrow 6$

إذن حل المعادلتين : $(3 , 2)$, $(-1 , 6)$

للتحقق من صحة الحل نعوض كل من $(3 , 2)$, $(-1 , 6)$ في المعادلتين :

تعويض $(3 , 2)$

$(3 - 1)^2 = 4 \rightarrow 4 = 4$ ✓

$2 = 5 - 3 \rightarrow 2 = 2$ ✓

تعويض $(-1 , 6)$

$(-1 -1)^2 = 4 \rightarrow 4 = 4$ ✓

$6 = 5 - (-1) \rightarrow 6 = 6$ ✓

منتدى معلمي الاردن

أتدرّب وأحل المسائل

أحُلُّ كلًّ منْ أنظمةِ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ، ثمَّ أتحقّقُ منْ صحةِ الحَلّ:

1) $y = 2x^2 + x - 5$
$y = -x^2 - 2x - 5$

الحل :

نساوي بين المعادلتين $2x^2 + x - 5 = -x^2 - 2x - 5$

بالتبسيط $2x^2 + x - 5 + x^2 + 2x + 5 = 0 \rightarrow 3x^2 + 3x = 0 \rightarrow 3x(x + 1) = 0$

باستخدام خاصية الضرب الصفري $3x = 0 \quad , \quad x + 1 = 0$

بحل المعادلتين $x = 0 \quad , \quad x = -1$

أعوّضُ قيمتَيْ x في إحدى معادلتَي النظامِ لإيجادِ قيمِ y

بتعويض قيمة $x = 0$ $y = 2(0)^2 + 0 - 5 \rightarrow y = -5$

بتعويض قيمة $x = -1$ $y = 2(-1)^2 + (-1) - 5 \rightarrow y = 2 - 1 - 5 \rightarrow y = -4$

إذن حل المعادلتين التربيعيتين : $(0 , -5) \quad , \quad (-1 , -4)$

للتحقق من صحة الحل نعوض كلا الحلين في كلا المعادلتين :

نعوض $(0 , -5)$ $-5 = 2(0)^2 + 0 - 5 \rightarrow -5 = -5$ ✓

$-5 = -(0)^2 - 2(0) - 5 \rightarrow -5 = 0 - 0 - 5 \rightarrow -5 = -5$ ✓

نعوض $(-1 , -4)$ $-4 = 2(-1)^2 + (-1) - 5 \rightarrow -4 = 2 - 1 - 5 \rightarrow -4 = -4$ ✓

$-4 = -(-1)^2 - 2(-1) - 5 \rightarrow -4 = -1 + 2 - 5 \rightarrow -4 = -4$ ✓

2) $y = x^2 - 4x + 1$
$y = -2x^2 - 4$

الحل :

نساوي بين المعادلتين $x^2 - 4x + 1 = -2x^2 - 4$

بالتبسيط $x^2 - 4x + 1 + 2x^2 + 4 = 0 \rightarrow 3x^2 - 4x + 5 = 0$

لحل المعادلة باستعمال القانون العام نحدد قيم المعاملات : $a = 3$ ، $b = -4$ ، $c = 5$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(3)(5)}}{2(3)}$$

منتدى معلمي الاردن

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-60}}{6}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{-44}}{6}$$

نلاحظُ أنّهُ عندَ تعويض قيم a ، وb ، و c في القانونِ العامِ، ينتجُ جذرٌ تربيعيٌّ لعددٍ سالبٍ؛ إذن، لا يوجد حل لهذا النظام .

3) $y = x^2 + 1$
$y = 2x^2 - 3$

الحل :

نساوي بين المعادلتين $x^2 + 1 = 2x^2 - 3$

بالتبسيط $2x^2 - 3 - x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 - 4 = 0 \rightarrow x^2 = 4$

بحل المعادلة ينتج : $x = 2$, $x = -2$

أعوّضُ قيمتَيْ x في إحدى معادلتَي النظامِ لإيجاد قيم y

بتعويض قيمة $x = 2$: $y = (2)^2 + 1 \rightarrow y = 4 + 1 \rightarrow y = 5$

بتعويض قيمة $x = -2$: $y = (-2)^2 + 1 \rightarrow y = 4 + 1 \rightarrow y = 5$

إذن حل المعادلتين التربيعيتين هو : $(2, 5)$, $(-2, 5)$

للتحقق من صحة الحل نعوض كلا الحلين في كلا المعادلتين :

نعوض $(2, 5)$:

$5 = (2)^2 + 1 \rightarrow 5 = 5$ ✓

$5 = 2(2)^2 - 3 \rightarrow 5 = 8 - 3 \rightarrow 5 = 5$ ✓

نعوض $(-2, 5)$

$5 = (-2)2 + 1 \rightarrow 5 = 4 + 1 \rightarrow 5 = 5$ ✓

$5 = 2(-2)^2 - 3 \rightarrow 5 = 8 - 3 \rightarrow 5 = 5$ ✓

4) $y = x^2 + x + 1$
$y = -x^2 + x - 2$

الحل :

نساوي بين المعادلتين $x^2 + x + 1 = -x^2 + x - 2$

بالتبسيط $x^2 + x + 1 + x^2 - x + 2 = 0 \rightarrow 2x^2 + 3 = 0 \rightarrow 2x^2 = -3$

بحل المعادلة : $x^2 = \frac{-3}{2}$

نلاحظ أن المعادلة التربيعية الناتجة ليس لها حل لأن العدد السالب ليس له جذر تربيعي .

إذن لا يوجد حل لنظام المعادلتين التربيعيتين .

منتدى معلمي الاردن

5) $y = -x^2 + 5x$
$y = x^2 - 5x$

الحل :

نساوي بين المعادلتين $-x^2 + 5x = x^2 - 5x$

بالتبسيط $x^2 - 5x + x^2 - 5x = 0 \rightarrow 2x^2 - 10x = 0 \rightarrow 2x(x - 5) = 0$

باستخدام خاصية الضرب الصفري $2x = 0 \quad , \quad x - 5 = 0$

بحل المعادلتين $x = 0 \quad , \quad x = 5$

أعوّضُ قيمتَيْ x في إحدى معادلتَي النظامِ لإيجادِ قيمِ y

بتعويض قيمة $x = 0$: $y = -(0)^2 + 5(0) \rightarrow y = 0$

بتعويض قيمة $x = 5$: $y = (5)^2 - 5(5) \rightarrow y = 25 - 25 \rightarrow y = 0$

إذن حل المعادلتين التربيعيتين هو : $(0, 0)$, $(5, 0)$

للتحقق من صحة الحل نعوض كلا الحلين في كلا المعادلتين :

نعوض $(0, 0)$: $0 = -(0)^2 + 5(0) \rightarrow 0 = 0$ ✓

$0 = (0)^2 - 5(0) \rightarrow 0 = 0$ ✓

نعوض $(5, 0)$: $0 = -(5)^2 + 5(5) \rightarrow 0 = -25 + 25 \rightarrow 0 = 0$ ✓

$0 = (5)^2 - 5(5) \rightarrow 0 = 25 - 25 \rightarrow 0 = 0$ ✓

6) $y = x^2$
$y = x^2 + x + 6$

الحل :

نساوي بين المعادلتين $x^2 = x^2 + x + 6$

بالتبسيط $x^2 + x + 6 - x^2 = 0 \rightarrow x + 6 = 0$

بحل المعادلة ينتج : $x = -6$

أعوّضُ قيمةَ x في إحدى معادلتَي النظامِ لإيجادِ قيمِ y

$y = (-6)^2 \rightarrow y = 36$

إذن حل المعادلتين التربيعيتين هو : $(-6, 36)$

للتحقق من صحة الحل نعوض الحل في كلا المعادلتين :

$36 = (-6)2 \rightarrow 36 = 36$ ✓

$36 = (-6)^2 + (-6) + 6 \rightarrow 36 = 36 - 6 + 6 \rightarrow 36 = 36$ ✓

منتدى معلمي الاردن

7) $y = -x^2 + 6x + 8$
$y = -x^2 - 6x + 8$

الحل :

نساوي بين المعادلتين $-x^2 + 6x + 8 = -x^2 - 6x + 8$

بالتبسيط $-x^2 + 6x + 8 + x^2 + 6x - 8 = 0 \rightarrow 12x = 0$

بحل المعادلة ينتج $x = 0$

نعوض $x = 0$ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة y :

$y = -(0)^2 + 6(0) + 8 \rightarrow y = 8$

إذن حل المعادلتين هو : $(0 , 8)$.

للتحقق من صحة الحل نعوض في كلا المعادلتين :

$8 = -(0)^2 + 6(0) + 8 \rightarrow 8 = 8$ ✓

$8 = -(0) - 6(0) + 8 \rightarrow 8 = 8$ ✓

8) $x^2 + y^2 = 16$
$y = x^2 - 5$

بإعادة ترتيب المعادلتين $x^2 = 16 - y^2$

$x^2 = y + 5$

نساوي بين المعادلتين $16 - y^2 = y + 5$

بالتبسيط $y^2 - 16 + y + 5 = 0 \rightarrow y^2 + y - 11 = 0$

لحل المعادلة باستعمال القانون العام نحدد قيم المعاملات : $c = -11$ ، $b = 1$ ، $a = 1$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(-11)}}{2(1)}$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1+44}}{2}$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{45}}{2}$$

إذن توجد قيمتين لـ y $y = \frac{-1+\sqrt{45}}{2}$, $y = \frac{-1-\sqrt{45}}{2}$

أعوّضُ قيمتَيْ y في إحدى معادلتَي النظامِ لإيجادِ قيمِ x

منتدى معلمي الاردن

بتعويض قيمة $y = \frac{-1+\sqrt{45}}{2}$ $x^2 = \frac{-1+\sqrt{45}}{2} + 5$

$$x^2 = \frac{-1+\sqrt{45}}{2} + 5 = \frac{-1+\sqrt{45}}{2} + \frac{10}{2} = \frac{9+\sqrt{45}}{2}$$

ومنه فإنّ $x = \sqrt{\frac{9+\sqrt{45}}{2}}$, $x = -\sqrt{\frac{9+\sqrt{45}}{2}}$

بتعويض قيمة $y = \frac{-1-\sqrt{45}}{2}$ $x^2 = \frac{-1-\sqrt{45}}{2} + 5$

$$x^2 = \frac{-1-\sqrt{45}}{2} + 5 = \frac{-1-\sqrt{45}}{2} + \frac{10}{2} = \frac{9-\sqrt{45}}{2}$$

ومنه فإنّ $x = \sqrt{\frac{9-\sqrt{45}}{2}}$, $x = -\sqrt{\frac{9-\sqrt{45}}{2}}$

إذن توجد أربعة حلول للنظام هي :

$$\left(\sqrt{\frac{9+\sqrt{45}}{2}}, \frac{-1+\sqrt{45}}{2}\right), \left(-\sqrt{\frac{9+\sqrt{45}}{2}}, -\frac{-1+\sqrt{45}}{2}\right)$$

$$\left(\sqrt{\frac{9-\sqrt{45}}{2}}, \frac{-1-\sqrt{45}}{2}\right), \left(-\sqrt{\frac{9-\sqrt{45}}{2}}, -\frac{-1-\sqrt{45}}{2}\right)$$

للتحقق من صحة الحل نعوض الحلول الأربعة في المعادلتين :

نعوض $\left(\sqrt{\frac{9+\sqrt{45}}{2}}, \frac{-1+\sqrt{45}}{2}\right)$ $\left(\sqrt{\frac{9+\sqrt{45}}{2}}\right)^2 + \left(\frac{-1+\sqrt{45}}{2}\right)^2 = 16$

$$\frac{9+\sqrt{45}}{2} + \frac{1-2\sqrt{45}+45}{4} = 16 \rightarrow + \frac{18+2\sqrt{45}}{4} + \frac{1-2\sqrt{45}+45}{4} = 16 \rightarrow 16 = 16 \checkmark$$

$$\frac{-1+\sqrt{45}}{2} = \left(\sqrt{\frac{9+\sqrt{45}}{2}}\right)^2 - 5 \rightarrow \frac{-1+\sqrt{45}}{2} = \frac{9+\sqrt{45}}{2} - \frac{10}{2} \rightarrow \frac{-1+\sqrt{45}}{2} = \frac{-1+\sqrt{45}}{2} \checkmark$$

وبنفس الطريقة نتحقق من بقية الحلول .

---

9) $5x^2 - 2y^2 = 18$
$3x^2 + 5y^2 = 17$

الحل :

نستخدم طريقة الحذف :

نضرب المعادلة الأولى في العدد 5 $25x^2 - 10y^2 = 90$

منتدى معلمي الاردن

نضرب المعادلة الثانية في العدد 2 $6x^2 + 10y^2 = 34$

نجمع المعادلتين $31x^2 = 124$

نقسم طرفي المعادلة على 31 $x^2 = 4$

بحل المعادلة $x = 2 \quad , \quad x = -2$

نعوض قيمة $x = 2$ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة y :

نعوض في المعادلة الأولى $5(2)^2 - 2y^2 = 18$

بالتبسيط $20 - 2y2 = 18 \rightarrow 2y^2 = 2 \rightarrow y^2 = 1$

بحل المعادلة $y = 1 \quad , \quad y = -1$

وكذلك نعوض قيمة $x = -2$ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة y :

نعوض في المعادلة الأولى $5(-2)^2 - 2y^2 = 18$

بالتبسيط $20 - 2y2 = 18 \rightarrow 2y^2 = 2 \rightarrow y^2 = 1$

بحل المعادلة $y = 1 \quad , \quad y = -1$

إذن توجد أربعة حلول لنظام المعادلتين $(2, 1)$, $(2, -1)$, $(-2, 1)$, $(-2, -1)$

للتحقق من صحة الحل نعوض الحلول الأربعة في المعادلتين :

نعوض الحل $(2, 1)$

$$5(2)^2 - 2(1)^2 = 18 \rightarrow 20 - 2 = 18 \rightarrow 18 = 18 \checkmark$$

$$3(2)^2 + 5(1)^2 = 17 \rightarrow 12 + 5 = 17 \rightarrow 17 = 17 \checkmark$$

نعوض الحل $(2, -1)$

$$5(2)^2 - 2(-1)^2 = 18 \rightarrow 20 - 2 = 18 \rightarrow 18 = 18 \checkmark$$

$$3(2)^2 + 5(-1)^2 = 17 \rightarrow 12 + 5 = 17 \rightarrow 17 = 17 \checkmark$$

نعوض الحل $(-2, 1)$

$$5(-2)^2 - 2(1)^2 = 18 \rightarrow 20 - 2 = 18 \rightarrow 18 = 18 \checkmark$$

$$3(-2)^2 + 5(1)^2 = 17 \rightarrow 12 + 5 = 17 \rightarrow 17 = 17 \checkmark$$

نعوض الحل $(-2, -1)$

$$5(-2)^2 - 2(-1)^2 = 18 \rightarrow 20 - 2 = 18 \rightarrow 18 = 18 \checkmark$$

$$3(-2)^2 + 5(-1)^2 = 17 \rightarrow 12 + 5 = 17 \rightarrow 17 = 17 \checkmark$$

منتدى معلمي الاردن

10) أجد نقاط التقاطع بين الدائرتين:

$$x^2 + (y-2)^2 = 4$$
$$x^2 + y^2 = 9$$

الحل :

من المعادلة الثانية $x^2 = 9 - y^2$

من المعادلة الأولى $x^2 = 4 - (y-2)^2$

نساوي بين المعادلتين $4 - (y-2)^2 = 9 - y^2$

بالتبسيط $4 - (y^2 - 4y + 4) = 9 - y^2$

بالتبسيط ينتج $\cancel{4} - \cancel{y^2} + 4y - \cancel{4} - 9 + \cancel{y^2} = 0 \rightarrow 4y - 9 = 0$

بحل المعادلة $4y = 9 \quad \rightarrow \quad y = \frac{9}{4}$

نعوض y في إحدى المعادلتين لإيجاد x ولتكن المعادلة الثانية :

$$x^2 + (\frac{9}{16})^2 = 9 \quad \rightarrow \quad x^2 + \frac{81}{16} = 9 \quad \rightarrow \quad x^2 = 9 - \frac{81}{16} \rightarrow x^2 = \frac{144}{16} - \frac{81}{16}$$

$$x^2 = \frac{63}{16} \quad \rightarrow \quad x = \frac{\sqrt{63}}{4} \quad , \quad x = -\frac{\sqrt{63}}{4}$$

إذن توجد للمعادلتين حلين هما نقاط تقاطع الدائرتين $(\frac{\sqrt{63}}{4}, \frac{9}{4}) , (-\frac{\sqrt{63}}{4}, \frac{9}{4})$

11) عددان، مجموع مربعيهما يساوي 89 ، والفرق بين مربعيهما يساوي 39 ، ما هذان العددان ؟

نفرض العددان x , y

مجموع مربع العددين $x^2 + y^2 = 89$

الفرق بين مربع العددين $x^2 - y^2 = 39$

الحل :

نجمع المعادلتين $2x^2 = 128 \quad \rightarrow \quad x^2 = 64$

بحل المعادلة $x = 8 \quad , \quad x = -8$

نعوض قيمتي x في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة y ولتكن المعادلة الأولى :

نعوض $x = 8$:

$$(8)^2 + y^2 = 89 \quad \rightarrow \quad 64 + y^2 = 89 \quad \rightarrow \quad y^2 = 89 - 64 \quad \rightarrow \quad y^2 = 25$$

بحل المعادلة ينتج : $y = 5 \quad , \quad y = -5$

نعوض $x = -8$:

منتدى معلمي الاردن

$(-8)^2 + y^2 = 58 \rightarrow 64 + y^2 = 89 \rightarrow y^2 = 89 - 64 \rightarrow y^2 = 25$

بحل المعادلة ينتج : $y = 5 \quad , \quad y = -5$

إذن العددان هما : (5, 8) أو (5- , 8) أو (8- ,5) أو (5- , 8-)

12) فيزياء : قُذِفتْ كرتانِ رأسيًا في الوقتِ نفسِهِ منْ موقعيْنِ مختلفيْنِ .إذا كانتِ المعادلةُ $y = -2t^2 + 12t + 10$ تُمثّلُ ارتفاعَ الكرةِ الأولى بالأمتارِ بعدَ مرورِ t ثانيةً، وكانتِ المعادلةُ $y = -2t^2 + 4t + 42$ تُمثّلُ ارتفاعَ الكرةِ الثانيةِ، فأجدُ الزمنَ الذي يتساوى عندهُ ارتفاعُ كلٍّ منَ الكرتيْنِ، ثمَّ أجدُ ارتفاعَ كلِّ كرةٍ في تلكَ اللحظةِ.

نساوي بين المعادلتين $-2t^2 + 12t + 10 = -2t^2 + 4t + 42$

بالتبسيط $\cancel{-2t^2} + 12t + 10 \cancel{+2t^2} - 4t - 42 = 0 \rightarrow 8t - 32 = 0$

بحل المعادلة $8t = 32 \rightarrow t = \frac{32}{8} = 4$

إذن الزمن الذي يتساوى عنده ارتفاع كل من الكرتين هو : $t = 4$ ثانية

ارتفاع الكرة الأولى : $y = -2(4)^2 + 12(4) + 10 \rightarrow y = -2(16) + 48 + 10$

$y = -32 + 58 \rightarrow y = 26\ m$

ارتفاع الكرة الأولى : $y = -2(4)^2 + 4(4) + 42 \rightarrow y = -2(16) + 16 + 42$

$y = -32 + 58 \rightarrow y = 26\ m$

نلاحظ أن ارتفاع الكرة الأولى = ارتفاع الكرة الثانية في اللحظة $t = \frac{3}{10}$ ويساوي $26\ m$

13) **ثقافةٌ ماليةٌ :** بالعودةِ إلى مقدمةِ الدرسِ، أستعملُ نظامَ المعادلاتِ المعطى لإيجادِ نقاطِ التوازنِ التي يتساوى عندَها العرضُ والطلبُ.

استعملَ خبيرُ تسويقِ المعادلتينِ التربيعيتينِ التاليتينِ لتمثيلِ مقدارِ كلٍّ منَ العرضِ والطلبِ لسلعةٍ تجاريةٍ؛ بُغيةَ تحديدِ نقاطِ التوازنِ التي يتساوى عندَها العرضُ معَ الطلبِ في السوقِ .هلْ يُمكِنُني مساعدةُ الخبيرِ على تحديدِ نقاطِ التوازنِ، علمًا بأنّه استعملَ المعادلتيْنِ الآتيتيْنِ؟

$y = x^2 - 6x$
$y = -x^2 - 24x$

نساوي بين المعادلتين التربيعيتين : $x^2 - 6x = -x^2 - 24x$

بالتبسيط $x^2 - 6x + x^2 + 24x = 0 \rightarrow 2x^2 + 18x = 0 \rightarrow 2x(x + 9) = 0$

باستخدام خاصية الضرب الصفري $2x = 0 \quad , \quad x + 9 = 0$

بحل المعادلتين $x = 0 \quad , \quad x = -9$

نعوض $x = 0$ إحدى المعادلتين ولتكن الأولى :

$y = (0)^2 - 6(0) \rightarrow y = 0$

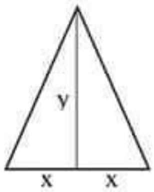
نعوض $x = -9$ إحدى المعادلتين ولتكن الأولى :

$y = (-9)^2 - 6(-9) \rightarrow y = 81 + 54 \rightarrow y = 135$

إذن يوجد لنظام المعادلتين حلين هما نقاط التوازن وهما : (0 , 0) , (135 , 9-)

منتدى معلمي الاردن

14) أراض : قطعة أرض على شكل مثلث متطابق الضلعين طول ضلعه المتطابق 50 m ، ومساحته 1200 m2 . جد طول قاعدته وارتفاعه .



الحل :

بفرض طول القاعدة $2x$ ، الارتفاع y

مساحة المثلث $= \frac{1}{2} \times$ القاعدة $\times$ الارتفاع

حسب فيثاغورس : مربع الوتر = مجموع مربعي الضلعين الآخرين .

مساحة المثلث $\frac{1}{\cancel{2}}(\cancel{2}x)\, y = 1200 \rightarrow xy = 1200 \quad (1)$

الارتفاع حسب فيثاغورس $(50)^2 = x^2 + y^2 \rightarrow 2500 = x^2 + y^2 \quad (2)$

من المعادلة الأولى $xy = 1200 \rightarrow y = \frac{1200}{x}$ نعوض في المعادلة الثانية :

$$2500 = x^2 + \left(\frac{1200}{x}\right)^2 \rightarrow 2500 = x^2 + \frac{1440000}{x^2}$$

نضرب المعادلة بـ x^2 $\quad 2500x^2 = x^4 + 1440000$

$$x^4 - 2500x^2 + 1440000 = 0$$

بالتحليل إلى العوامل $(x^2 - 900)(x^2 - 1600) = 0$

باستخدام خاصية الضرب الصفري $x^2 - 900 = 0 \quad , \quad x^2 - 1600 = 0$

بحل المعادلتين : $x^2 = 900 \quad x = 30 \quad , \quad x = -30$ يهمل

$x^2 = 1600 \quad x = 40 \quad , \quad x = -40$ يهمل

نعوض قيم x في y :

نعوض قيمة $x = 30$ $\quad y = \frac{1200}{30} = 40$

نعوض قيمة $x = 40$ $\quad x = \frac{1200}{40} = 30$

طول القاعدة $2x = 2 \times 30 = 60$ والارتفاع : $y = 40$

أو طول القاعدة : $2x = 2 \times 40 = 80$ والارتفاع : $y = 30$

منتدى معلمي الاردن

مهارات التفكير العليا

15) تبرير : قالت زينب أنه لايوجد حل لنظام المعادلات الآتي:

$$x^2 + y^2 = 4$$
$$x^2 + y^2 = 9$$

هلْ قولُ زينبَ صحيحٌ؟ أبرِّرُ إجابتي.

الحل :

نعم قول زينب صحيح ، لأنه لو طرحنا المعادلتين من بعض تنتج عبارة غير صحيحة أي :

بطرح المعادلة الثانية من المعادلة الأولى ينتج : $-5 = 0$ وهي عبارة غير صحيحة

أو لأن المعادلتين تمثلان دائرتين مركزهما نقطة الأصل وأنصاف أقطارهما مختلفة فمن المستحيل أن تتقاطعان .

16) مسألةٌ مفتوحةٌ : أكتبُ نظامًا مكونًا من معادلتين تربيعيتين ليس لهُ حلٌّ.

الحل :

$$x^2 - 2y^2 = 5$$
$$2x^2 - 4y^2 = 16$$

17) تحدٍّ : أحُلُّ نظامَ المعادلاتِ الآتي:

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$
$$x^2 + xy = 6$$

الحل :

بتحليل المعادلة الأولى : $(x - 2y)(x - y) = 0$

باستخدام خاصية الضرب الصفري $x - 2y = 0 \quad , \quad x - y = 0$

بحل المعادلتين $x = 2y \quad , \quad x = y$

بتعويض قيمتي x في إحدى المعادلتين ولتكن المعادلة الثانية :

نعوض $x = y$:

$$y^2 + y^2 = 6 \rightarrow 2y^2 = 6 \rightarrow y^2 = 3$$

بحل المعادلة $y = \sqrt{3} \quad , \quad y = -\sqrt{3}$

بما أنّ $x = y$ فإنّ : $x = \sqrt{3} \quad , \quad x = -\sqrt{3}$

نعوض $x = 2y$

$$(2y)^2 + (2y)y = 6 \rightarrow 4y^2 + 2y^2 = 6 \rightarrow 6y^2 = 6$$

بحل المعادلة $y^2 = 1 \quad y = 1 \quad , \quad y = -1$

نعوض قيمتي y في $x = 2y$

منتدى معلمي الاردن

نعوض $y = -1$ $x = 2(-1) \rightarrow x = -2$

يوجد لنظام المعادلتين أربعة حلول هي : $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$, $(-\sqrt{3}, -\sqrt{3})$, $(2 , 1)$, $(-2 , -1)$

18) مسألةٌ مفتوحةٌ : أكتب نظاما من معادلتين تربيعيتين، تكون النقطة $(3 , 5)$ إحدى حلوله .

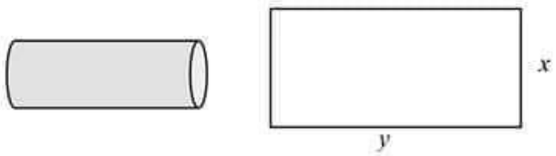
الحل :

$$3x^2 - 2y^2 = 57$$

$$x^2 + 3y^2 = 52$$

19) تحدٍّ : قطعةٌ منْ ورقٍ مُقوّى مستطيلةُ الشكلِ، مساحتُها $216\ cm^2$ ، ثُنيَ طولاها، ولُصِقا معًا، فتشكّلَ أنبوبٌ أسطوانيٌّ حجمُهُ $224\ cm^3$. أجِدْ بُعْدَيْ قطعةِ الورقِ .

الحل :



نفرض طول المستطيل x وعرضه y

مساحة المستطيل = الطول × العرض $x \cdot y = 216$ (1)

حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع   حيث قاعدة الأسطوانة دائرة محيطها هو طول المستطيل x

وارتفاع الأسطوانة هو عرض المستطيل y

حساب نصف قطر القاعدة من محيط المستطيل: $2\pi r = x \rightarrow r = \frac{x}{2\pi}$

حجم الأسطوانة $\pi (\frac{x}{2\pi})^2 y = 224$

$$\pi \frac{x^2}{4\pi^2} y = 224 \rightarrow \frac{x^2 y}{4\pi} = 224$$

نضرب الطرفين بـ 4π $x^2 y = 224 \times 4\pi$

$\pi \approx 3.14$ $x^2 y \approx 2813.4$ (2)

من المعادلة (1) نجد : $y = \frac{216}{x}$ نعوض في المعادلة (2)

$$x^2 (\frac{216}{x}) \approx 2813.4 \rightarrow 216x \approx 2813.4$$

$$x \approx 13$$

نعوض $x = 1.32$ في المعادلة الأولى :

$$13\, y = 216 \rightarrow y = 16.6$$

أتدرّب وأحل المسائل   صفحة 28

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ :

1) $512^{\frac{1}{9}} = (\sqrt[9]{512})^{1} = \sqrt[9]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = 2$

2) $125^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{125})^{2} = (\sqrt[3]{5 \times 5 \times 5}\ )^{2}$

$= (5)^{2} = 25$

3) $36^{-\frac{1}{2}} = (\sqrt{36}\,)^{-1} = (\sqrt{6 \times 6}\,)^{-1} = (6)^{-1} = \frac{1}{6}$

4) $(-243)^{\frac{6}{5}} = (\sqrt[5]{-243}\,)^{6} = (\sqrt[5]{-3 \times -3 \times -3 \times -3 \times -3})^{6}$

$= (-3)^{6} = 729$

5) $(-25)^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{-25}\,)^{3}$ عدد غير حقيقي لأن العدد السالب ليس له جذر تربيعي

6) $(-8)^{\frac{7}{3}} = (\sqrt[3]{-8}\,)^{7} = (\sqrt[3]{-2 \times -2 \times -2})^{7}$

$= (-2)^{7} = -128$

أجد قيمة كل مما يأتي :

7) $z^{-\frac{4}{2}} \times z = z^{-2} \times z = z^{-2+1}$

$= z^{-1} = \frac{1}{z}$

8) $(x^{\frac{3}{5}})^{\frac{5}{7}} = x^{\frac{3}{5} \times \frac{5}{7}} = x^{\frac{3}{7}} = \sqrt[7]{x^3}$

9) $(a^3 \times b)^{\frac{2}{3}} = a^{3 \times \frac{2}{3}} \times b^{\frac{2}{3}} = a^2 \times \sqrt[3]{b^2}$

10) $\dfrac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{7}{2}}} = x^{\frac{2}{3} - \frac{7}{2}} = x^{\frac{4}{6} - \frac{21}{6}} = x^{-\frac{17}{6}}$

$= \sqrt[6]{x^{-17}} = \sqrt[6]{\frac{1}{x^{17}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{x^{17}}}$

11) $\dfrac{\sqrt[2]{y^3}}{\sqrt[6]{y^9}} = \dfrac{y^{\frac{3}{2}}}{y^{\frac{9}{6}}} = y^{\frac{3}{2} - \frac{9}{6}} = y^{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}} = y^0 = 1$

منتدى معلمي الاردن

12) $\dfrac{k^{\frac{1}{2}} \times k^{\frac{3}{2}}}{k^2} = \dfrac{k^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}}}{k^2} = \dfrac{k^{\frac{4}{2}}}{k^2} = \dfrac{k^2}{k^2}$

$= k^{2-2} = k^0 = 1$

أكتبْ ما يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

13) $\left(\dfrac{40x^{\frac{4}{3}}\, y^{-\frac{7}{3}}}{5x^{\frac{-3}{2}}\, y^{\frac{-16}{3}}}\right)^{-\frac{2}{5}} = \left(\dfrac{40}{5} \times x^{\frac{4}{3}-\left(-\frac{3}{2}\right)} \times y^{-\frac{7}{3}-\frac{-16}{3}}\right)^{-\frac{2}{5}}$

$= \left(8\, x^{\frac{8}{6}+\frac{9}{6}} \times y^{-\frac{7}{3}+\frac{16}{3}}\right)^{-\frac{2}{5}} = \left(8x^{\frac{17}{6}} \times y^{\frac{9}{3}}\right)^{-\frac{2}{5}}$

$= 8^{-\frac{2}{5}}\, x^{\frac{17}{6} \times -\frac{2}{5}} \times y^{\frac{9}{3} \times -\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{8^{-2}}\, x^{-\frac{34}{30}} \times y^{-\frac{6}{5}}$

$= \dfrac{1}{\sqrt[5]{8^2}} \times \sqrt[30]{x^{-34}} \times \sqrt[5]{y^{-6}} = \dfrac{1}{\sqrt[5]{81}} \times \dfrac{1}{\sqrt[30]{x^{34}}} \times \dfrac{1}{\sqrt[5]{y^6}}$

14) $\dfrac{27x^{\frac{7}{3}}\, y^{-\frac{4}{2}}\, x\, z^2}{(3x^2 y^{\frac{5}{2}})(3x^{\frac{5}{3}}\, y^{-5})} = \dfrac{27}{3 \times 3} \times \dfrac{x^{\frac{7}{3}+1}}{x^{2+\frac{5}{3}}} \times \dfrac{y^{-2}}{y^{\frac{5}{2}-5}} \times z^2$

$= 3 \times \dfrac{x^{\frac{10}{3}}}{x^{\frac{11}{3}}} \times \dfrac{y^{-2}}{y^{-\frac{5}{2}}} \times z^2 = 3x^{\frac{10}{3}-\frac{11}{3}} \times y^{-2+\frac{5}{2}} \times z^2$

$= 3x^{-\frac{1}{3}} \times y^{\frac{1}{2}} \times z^2 = \dfrac{3\sqrt{y}\; z^2}{\sqrt[3]{x}}$

15) $\dfrac{(a^2 b^3)^{-2} \times ab^4}{a^{-1} b^2} = \dfrac{a^{2\times -2} \times b^{3\times -2} \times ab^4}{a^{-1} b^2} = \dfrac{a^{-4}\, b^{-6} \times ab^4}{a^{-1} b^2}$

$= \dfrac{a^{-4+1} b^{-6+4}}{a^{-1} b^2} = \dfrac{a^{-3}\, b^{-2}}{a^{-1} b^2} = a^{-3-(-1)} \times b^{-2-2}$

$= a^{-2} \times b^{-4} = \dfrac{1}{a^2\, b^4}$

16) $\dfrac{(8p^{-6} q^3)^{\frac{2}{3}}}{(27p^3 q)^{-\frac{1}{3}}} = \dfrac{8^{\frac{2}{3}} p^{-6 \times \frac{2}{3}} \times q^{3 \times \frac{2}{3}}}{27^{-\frac{1}{3}} p^{3 \times -\frac{1}{3}} \times q^{-\frac{1}{3}}} = \dfrac{(\sqrt[3]{8})^2}{(\sqrt[3]{27})^{-1}} \times \dfrac{p^{-4}}{p^{-1}} \times \dfrac{q^2}{q^{-\frac{1}{3}}}$

$= \dfrac{(2)^2}{(3)^{-1}} \times p^{-4-(-1)} \times q^{2-\left(-\frac{1}{3}\right)}$

$= 4 \times 3\, p^{-3} \times q^{\frac{7}{3}} = 12\, \dfrac{1}{p^3} \times \sqrt[3]{q^7} = \dfrac{12\sqrt[3]{q^7}}{p^3}$

منتدى معلمي الاردن

17) $$\frac{(x^2y)^{\frac{1}{3}}(xy^2)^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}} = \frac{x^{2\times\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}\times x^{\frac{2}{3}}y^{2\times\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}} = \frac{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}\times x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{4}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{x^{\frac{2}{3}+\frac{2}{3}}\times y^{\frac{1}{3}+\frac{4}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}} = \frac{x^{\frac{4}{3}}\times y^{\frac{5}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}} = x^{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}}\times y^{\frac{5}{3}-\frac{2}{3}}$$

$$= x^{\frac{2}{3}}\times y^{\frac{3}{3}} = \sqrt[3]{x^2}\times y$$

18) $$\frac{(4x^{-1}y^{\frac{1}{3}})^{\frac{3}{2}}}{(xy)^{\frac{3}{2}}} = \frac{(4)^{\frac{3}{2}}x^{-1\times\frac{3}{2}}\times y^{\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}}}{x^{\frac{3}{2}}\,y^{\frac{3}{2}}} = \frac{(\sqrt{4})^3\,x^{-\frac{3}{2}}\times y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{3}{2}}\,y^{\frac{3}{2}}}$$

$$= (2)^3\,x^{-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}}\times y^{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}} = 8\,x^{-\frac{6}{2}}\,y^{-\frac{2}{2}}$$

$$= 8\,x^{-3}y^{-1} = \frac{8}{x^3y}$$

مهارات التفكير العليا

19) تحدٍّ : أجدُ قيمةَ العبارةِ الأُسِّيَّةِ الآتيةِ:

$(-5)^{43} + (-1)^{43} + (5)^{43} = -(5)^{43} - 1 + (5)^{43} = -1$

توضيح : الأس الفردي للعدد السالب هو عدد سالب $(-5)^{43} = (-1\times5)^{43} = (-1)^{43}\times(5)^{43} = -(5)^{43}$

20) تبرير: تتضاعفُ عيِّنةٌ في المختبرِ 3 مرّاتٍ كلَّ أسبوعٍ .إذا علمْتُ أنَّ فيها 7300 خليةٍ بكتيريةٍ، فكمْ خليةً سيصبح فيها بعدَ مرورِ 5 أسابيع ؟ أبرر إجابتي .

فكرة الحل : بفرض العينة x في الأسبوع الأول $3x$

في الأسبوع الثاني $3(3x) = 9x = 3^2x$

في الأسبوع الثالث $3(9x) = 27x = 3^3x$

في الأسبوع الرابع $3(27x) = 81x = 3^4x$

في الأسبوع الخامس $3(81x) = 243x = 3^5x$

عدد الخلايا بعد خمس أسابيع $3^5x = 243x = 243\times 7300 = 1773900$

تحدٍّ : أكتبُ ما يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

26) $$\frac{r^{\frac{3}{2}}+r^{\frac{5}{2}}}{r^2+r^3} = \frac{r^{\frac{3}{2}}(\cancel{1+r})}{r^2(\cancel{1+r})}$$

$$= \frac{r^{\frac{3}{2}}}{r^2} = r^{\frac{3}{2}-2} = r^{\frac{3}{2}-\frac{4}{2}} = r^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

منتدى معلمي الاردن