h 5 → 2

٢

⌘

١

إدارة الامتحانات والاختبارات

قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢١

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات (الورقة الثانية، ف٢، م٤) رقم المبحث: 122 مدة الامتحان: ٢ : ٠٠ (س د)

الفرع: العلمي + الصناعي (مسار الجامعات) رقم النموذج: (١) اليوم والتاريخ: الخميس ٢٠٢١/٠٧/١٥

اسم الطالب: رقم الجلوس:

ملحوظة مهمة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٣)؛ بحيث تكون إجابتك عن السؤال الأول على نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي)، وتكون إجابتك عن باقي الأسئلة على دفتر الإجابة، علمًا أنّ عدد صفحات الامتحان (٧).

السؤال الأول: (١٤٠ علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة ممّا يأتي، ثمّ ظلّل بشكل غامق الدائرة التي تشير إلى رمز الإجابة في نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي) فهو النموذج المعتمد (فقط) لاحتساب علامتك في هذا السؤال، علمًا بأنّ عدد فقراته (٣٥).

١) إذا كان م(س) معكوسًا لمشتقة الاقتران المتصل ق ، حيث ق(س) = ٣س^٢ + ١ ، وكان م(٢) = ٥ ،

فإن قيمة م$''$(١) × م(١) تساوي:

أ) ١٨ ب) ٢٤ ج) −١٨ د) −٢٤

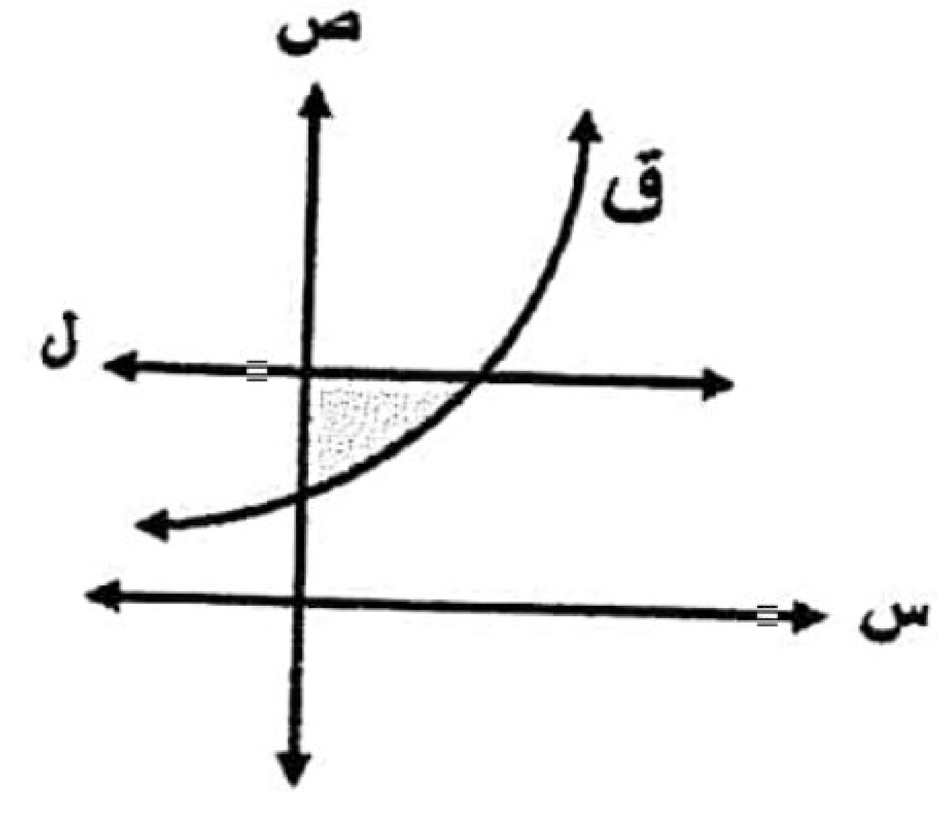
٢) إذا كان ق اقترانًا متصلاً على مجاله ، وكان $\int$ أ ق$'$(س) دس = جتا^{٢}س − أس ، ق$'\left(\frac{\pi}{٣}\right)$ = ١ ،

فإن قيمة الثابت أ تساوي:

أ) $-\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ ب) −١ ج) ١ د) $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$

٣) مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور ، حيث:

ق(س) = هـ^{س} ، ل(س) = ٢ تساوي:



أ) ١ + لـوهـ٤ ب) −١ + لـوهـ٤

ج) ٢ + لـوهـ٤ د) −٢ + لـوهـ٤

يتبع الصفحة الثانية ....

٤) $\int \frac{(\text{٢س})^{\text{٣}} - \text{٨}}{\text{٨}(\text{س}^{\text{٢}} + \text{س} + \text{١})}$ دس يساوي:

أ) $-\frac{\text{١}}{\text{٢}}\text{س}^{\text{٢}} + \text{س} + \text{جـ}$ ب) $-\frac{\text{١}}{\text{٢}}\text{س}^{\text{٢}} - \text{س} + \text{جـ}$ ج) $\frac{\text{١}}{\text{٢}}\text{س}^{\text{٢}} + \text{س} + \text{جـ}$ د) $\frac{\text{١}}{\text{٢}}\text{س}^{\text{٢}} - \text{س} + \text{جـ}$

٥) قيمة $\int_{\text{١-}}^{\text{٠}} \left(\frac{\text{١}}{\text{٢س} + \text{٣}}\right)^{\text{٢}}$ دس تساوي:

أ) $\frac{\text{٢}}{\text{٣}}$ ب) $\frac{\text{١}}{\text{٣}}$ ج) $-\frac{\text{٢}}{\text{٣}}$ د) $-\frac{\text{١}}{\text{٣}}$

٦) $\int \frac{\text{جا٣س}}{\text{جاس}}$ دس يساوي:

أ) جا٢س − س + جـ ب) ٢ جا٢س + س + جـ ج) جا٢س + س + جـ د) ٢ جا٢س − س + جـ

٧) إذا كان $\int_{\text{١}}^{\text{٣}} \text{٢}(\text{أ} + \text{ب})$ دس $= \text{٦أ}$ ، حيث أ ، ب ثوابت ، أ $\neq$ ٠ ، فإن قيمة $\frac{\text{٢}(\text{ب} - \text{أ})}{\text{أ}}$ تساوي:

أ) ١ ب) ٢ ج) −٢ د) −١

٨) إذا كان ل $= \int_{\text{٣}}^{\text{٤}} \frac{(\text{٤} - \text{س})^{\text{٤}}}{\text{٥} - \text{س}}$ دس ، ك $= \int_{\text{٤}}^{\text{٣}} \frac{(\text{٤} - \text{س})^{\text{٣}}}{\text{٥} - \text{س}}$ دس ، فإن قيمة ل − ك تساوي:

أ) $\frac{\text{١}}{\text{٤}}$ ب) $\frac{\text{١}}{\text{٨}}$ ج) $-\frac{\text{١}}{\text{٤}}$ د) $-\frac{\text{١}}{\text{٨}}$

٩) قيمة $\int_{\text{٠}}^{\frac{\pi}{\text{٢}}} \frac{\text{جا}^{\text{٢}}\text{س}}{\left(\text{جا}\frac{\text{س}}{\text{٢}}\,\text{جتا}\frac{\text{س}}{\text{٢}}\right)^{\text{٢}}}$ دس تساوي:

أ) $\frac{\pi}{\text{٢}}$ ب) $\text{٢}\pi$ ج) $\frac{\pi}{\text{٨}}$ د) π

١٠) إذا كان ق اقترانًا قابلاً للتكامل حيث $\text{ق(س)} \leq \text{٥}$ على الفترة [٠ ، ١] ، وكانت اكبر قيمة ممكنة للمقدار $\int_{\text{٠}}^{\text{١}} \left(\text{٢ق(س)} + \text{أهـ}^{\text{س}}\right)$ دس تساوي $\text{هـ}^{\text{٢}} + \text{٩}$ ، $\text{أ} > \text{٠}$ ، فإن قيمة الثابت أ تساوي:

أ) هـ + ١ ب) $\text{هـ}^{\text{٢}} - \text{١}$ ج) $\text{هـ}^{\text{٢}} + \text{١}$ د) هـ − ١

يتبع الصفحة الثالثة ....

١١) إذا كان ق(س) = لـو $\sqrt[٣]{٥س^{٣} - ٣س}$ ، فإن ق′(١) تساوي:

أ) ٤ ب) ٦ ج) ٢ د) ١

١٢) إذا كان لـو أ = ٥ ، لـو ب = ٣ ، أ ، ب > ٠ ، فإن قيمة $\int_{١}^{أب} \frac{١}{س}$ دس تساوي:

أ) ١٥ ب) ٢ ج) ٨ د) ٧

١٣) إذا كان ص = $(هـ^{٣س+١})^{٤}$ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عند ص=١ تساوي:

أ) ٤ ب) ١٢ ج) ٩ د) ٣٦

١٤) إذا كان $\int_{\frac{١}{٣}}^{١} ٦هـ^{٣س}$ دس = $\int_{٢}^{٦أ} \sqrt{هـ^{س}}$ دس ، فإن قيمة الثابت أ تساوي:

أ) −١ ب) ٤ ج) −٤ د) ١

١٥) قيمة $\int_{١}^{٢} س^{٢}$ لـو س دس تساوي:

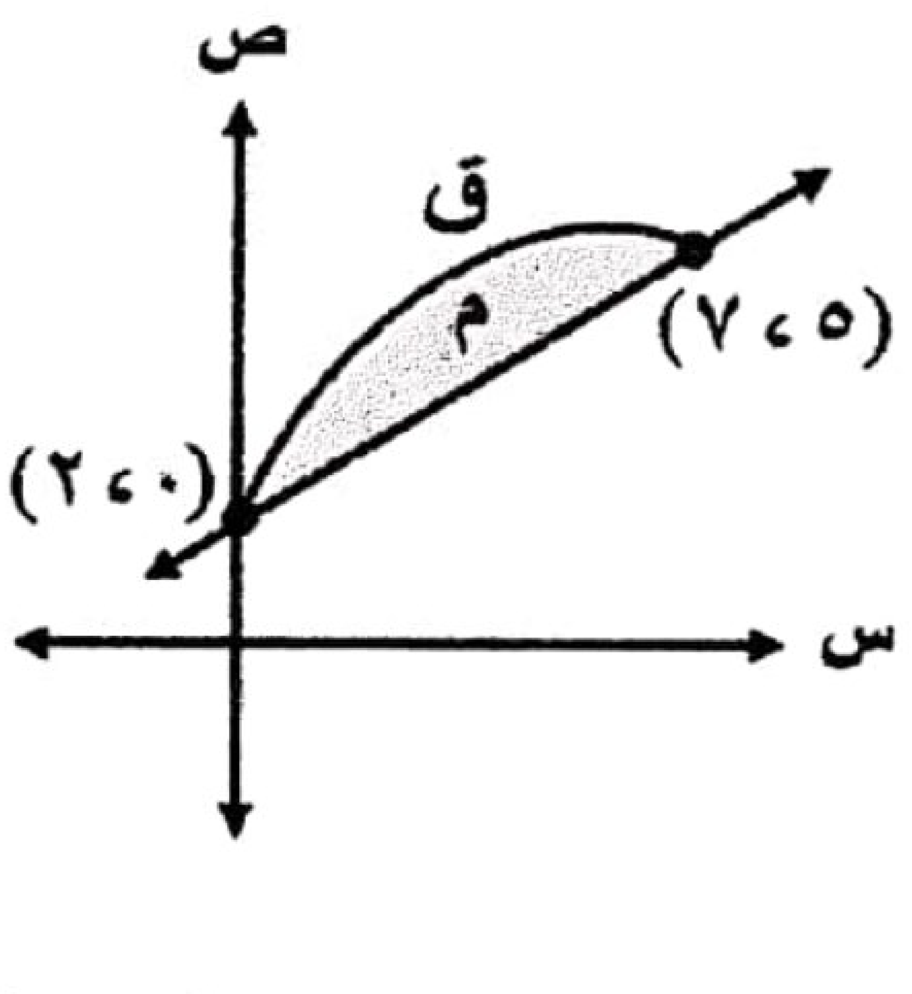
أ) $\frac{٨}{٣}$لـو٢ − ١ ب) $\frac{٨}{٣}$لـو٢ + ١ ج) $\frac{٨}{٣}$لـو٢ − $\frac{٧}{٩}$ د) $\frac{٨}{٣}$لـو٢ + $\frac{٧}{٩}$

١٦) $\int \frac{٢س+٣}{س-١}$ دس يساوي:

أ) ٢س − ٥لـو|س−١| + جـ ب) ٢س + ٥لـو|س−١| + جـ

ج) س − ٥لـو|س−١| + جـ د) س + ٥لـو|س−١| + جـ

١٧) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق في الفترة [٠ ، ٥] ، إذا علمت أن مساحة المنطقة المظلّلة م تساوي ٨ وحدات مربعة ، فإن قيمة $\int_{٠}^{٥}$ ق(س) دس تساوي:



أ) $\frac{٦١}{٢}$ ب) $\frac{٤٥}{٢}$

ج) ٨ د) ٥٣

يتبع الصفحة الرابعة ....

الصفحة الرابعة

١٨) $\int (\text{س}+٢)^{٣} (\text{س}^{٢}+٤\text{س}+٥)^{٢}$ دس تساوي:

أ) $\frac{١}{٨} (\text{س}^{٢}+٤\text{س}+٥)^{٤} + \frac{١}{٦} (\text{س}^{٢}+٤\text{س}+٥)^{٣} + \text{جـ}$

ب) $\frac{١}{٨} (\text{س}^{٢}+٤\text{س}+٥)^{٤} - \frac{١}{٦} (\text{س}^{٢}+٤\text{س}+٥)^{٣} + \text{جـ}$

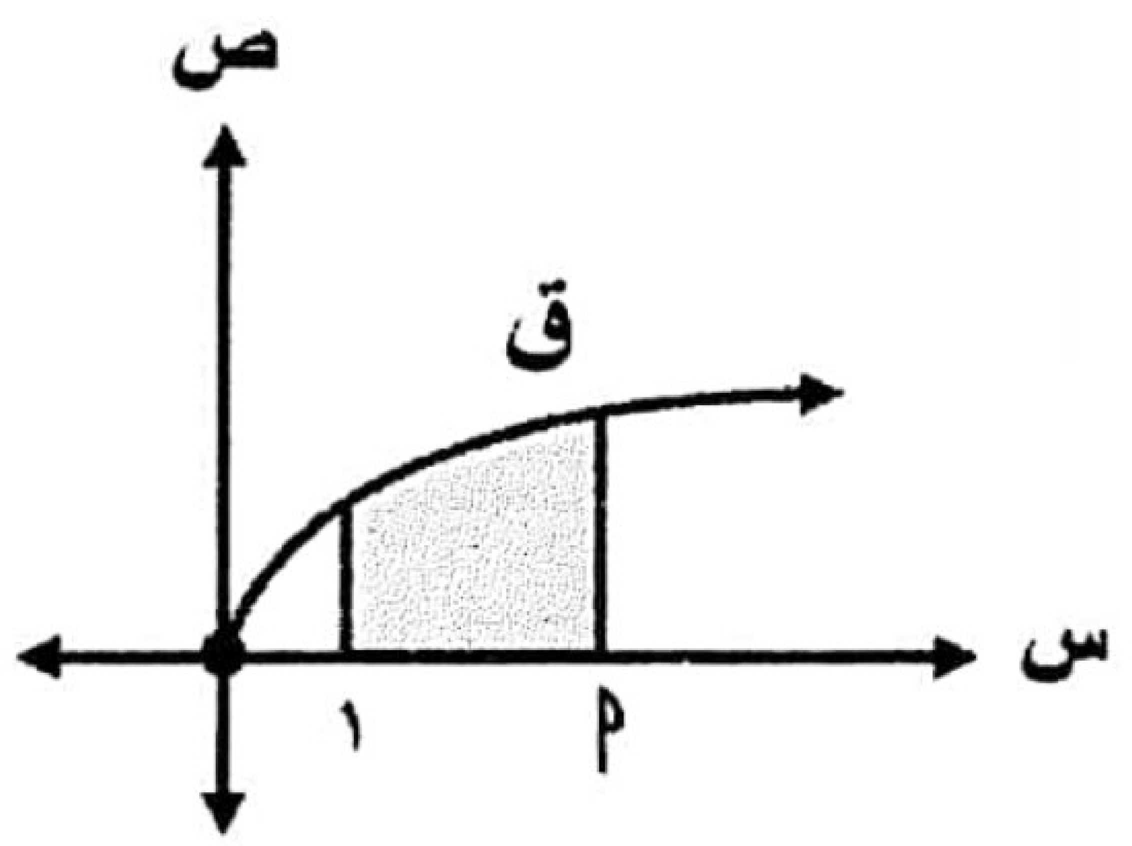
ج) $\frac{١}{٤} (\text{س}^{٢}+٤\text{س}+٥)^{٤} + \frac{١}{٣} (\text{س}^{٢}+٤\text{س}+٥)^{٣} + \text{جـ}$

د) $\frac{١}{٤} (\text{س}^{٢}+٤\text{س}+٥)^{٤} - \frac{١}{٣} (\text{س}^{٢}+٤\text{س}+٥)^{٣} + \text{جـ}$

١٩) مساحة المنطقة الواقعة في الربع الرابع المحصورة بين منحنى الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = ٤\text{س}^{٣} - ١٦\text{س}$ ومحور السينات بالوحدات المربعة تساوي:

أ) ٣٢ ب) ٨ ج) ١٦ د) ٢٤

٢٠) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{\text{س}}$ ، إذا علمت أن مساحة المنطقة المظلّلة تساوي $\frac{١٤}{٣}$ وحدة مربعة ، فإن قيمة الثابت م تساوي:



أ) ٣ ب) ٤

ج) ٢ د) ٥

٢١) يتحرك جُسيم في خط مستقيم وفق العلاقة $\text{ع} = \sqrt{\text{ف}}$ ، $\text{ف} > ٠$ ، حيث ع: سرعة الجُسيم ، ف: المسافة التي قطعها الجُسيم ، فإذا قطع الجُسيم ٩ أمتار في الثانية الأولى من حركته ، ما المسافة بالأمتار التي قطعها الجُسيم بعد مرور ٣ ثواني من بدء حركته ؟

أ) ٢٧ ب) ١٨ ج) ٦٤ د) ١٦

٢٢) إذا قَطَع مستوى مخروطًا دائريًا مزدوجًا بشكل عمودي على المحور ولا يحوي رأس المخروط ، فإن الشكل الناتج هو:

أ) دائرة ب) قطع ناقص ج) قطع زائد د) قطع مكافئ

٢٣) معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) التي تتحرك في المستوى بحيث تبقى على بُعدين متساويين من المستقيمين $\text{ص}=\text{س}+٣$ ، $\text{ص}=٣-\text{س}$ ، وتمر أثناء حركتها بالنقطة (١ ، ٣) هي:

أ) $\text{س}=٣$ ب) $\text{س}=٠$ ج) $\text{ص}=٣$ د) $\text{ص}=٠$

يتبع الصفحة الخامسة ....

الصفحة الخامسة

٢٤) تتحرك النقطة و(س ، ص) في المستوى بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن $\geq$ ٠

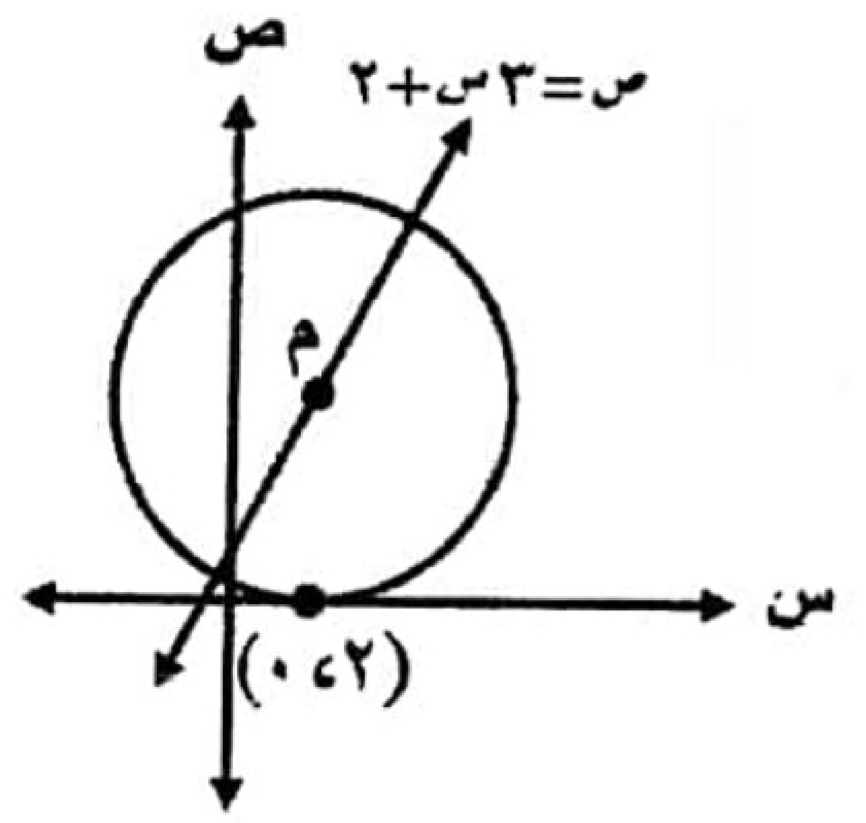
بالمعادلتين: س = ٢ن + ١ ، $ص^{٢}$ = ٤$ن^{٢}$ + ٤ن + ٣ ، ما المحل الهندسي للنقطة و ؟

أ) دائرة ب) قطع زائد ج) قطع ناقص د) قطع مكافئ

٢٥) مركز الدائرة التي تقع في الربع الثاني وتمس المستقيمين س = −٣ ، ص = ٢ وطول نصف قطرها ٦ وحدات هو:

أ) (−٩ ، ٥) ب) (−٦ ، ٦) ج) (−٦ ، ٨) د) (−٩ ، ٨)

٢٦) معادلة الدائرة الممثلة في الشكل المجاور هي:



أ) $(س-٢)^{٢} + (ص-٨)^{٢} = ٦٤$

ب) $(س-٨)^{٢} + (ص-٢)^{٢} = ٦٤$

ج) $(س-٢)^{٢} + (ص-٨)^{٢} = ٨$

د) $(س-٨)^{٢} + (ص-٢)^{٢} = ٨$

٢٧) ما قيم الثابت ك التي تجعل المعادلة: ٣$ص^{٢}$ + ٦ص = ٢٧ − (٧ − $ك^{٢}$)$س^{٢}$ تمثل معادلة دائرة ؟

أ) −١ ، ١ ب) −٣ ، ٣ ج) −٢ ، ٢ د) −٤ ، ٤

٢٨) معادلة دليل القطع المكافئ الذي معادلته: $س^{٢}$ + ٢س + ١٢ص − ١١ = ٠ هي:

أ) ص = ٤ ب) س = ٢ ج) س = ٤ د) ص = ٢

٢٩) معادلة القطع الناقص الذي مركزه النقطة (٠ ، ٠) وبؤرتاه تقعان على محور السينات وبعده البؤري ٢$\sqrt{٨}$ وحدة

والفرق بين طولي محوريه ٤ وحدات هي:

أ) $ص^{٢}$ + ٩$س^{٢}$ = ٩ ب) $س^{٢}$ − ٩$ص^{٢}$ = ٩

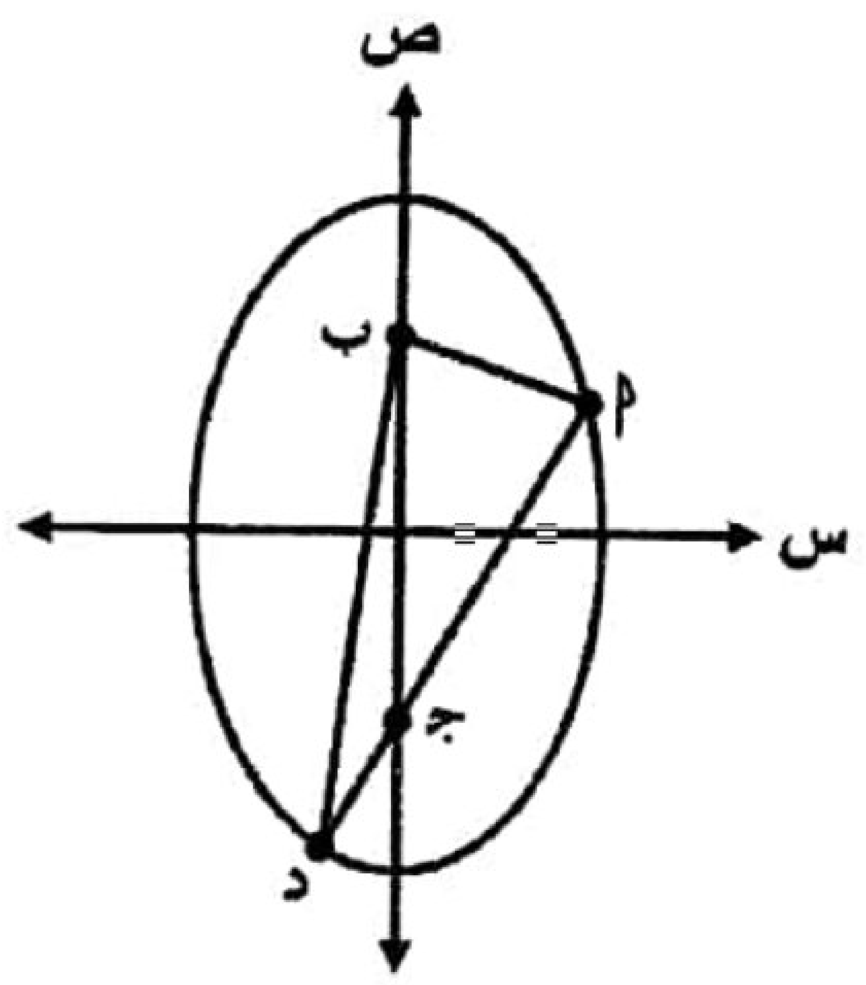
ج) $س^{٢}$ + ٩$ص^{٢}$ = ٩ د) $ص^{٢}$ − ٩$س^{٢}$ = ٩

٣٠) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى القطع الناقص

الذي معادلته: $\frac{ص^{٢}}{٣٦} + \frac{س^{٢}}{١٦} = ١$ ، فإذا علمت أن بؤرتاه

النقطتان ب ، جـ والنقط أ ، جـ ، د تقع على استقامة واحدة ،

ما محيط المثلث أ ب د ؟

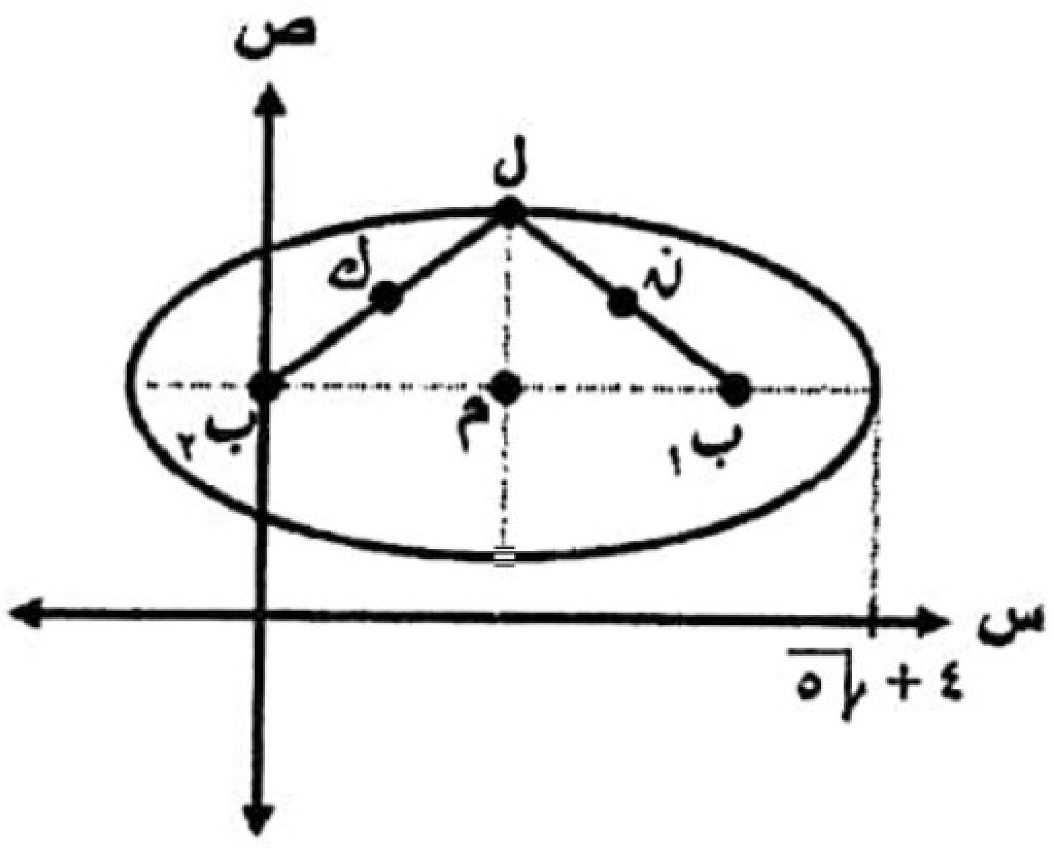


أ) ١٢ ب) ٨

ج) ١٦ د) ٢٤

يتبع الصفحة السادسة ....

٣١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل قطعًا ناقصًا مركزه النقطة م وبؤرتاه النقطتان $ب_١$ ، $ب_٢$ ويتقاطع منحناه مع المحور الأكبر عند س $= ٤ + \sqrt{٥}$ ، والنقطة ن$\left(٣ ، \frac{٣}{٢}\right)$ منتصف $\overline{ل ب_١}$ ، والنقطة ك$\left(١ ، \frac{٣}{٢}\right)$ منتصف $\overline{ل ب_٢}$ ، ما طول محوره الأكبر؟



أ) $٤ + ٢\sqrt{٥}$ ب) $٢ + ٢\sqrt{٥}$

ج) $٤ + ٣\sqrt{٥}$ د) $٢ + ٣\sqrt{٥}$

٣٢) قطع زائد معادلته: $٢س^٢ + ٨س - ٤ص^٢ = ل$ ، ما قيمة (قيم) الثابت ل التي تجعل محوره المرافق موازيًا لمحور الصادات ؟

أ) ل >-٨ ب) ل $=-٨$ ج) ل $=-١٦$ د) ل <-٨

٣٣) الاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي معادلته: $(ص - ٣س)(ص + ٣س) = ك$ ، ك > ٠ يساوي:

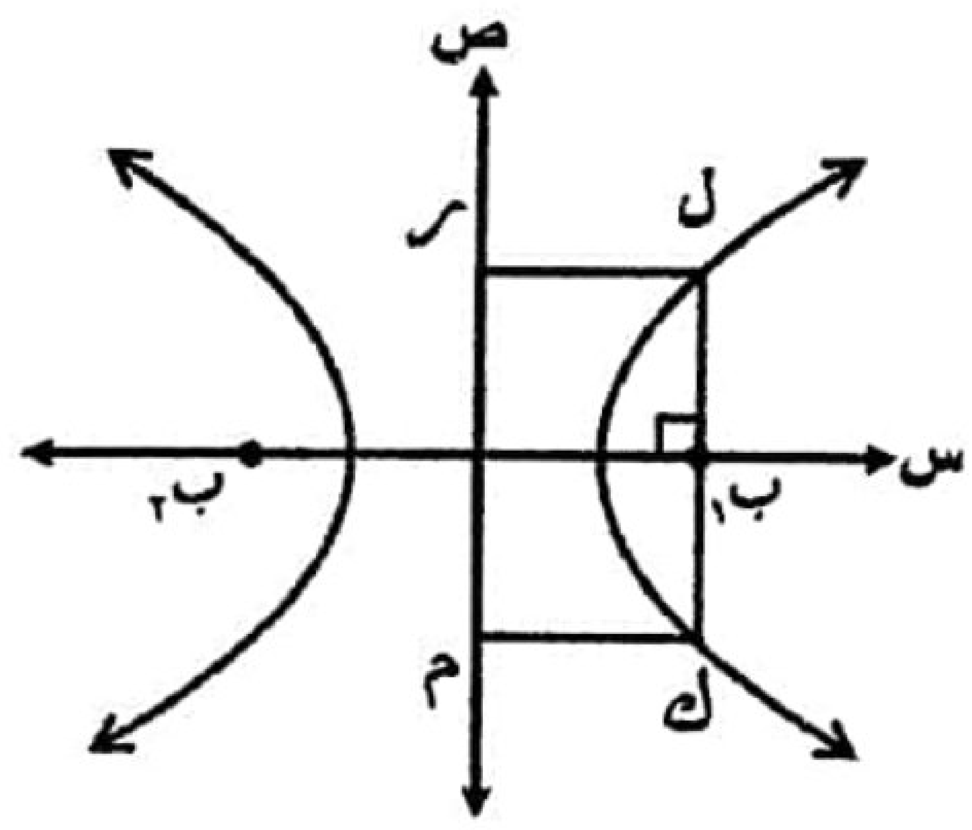
أ) $\frac{\sqrt{١٠}}{٣}$ ب) $\sqrt{١٠}$ ج) $\frac{\sqrt{٨}}{٣}$ د) $\sqrt{٨}$

٣٤) معادلة القطع الزائد الذي نهايتا محوره المرافق النقطتان (٢ ، ١) ، (−٢ ، ١) ويمر منحناه بالنقطة (١ ، ٤) هي:

أ) $\frac{٥(ص-١)^٢}{٦٤} - \frac{س^٢}{٤} = ١$ ب) $\frac{٥(ص-١)^٢}{٣٦} - \frac{س^٢}{٤} = ١$

ج) $\frac{٥(س-١)^٢}{٣٦} - \frac{ص^٢}{٤} = ١$ د) $\frac{٥(س-١)^٢}{٦٤} - \frac{ص^٢}{٤} = ١$

٣٥) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل قطعًا زائدًا مركزه النقطة (٠ ، ٠) وبؤرتاه النقطتان $ب_١$ ، $ب_٢$ وطول محوره القاطع ٦ وحدات. إذا علمت أن مساحة المستطيل ل ك م ر تساوي $\frac{١٦٠}{٣}$ وحدة مربعة وطول ضلعه ل ك يساوي $\frac{٣٢}{٣}$ وحدة ، فما طول محوره المرافق ؟



أ) ٣٢ ب) ١٦

ج) ٨ د) ٤

يتبع الصفحة السابعة ....

السـؤال الثاني: (٣٦ علامة)

أ) جد كلاً من التكاملات الآتية:

(١٢ علامة)

١) $\int (٢س-٣)\,جتا^{٢}٣س\ دس$

(١٢ علامة)

٢) $\int \sqrt{٤-هـ^{-س}}\ دس$

(١٢ علامة)

ب) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{٨جا^{٢}س}{(١+جتا٢س)^{٣}}$ ،

فجد قاعدة العلاقة ص علمًا بأن منحناها يمر بالنقطة (٠ ، ١) .

السـؤال الثالث: (٢٤ علامة)

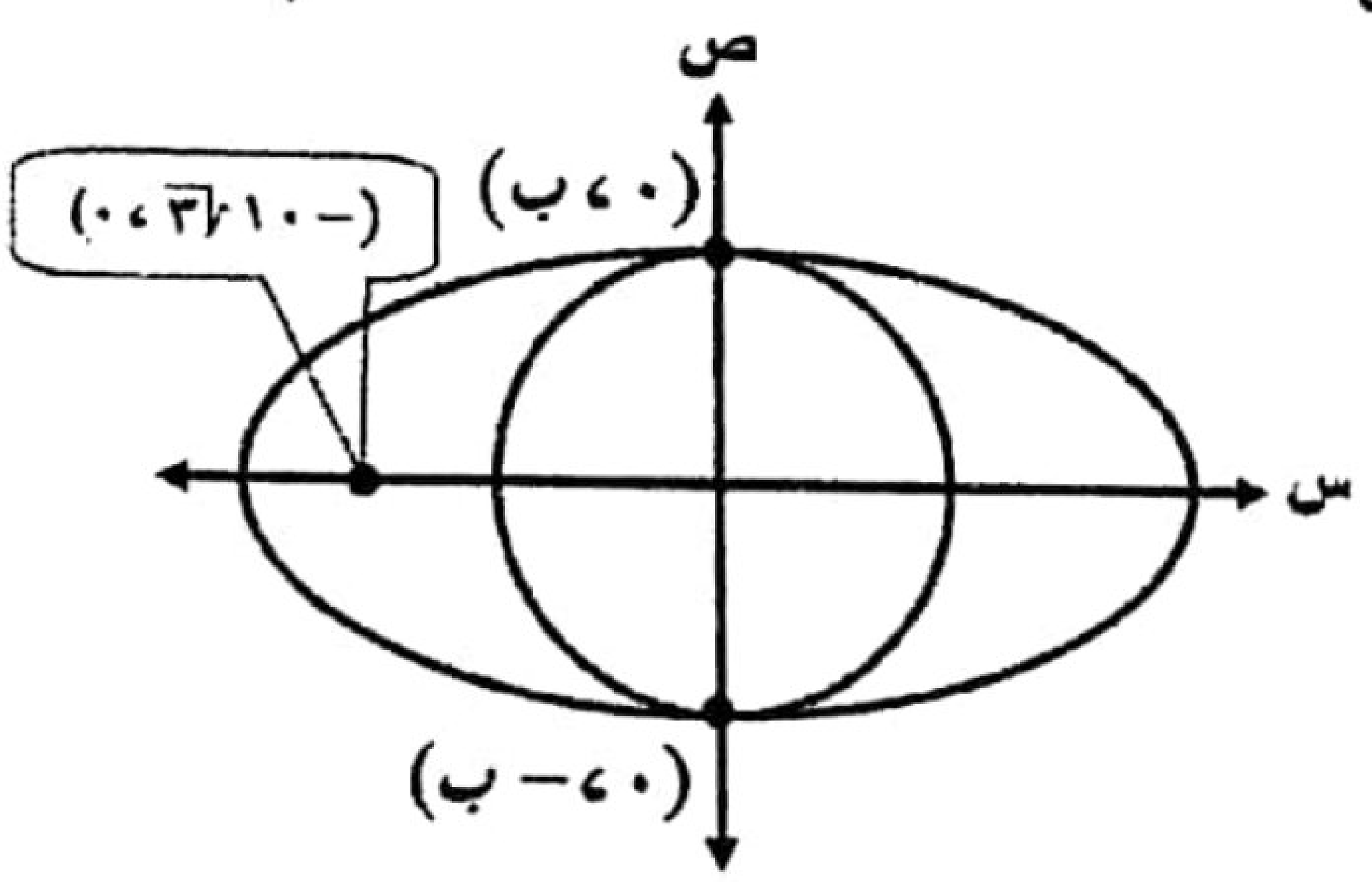
أ) جد معادلة القطع المكافئ الذي تقع بؤرته على المستقيم الذي معادلته: $ص=\frac{١}{٢}س$ ، ودليله محور السينات ،

(١٢ علامة)

ويمر منحناه بالنقطة (٠ ، ٤) .

(١٢ علامة)

ب) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل دائرة وقطع ناقص مشتركين في المركز (٠ ، ٠)، إذا كانت النقطة $(-١٠\sqrt{٣} ، ٠)$ تمثل إحدى بؤرتي القطع الناقص الذي مساحته تساوي مثلي مساحة الدائرة المرسومة داخله ، فجد كلاً مما يأتي:



١) معادلة الدائرة .

٢) معادلة القطع الناقص .

《 انتهت الأسئلة 》

الإجابة النموذجية لإمتحان الرياضيات / فصل ثاني / ٢٠٢٠-٢٠٢١ مدارس المحور الدولية

الحل: ① م(س) = ∫(٣س² + ١) ءس

م(س) = س³ + س + جـ ، م(٢) = ٥ ⟸ جـ = -٥

قَ(س) = ٦س ، م(س) = س³ + س - ٥

مَ(١) × م(١) = قَ(١) × -٣ = ٦ × -٣ = -١٨

(جـ)

② ∫ أ قَ(س) ءس = ظتا²س - أس ، قَ(π/٤) = ١

نشتق: أ قَ(س) = ٢ظتاس × - قتا²س - أ

أ × قَ(π/٤) = -٢ × ظتا(π/٤) × قتا²(π/٤) - أ

أ × ١ = -٢ × ½ × √٣/٢ - أ

⟸ ٢أ = -√٣/٢ ⟸ أ = -√٣/٤

(أ)

③ هـ^س = ٢ ⟸ س = لوهـ٢

م = ∫_٠^{لوهـ٢} (٢ - هـ^س) ءس

= [٢س - هـ^س]_٠^{لوهـ٢} = (٢لوهـ٢ - ٢) - (٠ - ١)

= ٢لوهـ٢ - ٢ + ١ = لوهـ٤ - ١

(ب)

④ ∫ (٨س³ - ٨) / ٨(س² + س + ١) ءس

= ∫ ~~٨~~(س - ١)(س² + ~~س~~ + ١) / (~~س~~ + س² + ١)~~٨~~ ءس

= ½س² - س + جـ

(د)

⑤ ∫_{-١}^{٠} (٢س + ٣)^{-٢} ءس = [(٢س + ٣)^{-١} / (-١ × ٢)]_{-١}^{٠}

= -½ × [١ / (٢س + ٣)]_{-١}^{٠} = -½ (١/٣ - ١/١) = ١/٣

(ب)

⑥ ∫ جا(٢س + س) / جاس ءس

= ∫ (جا٢س جتاس + جتا٢س جاس) / جاس ءس — وزع

= ∫ ٢جاس جتا²س / جاس ءس + ∫ جتا٢س ءس

= ٢ × ½ ∫(١ + جتا٢س) ءس + ½ جا٢س + جـ

= (س + جا٢س/٢) + ½ جا٢س + جـ

= جا٢س + س + جـ

(جـ)

⑦ ٢(أ + ب) × ٢ = ٦أ ⟸ ٢أ + ٢ب = ٣أ

⟸ ٢ب = أ

المطلوب: ٢(ب - أ)/أ = ٢(ب - ٢ب)/٢ب

= -٢ب/٢ب = -١

(د)

⑧ ل - ك = ∫_٣^٤ (٤ - س)^٤/(٥ - س) ءس - - ∫_٣^٤ (٤ - س)^٣/(٥ - س) ءس

= ∫_٣^٤ ((٤ - س)^٤ + (٤ - س)^٣)/(٥ - س) ءس

= ∫_٣^٤ (٤ - س)^٣ (٤ - س + ١)/(٥ - س) ءس

= [(٤ - س)^٤ / (٤ × -١)]_٣^٤ = ٠ - ١/(-٤) = ١/٤

(أ)

⑨ ∫_٠^{π/٢} جا²س / (½ جاس)² ءس = ∫_٠^{π/٢} ~~جا²س~~ / ¼ ~~جا²س~~ ءس

= ∫_٠^{π/٢} ٤ ءس = ٤ × π/٢ = ٢π

(ب)

⑩ د(س) ≤ ٥ ⟸ ٢د(س) ≤ ١٠

∫_٠^١ (٢د(س) + أهـ^س) ءس ≤ ∫_٠^١ (١٠ + أهـ^س) ءس

∴ ∫_٠^١ (١٠ + أهـ^س) ءس = [(١٠س + أهـ^س)]_٠^١

= ١٠ + أهـ - أ

∴ ١٠ + أهـ - أ = هـ² + ٩

⟸ هـ² - أهـ - ١ + أ = ٠

١ - هـ² = أ - أهـ ⟸ (١ - هـ)(١ + هـ) = أ(١ - هـ)

أ = ١ + هـ

(أ)

⑪ د(س) = ⅓ لوهـ(٥س³ - ٣س)

قَ(س) = ⅓ × (١٥س² - ٣)/(٥س³ - ٣س)

قَ(١) = ⅓ × ١٢/٢ = ٢

(جـ)

(١٢) أ = $هـ^٥$ ، ب = $هـ^٣$ ⇐ أ × ب = $هـ^٨$

$\int_{1}^{هـ^٨} \frac{1}{س} دس = [لو_هـ س]_{1}^{هـ^٨} = لو_هـ هـ^٨ - لو_هـ ١$

$= ٨ - ٠ = ٨$ (ج)

(١٣) ص = $هـ^{١٢س+٤}$ ⇐ $\frac{دص}{دس} = ١٢ × هـ^{١٢س+٤}$

$\frac{دص}{دس} = ١٢ × هـ^٠ = ١٢$ (ب)

لاحظ: ص = ١ ⇐ $١ = هـ^{١٢س+٤}$ ⇐ ١٢س + ٤ = ٠

(١٤) $\int_{\frac{1}{3}}^{1} ٦ × هـ^{٣س} دس = \int_{\frac{1}{2}}^{أ} ٦ هـ^{٢س} دس$

$[\frac{٦ هـ^{٣س}}{٣}]_{\frac{1}{3}}^{1} = [٢هـ^{٢س}]_{\frac{1}{2}}^{أ}$

⇐ $٢هـ^٣ - \cancel{٢هـ} = ٢هـ^{٢أ} - \cancel{٢هـ}$

$\cancel{٢}هـ^٣ = \cancel{٢}هـ^{٣أ}$ ⇐ أ = ١ (ج)

(١٥) $\int_{1}^{2} \underbrace{لو_هـ س × س^٢ دس}_{}$ = هـ.هـ − ∫ هـ.د

$= [لو_هـ س × \frac{س^٣}{٣}]_{1}^{2} - \int_{1}^{2} \frac{س^٣}{٣} × \frac{1}{س} دس$

$= \frac{٨}{٣} لو_هـ ٢ - ٠ - \frac{1}{3} × [\frac{س^٣}{٣}]_{1}^{2}$

$= \frac{٨}{٣} لو_هـ ٢ - (\frac{٨}{٩} - \frac{١}{٩}) = \frac{٨}{٣} لو_هـ ٢ - \frac{٧}{٩}$ (ج)

(١٦) قسمة طويلة

$= \int ٢ دس + \int \frac{٥}{س-١} دس$

$= ٢س + ٥ لو_هـ |س - ١| + جـ$ (ب)

(١٧) نجد معادلة المستقيم ، الميل = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٧-٢}{٥-٠}$ = ١

ص − ٢ = ١ (س − ٠) ⇐ ص = س + ٢

$م = ٨ = \int_{0}^{5} (د(س) - (س+٢)) دس$

$٨ = \int_{0}^{5} د(س) دس - \int_{0}^{5} (س+٢) دس$

$٨ = \int_{0}^{5} د(س) دس - [(\frac{س^٢}{٢} + ٢س)]_{0}^{5}$

$٨ = \int_{0}^{5} د(س) دس - (\frac{٢٥}{٢} + ١٠)$

⇐ $\int_{0}^{5} د(س) دس = ٨ + \frac{٤٥}{٢} = \frac{٦١}{٢}$ (أ)

(١٨) $\int (س+٢)^٣ (س^٢ + ٤س + ٥)^٢ دس$

ص = س² + ٤س + ٥ ⇐ $\frac{دص}{٢س+٤} = دس$

∴ $\int (س+٢)^٣ × ص^٢ × \frac{دص}{٢(س+٢)}$

ص = س² + ٤س + ٤ + ١

ص − ١ = $(س+٢)^٢$

$= \frac{1}{2} \int (ص-١) × ص^٢ دص$

$= \frac{1}{2} \int (ص^٣ - ص^٢) دص$

$= \frac{1}{2} (\frac{ص^٤}{٤} - \frac{ص^٣}{٣}) + جـ$

$= \frac{1}{8}(س^٢ + ٤س + ٥)^٤ - \frac{1}{6}(س^٢ + ٤س + ٥)^٣ + جـ$ (ب)

(١٩) تقاطع: ص = ٠ ⇐ ٤س (س² − ٤) = ٠

س = ٠ ، س = ±٢

الإشارة

$\begin{array}{ccccc} & ص > م & & م > ص & \\ -٢ & & ٠ & & ٢ \end{array}$

م ص = ٠

$م = ٢\int_{0}^{2} (٠ - (٤س^٣ - ١٦س)) دس$

$= ٢[(-س^٤ + ٨س^٢)]_{0}^{2}$

$= -١٦ + ٣٢ = ١٦$ (ج)

(٢٠) $م = \int_{1}^{أ} \sqrt{س} دس = [\frac{٢}{٣} س^{\frac{3}{2}}]_{1}^{أ}$

$\frac{١٤}{٣} = \frac{٢}{٣} × [\sqrt{س^٣}]_{1}^{أ}$

$٧ = \sqrt{أ^٣} - ١$ ⇐ $٨ = \sqrt{أ^٣}$ ⇐ $٦٤ = أ^٣$

أ = ٤ (ب)

(٢١) ع = $\sqrt{ف}$ ، ن = ١ ، ف = ٩

ن = ٢ ، ف = ؟

$\frac{دف}{دن} = \sqrt{ف}$ ⇐ $\frac{دف}{\sqrt{ف}} = دن$

(٢١)

ف^(½) = ن ، ع ن

٢ ف^(½) = ن + جـ

٢ √ف = ن + جـ

٢ √٩ = ١ + جـ ⇐ جـ = ٥

٢ √ف = ن + ٥

المطلوب : ف عندما ن = ٣

٢ √ف = ٣ + ٥ ⇐ √ف = ٤

ف = ١٦

(د)

(٢٢) (أ) (دائرة)

(٢٣) س − ص = ٠ ، س − ص + ٢ = ٠ ، س + ص − ٣ = ٠

|س − ص + ٢| / √٢ = |س + ص − ٣| / √٢

س − ص + ٢ = س + ص − ٣ أو س − ص + ٢ = −س − ص + ٣

٢ص = ٥ أو ٢س = ١ ⇐ ...

تحقق (١،٢)

يمر بـ (١،٢) تقبل

(جـ)

(٢٤) س = ٢ن + ١ ، ص² = ٤ن² + ٤ن + ٣

⇐ ن = (س − ١)/٢ ⇐ ص² = ٤((س − ١)/٢)² + ٤((س − ١)/٢) + ٣

ص² = (س − ١)² + ٢(س − ١) + ٣

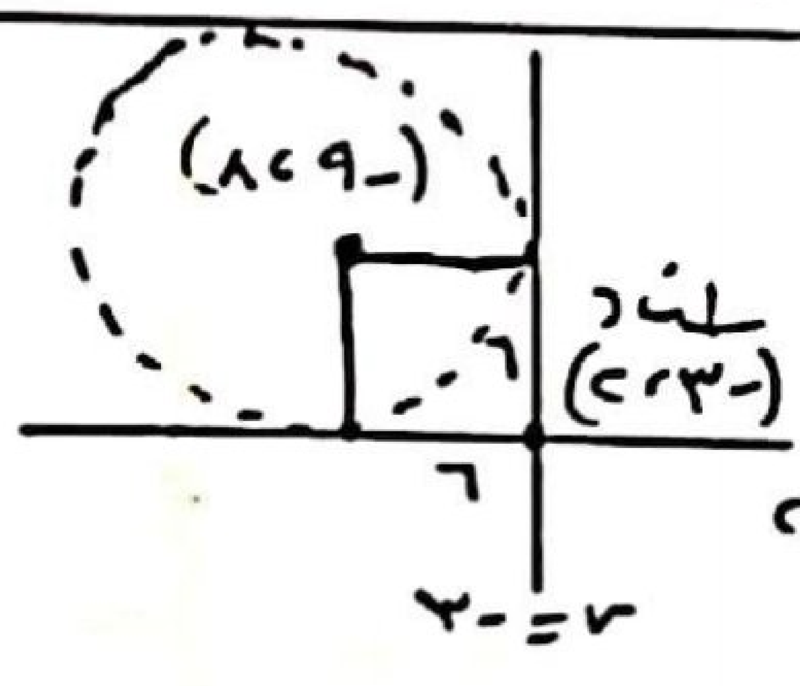
ص² − (س − ١)² = ٢س + ١ زائد

(ب)

(٢٥) ل = ٦

المركز (−٩، ٨)

(د)



(٢٦) المركز (٢، ل) تحقق

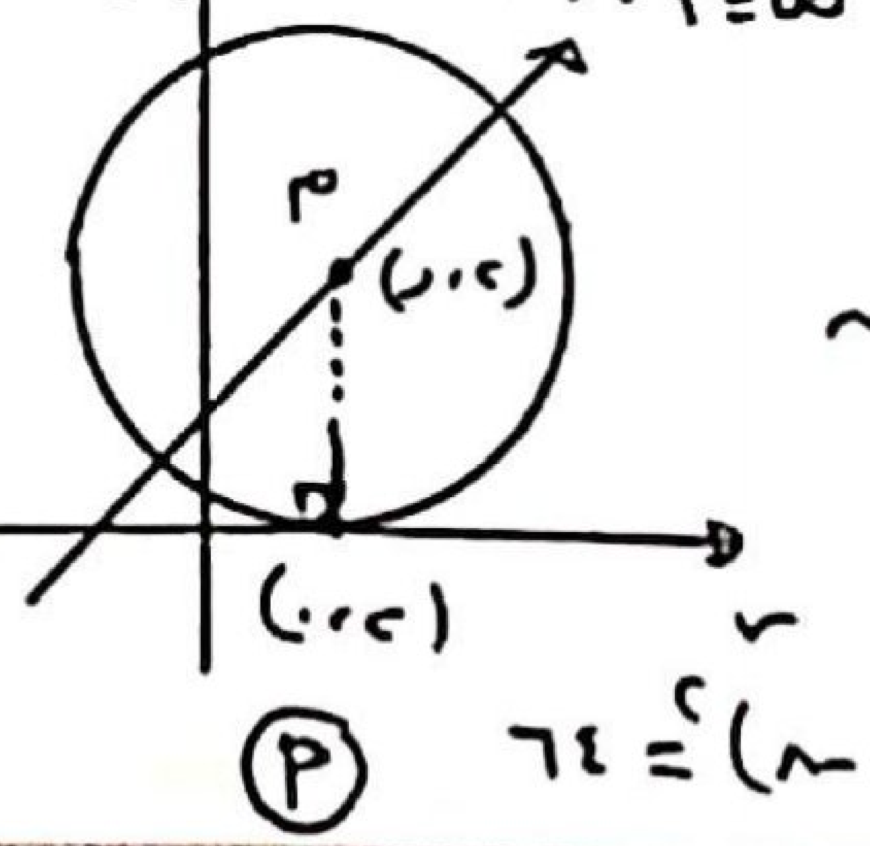
ص = ٣س + ٢

ل = ٣×٢ + ٢

ل = ٨

المعادلة : (س − ٢)² + (ص − ٨)² = ٦٤

(أ)



(٢٧) ٣ص² + (٧ − ك²) س² = ٢٧ − ٦ص

دائرة ⇐ معامل س² = معامل ص²

٧ − ك² = ٣ ⇐ ك² = ٤ ⇐ ك = ±٢

(جـ)

(٢٨) س² + ٢س = −١٢ص + ١١

إكمال مربع

س² + ٢س + ١ = −١٢ص + ١١ + ١

(س + ١)² = −١٢(ص − ١)

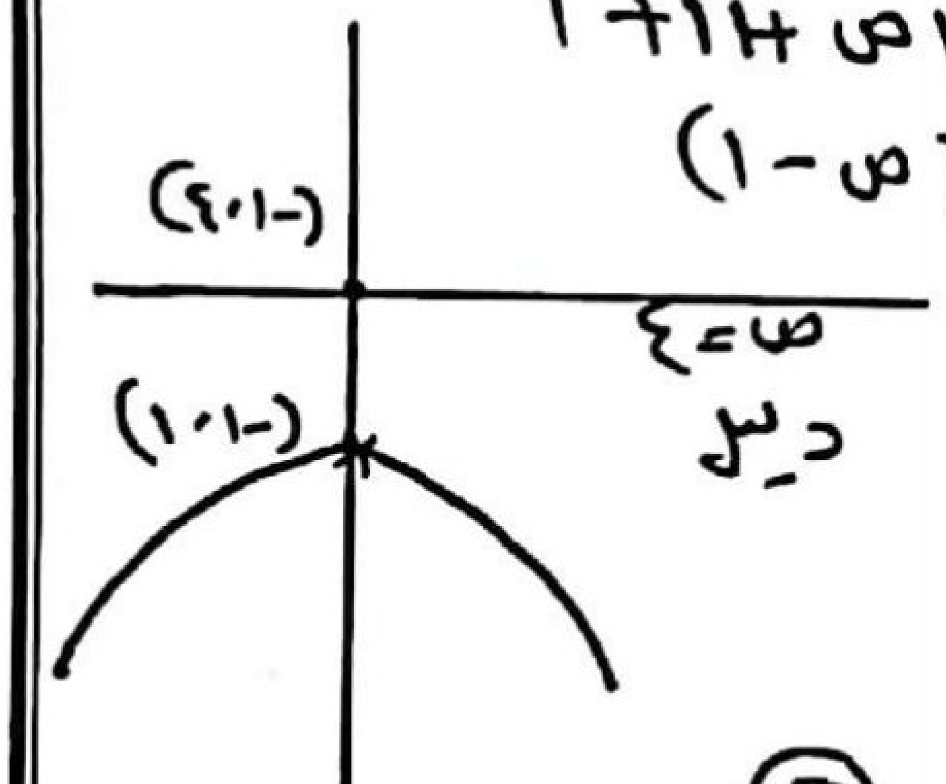
الرأس (−١، ١)

٤جـ = −١٢

جـ = ٣

دليل : ص = ٤

(أ)



(٢٩) ٢جـ = ٢√٨ ⇐ جـ = √٨

ناقص سيني ، المركز (٠، ٠)

٢أ − ٢ب = ٤ ⇐ أ − ب = ٢ ⇐ أ = ب + ٢ (١)

جـ² = أ² − ب²

٨ = (٢ + ب)² − ب² = ٤ + ٤ب + ب² − ب²

٤ = ٤ب ⇐ $\boxed{ب = ١}$ ، $\boxed{أ = ٣}$

المعادلة س²/٩ + ص²/١ = ١ ×٩

⇐ س² + ٩ص² = ٩

(جـ)

(٣٠) أ² = ٣٦ ⇐ أ = ٦

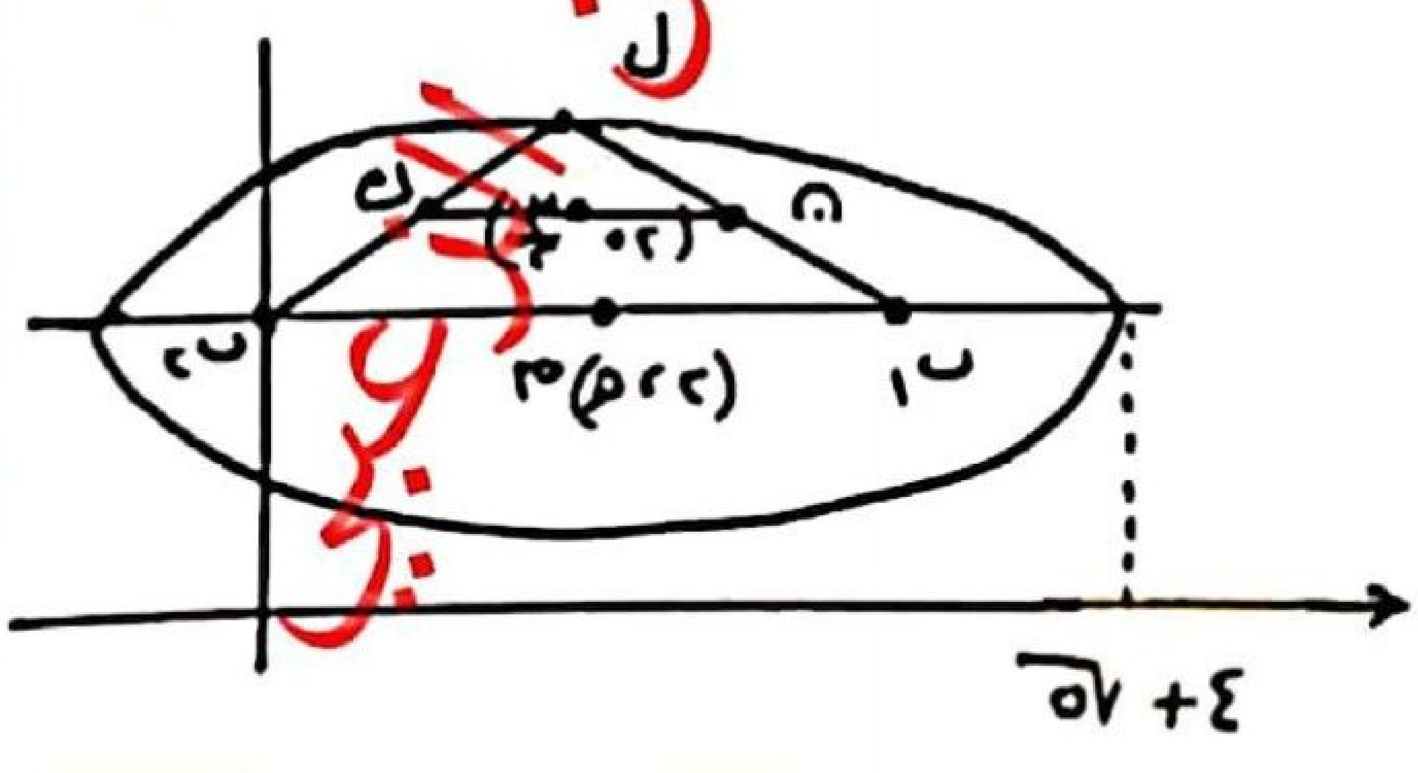
ب² = ١٦ ⇐ ب = ٤

محيط المثلث أ ب د = ...

= ٤أ = ٤ × ٦ = ٢٤

(د)

(٣١)



منتصف القطعة هـل هو $(٢ ، \frac{٣}{٢})$

⇐ المركز $(٢ ، هـ)$. ⇐ $أ = ٤ + \sqrt{٥} - ٢ = ٢ + \sqrt{٥}$

(انظر الشكل السابق)

∴ $٢أ = ٢(٢ + \sqrt{٥}) = ٤ + ٢\sqrt{٥}$ (أ).

$(١ ، ٤)$ تحقق ⇐ $\frac{٩}{أ^٢} - \frac{١}{٤} = ١$

⇐ $\frac{٩}{أ^٢} = ١ + \frac{١}{٤} = \frac{٥}{٤}$ ⇐ $أ^٢ = \frac{٣٦}{٥}$

المعادلة: $\frac{٥(ص - ١)^٢}{٣٦} - \frac{س^٢}{٤} = ١$ (ب)

(٣٢) . $٢س^٢ + ٨س - ٤ص^٢ = ل$

إكمال مربع

$٢(س^٢ + ٤س + ٤) - ٤ص^٢ = ل + ٨$

$\frac{٢(س + ٢)^٢}{ل + ٨} - \frac{٤ص^٢}{ل + ٨} = ١$

$\frac{(س + ٢)^٢}{\frac{ل+٨}{٢}} - \frac{ص^٢}{\frac{ل+٨}{٤}} = ١$

المحور المرافق // الصادات ⇐ القاطع // السينات

∴ زائد سيني

∴ $\frac{ل + ٨}{٢} > ٠$ ⇐ $ل + ٨ > ٠$

⇐ $ل > -٨$ (د)

(٣٥) . $٢أ = ٦$ ⇐ $أ = ٣$

$ل ل = \frac{٣٢}{٣}$ ، مساحة المستطيل $= \frac{١٦٠}{٣}$

مساحة المستطيل = ل ر × ل ل (انظر الشكل)

$\frac{١٦٠}{٣} = جـ × \frac{٣٢}{٣}$ ⇐ $جـ = \frac{٨٠}{١٦} = ٥$

$جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢$ ⇐ $٢٥ = أ^٢ + ب^٢$ ⇐ $ب^٢ = ١٦$

⇐ $ب = ٤$

المطلوب $٢ب = ٨$ (جـ)

(٣٣) ترتيب المعادلة: $ص^٢ - ٩س^٢ = ل$

$\frac{ص^٢}{ل} - \frac{٩س^٢}{ل} = ١$

زائد صادي

$\frac{ص^٢}{ل} - \frac{س^٢}{\frac{ل}{٩}} = ١$

$أ^٢ = ل$ ، $ب^٢ = \frac{ل}{٩}$

لكن $جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢$ ⇐ $جـ^٢ = ل + \frac{ل}{٩}$

$جـ^٢ = \frac{١٠ل}{٩}$ ⇐ $جـ = \frac{\sqrt{١٠ل}}{٣} = \frac{\sqrt{١٠}\sqrt{ل}}{٣}$

$أ = \sqrt{ل}$

المطلوب: $هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{\frac{\sqrt{١٠}\sqrt{ل}}{٣}}{\sqrt{ل}} = \frac{\sqrt{١٠}}{٣}$ (أ)

س٢: (أ: ① . $\int (٢س - ٣) × جتا^٢ ٣س \, دس$

$= ع . هـ - \int هـ . دع$

$\int دهـ = \int جتا^٢ ٣س \, دس$

$هـ = \frac{١}{٢}\int (١ + جتا ٦س) \, دس$

$هـ = \frac{١}{٢}(س + \frac{جا ٦س}{٦})$

$= (٢س - ٣) × \frac{١}{٢}(س + \frac{جا ٦س}{٦}) - \int \frac{١}{٢}(س + \frac{جا ٦س}{٦}) × ٢ \, دس$

$= \frac{١}{٢}(٢س - ٣)(س + \frac{جا ٦س}{٦}) - (\frac{س^٢}{٢} - \frac{جتا ٦س}{٣٦}) + جـ$

٢) $\int \sqrt{٤ - هـ^{-س}} \, دس$

$ص = \sqrt{٤ - هـ^{-س}}$ ⇐ $ص^٢ = ٤ - هـ^{-س}$

$٢ص \, دص = هـ^{-س} \, دس$

⇐ $دس = \frac{٢ص \, دص}{هـ^{-س}}$ ، $هـ^{-س} = ٤ - ص^٢$

$\int \frac{٢ص^٢}{٤ - ص^٢} \, دص$ قسمة طويلة

$= \int \frac{-٢ص^٢}{ص^٢ - ٤} \, دص$

$= \int -٢ \, دص + \int \frac{-٨}{ص^٢ - ٤} \, دص$

لـ كسور جزئية

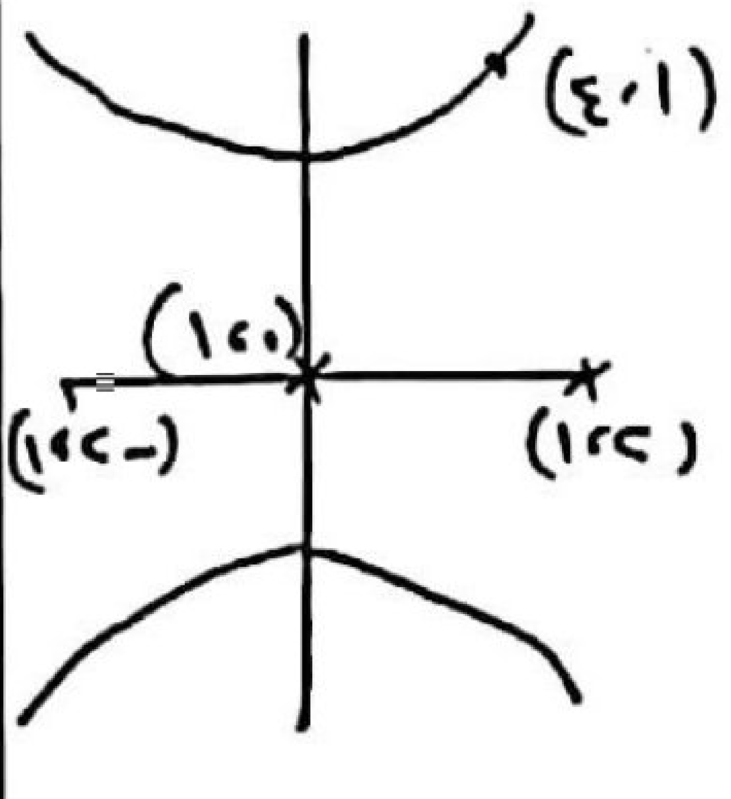
(٣٤) زائد صادي

المركز $(٠ ، ١)$

$ب = ٢ - ٠ = ٢$

المعادلة:

$\frac{(ص - ١)^٢}{أ^٢} - \frac{س^٢}{٤} = ١$



$\frac{-٨}{(س-٢)(س+٢)} = \frac{أ}{س-٢} + \frac{ب}{س+٢}$

... ← أ = -٢ ، ب = ٢

∴ $\int -٢\, دس + \int \frac{-٢}{س-٢} دس + \int \frac{٢}{س+٢} دس$

= -٢ س + -٢ لو|س-٢| + ٢ لو|س+٢| + جـ

ثم نعوض في ص.

س٢: ب) $\frac{دص}{دس} = \frac{٨ جا^٢ س}{(١+ جتا ٢س)^٣}$

← $\int دص = \int \frac{٨ جا^٢ س}{(١ + جتا ٢س)^٣} دس$

$ص = \int \frac{٨ جا^٢ س}{(٢ جتا^٢ س)^٣} دس$

$ص = \int \frac{جا^٢ س}{جتا^٤ س × جتا^٢ س} دس$

$= \int ظا^٢ س × قا^٤ س\, دس$

ع = ظا س ← $\frac{دع}{قا^٢ س}$ = دس

قا^٢ = ١ + ظا^٢ س

$ص = \int ع^٢ × \cancel{قا^٢ س} قا^٢ \frac{دع}{\cancel{قا^٢ س}}$

$ص = \int ع^٢ × (١ + ع^٢)\, دع$

$= \int (ع^٢ + ع^٤)\, دع$

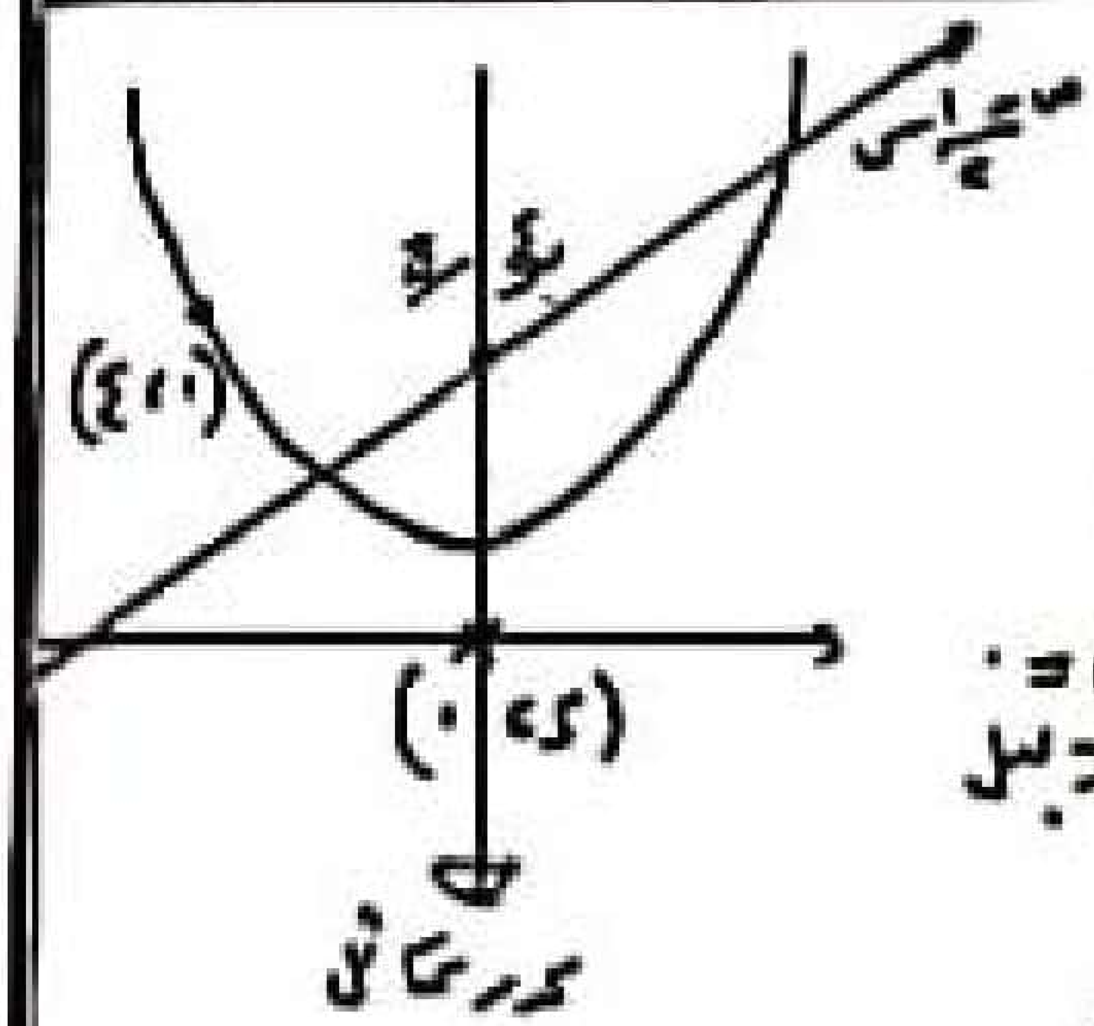
$ص = \frac{ع^٣}{٣} + \frac{ع^٥}{٥} + جـ$

$ص = \frac{ظا^٣ س}{٣} + \frac{ظا^٥ س}{٥} + جـ$

(٠، ١) تحقق ← جـ = ١

∴ ص = $\frac{١}{٣}$ ظا^٣ س + $\frac{١}{٥}$ ظا^٥ س + ١

س٣: أ)



١/١ س (٤جـ، ٠ + جـ)

البؤرة (٤جـ ، ٢جـ)

محتمل: ص = ½ س

ص = : دبل

← ٢ جـ = ½ ٤جـ

٤ جـ = ٤جـ

∴ ١/١ س (٤جـ ، جـ)

مدادي ، معادلة:

$(س - ٤جـ)^٢ = ٤ جـ (ص - جـ)$

(١، ٤) تحققه ← ١٦ جـ^٢ = ٤ جـ × (٤ - جـ)

١٦ جـ^٢ = ١٦ جـ - ٤ جـ^٢

٢٠ جـ^٢ - ١٦ جـ = ٠

٤ جـ (٥ جـ - ٤) = ٠ ← جـ = ٠ ✗

جـ = $\frac{٤}{٥}$

المعادلة: $(س - \frac{١٦}{٥})^٢ = \frac{١٦}{٥}(ص - \frac{٤}{٥})$

س٣: ب) جـ = ١٠√٣ ، مساحة القطع: أ ب ط

مساحة القطع = ٢ × مساحة الدائرة

أ ب $\cancel{ط}$ = ٢ × $\cancel{ط}$ نق^٢ ← أ ب = ٢ ب^٢

أ ب - ٢ ب^٢ = ٠ ← ب (أ - ٢ ب) = ٠

↓ ↓

يهمل أ = ٢ ب ①

ص: جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢ ②

٣٠٠ = ٤ ب^٢ - ب^٢ = ٣ ب^٢ ← $\boxed{ب = ١٠}$

من ①: $\boxed{أ = ٢٠}$

١) معادلة الدائرة: س^٢ + ص^٢ = ١٠٠

٢) معادلة القطع الناقص

$\frac{س^٢}{٤٠٠} + \frac{ص^٢}{١٠٠} = ١$

انتهت الإجابة