دوسية الرياضيات الشاملة

الهلال في الرياضيات

للصف الأول ثانوي - أدبي

الأستاذ بلال أمجد أبو يحيى

بلال أبو يحيى

0787255088

بلال أمجد أبو يحيى

الوحدة الاولى ٥٥ البرمجة الخطية

* الدرس الاول ٥٥ حل المتباينة الخطية بمتغيرين بيانيا"

المتباينة ٥٥ هي جملة رياضية تحتوي الرمز ≥ او ≤ او > او < و قد تحتوي متغير واحد او أكثر.

مثال ٥٥ [1] $2x + y \leq 1$ [2] $3x + 2y > 2$

* حل المتباينة الخطية بمتغيرين ٥٥

هو الزوج المرتب (a, b) الذي يجعل المتباينة صحيحة.

مثال ٥٥ [ف.م.ر] ص٩ ٥٥

حدد الزوج المرتب الذي يمثل حلا" للمتباينة $x + 2y > 1$

[1] $(2, 3) \Rightarrow 2 + 2\times3 > 1 \Rightarrow 8 > 1$ حل للمتباينة

[2] $(1, -2) \Rightarrow 1 + 2\times-1 > 1 \Rightarrow -1 > 1$ ليس حل للمتباينة

[3] $(1, 0) \Rightarrow 1 + 2\times0 > 1 \Rightarrow 1 > 1$ ليس حل للمتباينة

* منطقة الحلول الممكنة ٥٥ هي النقاط التي تمثل جميع حلول المتباينة عند تمثيل المتباينة الخطية بيانيا".

* المستقيم الحدودي ٥٥ هو المعادلة الناتجة عن استبدال رموز التباين (≤ ، ≥ ، > ، <) بالمساواة ويكون جزء" من الحل عند وجود الرمز ≤ او ≥ ولا يكون جزء" من الحل عند وجود الرمز > او < ويرسم بشكل متقطع عندما لا يكون من ضمن الحل.

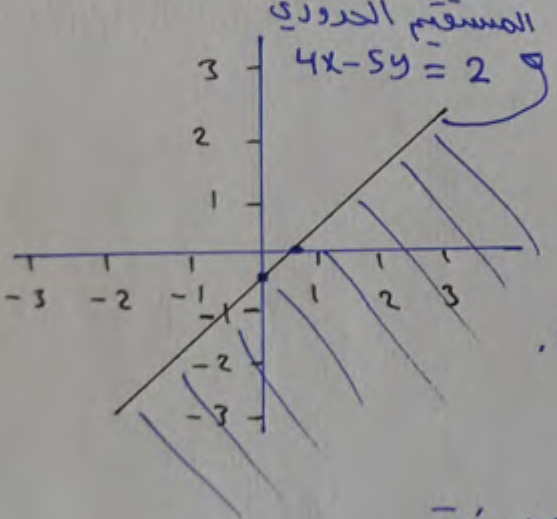
⊛ ملاحظات مهمة قبل الرسم ::

١ أسهل طريقة لرسم معادلة خطية بمتغيرين هي ايجاد المقطع السيني (بجعل $y=0$) و المقطع الصادي (بجعل $x=0$)

٢ لمعرفة منطقة الحل على أي جهة من المستقيم الحدودي نأخذ نقطة خارج المستقيم ونعوضها في المتباينة فإن حققتها نظلل الجزء الموجودة فيه

مثال : [م.م.ف] ص ١١

مثل المتباينة الخطية $4x-5y \geq 2$ على المستوى الاحداثي



$x=0 \Rightarrow -5y=2 \Rightarrow y=\frac{-2}{5}$

$y=0 \Rightarrow 4x=2 \Rightarrow x=\frac{2}{4}$

$(1,-1) \Rightarrow 4--5 \geq 2 \Rightarrow 9 \geq 2$

لاحظ أن المستقيم الحدودي ضمن الحل.

⊛ خطوات حل المسائل الحياتية ::

١ نترجم المسألة ونحولها إلى متباينة.

٢ نمثل المتباينة بيانياً ونجد منطقة الحل كما سبق

٣ عند التعامل مع كميات موجبة فائنا نستثني من منطقة الحل الجزء السالب ، مثل التعامل مع المساحة او الربح لان أمثلة هذه الكميات هي الصفر ولا يجوز أن تكون سالبة. (نأخذ المنطقة الموجودة في الربع الاول فقط)

م.م.ف من 13 ص

مساحة صالة المطعم 64 متر مربع

الطاولات الصغيرة : x

الطاولات الكبيرة : y

مساحة الطاولة الصغيرة $= 2.5\ m^2$

مساحة الطاولة الكبيرة $= 4\ m^2$

المتباينة

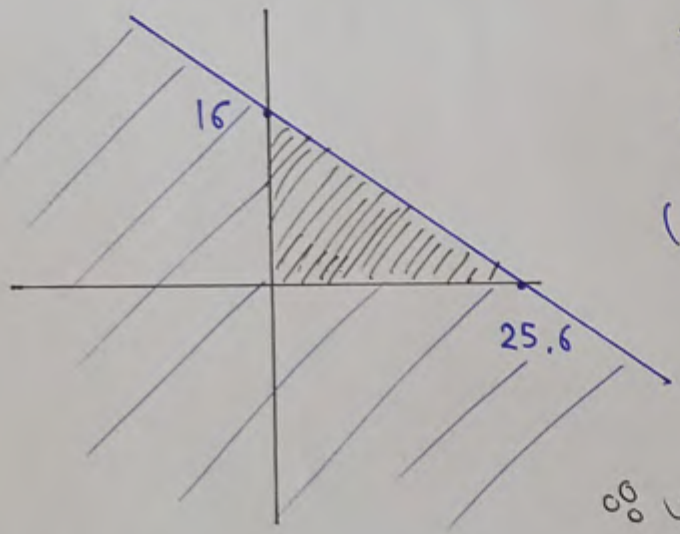
$2.5x + 4y \leq 64\ m^2$

المعادلة $\Leftarrow$ $2.5x + 4y = 64$

$x = 0 \Rightarrow y = 16$

$y = 0 \Rightarrow x = 25.6$

$(0,0) \Rightarrow 0 \leq 64$ ✓



(*) حلول أسئلة الدرس ص

* حدد اذا كان كل زوج مرتب يمثل حلاً لـ $x - 3y \geq 5$

1. $(1,-2) \Rightarrow 1 - 3*-2 \geq 5 \Rightarrow 7 \geq 5$ يمثل ح
2. $(5,0) \Rightarrow 5 - 3*0 \geq 5 \Rightarrow 5 \geq 5$ يمثل ح
3. $(-4,1) \Rightarrow -4 - 3*1 \geq 5 \Rightarrow -7 \geq 5$ لا يمثل ح
4. $(-3,-4) \Rightarrow -3 - 3*-4 \geq 5 \Rightarrow 9 \geq 5$ يمثل ح
5. $(-4,0) \Rightarrow -4 - 3*0 \geq 5 \Rightarrow -4 \geq 5$ لا يمثل ح
6. $(5,2) \Rightarrow 5 - 3*2 \geq 5 \Rightarrow -1 \geq 5$ لا يمثل ح

* حدد اذا كان كل زوج مرتب يمثل حلا" للمتباينة $5x - 2y < 6$

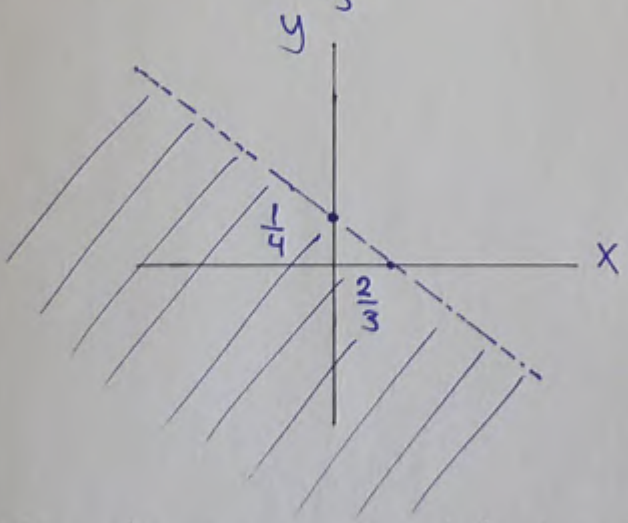
7. $(0,0) \Rightarrow 5*0 - 2*0 < 6 \Rightarrow 0 < 6$ يمثل حلا"
8. $(2,2) \Rightarrow 5*2 - 2*2 < 6 \Rightarrow 6 < 6$ لا يمثل حلا"
9. $(4,1) \Rightarrow 5*4 - 2*1 < 6 \Rightarrow 18 < 6$ لا يمثل حلا"
10. $(-2,-1) \Rightarrow 5*-2 - 2*-1 < 6 \Rightarrow -8 < 6$ يمثل حلا"
11. $(-2,-8) \Rightarrow 5*-2 - 2*-8 < 6 \Rightarrow 6 < 6$ لا يمثل حلا"
12. $(-1,-6) \Rightarrow 5*-1 - 2*-6 < 6 \Rightarrow 7 < 6$ لا يمثل حلا"

* مثل كل من المتباينات الخطية التالية بيانيا"

(13) $8y + 3x < 2$

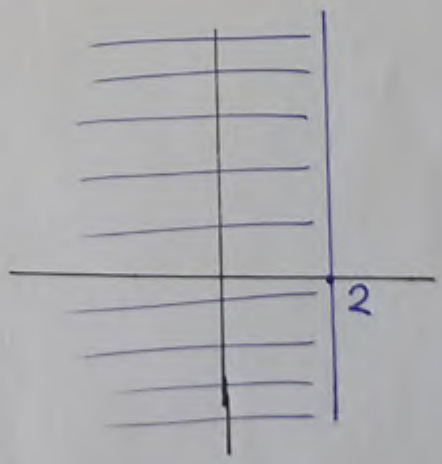
$x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{4}$

$y = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$



(14) $4x \leq 8$

$4x = 8 \Rightarrow x = 2$



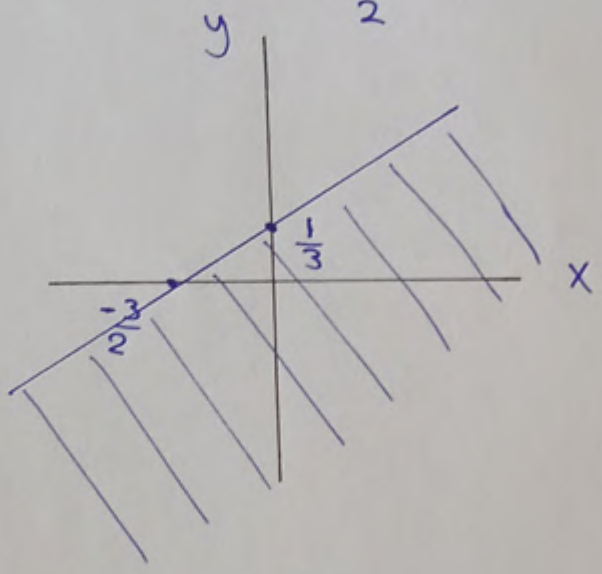
* ملاحظة : رسمة $x = a$ عبارة عن خط عمودي من عند $x = a$

* ملاحظة : رسمة $y = a$ عبارة عن خط أفقي من عند $y = a$

(15) $2x - 9y \geq -3$

$x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$

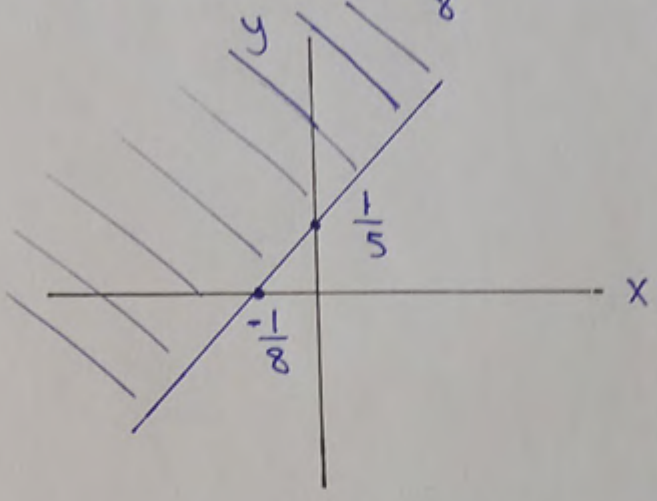
$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$



(16) $5y - 8x \geq 1$

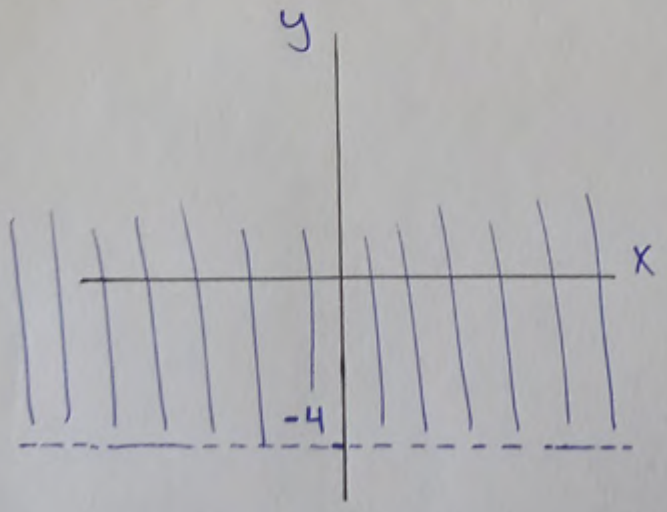
$x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{5}$

$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{8}$



(17) $-3y < 12$

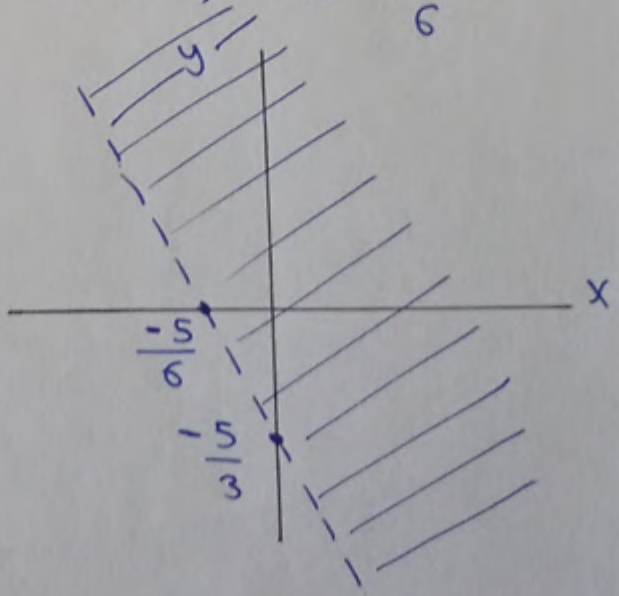
$-3y = 12 \Rightarrow y = -4$



(18) $6x + 3y > -5$

$x = 0 \Rightarrow y = \frac{-5}{3}$

$y = 0 \Rightarrow x = \frac{-5}{6}$



19 x : أسئلة الاختيار من متعدد y : أسئلة إجابة القراغ

اذا كانت $x=20$ و $y=18$ هل ستنال درجة A في الاختبار

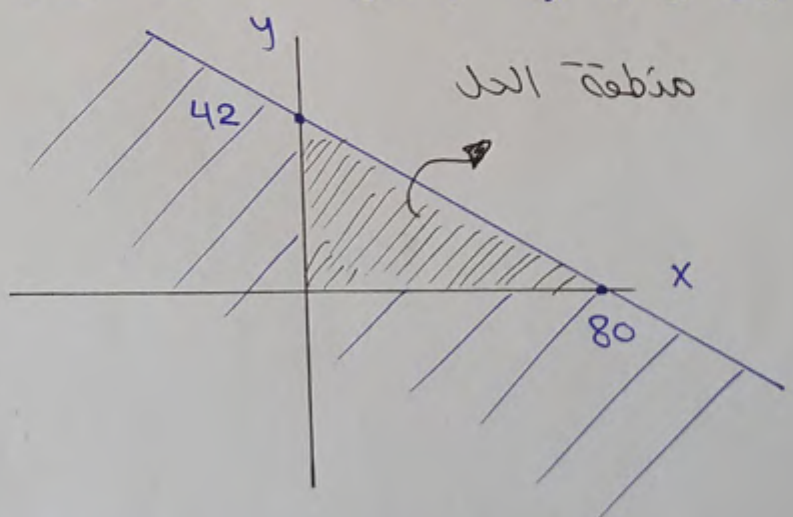
$\Rightarrow 3x+2y \geq 93 \Rightarrow 3*20+2*18 \geq 93$

$\Rightarrow 96 \geq 93 \Rightarrow$ اذا الطالبة ستحصل على درجة A

20 x : صناديق كتلتها 50 كغ y : صناديق كتلتها 95 كغ

قدرة الشاحنة : 4000 كغ المتباينة : $50x+95y \leq 4000$

$y=0 \Rightarrow x=80$ $x=0 \Rightarrow y \cong 42$

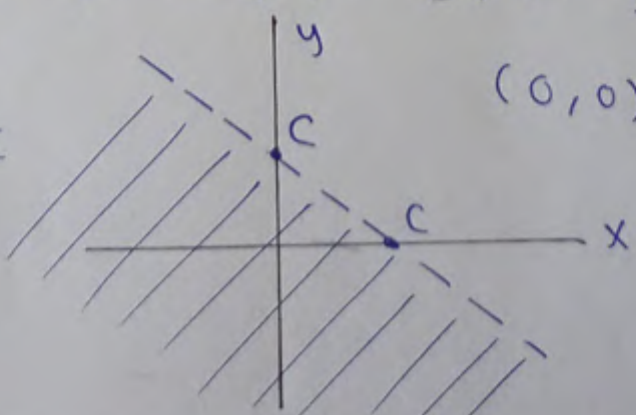


21 نفرض بيانيا" المتباينة $x+y<c$ حيث c عدد موجب

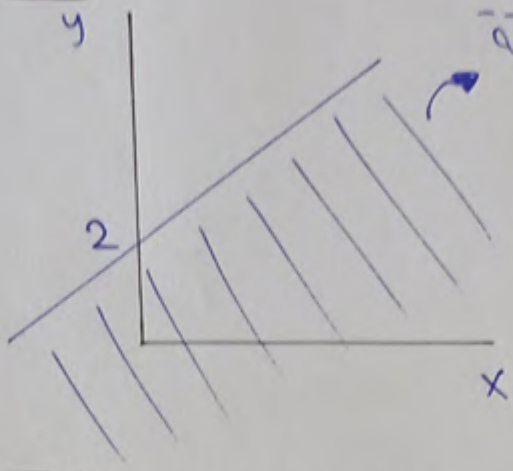
$x=0 \Rightarrow y=c$

$y=0 \Rightarrow x=c$

$(0,0) \Rightarrow 0<c$

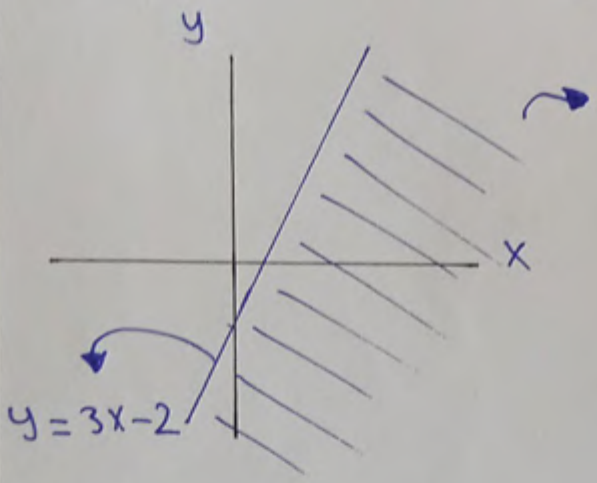


22 حل جملة حل $y \leq x+2$ مبدوءاً بإجابتك



$(0,0) = 0 \leq 2$

24 الخطأ في حل سفيان هو في تحديد منطقة الحل



$(0,0) \Rightarrow 0 \leq -2$ ✗

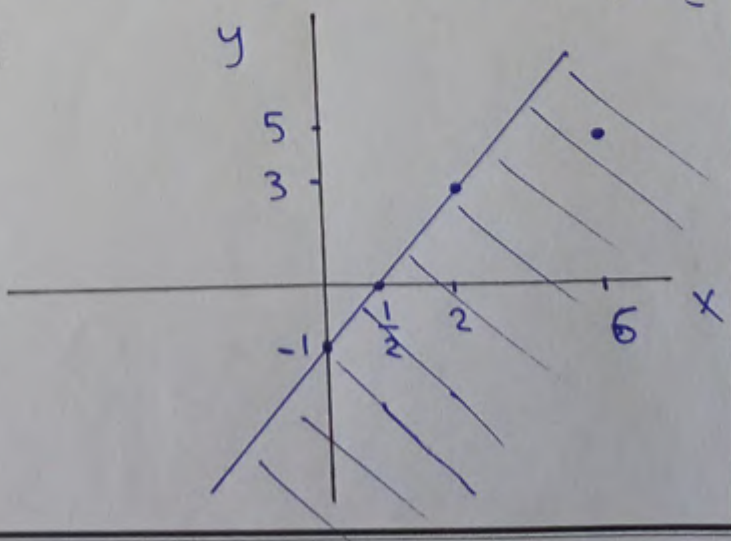
25 نختار نقطة اختبار واحدة فقط عن المستقيم العددي يقسم المستوى لمنطقتين احداهما حل للمتباينة (عدا المساواة)

26 $m = \frac{5-^-5}{3-^-2} = 2$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$\Rightarrow y - 5 = 2(x-3)$

$\Rightarrow y \leq 2x - 1$



الدرس الثاني: حل نظام مكون من متباينات خطية بمتغيرين بيانيًا

* نظام المتباينات الخطية: يتكون من متباينتين خطيتين أو أكثر
* مجموعة حل النظام: جميع الأزواج المرتبة التي تحقق جميع المتباينات الخطية معًا.

مثال: الزوج المرتب $(-1, 2)$ يحقق النظام التالي:

$$x - 3y \leq -2 \quad , \quad -2x + y > -1 \quad , \quad x + y < 2$$

$$\Leftarrow -1 - 3*2 \leq -2 \quad , \quad -2*-1 + 2 > -1 \quad , \quad -1 + 2 < 2$$

$$-7 \leq -2 \quad , \quad 4 > -1 \quad , \quad 1 < 2$$

* منطقة حل النظام بيانيًا: هي المنطقة المشتركة بين حل المتباينات الموجودة فيه جميعها.

م.م.ف مثال: جد منطقة حل النظام ثم تأكد من الحل

$$2x - 4y \geq -5$$

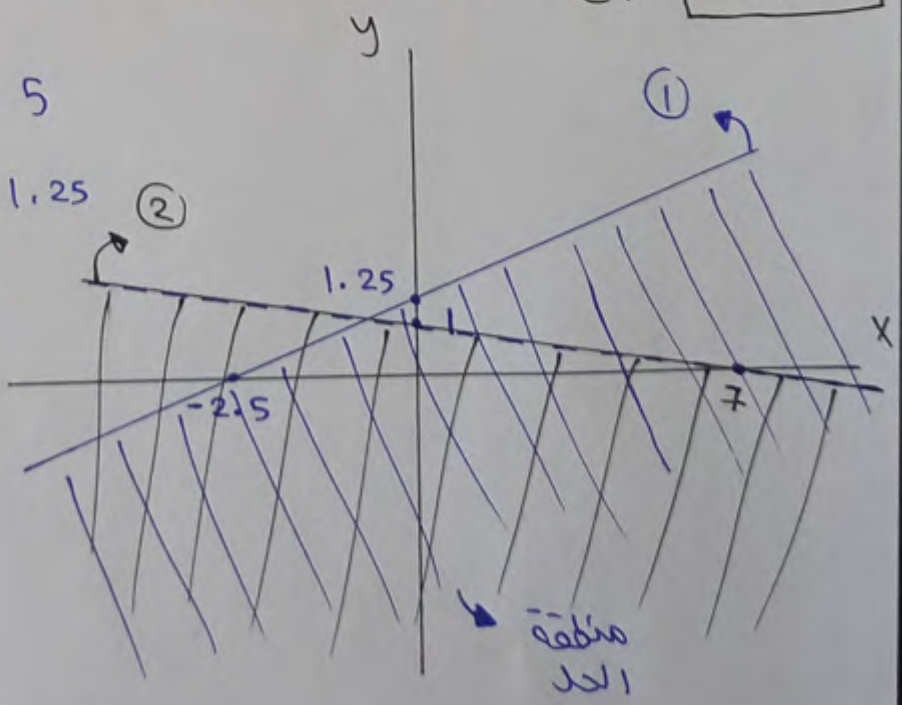
$x = 0 \rightarrow y = \frac{5}{4} = 1.25$

$y = 0 \rightarrow x = -2.5$

$$x + 7y < 7$$

$x = 0 \rightarrow y = 1$

$y = 0 \rightarrow x = 7$



* للتأكد من منطقة الحل نأخذ أي نقطة فيها ويجب أن تحقق جميع متباينات النظام.

فمثلاً" لو أخذنا النقطة $(-1, 0)$ وعوضناها في:

تحقق المتباينة الأولى $0 - 4 * -1 \geq -5 \Rightarrow 4 \geq -5$

تحقق المتباينة الثانية $0 + 7 * -1 < 7 \Rightarrow -7 < 7$

* لا يكون للنظام حل عند عدم وجود منطقة مشتركة بين مناطق حل جميع المتباينات ويكون الحل مجموعة خالية $\emptyset$

* المجموعة الخالية يرمز لها $\{\}$ أو $\emptyset$ وتقرأ فاي وهي مجموعة لا يوجد فيها عناصر.

م.م.ف مثال: جد منطقة حل النظام التالي:

$$5x - 2y < 3 \quad , \quad 2.5x - y \geq 2$$

[1] $5x - 2y = 3$

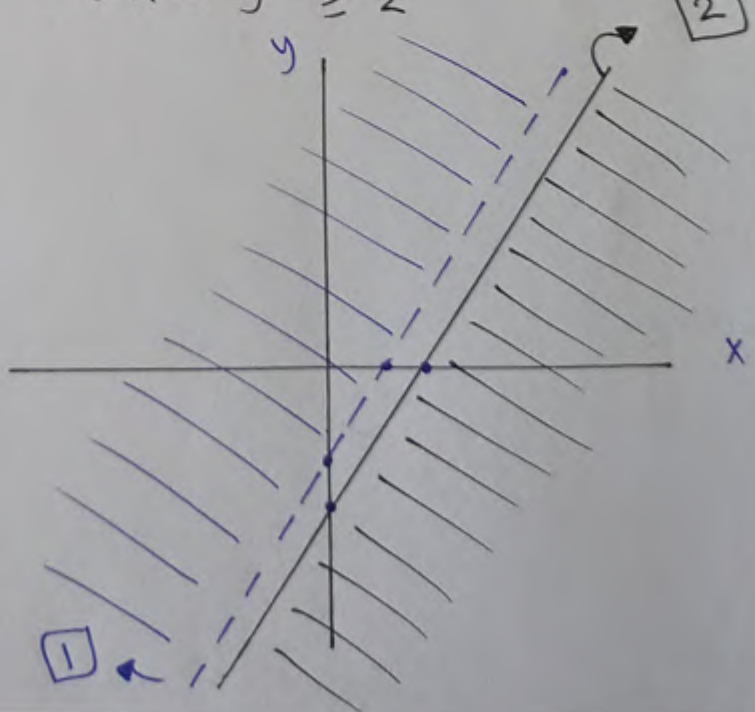
$x = 0 \rightarrow y = \frac{-3}{2}$

$y = 0 \rightarrow x = \frac{3}{5}$

[2] $2.5x - y = 2$

$x = 0 \rightarrow y = -2$

$y = 0 \rightarrow x = \frac{2}{2.5}$



م.م.ف ص 18 مثل منطقة حل النظام الآتي:

$-3x + 4y \geq 9$ ، $x - 5y > 6$ ، $2x - 5y < -3$

① $-3x + 4y = 9$

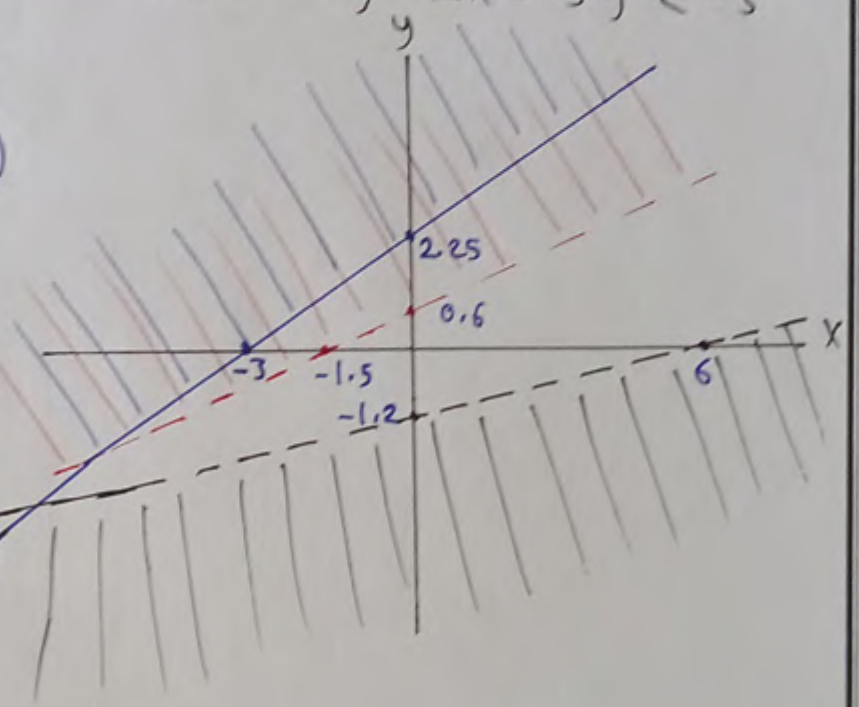
$(0, \frac{9}{4})$ ، $(-3, 0)$

② $x - 5y = 6$

$(0, \frac{-6}{5})$ ، $(6, 0)$

③ $2x - 5y = -3$

$(0, \frac{3}{5})$ ، $(\frac{-3}{2}, 0)$



منطقة الحل تكون هنا

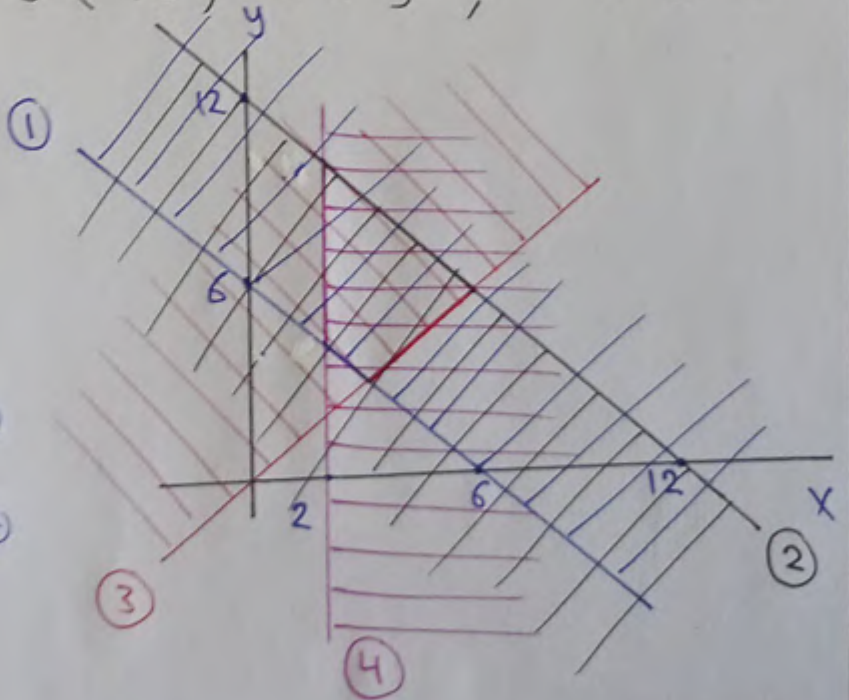
م.م.ف ص 20 x : عدد الغزلان y : عدد الأيائل.

$x + y \geq 6$ ، $x + y \leq 12$ ، $x < y$ ، $x \geq 2$

① $(0, 6)$ ، $(6, 0)$

② $(0, 12)$ ، $(12, 0)$

③ $(0, 0)$ ، $(1, 1)$



* أقل عدد للأيائل 3

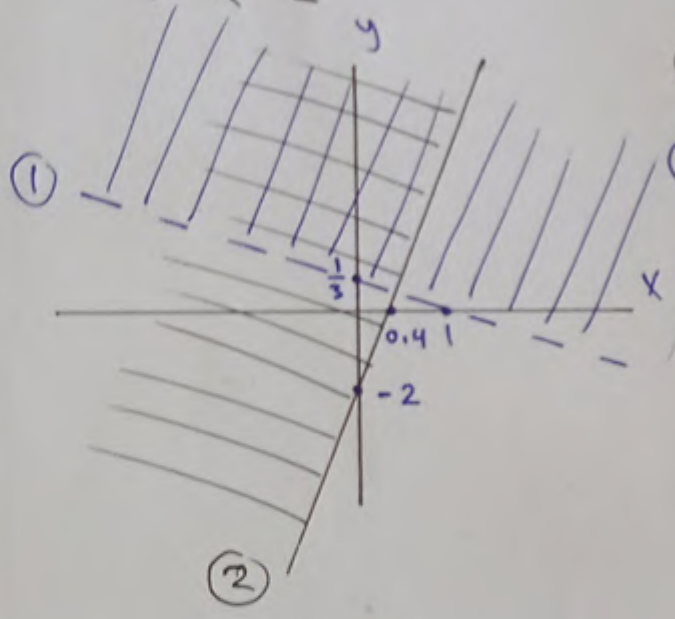
* أكثر عدد للغزلان 6

⊛ إجابات أسئلة الدرس هي

⊛ مثل منطقة حل كل من الأنظمة التالية هي

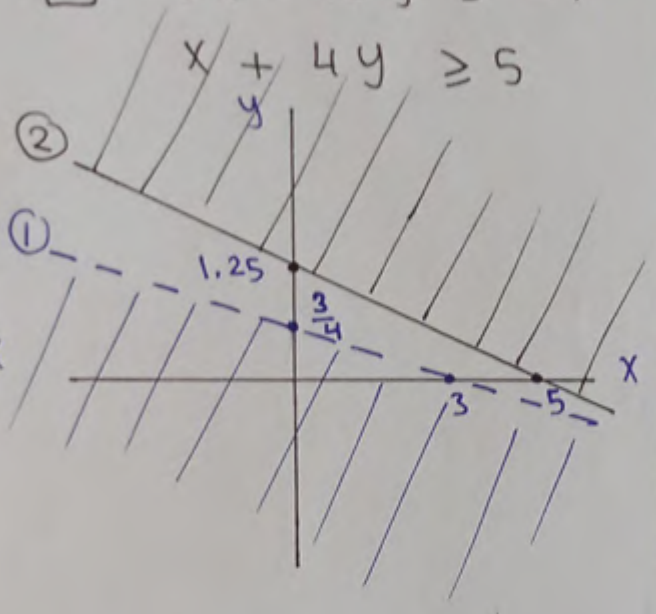
1) $x + 3y > 1$

$5x - y \leq 2$



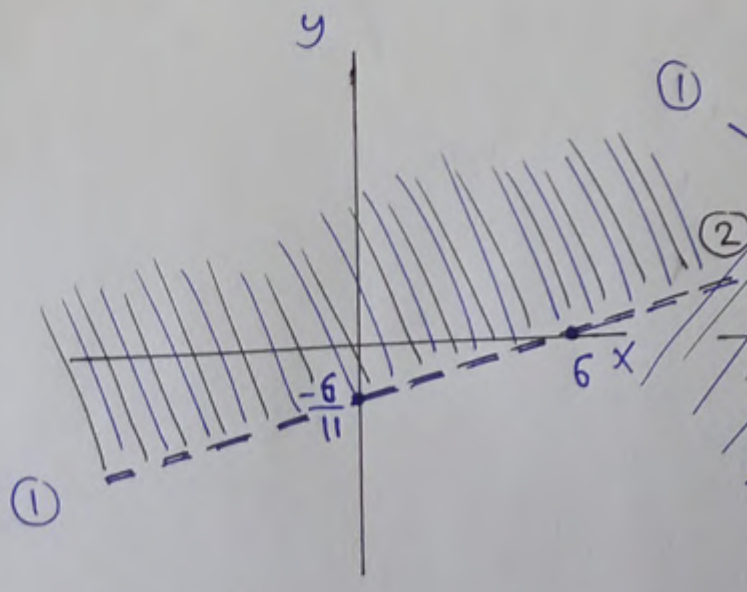
2) $-3x - 12y > -9$

$x + 4y \geq 5$



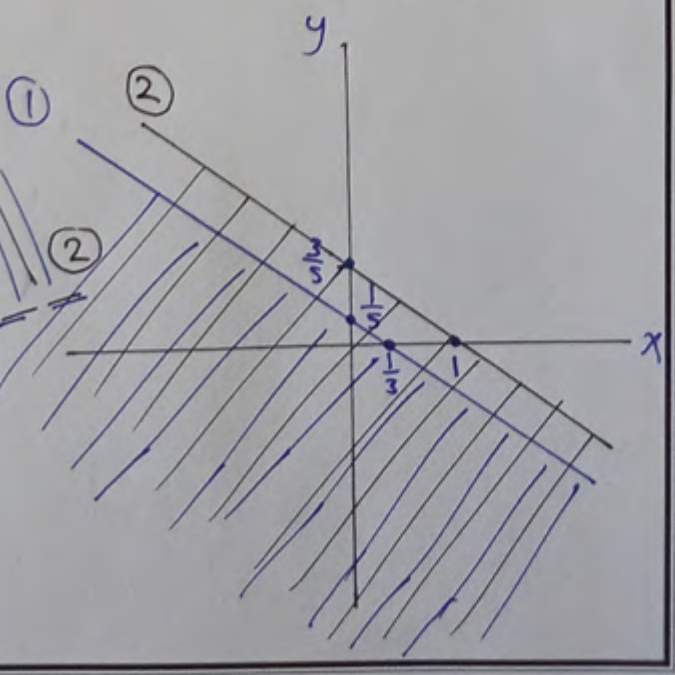
3) $x - 11y < 6$

$-2x + 22y > -12$



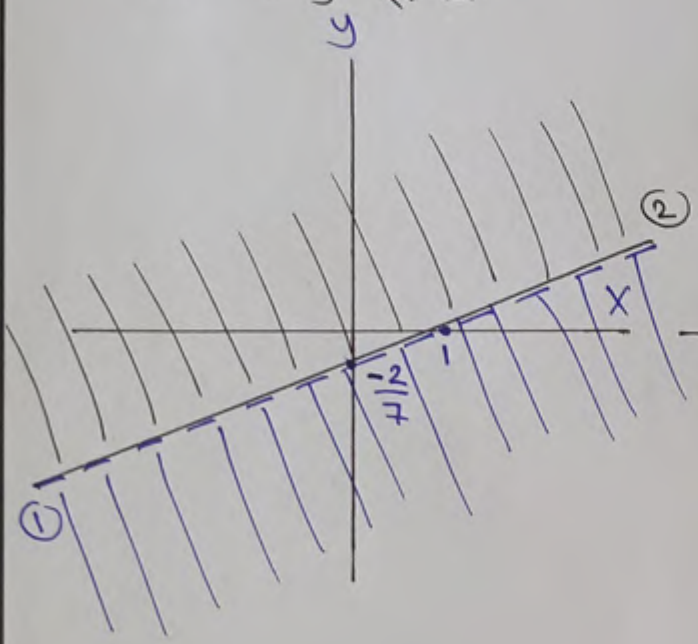
4) $3x + 5y \leq 1$

$3x + 5y \leq 3$



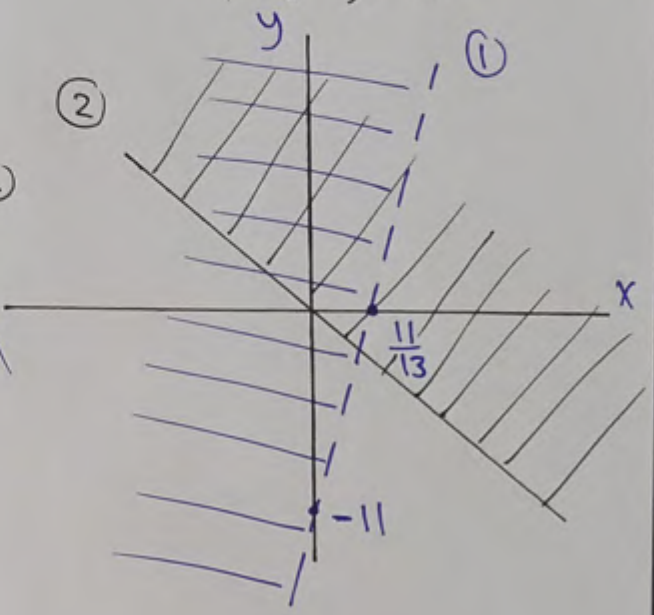
5 $2x - 7y > 2$

$2x - 7y \leq 2$



6 $13x - y < 11$

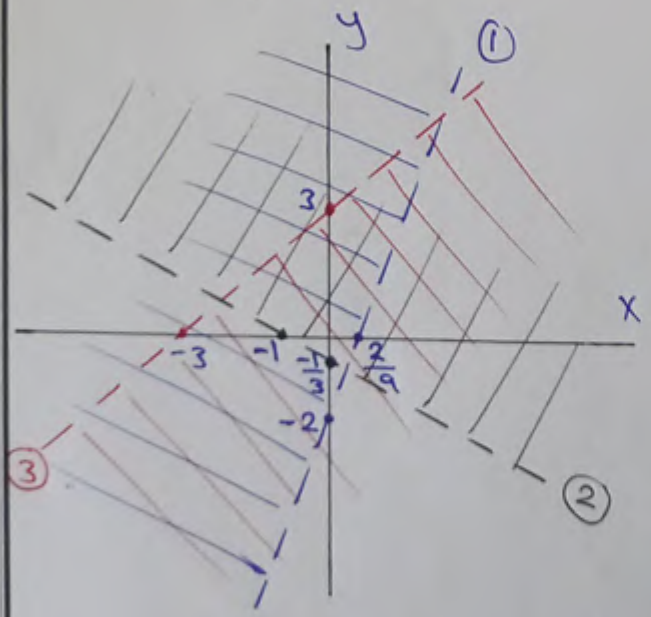
$x + y \geq 0$



7 $9x - y < 2$

$x + 3y > -1$

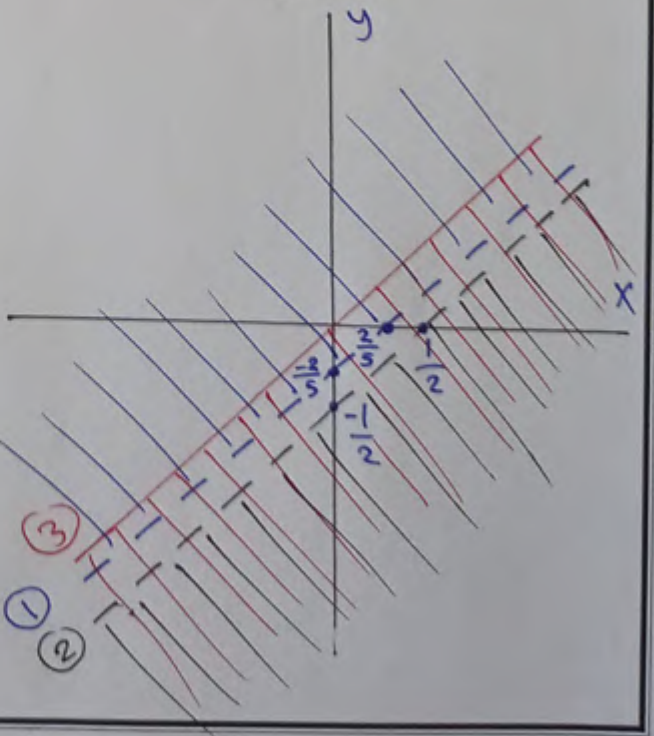
$x - y > -3$



8 $5x - 5y < 2$

$2x - 2y > 1$

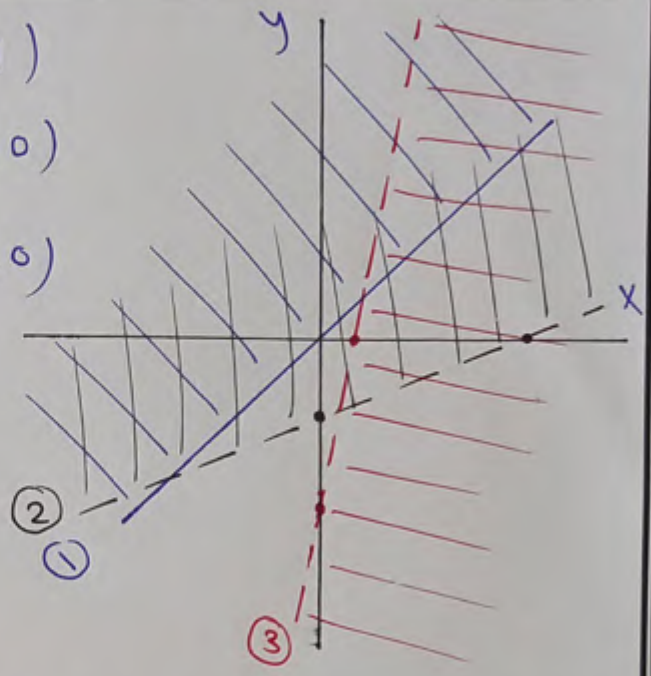
$x \geq y$



9) $x \leq y \Rightarrow (0,0), (1,1)$

$x - 5y < 6 \Rightarrow (0, \frac{-6}{5}), (6,0)$

$10x - y > 3 \Rightarrow (0,-3), (\frac{3}{10}, 0)$



* أسهل نقطة لفحص منطقة حل المتباينة هي $(0,0)$

10) x : عدد البالغين (تذكرتهم ٢ دينار)

y : عدد الأطفال (تذكرتهم دينار واحد)

القارب يتسع لـ 10 كل الأكثر $\Rightarrow x + y \leq 10$

ربح بيع التذاكر 12 دينار $\Rightarrow 2x + y < 12$

1) $x + y = 10$

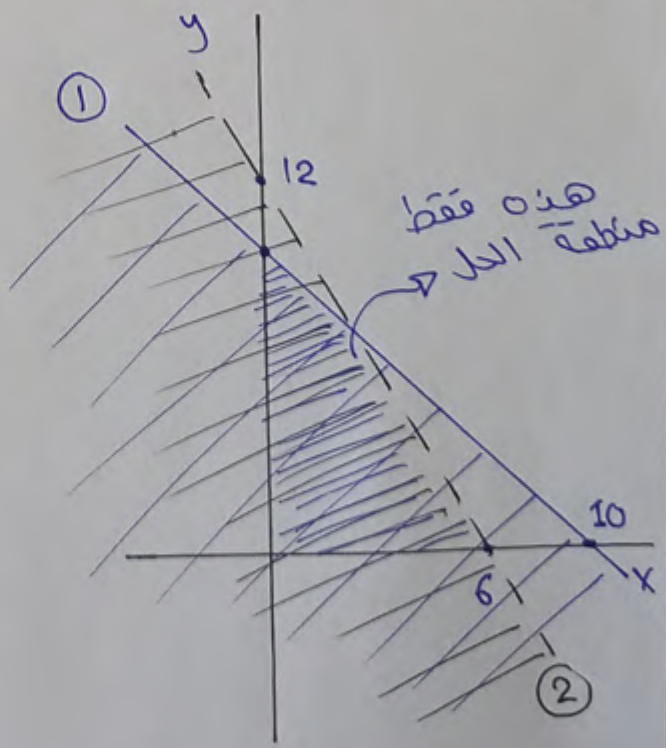
$x = 0 \Rightarrow y = 10$

$y = 0 \Rightarrow x = 10$

2) $2x + y = 12$

$x = 0 \Rightarrow y = 12$

$y = 0 \Rightarrow x = 6$



11 x : تذكرة الدرجة السياحية سعرها 25 دينار

y : تذكرة الدرجة الخاصة سعرها 50 دينار

ربح بيع التذاكر 1600 دينار على الأقل $\Rightarrow 25x + 50y \geq 1600$

بيعت 50 تذكرة على الأكثر $\Rightarrow x + y \leq 50$

1 $25x + 50 = 1600$

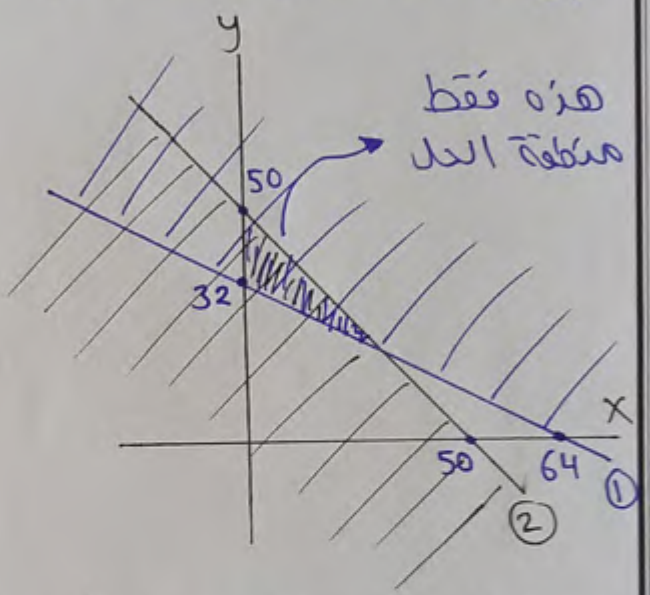
$x = 0 \Rightarrow y = 32$

$y = 0 \Rightarrow x = 64$

2 $x + y = 50$

$x = 0 \Rightarrow y = 50$

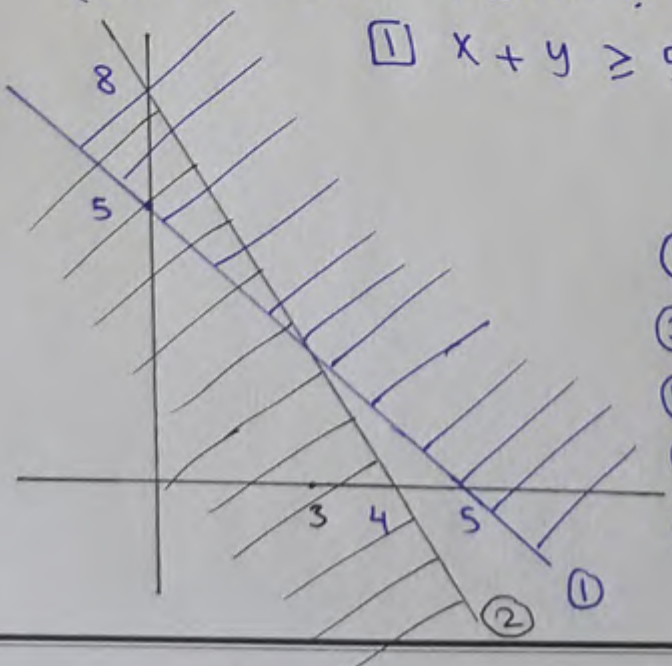
$y = 0 \Rightarrow x = 50$



12 ظلل منطقة حل النظام و أكتب جميع الحلول الممكنة علماً بأن x و y أعداد صحيحة موجبة.

نحدد منطقة حل كل متباينة باستخدام النقطة (0,0)

1 $x + y \geq 5$ 2 $4x + 2y \leq 16$



الحلول الممكنة :

(1) (3,2)	(2) (2,3)
(3) (1,4)	(4) (0,5)
(5) (0,6)	(6) (0,7)
(7) (0,8)	(8) (1,6)
(9) (2,4)	(10) (1,5)

13 x : مبحث الرياضيات y : مبحث اللغة الإنجليزية

* احداثيات ما بين 900 و 1200 في المبحثين هو

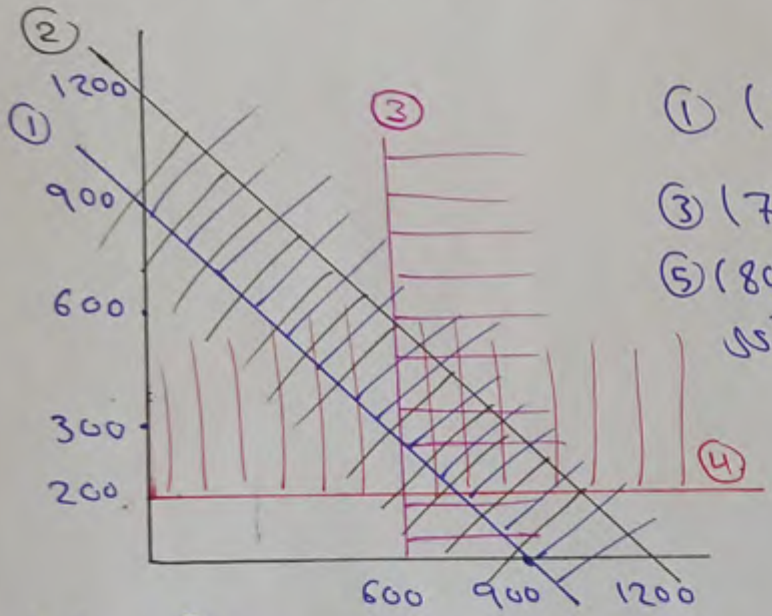
1 $x+y \geq 900$ 2 $x+y \leq 1200$

* أن لا يقل الرياضيات عن 600 هو 600 3 $x \geq 600$

* أن لا يقل امتحان الإنجليزي عن 200 هو 200 4 $y \geq 200$

جد عدد النقاط من مضاعفات المئة التي يتعين إحداثياتها.

الحلول الممكنة هو



① (700, 300) ② (700, 400)

③ (700, 500) ④ (800, 300)

⑤ (800, 400) ⑥ (900, 300)

بالإضافة إلى النقاط الواقعة على المستقيمات الحدودية وهي النقاط التالية هو

$(600, \{300, 400, 500, 600\}), (\{700, 800, 900, 1000\}, 200)$

15 هل منطقة حل النظام $2x+y \leq 7$ ، $2x+y \geq 7$ يدون رسمها منطقة حل هذا النظام تمثل جميع نقاط المستوى البياني الواقعة على المستقيم الحدودي $2x+y=7$ لأن كل جهة من المستقيم مع المستقيم نفسه تمثل حل لاحدى المتباينتين لذا المنطقة المشتركة بينهما ستكون المستقيم الحدودي فقط.

* أكتب نظامين من متباينتين خطيتين بمتغيرين بحيث :

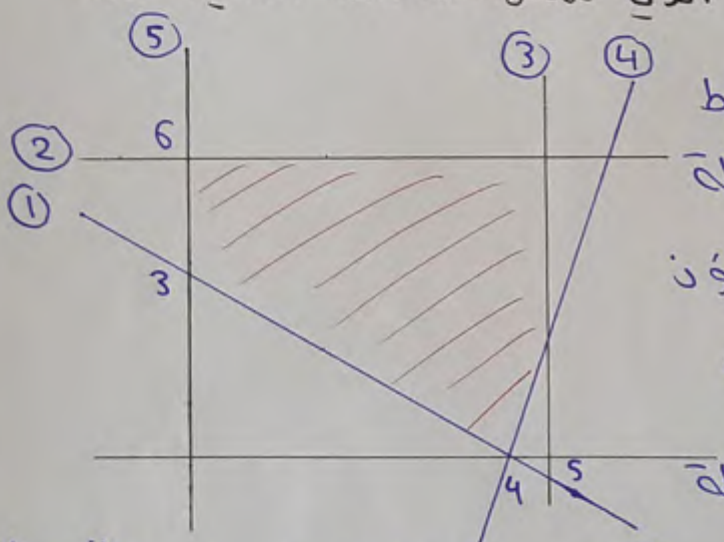
16 تكون مجموعة الحل مجموعة جزئية من الاعداد الحقيقية.

① $x + y \geq 10$ ② $x + y \leq 15$

17 تكون مجموعة الحل المجموعة الخالية.

① $y - 2x \geq 5$ ② $y - 2x < 5$

18 أكتب نظام المتباينات الذي تمثل المنطقة التالية حله



* لمعرفة معادلة أي خط نحتاج إلى معرفة ميله ونقطة تقع عليه ونعوضهما في القانون

$y - y_1 = m(x - x_1)$

حيث m : الميل (x_1, y_1) : النقطة

و لمعرفة الميل نحتاج إلى نقطتين على الخط ونعوض في $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

* معادلة الخطوط الافقية $y = a$ و العمودية $x = a$

1 $m = \frac{3 - 0}{0 - 4} = \frac{-3}{4} \Rightarrow y - 0 = \frac{-3}{4}(x - 4)$

2 $y = 6$ 3 $x = 5$ 5 $x = 0$ 4 $y = 2x - 8$

نظام المتباينات $\Rightarrow$

1 $x \geq 0$ 2 $x \leq 5$ 3 $y \leq 6$

4 $y \geq \frac{-3}{4}x + 3$ 5 $y \geq 2x - 8$

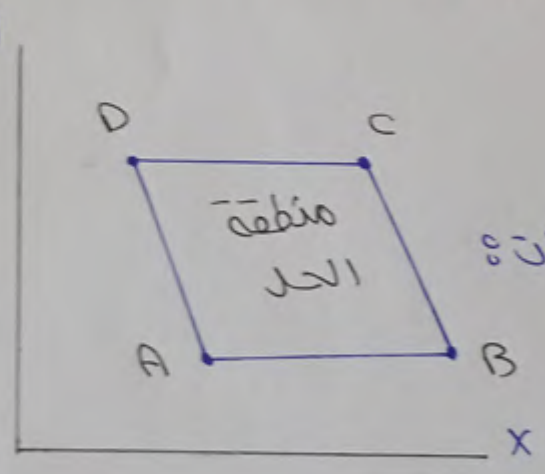
⊛ الدرس الثالث : البرمجة الخطية

البرمجة الخطية : هي طريقة تستخدم التمثيل البياني لايجاد أكبر قيمة ممكنة (قيمة عظمى) أو أصغر قيمة ممكنة (قيمة صغرى) لاقتران ما يسمى اقتران الهدف ، او تعرف بأنها طريقة للبحث عن الحل الامثل .

اقتران الهدف : هو الاقتران الذي سنجد قيمته العظمى والصغرى ضمن قيود او شروط معينة

⊛ تكون القيمة العظمى والصغرى عند رؤوس مضلع منطقة الحل .

⊛ القيود عبارة عن نظام متباينات خطية يحدد منطقة الحل .



رؤوس منطقة الحل هي :

A , B , C , D

قيود منطقة الحل هي المستقيمات :

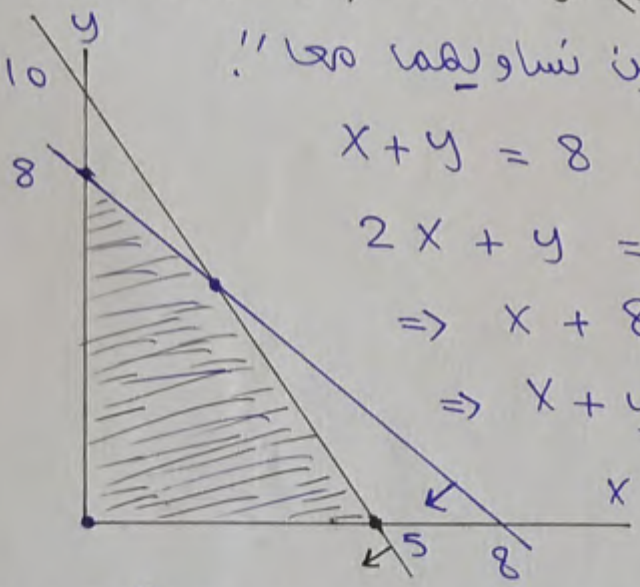
$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$

⊛ اذا وجدت القيمة العظمى او القيمة الصغرى لاقتران الهدف فانها تكون عند واحد او أكثر من رؤوس منطقة الحلول الممكنة .

* غالبا" ما تكون منطقة الحل في الربع الاول (الربع الموجب) لأننا سنتعامل مع اقتران هدف يمثل كمية موجبة أقل قيمة لها هي الصفر.

م.م.ف من 26 جد النقطة (x,y) التي تجعل الاقتران $Q = 50x + 40y$ أكبر ما يمكن ضمن القيود التالية ؟؟

$$x + y \leq 8 \,,\; 2x + y \leq 10 \,,\; x \geq 0 \,,\; y \geq 0$$



* نجد نقطة تقاطع مستقيمين نساويهما معا" !

$$x + y = 8 \Rightarrow y = 8 - x$$

$$2x + y = 10 \Rightarrow 2x + 8 - x = 10$$

$$\Rightarrow x + 8 = 10 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow x + y = 8 \Rightarrow 2 + y = 8 \Rightarrow y = 6$$

* نعوض رؤوس المنطقة في اقتران الهدف لنجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى

(x,y)	$Q = 50x + 40y$
$(0,0)$	$50*0 + 40*0 = 0$
$(5,0)$	$50*5 = 250$
$(0,8)$	$40*8 = 320$
$(2,6)$	$50*2 + 40*6 = 340$

* أكبر قيمة للاقتران Q هي 340 وهي عند النقطة $(x,y) = (2,6)$

خطوات حل المسائل الحياتية :

1. تحديد المتغيران الهدف وكتابته.
2. كتابة نظام المتباينات وهي القيود
3. ايجاد القيمة العظمى أو الصغرى لمتغيران الهدف.

م.م.ف من 28 x: عدد المعاطف y: عدد الحقائب

يستعمل $2m^2$ لصناعة معطف واحد و $1m^2$ لصناعة حقيبة واحدة

يستغرق المعطف الواحد ساعتي عمل بينما الحقيبة ثلاث ساعات

يحقق المعطف 5 دنانير ربح بينما الحقيبة فتحقق 4 دنانير.

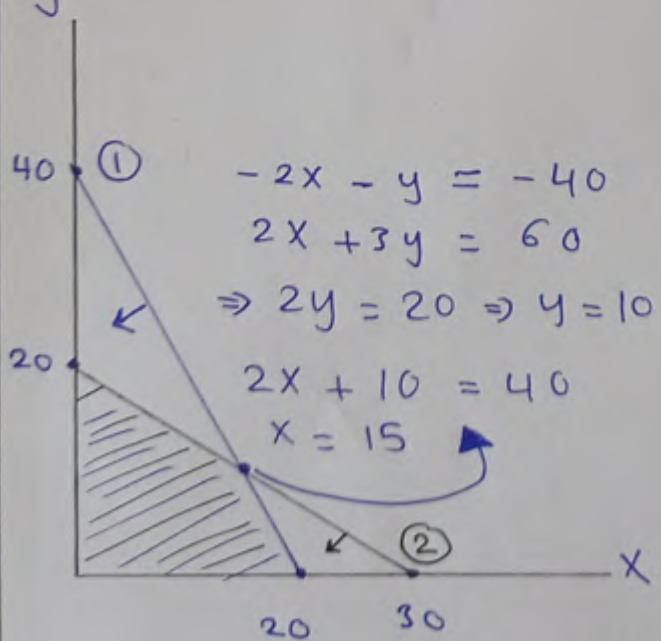
لا تزيد ساعات عمل المصنع عن 60 ساعة

$* P = 5x + 4y$

$* 2x + y \leq 40$ (كمية الجلد)

$2x + 3y \leq 60$ (ساعات العمل)

$x \geq 0, y \geq 0$ (شرط بديهي)



$-2x - y = -40$

$2x + 3y = 60$

$\Rightarrow 2y = 20 \Rightarrow y = 10$

$2x + 10 = 40$

$x = 15$

(x, y)	P = 5x + 4y	
(0, 0)	0	
(0, 20)	80	
(20, 0)	100	
(15, 10)	115	(أكبر ربح)

* ليس شرطاً" ان تكون منطقة الحل مغلقة في الاسئلة التي تطلب أقل تكلفة لاننا نهتم بأقل قيم الاقتران ولا يهمنا اي انها يصل من الاعلى لاننا نبحث عن قيمه الصغرى.

P.M.P من 30

	النوع 2	النوع 1
عدد السعرات الحرارية	60	60
عدد فيتامين A	6	12
عدد فيتامين C	30	10
سعر العلبة	JD 0.3	JD 0.25

* لا تقل السعرات عن 300
* لا تقل فيتامين A عن 36
* لا يقل فيتامين C عن 90

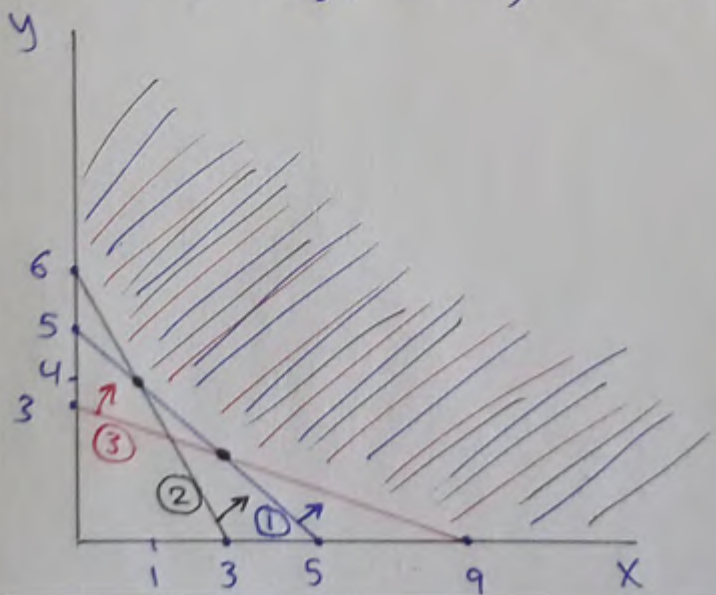
جد أقل تكلفة تحقق بها شروط الحمية الغذائية.

* اقتران الهدف *

$P = 0.25x + 0.3y$ حيث x: النوع 1 ، y: النوع 2

* القيود *

$60x + 60y \geq 300$, $12x + 6y \geq 36$, $10x + 30y \geq 90$



(x, y)	P = 0.25x + 0.3y
(0, 6)	1.8
(1, 4)	1.45
(1.8, 2.4)	1.17 (أقل تكلفة)
(9, 0)	2.25

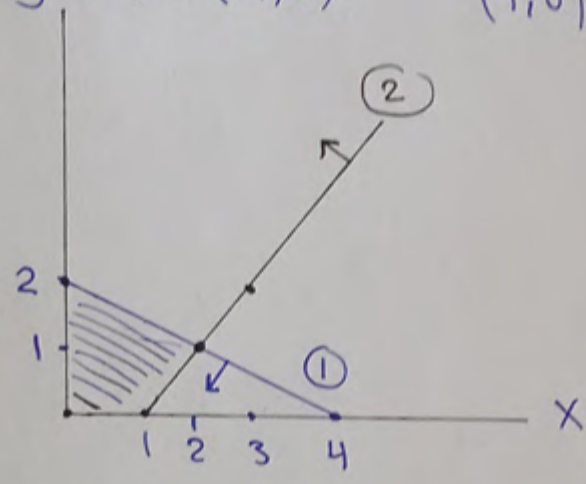
⊛ إجابات أسئلة الدرس 8ه

✱ جد النقطة (x,y) التي تجعل اقتران الهدف أكبر ما يمكن

1) $P = 4x + 3y$

$x + 2y \leq 4$, $x - y \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

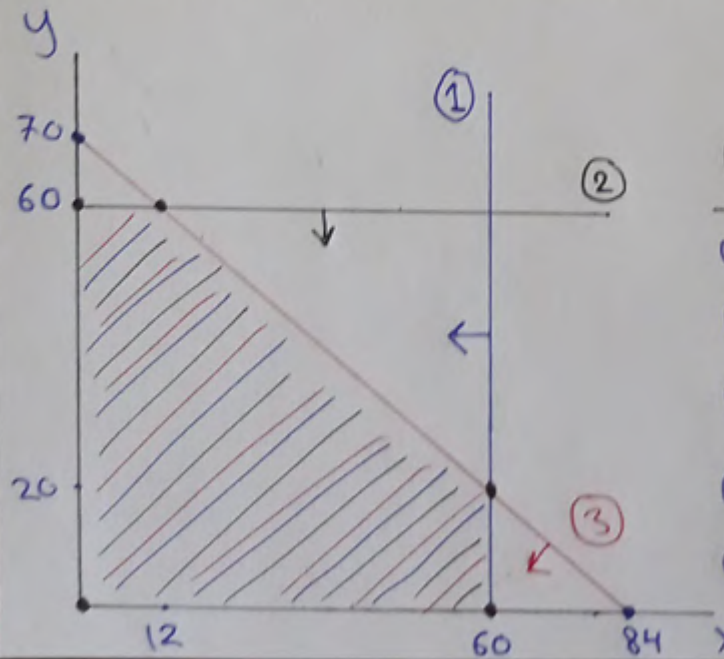
y $(0,2)(4,0)$ $(1,0)(3,2)$



(x,y)	$P = 4x + 3y$	
$(0,2)$	6	
$(0,0)$	0	
$(1,0)$	4	
$(2,1)$	11	(أكبر قيمة)

2) $R = 10x + 7y$

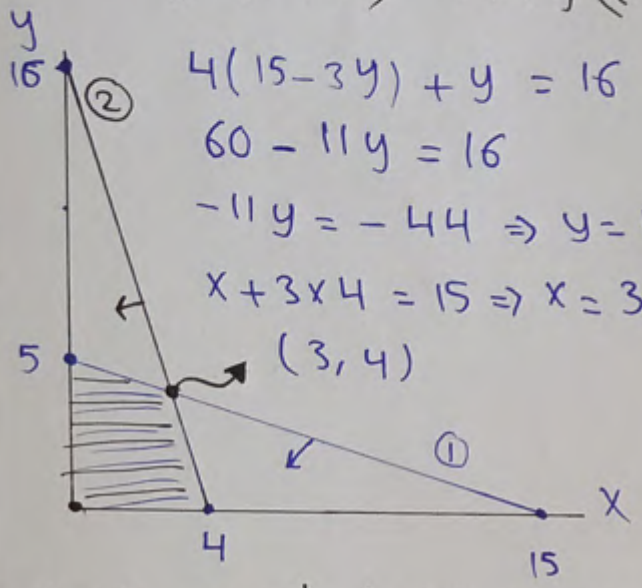
$0 \leq x \leq 60$, $0 \leq y \leq 60$, $5x + 6y \leq 420$



(x,y)	$R = 10x + 7y$	
$(0,0)$	0	
$(0,60)$	420	
$(12,60)$	540	
$(60,0)$	600	
$(60,20)$	740	(أكبر قيمة)

3) $z = 1.5x + y$

$x + 3y \leq 15$, $4x + y \leq 16$, $x \geq 0$, $y \geq 0$



$4(15-3y) + y = 16$

$60 - 11y = 16$

$-11y = -44 \Rightarrow y = 4$

$x + 3x4 = 15 \Rightarrow x = 3$

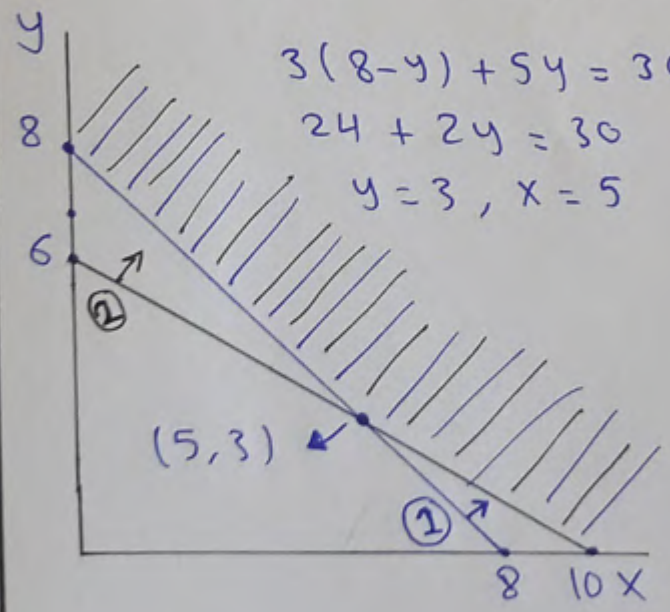
(3,4)

(x,y)	$z = 1.5x + y$	
(0,0)	0	
(0,5)	5	
(3,4)	8.5	(أكبر قيمة)
(4,0)	6	

* جد النقطة (x,y) التي يجعل اقتران الهدف أقل ما يمكن ؟؟

4) $Q = 4x + 5y$

$x + y \geq 8$, $3x + 5y \geq 30$, $x \geq 0$, $y \geq 0$



$3(8-y) + 5y = 30$

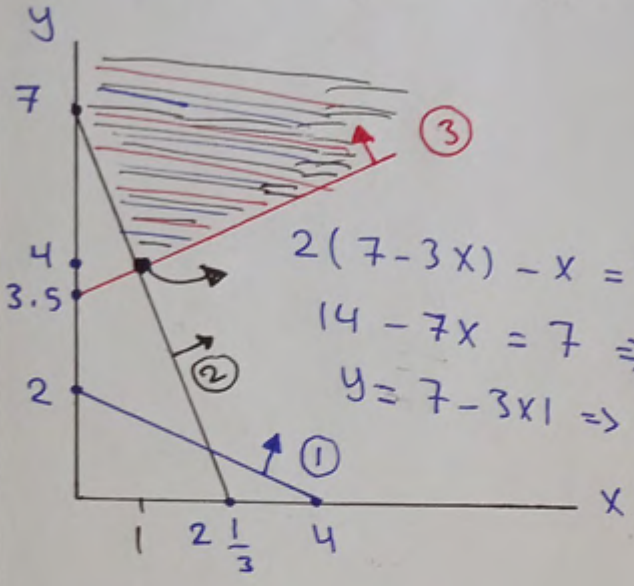
$24 + 2y = 30$

$y = 3$, $x = 5$

(x,y)	$Q = 4x + 5y$	
(0,8)	40	
(5,3)	35	(أقل قيمة)
(10,0)	40	

5 $C = 8x + 4y$

$x + 2y \geq 4$, $3x + y \geq 7$, $2y - x \geq 7$, $x \geq 0$, $y \geq 0$



$2(7-3x) - x = 7$

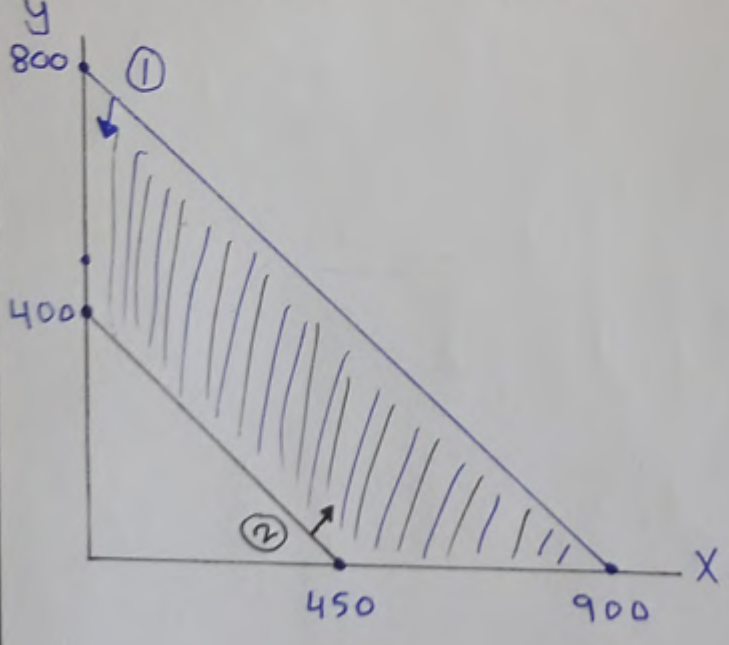
$14 - 7x = 7 \Rightarrow x = 1$

$y = 7 - 3x1 \Rightarrow y = 4$

(x,y)	C = 8x + 4y
(1,4)	24 (أقل قيمة)
(0,7)	28

6 $k = 25x + 35y$

$8x + 9y \leq 7200$, $8x + 9y \geq 3600$, $x \geq 0$, $y \geq 0$



(x,y)	k = 25x + 35y
(0,400)	14000
(0,800)	28000
(450,0)	11250 (أقل قيمة)
(900,0)	22500

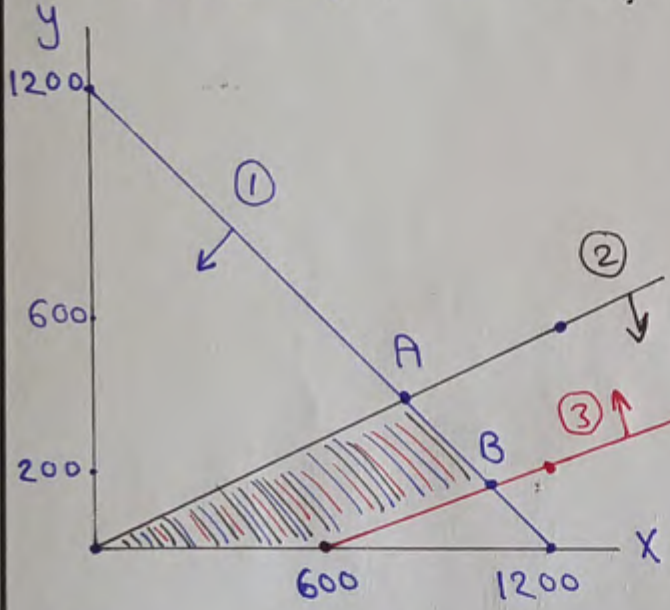
(7) x : شوكولاتة الفستق ، y : شوكولاتة البندق

(1) $x + y \leq 1200$ ⇐ 1200 الانتاج لا يزيد عن

(2) $y \leq \frac{x}{2}$ ⇐ طلب البندق لا يزيد عن نصف طلب الفستق

(3) $x \leq 600 + 3y$ ⇐ على الفستق أقل من 600 مضافاً لها 3 أمثال عدد على البندق

$z = 1.5x + 2y$ ⇐ 2 : ربح البندق و 1.5 : ربح الفستق



(x, y)	$z = 1.5x + 2y$
$(0, 0)$	0
$(600, 0)$	900
$(1050, 150)$	1875
$(800, 400)$	2000 (أكبر ربح)

(A) $\Rightarrow y = 1200 - x \Rightarrow 1200 - x = \frac{x}{2}$

$\frac{3}{2}x = 1200 \Rightarrow x = \frac{2 \times 1200}{3} \Rightarrow x = 800$

$y = 1200 - 800 \Rightarrow y = 400 \Rightarrow$ (A) $= (800, 400)$

(B) $x + y = 1200 \Rightarrow x = 1200 - y$

$\Rightarrow 1200 - y = 600 + 3y \Rightarrow 4y = 600 \Rightarrow y = 150$

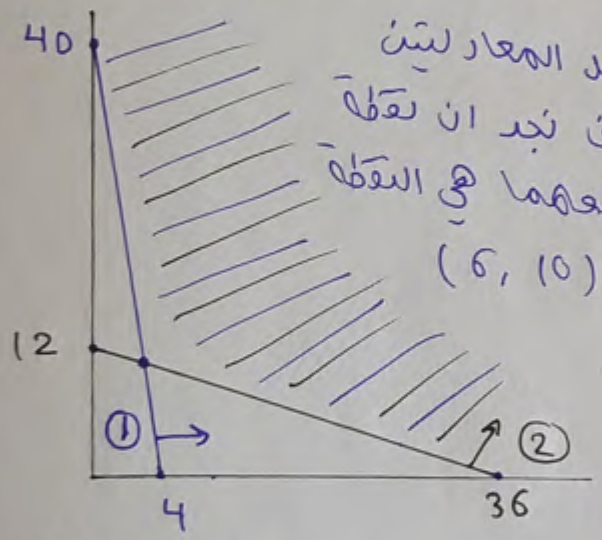
$x = 1200 - 150 \Rightarrow x = 1050 \Rightarrow$ (B) $= (1050, 150)$

8 X : عدد الحافلات الكبيرة Y : عدد الحافلات الصغيرة

* تكلفة استئجار الكبيرة 180 دينار و الصغيرة 100 دينار

$C = 180X + 100Y$

* الحافلة الكبيرة : 40 مقعد عادي ومقعد لذوي الحاجات
* الحافلة الصغيرة : 8 مقاعد عادية و 3 مقاعد لذوي الحاجات
* 320 مقعد عادي على الأقل $\Leftarrow$ [1] $40X + 8Y \geq 320$
* 36 مقعد ذوي احتياجات خاصة على الأقل $\Leftarrow$ [2] $X + 3Y \geq 36$

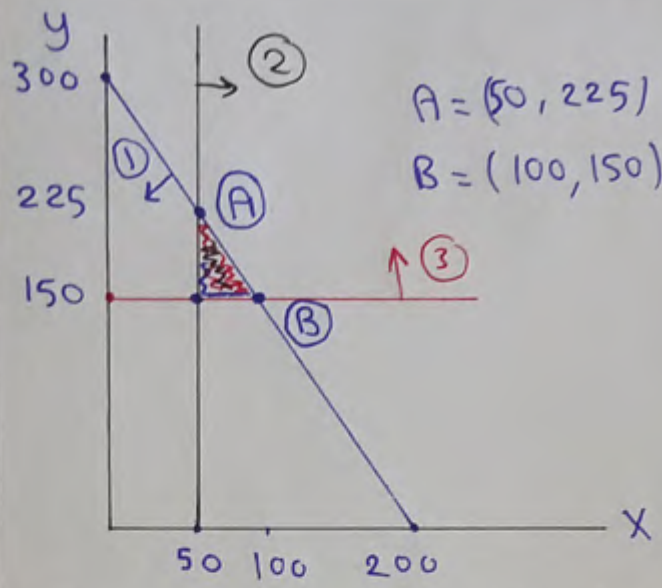


* نجد المعادلتين بالحذف نجد ان نقطة تقاطعهما هي النقطة (6, 10)

(X, Y)	$C = 180X + 100Y$
(0, 40)	4000
(6, 10)	2080 (أقل تكلفة)
(36, 0)	6480

9 X : عدد الكتيبات و ثمنها 0.2 Y : عدد النشرات وثمنها 0.1

* يحتوي الكتيب الواحد 3 صفحات و النشرة الواحدة صفحتين
* طباعة ما لا يزيد عن 600 صفحة هو [1] $3X + 2Y \leq 600$
* 50 كتيب على الأقل $\Leftarrow$ [2] $X \geq 50$ * 150 نشرة على الأقل $\Leftarrow$ [3] $Y \geq 150$
* التكلفة أقل ما يمكن $\Leftarrow$ $C = 0.2X + 0.1Y$

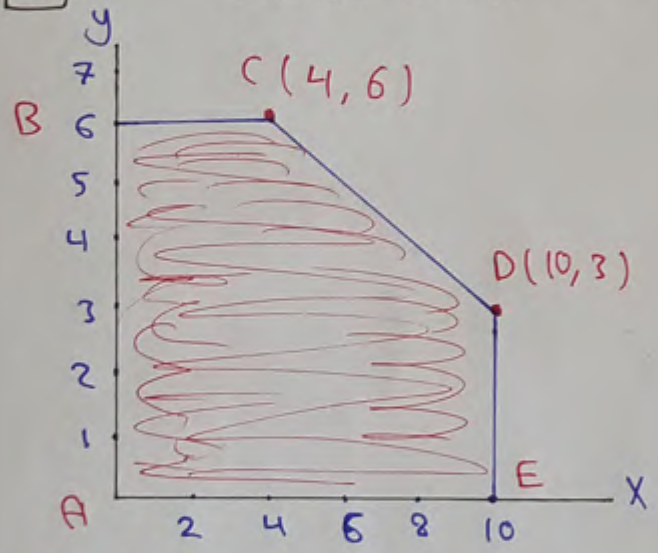


$A = (50, 225)$

$B = (100, 150)$

(x,y)	$C = 0.2x + 0.1y$
$(50,150)$	25 (أقل تكلفة)
$(50,225)$	32.5
$(100,150)$	35

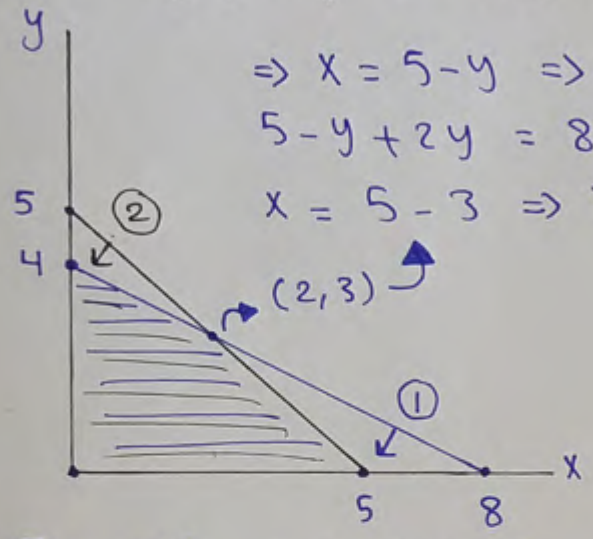
(11) أكبر وأصغر قيمة للربح تكون عند رؤوس المنطقة



(x,y)	$P = x + 2y$
$(0,0)$	0
$(0,6)$	12
$(4,6)$	16
$(10,0)$	10
$(10,3)$	16

* أكبر قيمة للربح تكون عند $(4,6)$ و $(10,3)$ وبإمكاننا أن نختار أي واحدة منهما وتطبيقها لأنهما يعطيان نفس الربح
* النقطة $(6,5)$ من داخل منطقة الحل يكون عندها الربح 16
* الخلاصة : أكبر وأصغر قيمة لاقتران الهدف تكون عند رؤوس المنطقة وقد تكون نقاط داخل المنطقة لها نفس القيمة ولكن لن توجد نقاط في المنطقة تتجاوز أكبر وأصغر قيمة.

(12) جد اقتران الهدف الذي صورته $G=ax+by$ حيث a,b عددان حقيقيان وله أكبر قيمة عند النقطة $(2,3)$ وهي 18 ضمن القيود التالية: ① $x+2y\leq 8$ ، ② $x+y\leq 5$ ، $x,y\geq 0$



$\Rightarrow x=5-y \Rightarrow$

$5-y+2y=8 \Rightarrow y=3$

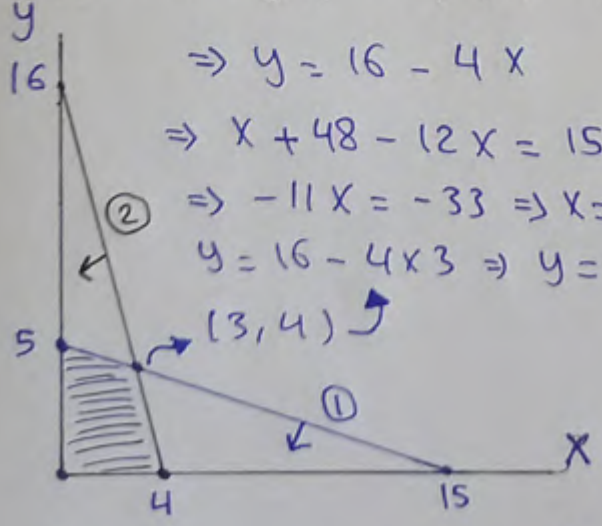
$x=5-3 \Rightarrow x=2$

(x,y)	$G=ax+by$
$(0,0)$	0
$(0,4)$	$4b$
$(5,0)$	$5a$
$(2,3)$	$2a+3b=18$

$5a<18 \Rightarrow a<3.6$ $\quad 4b<18 \Rightarrow b<4.5$

$(a,b)=(3,4) \Rightarrow G=3x+4y$

(13) جد قيم n (حيث n عدد صحيح موجب) والتي يجعل الاقتران الهدف $D=3x+ny$ أكبر قيمة عند $(3,4)$ ضمن الشروط ① $x+3y\leq 15$ ، ② $4x+y\leq 16$ ، $x\geq 0$ ، $y\geq 0$



$\Rightarrow y=16-4x$

$\Rightarrow x+48-12x=15$

$\Rightarrow -11x=-33 \Rightarrow x=3$

$y=16-4\times 3 \Rightarrow y=4$

(x,y)	$D=3x+ny$
$(0,0)$	0
$(0,5)$	$5n$
$(4,0)$	12
$(3,4)$	$9+4n$ (الأكبر)

$9+4n>5n \Rightarrow 9>n \Rightarrow n\in[1,9)$

(*) حلول أسئلة اختبار نهاية الوحدة الأولى ::

(*) ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة ::

1) الزوج الذي يمثل حلاً للمتباينة $7y - 8x > -10$ هو

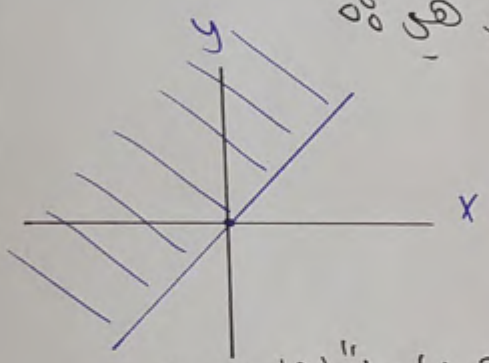
a) (3,2) b) (3,1)

c) (-4,-7) (d) (2,5)

$\Rightarrow 7\times5 - 8\times2 > -10$

$35 - 16 > -10 \Rightarrow 19 > -10$

2) المتباينة التي لها التمثيل البياني التالي هي ::



(a) $x - y \leq 0$ b) $x - y \geq 0$

c) $x + y \leq 0$ d) $x + y \geq 0$

3) المتباينة التي يكون الزوج المرتب (2,1) حلاً لها هي ::

a) $2x + 7y < 2$ b) $x - 11y \geq -2$

(c) $y - 13x \leq -6$ d) $2y - x > 9$

$\Rightarrow 2 - 13\times1 \leq -6$

$-11 \leq -6$

4) الزوج الذي يمثل حلاً للنظام $2x - y \geq -3,\ y + 5x < 7$

a) (3,2) (b) (0,0)

c) (-4,-2) d) (2,8)

$\Rightarrow 0 + 5\times0 < 7$

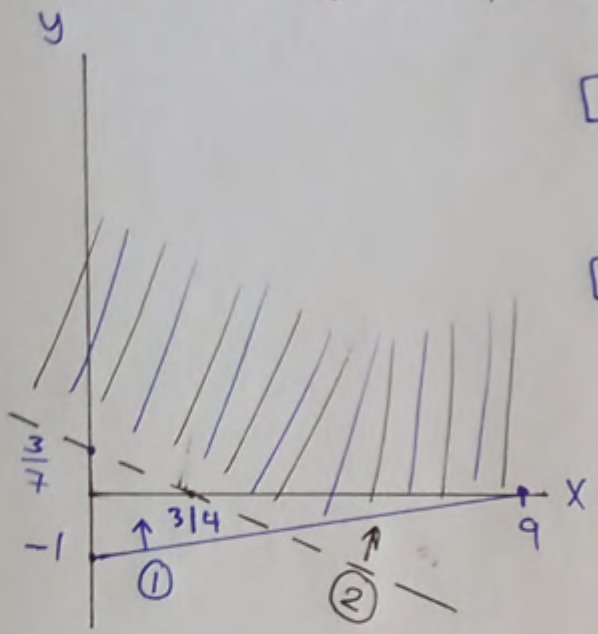
$\Rightarrow 0 < 7$ ---①

$\Rightarrow 2\times0 - 0 \geq -3$

$0 \geq -3$ ---②

(*) حل كلا من أنظمة المتباينات الخطية التالية وه

5) $x - 8y \leq 9 \quad , \quad 4x + 7y > 3$



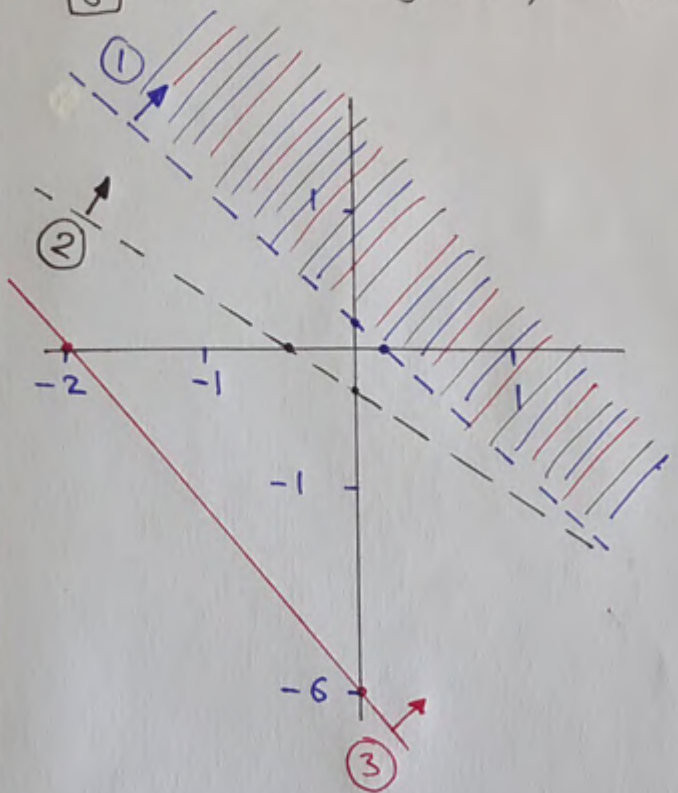
① $0 - 8y = 9 \Rightarrow y = \frac{-9}{8}$

$x - 0 = 9 \Rightarrow x = 9$

② $0 + 7y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{7}$

$4x + 0 = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

6) $12x + 10y > 1 \quad , \quad -5x - 8y < 2 \quad , \quad 3x + y \geq -6$



① $(0, \frac{1}{10})\ (\frac{1}{12}, 0)$

② $(0, \frac{-1}{4})\ (\frac{-2}{5}, 0)$

③ $(0, -6)\ (-2, 0)$

* عدد الطالبات : x * عدد الطلاب : y

* لا يقل العدد الكلي عن 5 ولا يزيد عن 15

* لا يقل عدد الطلاب عن نصف عدد الطالبات.

7 اشرح بالكلمات معنى : $x \geq 2y$

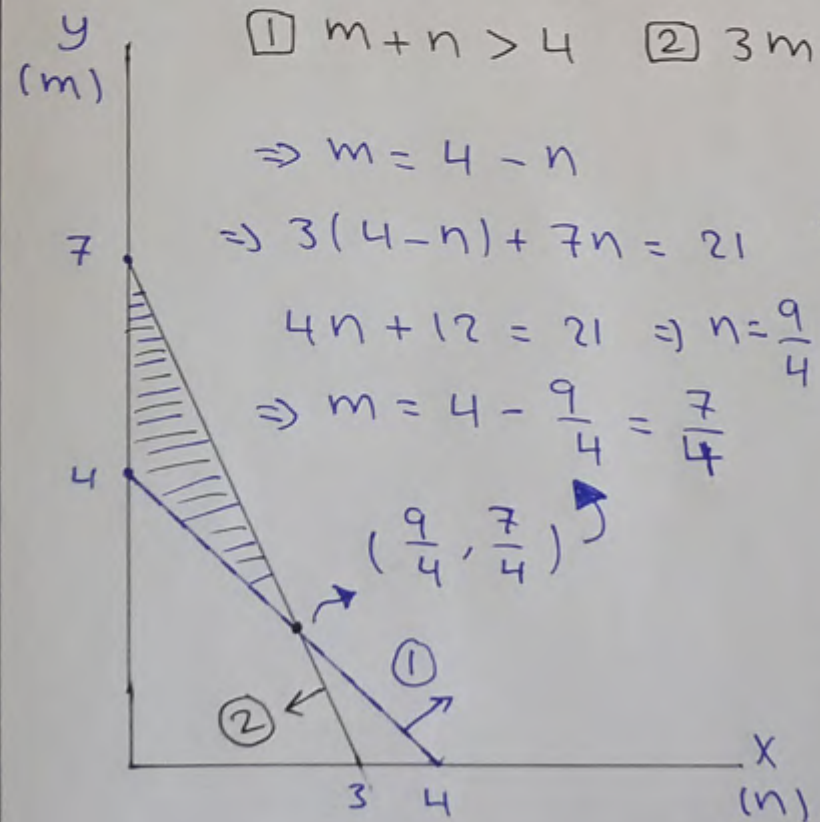
نصف عدد الطلاب أكبر من أو يساوي عدد الطالبات أو أن عدد الطلاب أكبر من أو يساوي نصف عدد الطالبات.

8 اذا كان عدد الطالبات 6 ، فما العدد الممكن للطلاب ؟.

3 فما فوق (أي 9,8,7,6,5,4,3) لأنه لا يقل عن نصف الـ 6

9 جد جميع الحلول الممكنة للنظام حيث m,n صحيحان وموجبان

1 $m+n>4$ 2 $3m+7n \leq 21$



$\Rightarrow m = 4-n$

$\Rightarrow 3(4-n)+7n = 21$

$4n+12 = 21 \Rightarrow n = \frac{9}{4}$

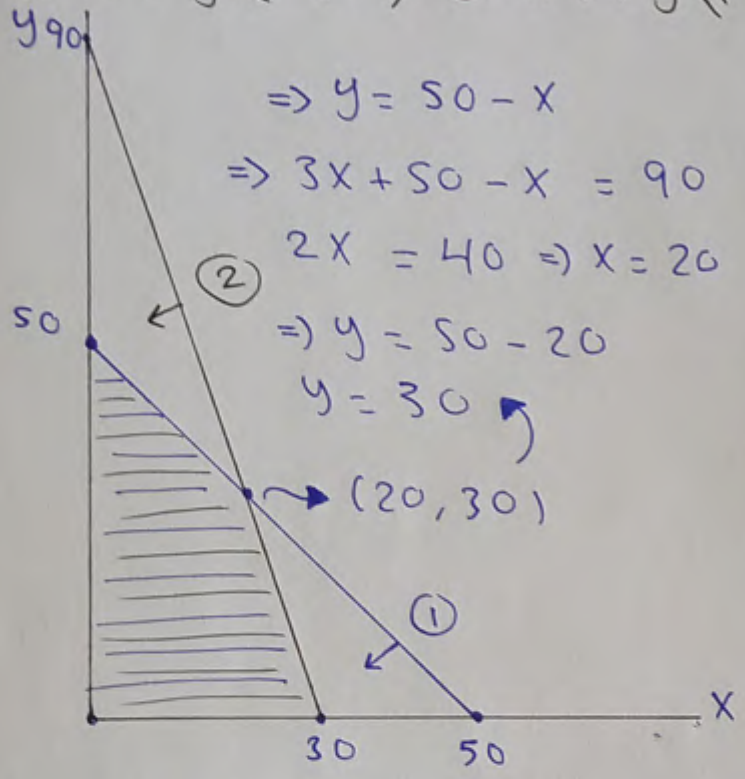
$\Rightarrow m = 4 - \frac{9}{4} = \frac{7}{4}$

$(\frac{9}{4}, \frac{7}{4})$

* قيم n,m المحققة : (1,4)

(10) جد أكبر قيمة للمقدار $P = 4x + y$ ضمن القيود التالية:

(1) $x + y \leq 50$, (2) $3x + y \leq 90$, (3) $x, y \geq 0$



$\Rightarrow y = 50 - x$

$\Rightarrow 3x + 50 - x = 90$

$2x = 40 \Rightarrow x = 20$

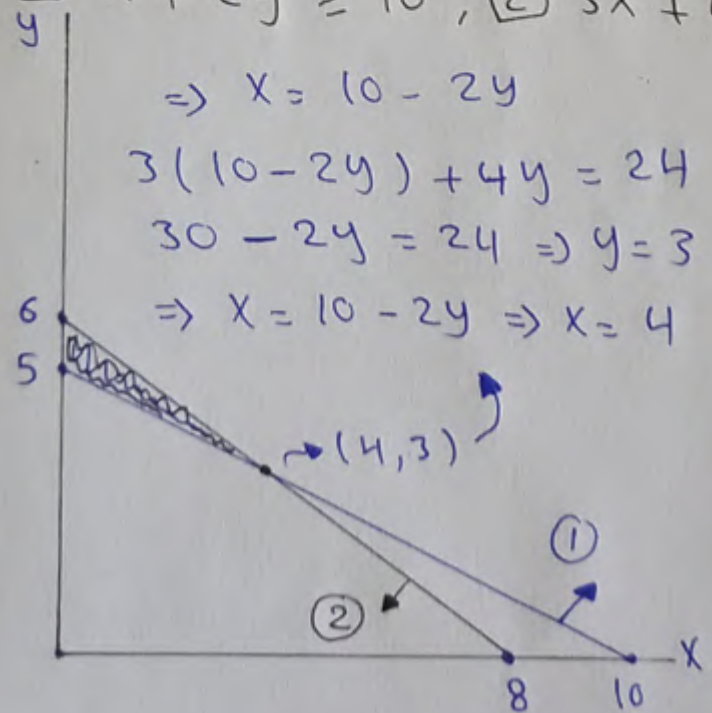
$\Rightarrow y = 50 - 20$

$y = 30$

(x, y)	$P = 4x + y$
$(0,0)$	0
$(30,0)$	120 (أكبر قيمة)
$(0,50)$	50
$(20,30)$	110

(11) جد أصغر قيمة للمقدار $C = 200x + 500y$ ضمن القيود:

(1) $x + 2y \geq 10$, (2) $3x + 4y \leq 24$, (3) $x, y \geq 0$



$\Rightarrow x = 10 - 2y$

$3(10 - 2y) + 4y = 24$

$30 - 2y = 24 \Rightarrow y = 3$

$\Rightarrow x = 10 - 2y \Rightarrow x = 4$

(x, y)	$C = 200x + 500y$
$(0,5)$	2500
$(0,6)$	3000
$(4,3)$	2300 ← أقل قيمة

(12) x : القطعة الأولى

y : القطعة الثانية

	القطعة الأولى	القطعة الثانية
زمن المعالجة في A	2h	1h
زمن المعالجة في B	1h	1h
مقدار الربح	JD20	JD15

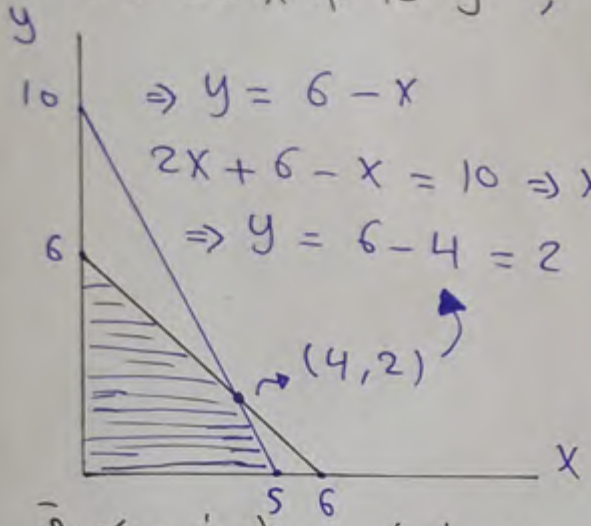
ساعات عمل الماكينة A لا تزيد عن 10 ساعات و الماكينة B لا تزيد عن 6 ساعات.

جد عدد القطع اللازم انتاجها لتحقيق أكبر ربح

(*) $z = 20x + 15y$,

[1] $2x + y \leq 10$

[2] $x + y \leq 6$



$\Rightarrow y = 6 - x$

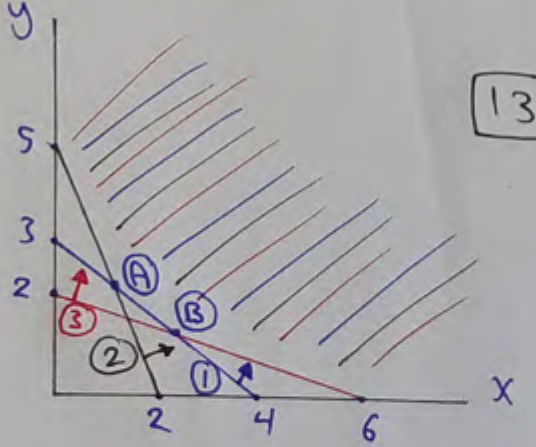
$2x + 6 - x = 10 \Rightarrow x = 4$

$\Rightarrow y = 6 - 4 = 2$

(x, y)	$z = 20x + 15y$	
(5,0)	100	
(4,2)	110	← أكبر ربح
(0,6)	90	
(0,0)	0	

(13)

	الطحين العادي	طحين الشوفان	كمية الفيتامينات
السعر	0.5	0.8	
فيتا A	3 وحدات	4 وحدات	على الأقل 12
فيتا B	5 وحدات	2 وحدتان	على الأقل 10
فيتا C	1 وحدة	3 وحدات	على الأقل 6



x : طحين عادي

y : طحين شوفان

$C = 0.5x + 0.8y$

[1] $3x + 4y \geq 12$

[2] $5x + 2y \geq 10$

[3] $x + 3y \geq 6$

$A = \left(\frac{8}{7}, \frac{15}{7}\right)$

$B = \left(\frac{12}{5}, \frac{6}{5}\right)$

(*) أقل تكلفة تكون عند $(x, y) = \left(\frac{12}{5}, \frac{6}{5}\right)$

و قيمتها هي JD 2.16

14) اذا كان $y > 4$ فان اشارة المتباينة في $y \square \frac{3y+2}{5}$ هي :

$\Rightarrow y = \frac{3y+2}{5} \Rightarrow$

$2y = 2 \Rightarrow y = 1 , y > 4$

a) $>$ b) $<$ c) $\leq$ d) $\geq$

15) اذا كان $x < y < 0$ فأي مما يلي صحيح :

$\Rightarrow xy \rightarrow$ موجب

$x^2 \rightarrow$ موجب but $x < y$

a) $xy^2 < x$ b) $xy < y^2$ c) $xy < x^2$ d) $y - 1 < x$

16) اذا كانت $a < b < c$ اعداد فردية متتالية وكان :

1) $y = b + c - 1$ 2) $x = a + b + 1$

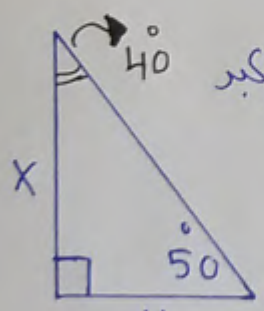
$a, b, c \Rightarrow a, a+2, a+4$

$y = a + 2 + a + 4 - 1 = 2a + 5$

$x = a + a + 2 + 1 = 2a + 3$

a) $x > y$ b) $x < y$ c) $x = y$ d) $2x = y$

17) أي مما يلي صحيح بالاعتماد على المثلث :



* لأن الضلع الاكبر يقابل الزاوية الاكبر

a) $x > y$ b) $x < y$ c) $x = y$ d) $2x = y$

18) اذا كانت $k < n < 0$ فأي مما يلي مقدار موجب :

$\Rightarrow k$ سالب ، n سالب

$kn =$ سالب × سالب = موجب

a) $k - n$ b) kn c) $k^2 n$ d) $k^2 n + k n^2$