



شرح مفصل
حل جميع اسئلة الوحدة
اوراق عمل
مدرسة سمر الثانوية للبنين
رافقت صافي



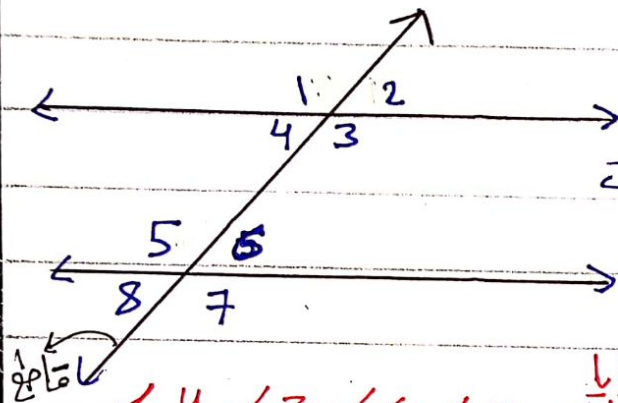
اثبات توازي المستقيمتين وقعا صاها

الدرس (1)

مقدمة :- ((مراجعة صف ابع))

اذا قطع مستقيم مستقيمتين فيشكل مجموعا من الزوايا كما يلي :-

* زوايا متبادلتين متبادلتين



تقعان في نفس الجهة احداهما داخلية والاخرى خارجية وغير متبادلتين

(($\angle 3$ و $\angle 7$)) و (($\angle 4$ و $\angle 8$))

(($\angle 1$ و $\angle 5$)) و (($\angle 2$ و $\angle 6$))

زوايا داخلية $\angle 3$ و $\angle 7$ و $\angle 4$ و $\angle 8$
 زوايا خارجية $\angle 1$ و $\angle 5$ و $\angle 2$ و $\angle 6$
 نفس الجهة $\angle 3$ و $\angle 7$ و $\angle 4$ و $\angle 8$
 نفس الجهة $\angle 1$ و $\angle 5$ و $\angle 2$ و $\angle 6$

* زوايا متبادلتين متبادلتين داخلية

تقعان في جهتين مختلفتين

وتكون داخلية ((غير متبادلتين))

(($\angle 3$ و $\angle 5$)) و (($\angle 4$ و $\angle 6$))

* زوايا متبادلتين متبادلتين خارجية

تقعان في جهتين مختلفتين

وتكون خارجية ((غير متبادلتين))

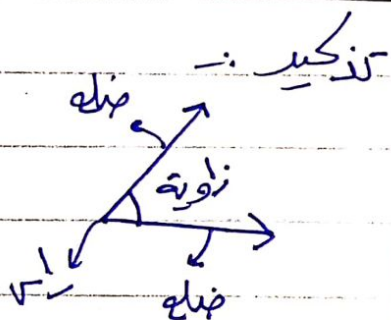
(($\angle 1$ و $\angle 7$)) و (($\angle 2$ و $\angle 8$))

* زوايا متبادلتين متبادلتين

تقعان في نفس الجهة

وتكون داخلية ((غير متبادلتين))

(($\angle 3$ و $\angle 6$)) و (($\angle 4$ و $\angle 5$))



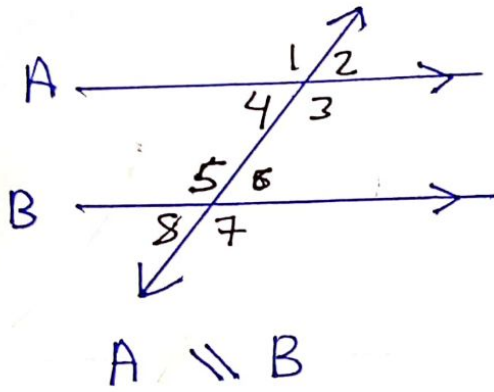
رأس الزاوية $\angle$
 حيث تكتب الزاوية
 بحرف واحد وهو الرأس
 أو بثلاث حروف أو خطها
 الرأس أو نضع خطها
 رسم

رأس الزاوية

نظريات المتعينين المتوازيين وازواج الزوايا

مراجعة مفاهيم

إذا قطع متعين متعينين متوازيين في المستوى نفسه ، فإن :-



① كل زاويتين متناظرتين متطابقتان

$$\angle 3 \equiv \angle 7 \text{ -----}$$

يتطابقان

② كل زاويتين متبادلتين داخلياً أو خارجياً متطابقتان

$$\angle 3 \equiv \angle 5 \text{ -----}$$

③ كل زاويتين مقابلتان تكون

مجموع قياسيهما 180° حيث :-

تقرأ :- قياس زاوية 4

تنويه

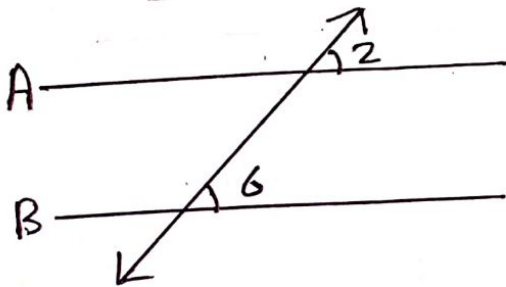
$$m\angle 4 + m\angle 5 = 180^\circ$$

$$m\angle 3 + m\angle 6 = 180^\circ$$

* نتعلم في هذا الدرس كيفية استعمال ازواج الزوايا الناجبة عن متعينين يقطعهما قاطع في المستوى نفسه لا جئات توازيهما ، بحيث نثبت عن زوايا متناظرة أو متبادلة متساوية أو زوايا متتالفة مجموع قياسها 180° ، تكون المتعينان متوازيان ((كل المسألة صحيحة))

إذا قطع قاطع متعينين ، وننتج عن التقاطع زاويتان متناظرتان متطابقتان ، فإن المتعينين متوازيان .

ملحوظة
كل مسألة
الزاويتين المتناظرتين

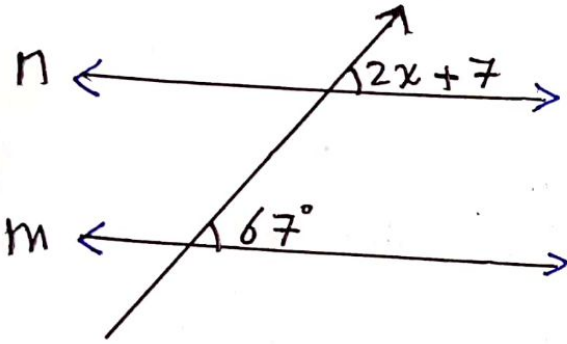


$$\angle 2 \equiv \angle 6 \text{ إذا كانت}$$

$$A \parallel B \text{ فإن}$$

②

مثال :- جد قيمة x في الشكل المجاور
التي تجعل $n \parallel m$



الحل :-

لكون المستقيمان متوازيين اذا كانت
الزاويتان المتناظرتان متطابقتان

$$2x + 7 = 67$$

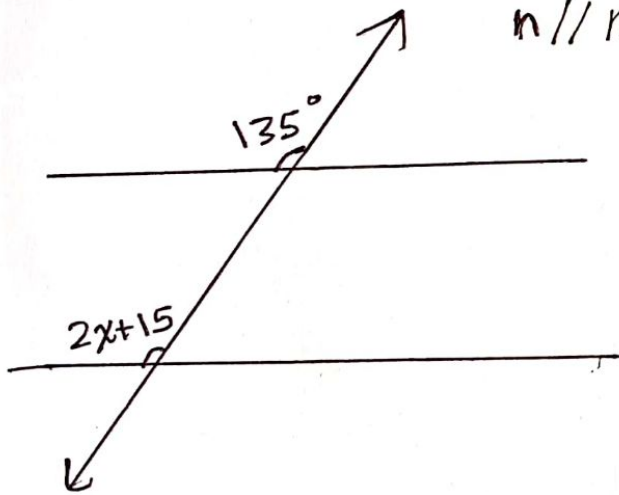
$$\underline{-7 \quad -7}$$

$$2x = 60$$

$$x = 30^\circ$$

جد قيمة x التي تجعل $n \parallel m$

التحقق من
فرضي
هذا



الحل :- تكون $n \parallel m$ اذا كانت
الزاويتان المتناظرتان متطابقتان

$$2x + 15 = 135$$

$$\underline{-15 \quad -15}$$

$$2x = 120$$

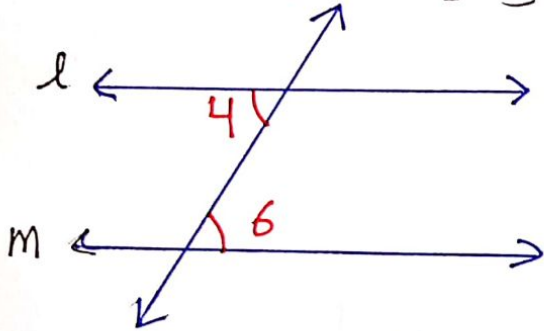
$$x = 60$$

* يمكن ان تحدد ازواج الزوايا الناتجة عن تقاطع مستقيمين بقطعهما
قاطع في المستوى نفسه ما اذا كان المستقيمان
متوازيين أم لا

* عكس نظرية الزوايا المتبادلتين داخليا :

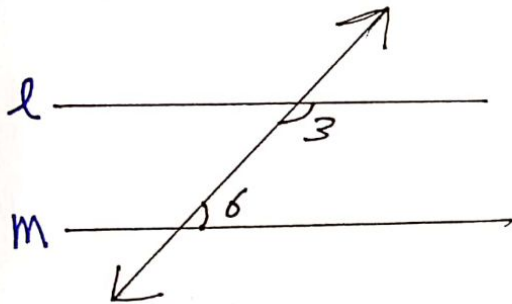
إذا قطع قاطع مستقيمين ، ونسج عن التقاطع زاويتان متبادلتان داخليا متطابقتان فإن المستقيمين متوازيان

إذا كانت $\angle 4 = \angle 6$ فإن $l \parallel m$



* عكس نظرية الزاويتين المتكافئتين

إذا قطع قاطع مستقيمين ، ونسج عن التقاطع زاويتان متكافئتان متكافئتان فإن المستقيمين متوازيان

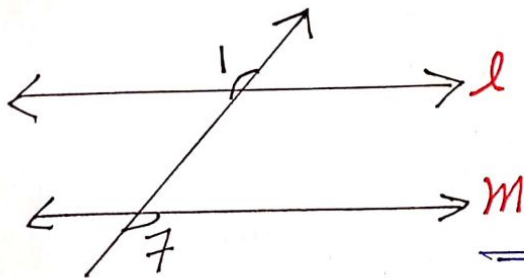


إذا كانت :-

$m\angle 3 + m\angle 6 = 180$ فإن $l \parallel m$

* عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيا :

إذا قطع قاطع مستقيمين ، ونسج عن التقاطع زاويتان متبادلتان خارجيا متطابقتان فإن المستقيمين متوازيان

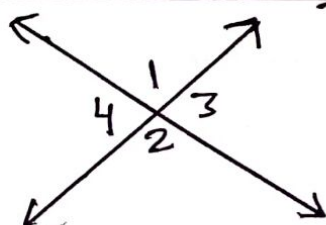


إذا كانت :

$\angle 1 = \angle 7$ فإن $l \parallel m$

يمكن استعمال عكس ملحة الزاويتين المتنافرتين
لا ثبات النظريات السابقة.

متقابلتين بالرأس
وقائرها
متساويتان

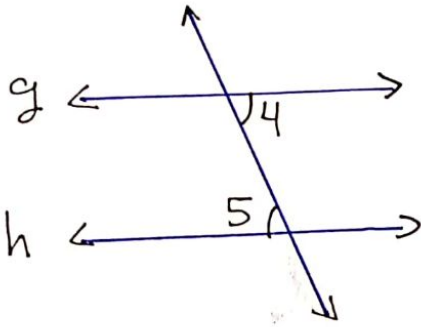


تذكير

في الشكل المجاور اذا كانت $\angle 4 \equiv \angle 5$ فاثبت
ان $g \parallel h$ باستعمال المخطط الرسمي

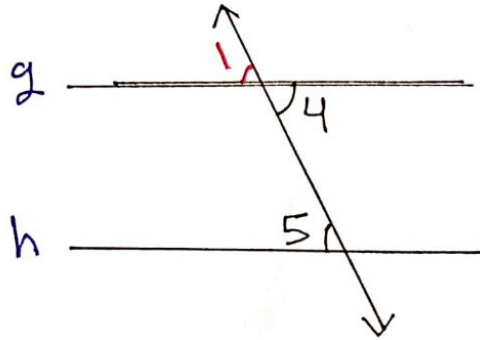
مثال
استخدم ملحة
الزاويتين المتناظرتين

الحل :-



خطوة (1) :- $\angle 1 \equiv \angle 4$ (معطى) $\angle 4 \equiv \angle 5$

خطوة (2) :-



$$\angle 4 \equiv \angle 5$$

(معطى)

$$\angle 1 \equiv \angle 4$$

(مقابلتان بالرأس)

$$\angle 1 \equiv \angle 5 \rightarrow g \parallel h$$

نتيجة
ملحة
الزاويتين
المتناظرتين

في الشكل المجاور اذا كانت $\angle 1 \equiv \angle 7$ فاثبت ان $g \parallel h$
باستعمال المخطط الرسمي

التحقق من
ملحة
73
ص

خطوة (1) :- $\angle 2 \equiv \angle 7$ (معطى) $\angle 1 \equiv \angle 7$

خطوة (2) :-

$$\angle 1 \equiv \angle 7$$

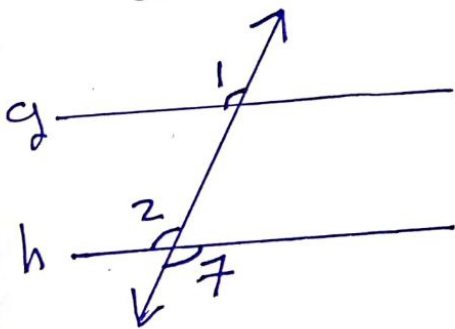
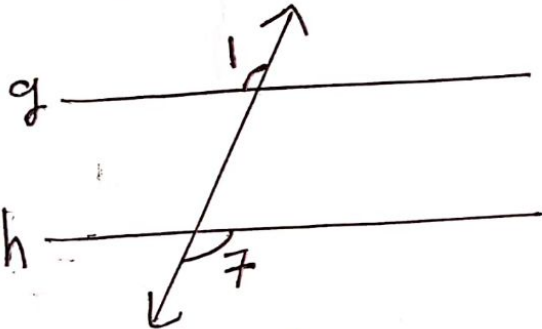
(معطى)

$$\angle 2 \equiv \angle 7$$

(مقابلتان بالرأس)

$$\angle 1 \equiv \angle 2 \rightarrow g \parallel h$$

نتيجة
ملحة
الزاويتين
المتناظرتين

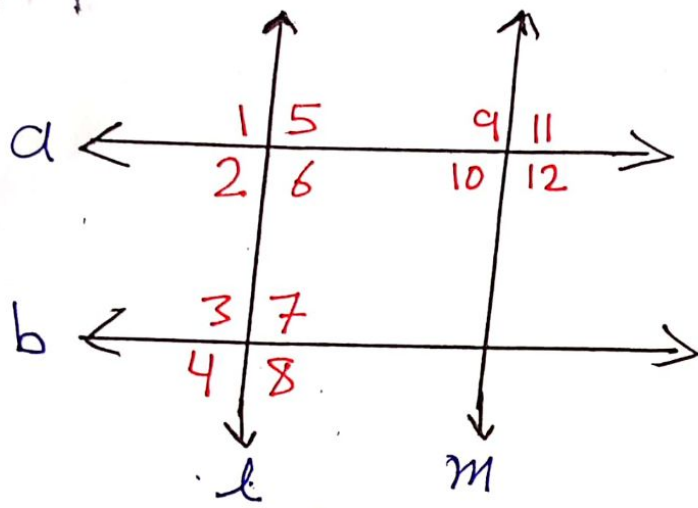


ملاحظة :- في المثالين السابقين نستطيع مباشرة اثبات

توازي المستقيمتين وذلك بالاعتماد على ((ملحة
نظريات المتتبعين المتوازيين وازواج الزوايا))
حيث ان حدث كاري لزاويتين متبادلتين أو متناظرتين
او مجموع زاويتين متالفتين 180° مباشرة المتتبعين
متوازيين

(5)

مثال



هل يمكن إثبات أن أيًا من مستقيمتي الشكل المجاور متوازيتين اعتماداً على المعطيات في كل حال؟

$$\textcircled{1} \angle 1 \cong \angle 8$$

الحل: $\angle 1$ و $\angle 8$ متبادلتان خارجيتان بالنسبة للمستقيمتين a و b وبما أن $\angle 1 \cong \angle 8$ فإن $a \parallel b$ بحسب نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيتين

$$\textcircled{2} m\angle 5 + m\angle 9 = 180^\circ$$

الحل: $\angle 5$ و $\angle 9$ متبادلتان بالنسبة للمستقيمتين a و b وبما أن $m\angle 5 + m\angle 9 = 180^\circ$ فإن $a \parallel b$ بحسب نظرية الزاويتين المتبادلتين

$$\textcircled{3} \angle 7 \cong \angle 2$$

التحقق من ظهورها

$\angle 2$ و $\angle 7$ متبادلتان داخليتان بالنسبة للمستقيمتين a و b وبما أن $\angle 7 \cong \angle 2$ فإن $a \parallel b$ بحسب نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليتين

$$\textcircled{4} \angle 6 \cong \angle 12$$

الحل: $\angle 6$ و $\angle 12$ متناظرتان بالنسبة للمستقيمتين a و b وبما أن $\angle 6 \cong \angle 12$ فإن $a \parallel b$ بحسب نظرية الزاويتين المتناظرتين

$$\textcircled{5} m\angle 3 + m\angle 2 = 180^\circ$$

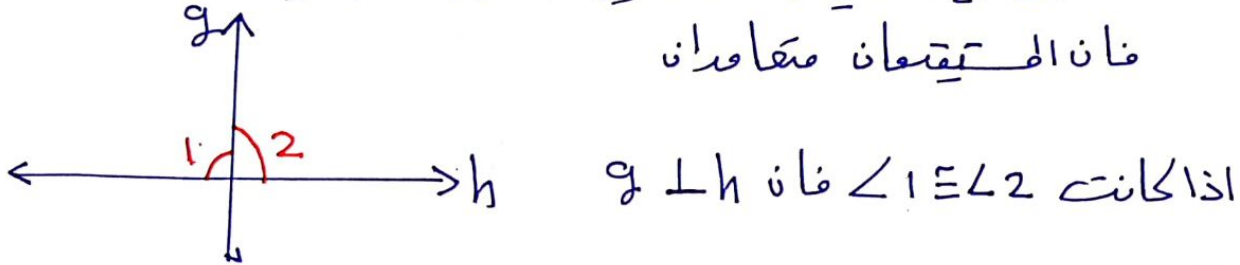
الحل: $\angle 3$ و $\angle 2$ متبادلتان بالنسبة للمستقيمتين a و b وبما أن $m\angle 3 + m\angle 2 = 180^\circ$ فإن $a \parallel b$ بحسب نظرية الزاويتين المتبادلتين

⑥

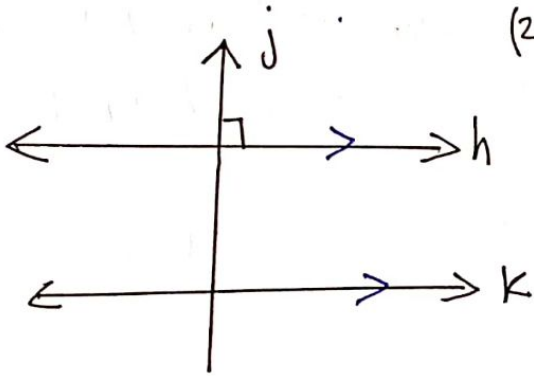
* في ما يأتي بعض النظريات المتعلقة بالمستقيعات المتقاطعة
إضافة الى نظريات خاصة تنبئ حين يكون قاطع المستقيعين
عمودياً عليهما

نظرية (1) نظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين

إذا تقاطع مستقيعان لتشكل زاويتين متجاورتين متطابقتين
فان المستقيعان متعامدان



نظرية القاطع العمودي (2) نظرية (2)

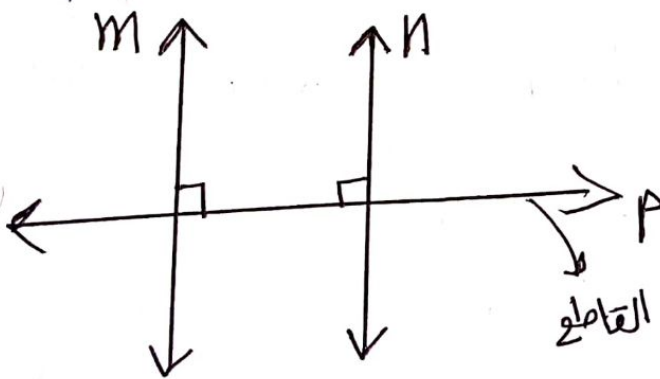


إذا كان مستقيم عمودياً على
أحد مستقيعين متوازيين فإنه
يكون عمودياً على المستقيم الآخر

إذا كان $h \parallel k$ و $j \perp h$ فان $j \perp k$

نظرية (3) نظرية القاطع العمودي

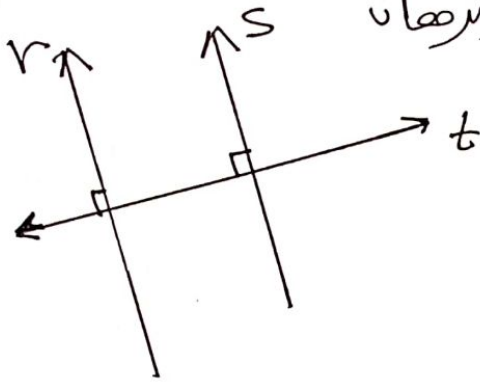
إذا قطع قاطع مستقيعين وكان عمودياً على كل منهما فان
المستقيعين متوازيين



إذا كان $p \perp m$ و $p \perp n$
فان $m \parallel n$

استعمل المعلومات المعطاه في الشكل (بجاء)
لا تبث ان $r \parallel s$ باستعمال البرهان
ذوي العودين

مثال
اثبات
النظرية
(3)



الحل :-

العبارات

$\angle 1$ و $\angle 2$ قاطعتان

$\angle 1 \cong \angle 2$

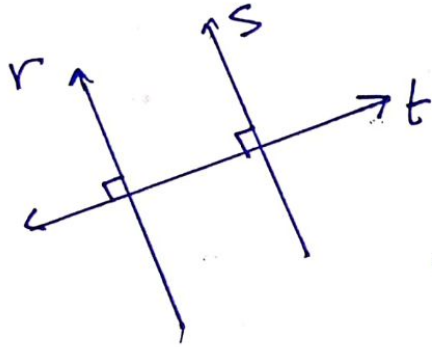
$r \parallel s$

المبررات

معطى

الدوائر القاطعة
مقاطعة

تكملة الزاويتين
المتناظرتين

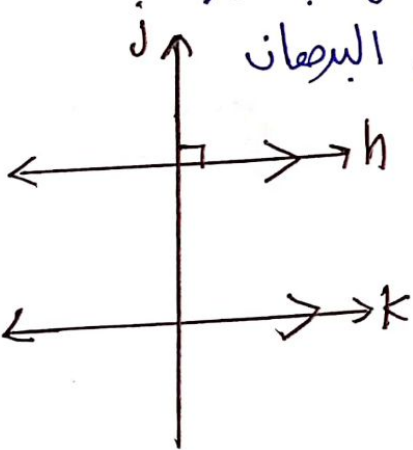


74

التحقق من
مفهوم

اثبات نظرية
(2)

استعمل المعلومات المعطاه في الشكل (بجاء)
لا تبث ان $k \perp j$ باستعمال البرهان
ذوي العودين



المبررات

معطى

معطى

$\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متناظرتان
تعريف التقاعد

العبارات

$h \parallel k$

$\angle 1$ قاطعة

$\angle 2$ قاطعة

$k \perp j$

حل آخر

العبارات

$\angle 1 = 90$

$\angle 1 \cong \angle 2$

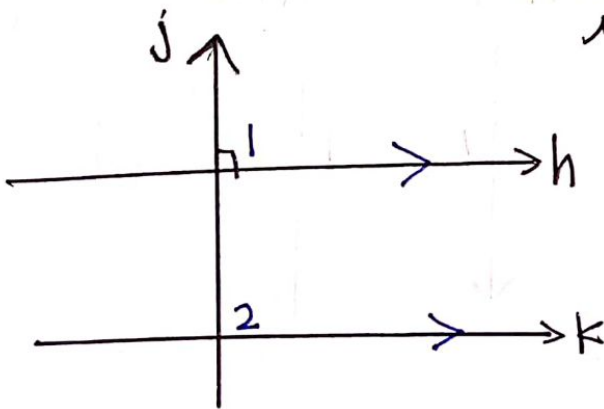
$k \perp j$

المبررات

$j \perp h$

$k \parallel h$

$\angle 2 = 90$



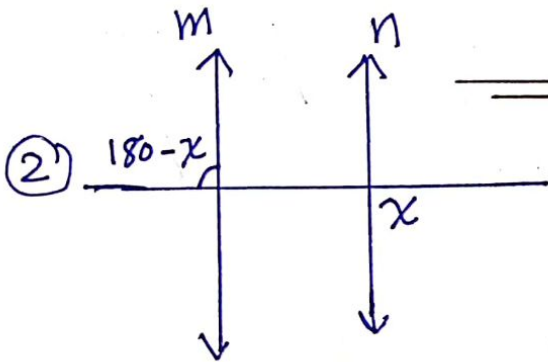
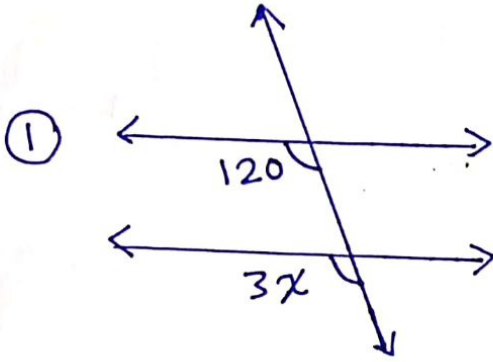
جد متيعة x التي تجعل
 $m \parallel n$ في كل ما يأتي :-

يكون المستقيمان $m \parallel n$
متوازيين اذا كانت الزاويتان
المتناظرتان متطابقتين :-

$$3x = 120 \text{ نكتب معادلة}$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{120}{3} \text{ حل المعادلة}$$

$$x = 40$$

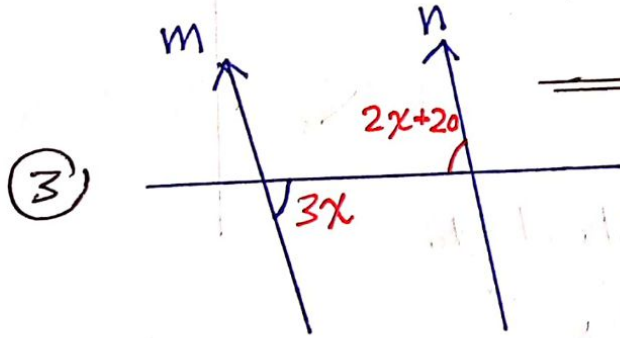


يكون المستقيمان $m \parallel n$
متوازيين اذا كانت الزاويتان
المبتدللتان خارجياً متطابقتين

$$180 - x = x \text{ نكتب معادلة}$$

$$\frac{180}{2} = \frac{2x}{2}$$

$$x = 90^\circ$$

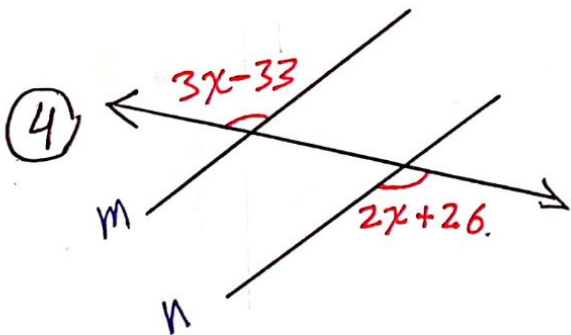


يكون المستقيمان $m \parallel n$ متوازيين
اذا كانت الزاويتان المبتدللتان داخلياً متطابقتين

$$3x = 2x + 20$$

$$-2x \quad -2x$$

$$x = 20$$



يكون المستقيمان $m \parallel n$ متوازيين
اذا كانت الزاويتان المبتدللتان خارجياً متطابقتين

$$3x - 33 = 2x + 26$$

$$-2x \quad -2x$$

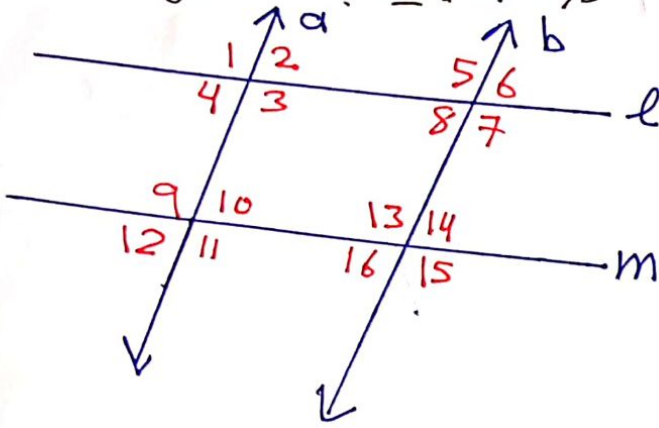
$$x - 33 = 26$$

$$+33 \quad +33$$

$$x = 59$$

⑤

هل يمكن اثبات ان أيا من مستقيمتي الشكل المجاور متوازيتي
 اعتماداً على المعطيات في كل مما يأتي، ابرر اجابتي باستعمال
 مسلمة أو نظرية



⑤ $\angle 2 \cong \angle 8$

الحل:-
 $\angle 2$ و $\angle 8$ متبادلتان داخلياً
 بالنسبة للمستقيمتين a و b
 وبما أن $\angle 8 = \angle 2$ فان
 $a \parallel b$

⑥ $\angle 9 \cong \angle 15$

الحل:-
 $\angle 9$ و $\angle 15$ متبادلتان خارجياً
 بالنسبة للمستقيمتين a و b
 وبما أن $\angle 9 \cong \angle 15$ فان
 $a \parallel b$

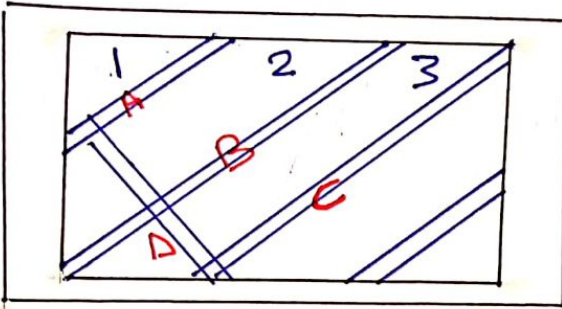
⑦ $\angle 6 \cong \angle 16$

الحل:-
 $\angle 6$ و $\angle 16$ متبادلتان خارجياً
 بالنسبة للمستقيمتين l و m
 وبما أن $\angle 6 \cong \angle 16$ فان
 $m \parallel l$

⑧ $m\angle 10 + m\angle 13 = 180$

الحل:-
 $\angle 10$ و $\angle 13$ متالفتان بالنسبة
 للمستقيمتين a و b وبما ان
 $m\angle 10 + m\angle 13 = 180$ فان
 $a \parallel b$

عريشاً حشبي :- صمم بخار عريشاً خشبياً خاصاً
بنمو النباتات المتسلقة لتكون
من قطع خشبية مرتبة بشكل قطري



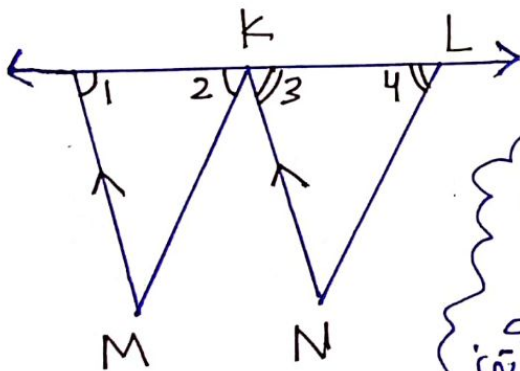
٩) يتأخر البخار الى أن تكون القطع
الخشبية A و B و C متوازية
مكتيف يحقق ذلك من خلال
ال 1 و 2 و 3

الحل :- الزوايا المتساوية متناظرة وعليه
يصمم العريش بحيث تكون مقاطع
الزوايا 1 و 2 و 3 متوازية.

١٥) وصل البخار القطعة الخشبية D. بحيث تكون عمودية على
القطعة الخشبية A، فهل القطعة D عمودية على
القطعتين B و C علماً بأن البخار جعل القطع الخشبية
A و B و C متوازية

الحل :- نعم ، لان المتتبعيم العمودي على متتبعيم يكون
عمودياً على كل المتتبعيمات التي توازيه
« نظرية القاطع العمودي »

١١) استعمل المعلومات المعطاه في الشكل الآتي ، لا تبس ان
 $\overline{KM} \parallel \overline{LN}$ باستعمال البرهان ذي العمودين



فكرة الى
هو
البحث
عن
زاويتين
متناظرتين
متطابقتين

المبررات

الحل :-
العبارات

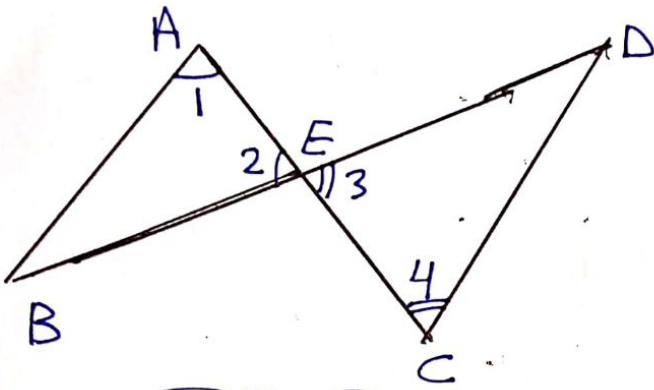
المبررات	الحل :- العبارات
معطى بالرسم	$\overline{KM} \parallel \overline{LN}$
معطى بالرسم	$\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 4$
زاويتان متناظرتان	$\angle 1 \cong \angle 3$
نتيجه	$\angle 1 \cong \angle 3$
نتيجه	$\angle 2 \cong \angle 4$
$\angle 2$ و $\angle 4$ متناظرتان	$\overline{KM} \parallel \overline{LN}$

12) في الشكل الآتي ، إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 4$

فأثبت أن $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$

باستعمال البرهان المجهول

الحل:



فكرة السؤال هو
البحث عن زاويتين
متبادلتين داخلياً
متطابقتين

$$\angle 1 \cong \angle 2$$

معطى

$$\angle 3 \cong \angle 4$$

معطى

$$\angle 2 \cong \angle 3$$

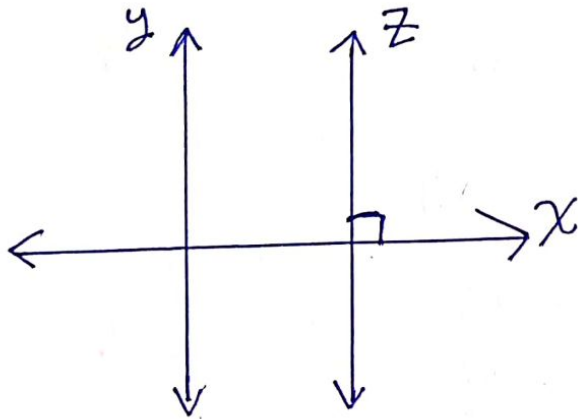
تقابل بالرأس

$$\angle 1 \cong \angle 4 \rightarrow \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$$

نتيجة
عكس
نظرية
الزوايا
المتبادلتين
داخلياً

13) اكتشف الخطأ :- يقول زياد بما أن $x \perp z$ فإن $y \parallel z$ في

الشكل الآتي حسب نظرية عكس القاطع
العمودي ، اكتشف الخطأ في ما يقوله زياد
واصححه



الحل :-

الخطأ لم يعط $y \perp x$

إذا أعطى هذا الشرط

تكون $y \parallel z$ فحسب

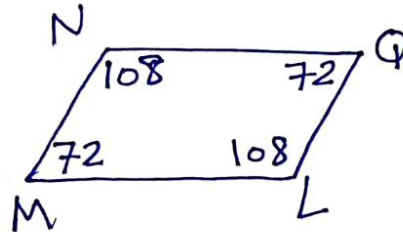
نظرية عكس القاطع

العمودي

تحدد: أهدد المستقيمتين المتوازيتين في الشكل الرباعي $QLMN$
في كل مما يأتي صبراً اجابته :-

(14) $m\angle Q = 72^\circ$ و $m\angle L = 108$ و $m\angle M = 72$ و $m\angle N = 108$

نقوم بالترتيب
مع أو على عقارب
الساعة



الحل :- رسم توضيحي
فقط

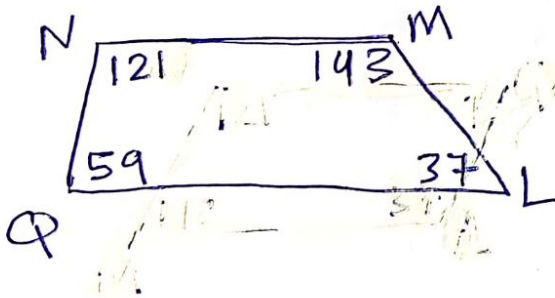
$$m\angle N + m\angle M = 180$$

بما أن $\angle M$ و $\angle N$ متالفتان وعليه $\overline{NQ} \parallel \overline{ML}$

$$m\angle M + m\angle L = 180 \quad \text{وأيضاً}$$

وبما أن $\angle M$ و $\angle N$ متالفتان وعليه $\overline{QL} \parallel \overline{NM}$

(15) $m\angle Q = 59^\circ$ و $m\angle L = 37^\circ$ و $m\angle M = 143$ و $m\angle N = 121$

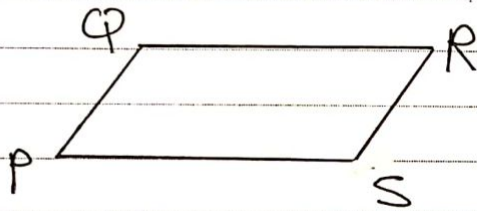


الحل :- رسم توضيحي
فقط

$$m\angle Q + m\angle N = 180$$

بما أن $\angle Q$ و $\angle N$ متالفتان فإليه
 $\overline{NM} \parallel \overline{QL}$

متوازي الاضلاع :- هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان ويرمز له بالرمز $\square$



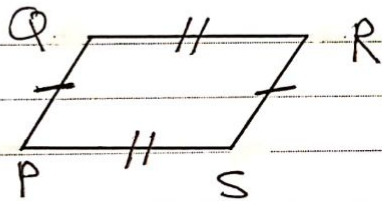
ففي $\square PQRS$ المبين جانباً بجانب التعريف :

$$\overline{PQ} \parallel \overline{SR} \text{ و } \overline{QR} \parallel \overline{PS}$$

نظريات

* نظرية الاضلاع المتقابلة في متوازي الاضلاع *

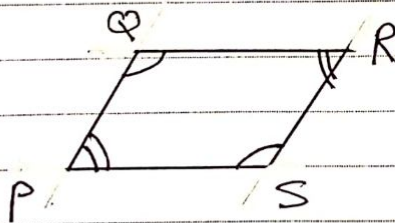
اذا كان الشكل الرباعي متوازي اضلاع ، فان الاضلاع المتقابلة متطابقة .



$$\begin{aligned} \overline{PQ} &\cong \overline{SR} \\ \overline{QR} &\cong \overline{PS} \end{aligned}$$

* نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الاضلاع *

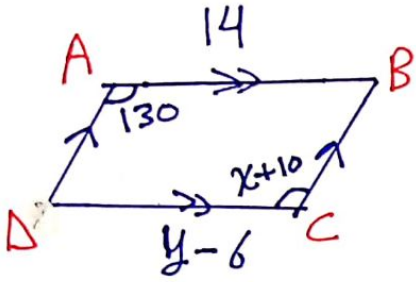
اذا كان الشكل الرباعي متوازي اضلاع ، فان الزوايا المتقابلة متطابقة



$$\begin{aligned} \angle P &\cong \angle R \\ \angle Q &\cong \angle S \end{aligned}$$

جد قيمة x و y في الشكل المجاور :-

مثال



الحل :- كل ضلعين متقابلين متوازيين
فعلبه الشكل الرباعي متوازي اضلاع

كل ضلعين متقابلين متطابقين

$$y - 6 = 14 \quad \text{شكل معادلة}$$

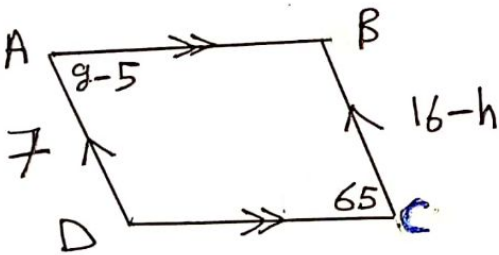
$$\begin{array}{r} y - 6 = 14 \\ + 6 \quad + 6 \\ \hline y = 20 \end{array} \quad \text{حل المعادلة}$$

كل زاويتين متقابلتين متطابقتين

$$x + 10 = 130 \quad \text{شكل معادلة}$$

$$\begin{array}{r} x + 10 = 130 \\ - 10 \quad - 10 \\ \hline x = 120 \end{array} \quad \text{حل المعادلة}$$

جد قيمة كل من h و g في الشكل المجاور



الحقنم من فروعها

78
صا

الحل :- الشكل متوازي اضلاع
لان فيه كل ضلعين متقابلين
متوازيين

* كل زاويتين متقابلتين متطابقتين

$$g - 5 = 65 \quad \text{شكل معادلة}$$

$$\begin{array}{r} g - 5 = 65 \\ + 5 \quad + 5 \\ \hline g = 70 \end{array} \quad \text{حل المعادلة}$$

$$g = 70$$

* كل ضلعين متقابلين متطابقين

$$16 - h = 7 \quad \text{شكل معادلة}$$

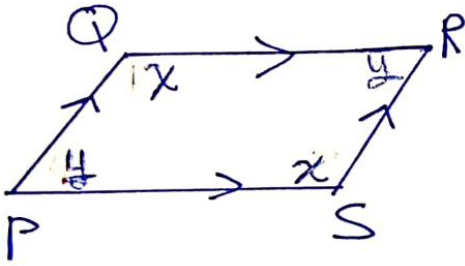
$$\begin{array}{r} 16 - h = 7 \\ - 16 \quad - 16 \\ \hline -h = -9 \end{array} \quad \text{حل المعادلة}$$

$$-h = -9$$

$$h = 9$$

* نظرية الزوايا المتخالفة في متوازي الاضلاع *

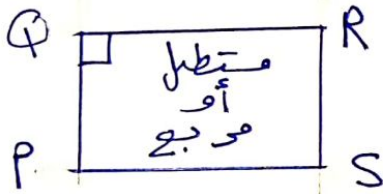
إذا كان الشكل الرباعي متوازي اضلاع ، فان كل زاويتين متخالفتين متكاملتان .



$$x + y = 180$$

* نظرية الزاوية القائمة في متوازي الاضلاع *

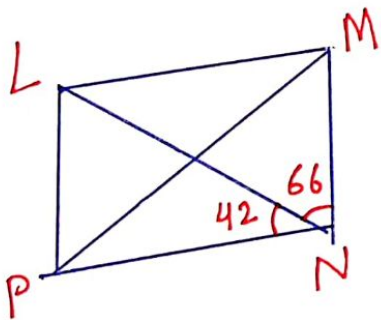
إذا كانت إحدى زوايا متوازي الاضلاع قائمة فان زواياه الأربعة قائمة .



إذا كانت $\angle Q$ قائمة فان $\angle P$ ، $\angle S$ و $\angle R$ قائمة أيضاً

في الشكل المجاور ، إذا كان $\angle MNP$ متوازي اضلاع
فاحد $m\angle PLM$ و $m\angle LMN$

مثال



$$m\angle MNP = 66 + 42 = 108$$

الزوايا المتقابلة متطابقة

$$m\angle PLM = m\angle MNP = 108^\circ$$

$$\begin{array}{rcl} m\angle MNP + m\angle LMN & = & 180 \\ 108 + m\angle LMN & = & 180 \\ -108 & & -108 \end{array}$$

تخالف في متوازي اضلاع

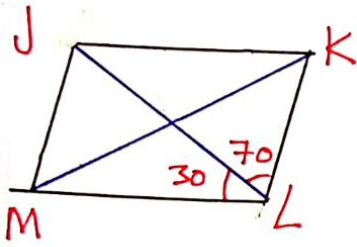
$$m\angle LMN = 72$$

في الشكل المجاور، إذا كان JKLM متوازي أضلاع، جد $m\angle JKL$ و $m\angle MJK$

الحقعة من معلوم

80
ص

الحل :-



$$m\angle KLM = 70 + 30 = 100$$

بما أن الشكل متوازي أضلاع، فإن كل زاويتين متقابلتين متساويتين :-

$$m\angle MJK = m\angle KLM = 100$$

$$m\angle KLM + m\angle JKL = 180$$

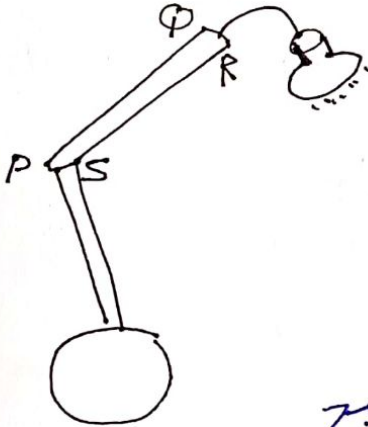
$$\begin{array}{r} 100 + m\angle JKL = 180 \\ -100 \end{array}$$

$$m\angle JKL = 80$$

زاويتين متقابلتان
في متوازي أضلاع

أما إذا :- بيّن الشكل المجاور جزءاً من مصباح مكتبى
شكل متوازي أضلاع، وتخير زواياه عند
رفع وفخضه. أجد $m\angle QRS$ إذا علمت
أن $m\angle PSR = 100$

ما نل من الحياة



الحل :-

$$m\angle QRS + m\angle PSR = 180$$

$$\begin{array}{r} m\angle QRS + 100 = 180 \\ -100 \end{array}$$

$$m\angle QRS = 80^\circ$$

زاويتان
متقابلتان
في متوازي
الأضلاع

افترضنا أن مصباح المكتبى عند لتصبح

$$m\angle QRS \text{ جد } m\angle PSR = 86$$

الحقعة من معلوم

80
ص

$$m\angle PSR + m\angle QRS = 180$$

$$\begin{array}{r} 86 + m\angle QRS = 180 \\ -86 \end{array}$$

$$m\angle QRS = 94^\circ$$

زاويتان متقابلتان
في متوازي
الأضلاع

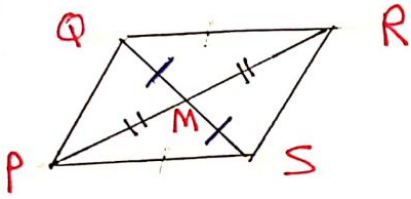
نظريات

قطر متوازي اضلاع

* نظرية قطري متوازي اضلاع *

اذا كان الشكل الرباعي متوازي اضلاع
فان قطريه ينصف كل منهما الآخر

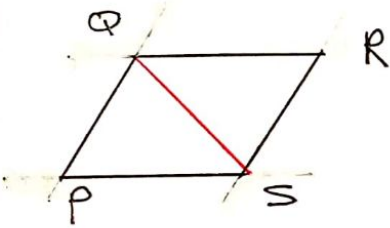
$$\overline{QM} \cong \overline{SM}, \overline{PM} \cong \overline{RM}$$



* نظرية قطر متوازي اضلاع *

اذا كان الشكل الرباعي متوازي اضلاع
فان كل قطر يقسمه الى مثلثين متطابقين

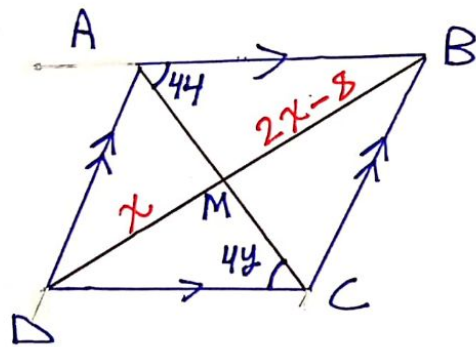
$$\triangle PQS \cong \triangle RSQ$$



اذا كان ABCD متوازي اضلاع، فاحد ضلعه كل
من x و y

مثال

الحل:- قطرا متوازي اضلاع ينصف
كل منهما الآخر



$$\overline{DM} \cong \overline{BM}$$

$$x = 2x - 8$$

$$\begin{array}{r} -x \\ -x \\ \hline 0 = x - 8 \\ +8 \quad +8 \end{array}$$

$$\boxed{x = 8}$$

قطر متوازي اضلاع يقسمه الى مثلثين متطابقين

$$\triangle DAC \cong \triangle BCA$$

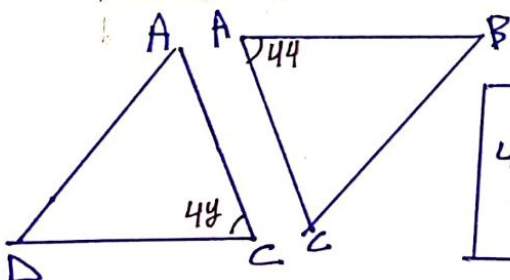
$$4y = 44$$

$$\frac{4y}{4} = \frac{44}{4}$$

$$\boxed{y = 11}$$

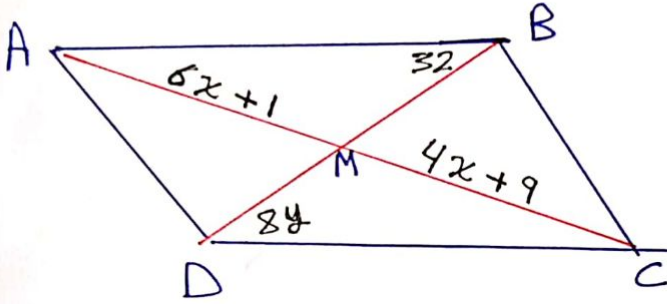
وجب
تصريف
التطابق
فان الزوايا
المتناظرة
متطابقة

حل آخر
 $4y = 44$
نقسم الطرفين



إذا كان ABCD متوازي أضلاع، فاجد قيمة كل من x و y

الحقق من فهمي



الحل: قسرا متوازي الأضلاع
ينصف كل منهما الآخر

$$\overline{AM} \cong \overline{MC}$$

$$6x + 1 = 4x + 9$$

$$-4x \quad -4x$$

$$2x + 1 = 9$$

$$-1 \quad -1$$

$$2x = 8$$

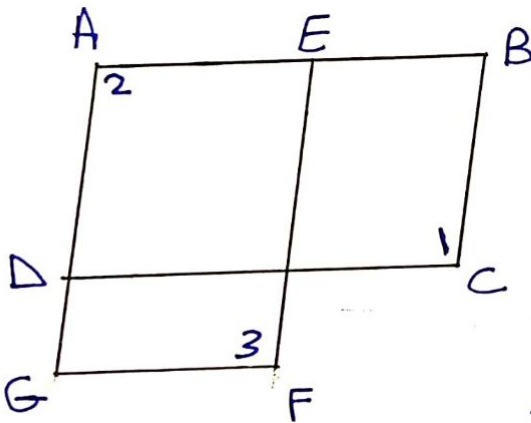
$$\boxed{x = 4}$$

$$8y = 32 \quad \text{زاويتان متبادلتان}$$

$$\frac{8y}{8} = \frac{32}{8}$$

$$y = 4$$

* يمكن استعمال خصائص متوازي الأضلاع لبرهنه علاقات في أشكال هندسية مركبة



مثال في الشكل أعلاه، إذا كان AEGF، ABCD متوازي أضلاع، فثبت أن $\angle 1 \cong \angle 3$ باستعمال البرهان ذي العودين

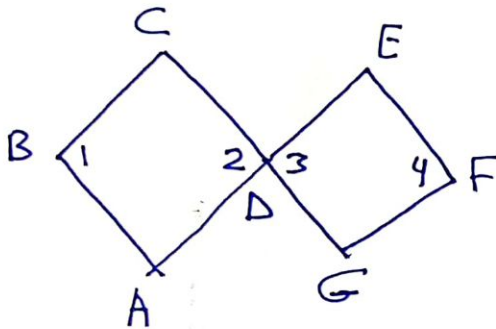
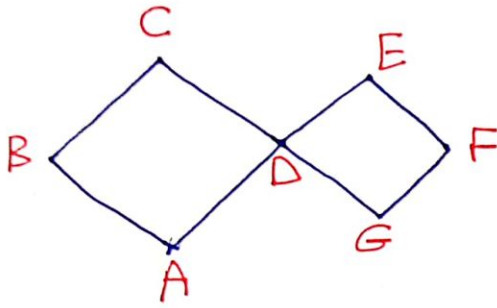
المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) ABCD و AEGF متوازي أضلاع
(2) الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة	(2) $\angle 1 \cong \angle 2$
(3) الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة	(3) $\angle 2 \cong \angle 3$
(4) بما أن $\angle 1 \cong \angle 2$ $\angle 2 \cong \angle 3$	4 $\angle 1 \cong \angle 3$

في الشكل المجاور اذا كان $ABCD$ و $GDEF$ متوازيين اضلاع، اثبت ان $\angle B = \angle F$ باستعمال البرهان الهودي

الحقبة من فهمنا

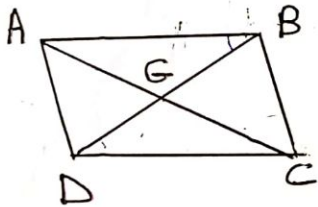
82

الحل:-



المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) $ABCD$ و $GDEF$ متوازيين اضلاع
زوايا متقابلة في متوازيين اضلاع متطابقة	(2) $\angle 1 = \angle 2$
زوايا متقابلة في متوازيين اضلاع متطابقة	(3) $\angle 3 = \angle 4$
تقابل بالراس	(4) $\angle 2 = \angle 3$
$\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 = \angle 3$, $\angle 3 = \angle 4$	(5) $\angle 1 = \angle 4$

اكمل كل جملة مما يأتي في ما يتعلم $ABCD$ مربعاً اجابتي



(1) $\angle DAB = \angle BCD$

« كل زاويتين متقابلتين متطابقتين »

(2) $\angle ABD = \angle CDB$

« قطر متوازيين اضلاع يقسمه الى مثلثين متطابقين »

(3) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

« كل ضلعين متقابلين متوازيين »

(4) $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$

« كل ضلعين متقابلين متوازيين »

(5) $\triangle ABD \cong \triangle GDB$

« قطر متوازيين اضلاع يقسمه الى مثلثين متطابقين »

(6) $\triangle ACD \cong \triangle CAB$

« قطر متوازيين اضلاع يقسمه الى مثلثين متطابقين »

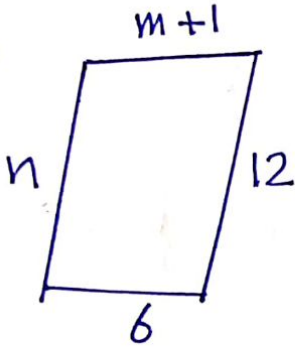
التدرب داخل المسائل

82

جد متعة كل متغير في كل من متويزات الاضلاع المتساوية:

الحل: كل ضلعين متقابلين متساويين

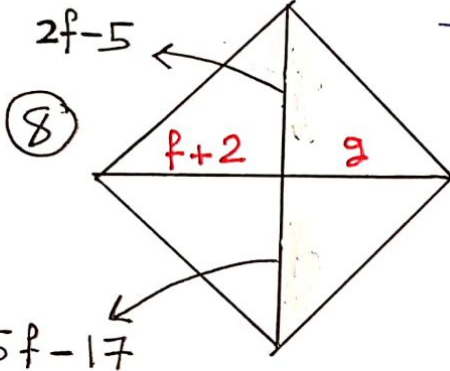
7



$$\begin{array}{r} m+1 = 6 \\ -1 \quad -1 \end{array}$$

$$\boxed{m = 5}$$

$$\boxed{n = 12}$$



الحل: قطرا متويزي الاضلاع ينصف كل منهما الآخر

$$\begin{array}{r} 5f-17 = 2f-5 \\ -2f \quad -2f \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3f-17 = -5 \\ +17 \quad +17 \end{array}$$

$$\frac{3f}{3} = \frac{12}{3}$$

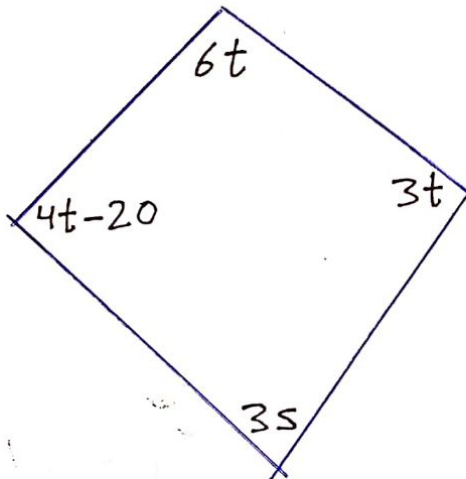
$$\boxed{f = 4}$$

$f = 4$ عوض $f+2 = g$

$$4+2 = g$$

$$\boxed{g = 6}$$

9



كل زاويتين متقابلتين متساويتان

$$\begin{array}{r} 4t-20 = 3t \\ -3t \quad -3t \end{array}$$

$$\begin{array}{r} t-20 = 0 \\ +20 \quad +20 \end{array}$$

$$\boxed{t = 20}$$

$t = 20$ عوض $3s = 6t$

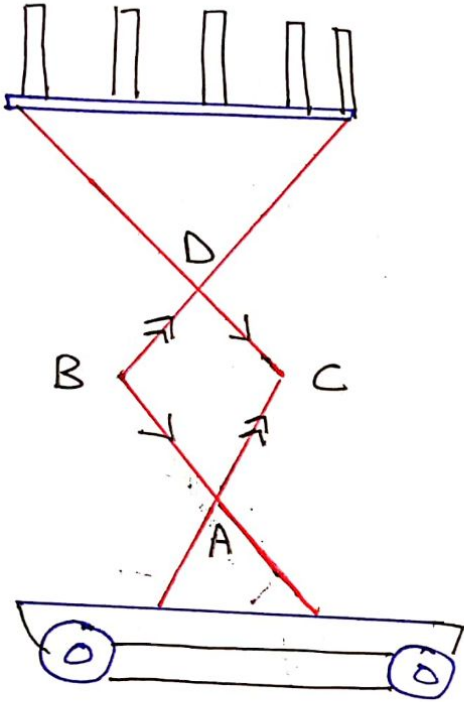
$$3s = 6 \times 20$$

$$\frac{3s}{3} = \frac{120}{3}$$

$$\boxed{s = 40}$$

8

رافعة :- استعمل الشكل المجاور الذي يبين رافعة المقصود
للإجابة عن الأسئلة الآتية :-



⑩ إذا كان $m\angle A = 120$ فأوجد $m\angle B$

الحل :-

$$m\angle A + m\angle B = 180$$

$$120 + m\angle B = 180$$

$$\begin{array}{r} -120 \\ -120 \end{array}$$

$$m\angle B = 60$$

متالفتان في
متوازي أضلاع

⑪ إذا قل $m\angle A$ فما تأثير ذلك
في $m\angle B$

الحل :- قياسا زاميا B تزداد
لأن تبعد مجموعهما 180°

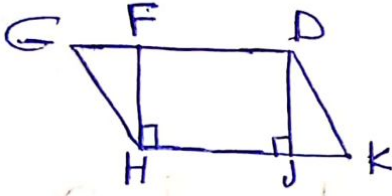
⑫ إذا قل $m\angle A$ فما تأثير ذلك في طول $\overline{AD}$

الحل :- ينقص لأن الزاوية B تزداد $\overline{AD}$

⑬ إذا قل $m\angle A$ فما تأثير ذلك في ارتفاع الرافعة.

الحل :- ينقص

(14) في الشكل الآتي ، إذا كان $GDKH$ متوازي أضلاع ، فاستعمل المعلومات المعطاة على الشكل ، أثبت أن :-
 $\triangle DJK \cong \triangle HFG$ باستعمال البرهان ذي العهودين



البرهان :-

المعطيات

① $\overline{GH} \cong \overline{DK}$

② $\angle K \cong \angle G$

③ $\angle DJK \cong \angle HFG$
زاويتان قائمتان

④ $\triangle DJK \cong \triangle HFG$

المبررات

ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع

زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع

$\angle DJK$ معطى $\angle HFG$
تخالفا الزاويتان القائمة FHJ في متوازي الأضلاع

④ AAS

تذكير: حالات تطابق المثلثات

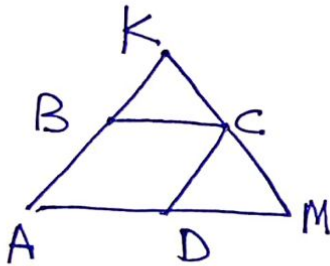
① تطابق 3 أضلاع - (SSS)

② تطابق ضلعان وزاوية بينهما (SAS)

③ تطابق وتر وساق في مثلث قائم الزاوية (HL)

④ تطابق زاويتان وضلع بينهما (ASA)

⑤ تطابق زاويتان وضلع غيرهما بينهما (AAS)



(15) في الشكل الآتي ، إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع ، $\overline{AK} \cong \overline{MK}$ فاثبت أن $\angle BCD \cong \angle CMD$ باستعمال البرهان ذي العهودين

المعطيات

① $\overline{AK} \cong \overline{MK}$ معطى

② زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع

③ زاويتا قاعدة في مثلث متطابق الضلعين

④ نتيجة

المبررات

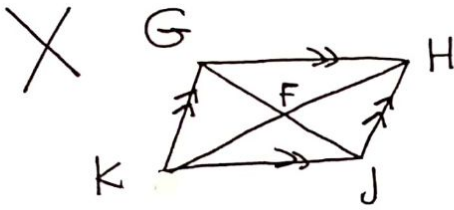
① $\triangle AKM$ متطابق الضلعين

② $\angle A \cong \angle BCD$

③ $\angle A \cong \angle CMD$

④ $\angle BCD \cong \angle CMD$

(16) الكتف الخطأ :- انظر الحل الآتي ، والكتف الخطأ الوارد فيه واحد :-



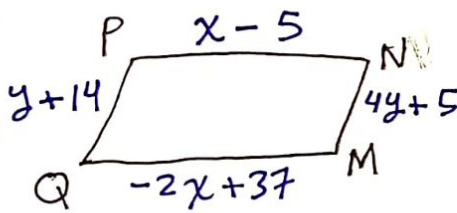
بما أن $GHIJ$ متوازي
اضلاع ، فان $\overline{GF} \cong \overline{FH}$

الصواب

الحل (الموجود) يفترض أن قطري متوازي الاضلاع متطابقان
هذا ليس من خصائص متوازي الاضلاع .
التصحیح :- $\overline{GF} \cong \overline{JF}$

(17) تبرير :- تمثل المقادير الجبرية ادناه أطوال اضلاع $\square MNPQ$ ، جد محيط متوازي الاضلاع . مبيناً اجابتي

$$MQ = -2x + 37 \quad QP = y + 14 \quad NP = x - 5 \quad MN = 4y + 5$$



الحل :-

رسم توضيحي

كل ضلعين متقابلين متطابقين :-

$$4y + 5 = y + 14$$

$$\begin{array}{r} -y \\ 3y + 5 = 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -5 \\ 3y = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{3y}{3} = \frac{9}{3} \\ y = 3 \end{array}$$

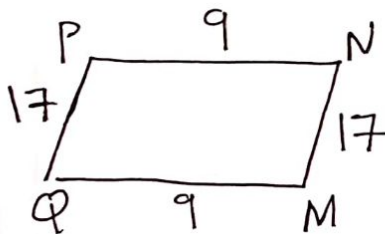
$$x - 5 = -2x + 37$$

$$\begin{array}{r} +2x \\ 3x - 5 = 37 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +5 \\ 3x = 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{3x}{3} = \frac{42}{3} \\ x = 14 \end{array}$$

نفوضا قيم x و y
في اضلاع المتوازي



محيط المتوازي :-

$$C = 2 \times 9 + 2 \times 17$$

$$C = 18 + 34$$

$$= 52$$

(11)

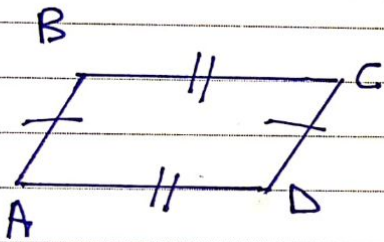
تمييز متوازي الأضلاع

تعالمت في الدرس السابق نظريات حول خصائصها متوازي الأضلاع
وسأتعلم في هذا الدرس عكس هذه النظريات، بحيث يمكن تحديد
ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا إذا كانت أضلاعه
وزواياه وخطاه لها خصائص معينة

مفهوم أساسي

* عكس نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع *

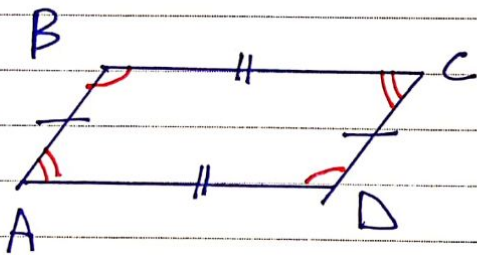
إذا كان كل ضلعين متقابلين متطابقين في الشكل الرباعي، فإن
الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



إذا كان $AB = DC$ و $BC = AD$ فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

* عكس نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع *

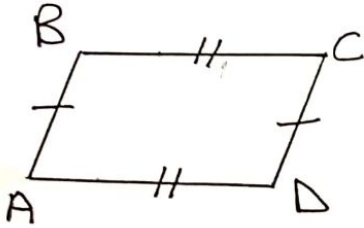
إذا كانت كل زاويتين متقابلتين متطابقتان في الشكل الرباعي،
فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



إذا كان $\angle A = \angle C$ و $\angle B = \angle D$ فإن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

برهان النظريه « تكافؤ نظريه المتقابله في متوازي اضلاع »

في الشكل المجاور، اذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ ،
فثبت ان $ABCD$ متوازي اضلاع باستعمال البرهان
ذي العودين



اخطى للبرهان باثبات الخطوات الآتية

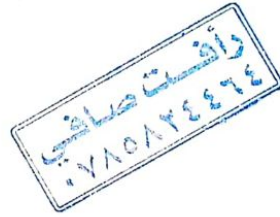
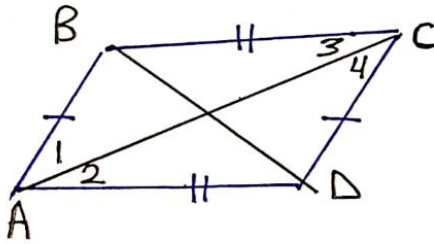
خطوة (1): ارسم القطر $\overline{AC}$ لينتج $\triangle ABC$ و $\triangle CDA$

خطوة (2): استعمل حاله تطابق مثلثين ثلثي اضلاع

اضلاع (SSS) لاثبت ان

$$\triangle ABC \cong \triangle CDA$$

خطوة (3): استعمل الزوايا المتبادله داخلياً، لاثبت ان الاضلاع
المتقابله متوازيه



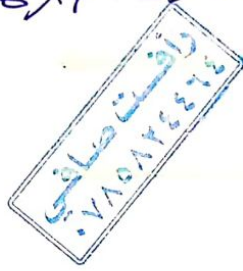
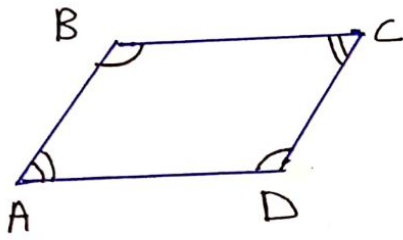
المبررات	العبارة
(1) معطى	(1) $\overline{BC} \cong \overline{DA}$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$
(2) ضلع مشترك	(2) $\overline{AC}$
(3) SSS	(3) $\triangle ABC \cong \triangle CDA$
(4) زوايا متبادله في مثلثين متطابقين	(4) $\angle 1 \cong \angle 4$ و $\angle 3 \cong \angle 2$
(5) تكافؤ نظريه الزوايا المتبادله في مثلثين متطابقين داخلياً	(5) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ و $\overline{BC} \parallel \overline{DA}$
(6) تعريف متوازي اضلاع	(6) $ABCD$ متوازي اضلاع

في الشكل المجاور، إذا كان $\angle A \cong \angle C$ و $\angle B \cong \angle D$ فاثبت ان ABCD متوازي اضلاع.

التحقيق من
فرضه

85

ص



الحل:-

معطى $\angle A \cong \angle C$
 $\angle B \cong \angle D$

اثبات تكافؤ
نظريته
الزوايا
المتقابلة
متوازي اضلاع

نكن مجموع زوايا الشكل الرباعي 360

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360$$



نقسم على 2 $2m\angle A + 2m\angle B = 360$

$$m\angle A + m\angle B = 180$$

وعليه $\angle A$ و $\angle B$ متالفتان ومجموع قياسهما 180

وحسب تكافؤ نظرية التالف فان $BC \parallel AD$

وبالمثل نتبع نفس الطريقة حيث نستدل $m\angle C$ و $m\angle D$

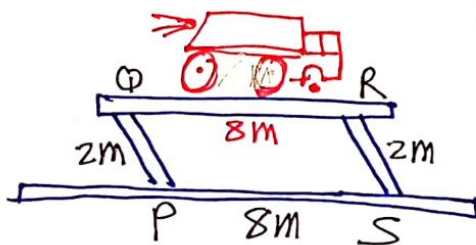
واستدل $m\angle B$ و $m\angle A$ ونسبج $\angle C$ و $\angle D$
متالفتان ومجموع قياسهما 180 وحسب تكافؤ نظرية
التالف فان $AB \parallel CD$ وعليه الشكل الرباعي متوازي
اضلاع.



مسائل من الحياة

رافعة :- يبين الشكل المجاور رافعة للمركبات الثقيلة

مثال



1) هل الشكل الرباعي PQSR متوازي اضلاع

الحل:- بما أن كل ضلعين متقابلين

في الشكل الرباعي PQSR

قطابقان، فانه متوازي

اضلاع

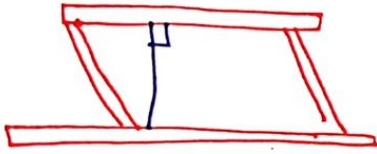
(3)

(2) هل الشاحنة موازية للأرض؟ ابر اجابتي

الحل :- بما أن $QRSP$ متوازي أضلاع، فإن $QR \parallel PS$
وبما أن QR يمثل المنصة التي تقف عليها
الشاحنة، و PS يقع على الأرض، فإن الشاحنة
موازية للأرض

التحفة منهم
86
ص

(3) ما أقصى ارتفاع يمكن أن ترفع الشاحنة
الشاحنة إليه؟ ابر اجابتي

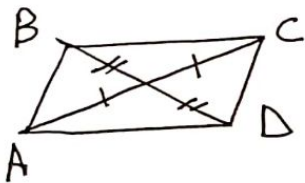


الحل :- لأن الأضلاع لها
طول $2m$

* تكس نظرية قطري متوازي الأضلاع *
إذا كان قطرا شكل رباعي ينصف كل منهما، فإن
الشكل الرباعي متوازي أضلاع

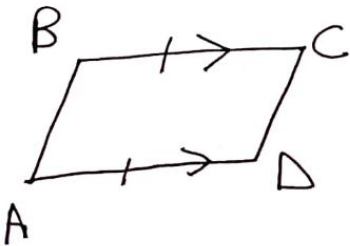
مفهوم لاسي

إذا كان AC و BD ينصف كل منهما الآخر
فإن $ABCD$ متوازي أضلاع



* نظرية الأضلاع المتوازية والمتطابقة *

إذا توازي وتطابق ضلعان متقابلان
في شكل رباعي، فإن الشكل الرباعي
متوازي أضلاع



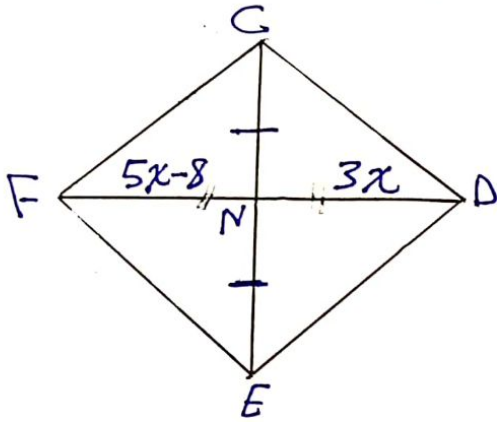
إذا كان $BC \parallel AD$ و $BC = AD$
فإن $ABCD$ متوازي أضلاع

(4)

* يمكن استكمال شروط متوازي الاضلاع، إيجاد القيم المجهولة التي تجعل الشكل الرباعي متوازي الاضلاع

مثال

جد قيمة x التي تجعل الشكل الرباعي FCDE (مجاور متوازي الاضلاع)



الحل: بناءً على نظرية القطر في متوازي الاضلاع، وبما أنه معطى في الشكل $CN \equiv EN$ ، فإن قيمة x هي التي تجعل $FN \equiv DN$

$$FN = DN$$

$$5x - 8 = 3x$$

شكل معادلة

$$\begin{array}{r} 5x - 8 = 3x \\ -3x \quad -3x \\ \hline 2x - 8 = 0 \end{array}$$

حل المعادلة

$$\begin{array}{r} 2x - 8 = 0 \\ + 8 \quad + 8 \\ \hline 2x = 8 \end{array}$$

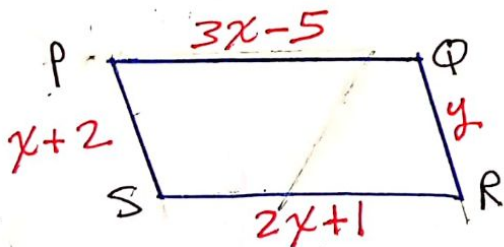
$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$



جد قيمة x و y اللتين يجعلان الشكل الرباعي PPRS (مجاور متوازي الاضلاع)

التحقق من فهمنا



الحل: نجد x و y اللتين يجعلان كل ضلعين متقابلين متطابقين

هنا

حساب x

$$\begin{array}{r} PQ = SR \\ 3x - 5 = 2x + 1 \\ -2x \quad -2x \\ \hline x - 5 = 1 \\ + 5 \quad + 5 \\ \hline x = 6 \end{array}$$

حساب y

$$\begin{array}{r} QR = PS \\ y = x + 2 \\ y = 6 + 2 \\ \hline y = 8 \end{array}$$

عوضاً $x = 6$

(5)

* طريقه اثبات ان الشكل الرباعي متوازي اضلاع *

يكون الشكل الرباعي متوازي اذا حقق ايًا من الشروط الآتية:

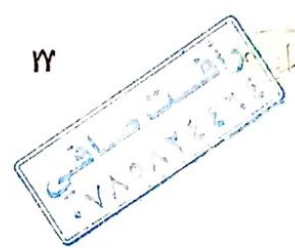
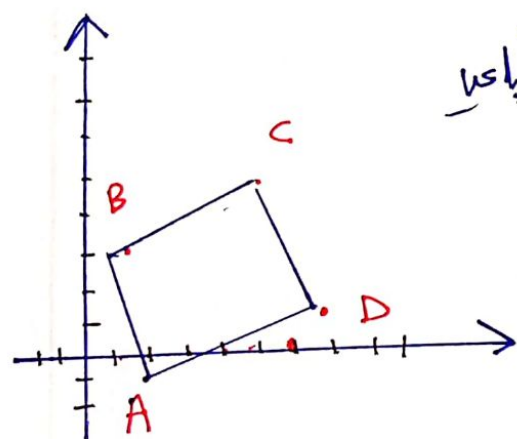
- 1) اذا كان كل ضلعيه متقابلين فيه متوازيين ((التعريف))
- 2) اذا كان كل ضلعيه متقابلين فيه متطابقين ((عكس نظرية الاضلاع المتقابلة في متوازي الاضلاع))
- 3) اذا كانت كل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتين ((عكس نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الاضلاع))
- 4) اذا كان قطراه ينصف كل منهما الآخر ((عكس نظرية قطري متوازي الاضلاع))
- 5) اذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان ((نظرية الاضلاع المتوازية والمتطابقتين))

* يمكن استعمال (ميل) لتحديد ما اذا كان الشكل الرباعي في المستوى الاضلاع متوازي أم لا

مثال

أثبت ان $A(2, -1)$ و $B(3, 1)$ و $C(6, 5)$ و $D(7, 1)$ تمثل متوازي اضلاع

- خطوة (1): امل الشكل الرباعي في المستوى
 - خطوة (2): جـ ميل كل ضلع من اضلاع الشكل الرباعي
- سبب القانون $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



$$\begin{aligned}
 \text{ميل } \overline{AB} &= \frac{3-1}{1-2} = -2 \\
 \text{ميل } \overline{CD} &= \frac{1-5}{7-6} = -4 \\
 \text{ميل } \overline{BC} &= \frac{5-3}{6-1} = \frac{2}{5} \\
 \text{ميل } \overline{DA} &= \frac{-1-1}{2-7} = \frac{2}{5}
 \end{aligned}$$

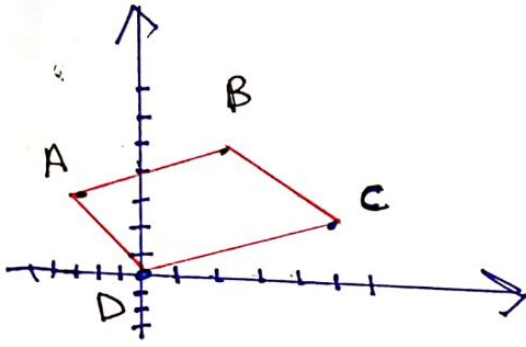
خطوة (3): نقارن ميل كل ضلعيه متقابلين
بما ان كل ضلعيه متقابلين لهما الميل نفسه
فهما متوازيان وعليه الشكل متوازي اضلاع
((التعريف))

6

أثبت أن $A(-3,3)$ و $B(2,5)$ و $C(5,2)$ و $D(0,0)$ تشكل متوازي أضلاع.

الحقق من إجابتك

88 ص



الحل: ميل $\overline{AB} = \frac{5-3}{2-(-3)} = \frac{2}{5}$

ميل $\overline{BC} = \frac{2-5}{5-2} = \frac{-3}{3} = -1$

ميل $\overline{CD} = \frac{0-2}{0-5} = \frac{2}{5}$

ميل $\overline{DA} = \frac{3-0}{-3-0} = -1$

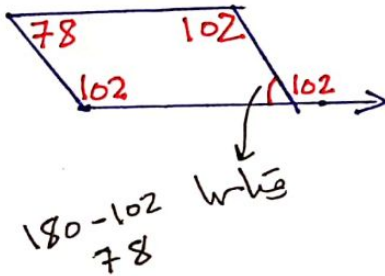
بما أن كل ضلعين متقابلين لهما الميل نفسه، فكل ضلعين متقابلين متوازيين، إذن الشكل الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

أثبت ما إذا كان كل شكل من الأشكال الرباعية التالية متوازي أضلاع أم لا، مبيناً إجابتك

الدرجة ماحل

88 ص

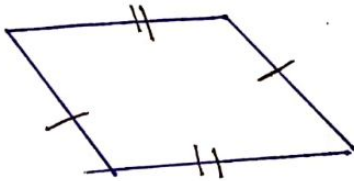
①



كل زاويتين متقابلتين متطابقتين وعليه متوازي أضلاع.
« نحسب نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي أضلاع »

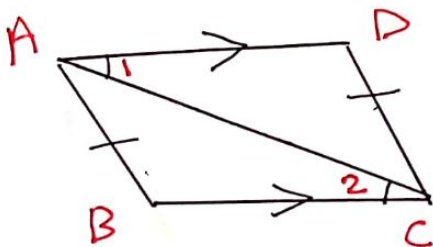


②



كل ضلعين متقابلين متطابقين وعليه متوازي أضلاع.
« نحسب نظرية الأضلاع (متقابلة في متوازي أضلاع) »

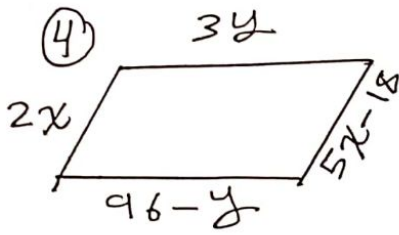
③



توجد زاويتان في موضع تبادل متطابقتين وعليه $\angle 1 = \angle 2$ فان $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ وبما انهما متطابقتان $\overline{AB} = \overline{CD}$ وعليه الشكل متوازي أضلاع.
« نظرية الأضلاع (متوازيين وملتصقين) »

⑦

جد قیمة x و y اللتین تملآن کل شکل۔ باعہ مما یاحتی
متوازی اضلاع۔



الحل :- کل ضلعین متقابلین متطابقان :-

$$3y = 96 - y$$

$$+y \quad +y$$

$$\frac{4y}{4} = \frac{96}{4}$$

$$y = 24$$

$$5x - 18 = 2x$$

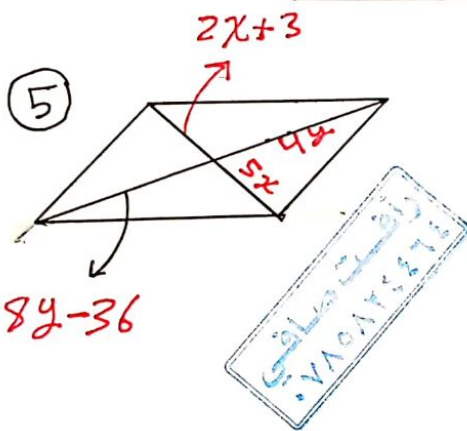
$$-2x \quad -2x$$

$$3x - 18 = 0$$

$$+18 \quad +18$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$$

$$x = 6$$



الحل :- اضلاع لاقطاً، نصف کل قطب الآخر

$$5x = 2x + 3$$

$$-2x \quad -2x$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{3}{3}$$

$$x = 1$$

$$8y - 36 = 4y$$

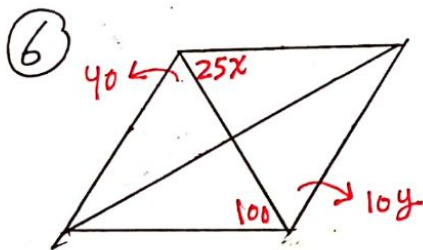
$$-4y \quad -4y$$

$$4y - 36 = 0$$

$$+36 \quad +36$$

$$\frac{4y}{4} = \frac{36}{4}$$

$$y = 9$$



الحل :- الزوايا المتبادلة متطابقة ليصبح
الشكل متوازي اضلاع۔

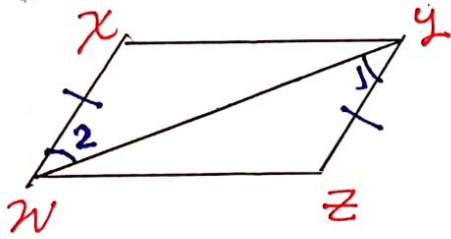
$$\frac{40}{10} = \frac{10y}{10}$$

$$y = 4$$

$$\frac{25x}{25} = \frac{100}{25}$$

$$x = 4$$

⑦ استعمال المعلومات المعطاة في الشكل الآتي كتابة برهان
لا تبث ان الشكل الرباعي $XYZW$ متوازي اضلاع



$$\angle XWZ \cong \angle YZW \rightarrow \overline{WX} \parallel \overline{YZ}$$

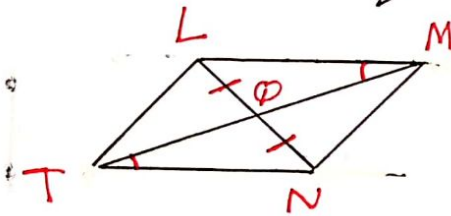
معطى

$$\overline{WX} \cong \overline{YZ}$$

معطى

المحل :-
زاويتان متبادلتان لتقف داخلياً
متوازي اضلاع
نظرية الاضلاع المتوازية والمتطابقة

⑧ استعمال المعلومات المعطاة في الشكل الآتي كتابة برهان
لا تبث ان الشكل الرباعي $LMNT$ متوازي اضلاع



$$\overline{LN} \cong \overline{MN}$$

معطى

$$\angle LNM \cong \angle MNT$$

معطى

$$\angle LNM \cong \angle MNT$$

متقابلتان بالزاوية

$$\triangle NMT \cong \triangle LNM$$

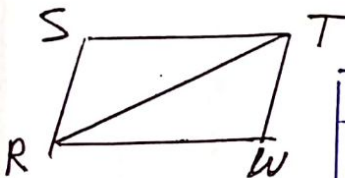
AAS

$$\overline{TN} \cong \overline{LM}$$

ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين

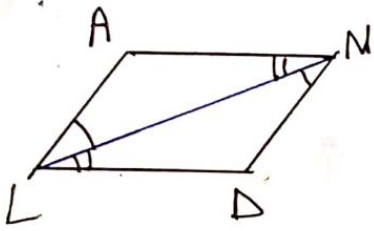
متوازي اضلاع
شكلاً رباعياً
قطر LN ينصف كل ضلعين المتجاورين

⑨ في الشكل الآتي اذا كان $\triangle TRS \cong \triangle RTW$ فابث ان $RSTW$ متوازي اضلاع
استعمل البرهان ذي العود



المبررات	العبارة
معطى	$\triangle TRS \cong \triangle RTW$
زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين	$\angle STR \cong \angle WRT$
الزاويتان $\angle STR$ و $\angle WRT$ متطابقتان ومتبادلتان داخلياً	$\overline{ST} \parallel \overline{RW}$
ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين	$\overline{ST} \cong \overline{RW}$
شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان	متوازي اضلاع ABCD

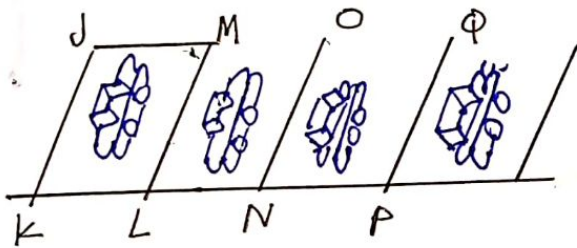
١٥) استعمل المعلومات المعطاه في الشكل الآتي كتابته برسمان
ذو الهودنه، هل ثبت ان الشكل الرباعي ANDL متوازي ام لا؟



المعطيات	المبررات
$\angle ANL = \angle DLN$	معطى
$\overline{AN} \parallel \overline{DL}$	الزوايا $\angle ANL$ و $\angle DLN$ قطاعتان ومقابلتان داخليتان
$\angle ALN = \angle DNL$	معطى
$\overline{AL} \parallel \overline{DN}$	الزوايا $\angle ALN$ و $\angle DNL$ قطاعتان ومقابلتان داخليتان
ANDL متوازي ام لا؟	تعريف متوازي الاضلاع

١٥) موقف سيارات :- بين الشكل المجاور موقفاً للسيارات. اذا كان

$$KL = JM = 3m \text{ و } JK = LM = 7m \text{ و } m\angle JKL = 60$$



١٢) حل الجزء من الموقف KLM
متوازي ام لا؟ ابر اجابتي

الحل: نعم، لان كل ضلعي
مقابلين متطابقين

دعنا نثبت ان الضلعين المتقابلين في موقف كالم متوازيين

١٢) جد كل من $m\angle KLM$ و $m\angle KJM$ و $m\angle JML$

$$\angle KLM \text{ و } \angle JKL \text{ « لان » } m\angle KLM = 180 - 60 = 120$$

في موضع مخالف

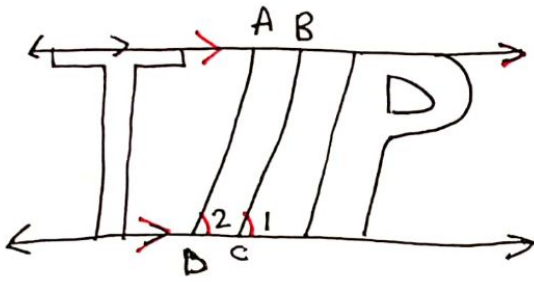
$$m\angle KJM = 120 \text{ « لان » } \angle KJM \text{ و } \angle KLM \text{ متقابلان}$$

$$m\angle JML = 60 \text{ « لان » } \angle JML \text{ و } \angle JKL \text{ متقابلان}$$

١٣) حل $\overline{JK} \parallel \overline{PQ}$ ابر اجابتي

الحل: لا نستطيع التاكد من ان الضلعين المتقابلين في موقف كالم متوازيين

حاسوب :- تفتح معالجات نصوص حاسوبية عدة بكتابة الكلمة بالنظ العادي أو الخط المائل ، كل حرف I موازي اضلاع



الحل :- نعم لا .

$CD \parallel AB$ معطى

$\angle 1 = \angle 2$ معطى وهما في موضع

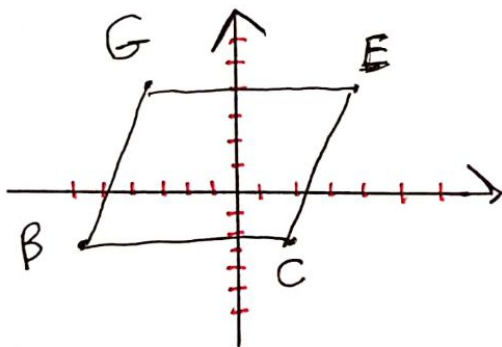
تناظر مفليه $AD \parallel BC$ ~~مستنتج~~

(تساوية الزوايا المتناظرة)

وعليه ~~كل~~ كل ضلعين متقابلين متوازيان حرف I موازي اضلاع (تكونوا)

اقبل في المستوى الاضاعي الشكل الرباعي المعطاه احداثيات رؤوسه في ما يأتي ، ما عدد ما اذا كان متوازي اضلاع أم لا .

(15) $B(-6, -3)$, $C(2, -3)$, $E(4, 4)$ و $G(-4, 4)$



الحل :- جز اقبل شكل ضلعين متقابلين

$$m = \frac{4-4}{-4-4} = 0$$

الضلع GE

$$m = \frac{-3-3}{2-6} = 0$$

الضلع BC

$$m = \frac{4+3}{-4+6} = \frac{7}{2}$$

الضلع GB

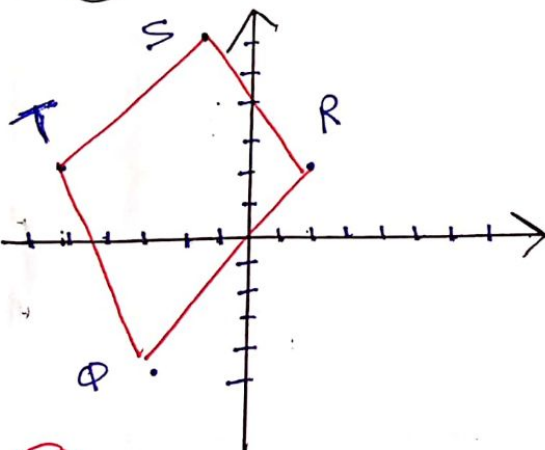
$$m = \frac{4+3}{4-2} = \frac{7}{2}$$

الضلع EC

كل ضلعين متقابلين متوازيان ، الشكل متوازي اضلاع



(16) $Q(-3, -6)$ و $R(2, 2)$ و $S(-1, 6)$ و $T(-5, 2)$



$$m = \frac{2-6}{-5+1} = 1$$

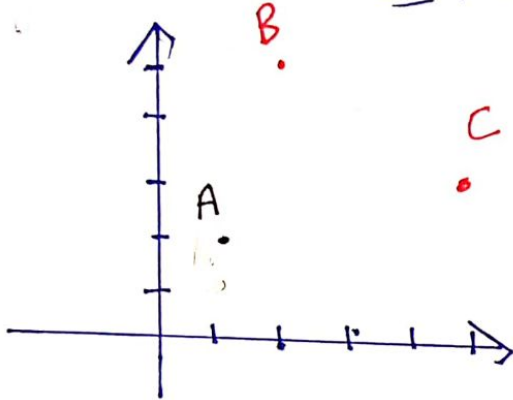
الضلع TS

QR

$$m = \frac{2+6}{2+3} = \frac{8}{5}$$

هنا الضلعان (متقابلان) غير متوازيان وعليه الشكل ~~ليس~~ متوازي اضلاع

تبرير :- لتحمل النقاط C و B و A في المستوى المماسي المجاور
 رؤوس شكل رباعي، حدد إحداثيات النقطة الرابعة
 في كل من الحالات الآتية، مبرراً إجابتك



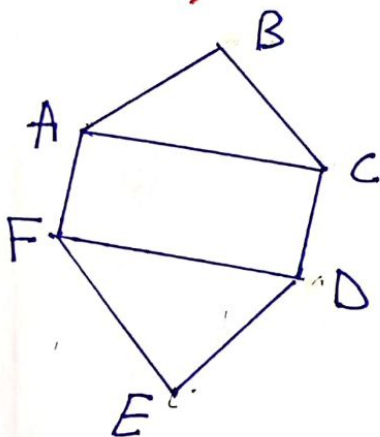
(17) النقطة D حيث ABCD متوازي أضلاع

الحل :- نلاحظ أنه إذا أردنا الوصول من B إلى A فإننا ننزل 3 وحدات للأسفل ووحدة لليسار، وبالمثل نعمل عند C وتكون النقطة D إحداثياتها (4, 0)
 « التحرك من A نفس عقارب الساعة »

(18) النقطة E حيث ABEC متوازي أضلاع

الحل :- هنا عند التحرك من A إلى B - يجب التحرك للأعلى ليصبح الشكل متوازي أضلاع، حيث من A إلى B تحركنا خطوة لليمين و 3 خطوات للأعلى وبالمثل نعمل من النقطة C وتكون النقطة D إحداثياتها (6, 6)

(19) أثبت أن الشكل الرباعي FADC متوازي أضلاع
 علماً بأن ABCDEF متوازي متطابق



الحل :- $\overline{FA} \equiv \overline{DC}$ « أضلاع متطابقة »

$\triangle ABC$ و $\triangle FED$ متطابقان

$$\overline{AB} \equiv \overline{FE}$$

$$\overline{BC} \equiv \overline{ED}$$

$$\angle B \equiv \angle E$$

الأضلاع متطابقة
 الزوايا متطابقة

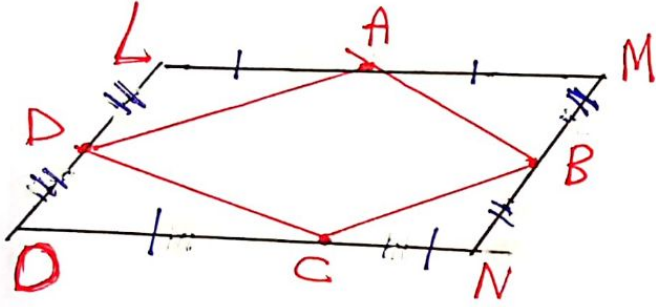
وعليه المثلثان متطابقان وعليه :-

« أضلاع متطابقة في مثلثين » $\overline{AC} \equiv \overline{FD}$
 متطابقين

بما أن كل مثلعين متقابلين متطابقين فإن الشكل الرباعي FADC متوازي أضلاع.

« نفس نظرية الأضلاع (متطابقة في متوازي أضلاع) »

(25) تحد $\frac{w}{v}$:- بين ان الشكل (مجاور متوازي الاضلاع) $LMNO$ وتحتل النقاط D و C و B و A منتصفات اضلاعه
اثبت ان الشكل $ABCD$ متوازي الاضلاع



الحل :- بما أن $LMNO$ متوازي
الاضلاع فان كل ضلعين متقابلين
متطابقان وبما ان A و B و C و D
منتصفات الاضلاع فان:

$$LA \equiv AM \equiv OC \equiv CN$$

$$LD \equiv DO \equiv MB \equiv BN$$

نظا به المثلثان $\triangle ODC$ و $\triangle AMB$

$$\overline{AM} \equiv \overline{OC}$$

$$\overline{MB} \equiv \overline{OD}$$

$\angle M = \angle O$ متقابلين في متوازي
الاضلاع

وعليه المثلثان متطابقان SAS

ونستج ان $\overline{AB} \equiv \overline{DC}$ ضلعان متناظران في مثلثان
متطابقين

وبالمثل نظا به المثلثان $\triangle DLA$ و $\triangle CNB$

$$\overline{DA} \equiv \overline{CB}$$

وبما ان الشكل الرباعي $ABCD$ فيه كل ضلعين
متقابلين متطابقين وعليه الشكل الرباعي متوازي الاضلاع
لا تفسر نظرية الاضلاع المتقابلة في متوازي الاضلاع

حالات خاصة من متوازي الاضلاع

تعرفت سابقاً مضادّين متوازيين الاضلاع (متعلّقة باضلاعه وزواياه واقطاره ، في هذا الدرس ثلاثة انواع خاصة من متوازي الاضلاع وهي : (1) المستطيل والمعين والمربع)

المستطيل هو متوازي اضلاع زواياه الاربعة قائمة ، وهذا يعني ان له المضادّين المتساويين

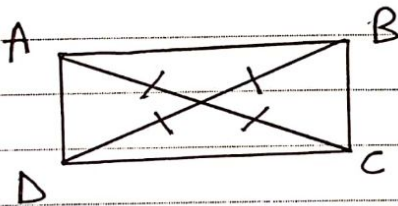
- * زواياه الاربعة قائمة
- * الزوايا المتقابلة متطابقة
- * قطراه ينصف كل منهما الآخر
- * الاضلاع — (متقابلة متوازية ومتطابقة)
- * الزوايا المتخالفة متكاملة

مضاف الى المضادّين السابقين خاصية اخرى متعلّقة بقطري المستطيل موضحة في النظرية التالية .

نظرية قطري المستطيل

نظرية

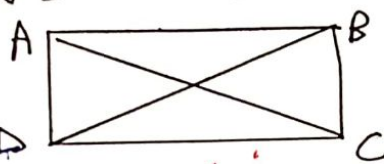
يكون متوازي الاضلاع مستطيل اذا وفقط اذا كان قطراه متطابقين



يكون $ABCD$ مستطيل اذا
وفقط اذا كان $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

الاثبات النظري

بيّن ان المثلث (مجاور) مستطيل ABCD أثبت ان قطريه المستطيل



متطابقان باستعمال البرهان ذي العودين. -
اخطط للبرهان باتباع الخطوات الآتية :-

الخطوة (1) :- استعمل حالة تطابق مثلثين بضلعين وزاوية محصورة (SAS) لا تبين ان $\triangle ADC \cong \triangle BCD$

الخطوة (2) :- استعمل تطابقه (مثلثين) لا تبين ان $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

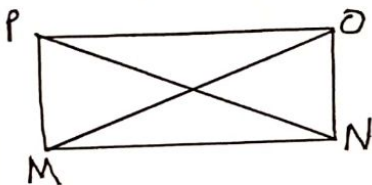
المبررات	العبارة
(1) ضلعان متقابلان في مستطيل	$\overline{AD} \cong \overline{BC}$
(2) ضلع مشترك	$\overline{DC}$
(3) زوايا (مستطيل) قوائم	$\angle D \cong \angle C$
(4) SAS	$\triangle ADC \cong \triangle BCD$
(5) ضلعان متباخران في مثلثين متطابقين	$\overline{AC} \cong \overline{BD}$

البرهان :-

بيّن ان المثلث (مجاور) $\square PONM$ اذا كان $\overline{PN} \cong \overline{OM}$ اثبت باستعمال البرهان ذي العودين ان $PONM$ مستطيل

التحقيق من صحة

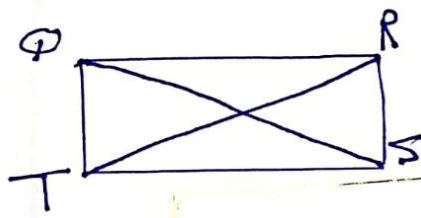
صا 92



المبررات	العبارة
معطى	$\overline{PN} \cong \overline{OM}$
ضلعان متقابلان في متوازي اضلاع	$\overline{PM} \cong \overline{ON}$
ضلع مشترك	$\overline{MN} \cong \overline{MN}$
SSS	$\triangle PMN \cong \triangle ONM$
زاويتان متباخرتان في مثلثين متطابقين	$\angle m \cong \angle n$
متطابقان ومقابلتان في متوازي اضلاع	قوائم $\angle m$ و $\angle n$
المبررات السابقة	قوائم $\angle p$ و $\angle o$
متوازي اضلاع - زوايا قوائم	$PONM$ مستطيل

(2)

* نحتاج استعمال مفاهيم المتطابق لاجاد قيم مجهولة :-



اذا كان $PQRT$ متطابق وكان

$$RT = 9x + 5 \text{ و } QS = 6x + 14$$

جد قيمة المتغير x

الحل :- نظرًا لمتطابق متطابقان :-

$$RT = QS$$

$$9x + 5 = 6x + 14$$

$$\begin{array}{r} -6x \end{array}$$

$$3x + 5 = 14$$

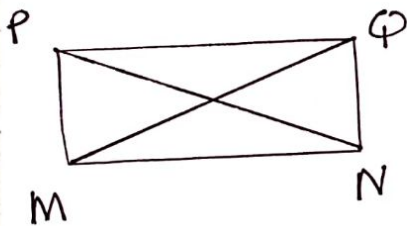
$$\begin{array}{r} -5 \end{array}$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$$

$$\boxed{x = 3}$$

اذا كان $PQNM$ متطابق وكان $MQ = 2x + 11$

$PN = 5x - 31$ جد قيمة المتغير x



الحل :- نظرًا لمتطابق متطابقان :-

$$MQ = PN$$

$$2x + 11 = 5x - 31$$

$$\begin{array}{r} -2x \end{array}$$

$$11 = 3x - 31$$

$$\begin{array}{r} +31 \end{array}$$

$$\frac{42}{3} = \frac{3x}{3}$$

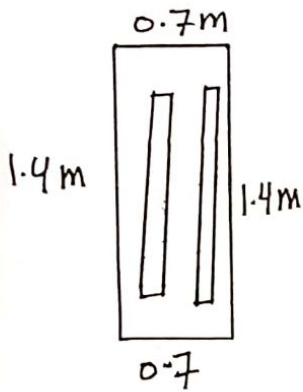
$$x = 14$$

التحقق من
الخطوة

93
ص

* يمكن استعمال هذا الشكل لتوضيح علاقات من واقع الحياة

نافذة : يبين الشكل المجاور اطار نافذة ابعادها موضحة في الشكل



① هل اطار النافذة على شكل مستطيل؟ ابرر اجابتي

الحل:- يفهم من الشكل ان اضلاحي الاطار المتقابلين لها الطول نفسه، لذا فالاطار على شكل متوازي اضلاحي، ويمكن ان يوجد ما يدل على ان الزوايا قوائم، لذا لا يمكن تحديد ما اذا كان الاطار على شكل مستطيل ام لا.

② ما س تسمي طولي قطري الاطار، فوجد ان طول احدهما 2.45 m فطول الاخر 2.45 m فهل اطار النافذة على شكل مستطيل

الحل:- بالرجوع الى نظرية قطري المستطيل، فان الشكل الرباعي يكون مستطيلاً اذا كان قطراه متطابقان، وبما ان قطري اطار النافذة لهما متطابقان، اذن فالاطار النافذة ليس على شكل مستطيل.

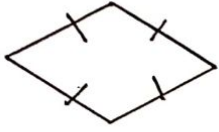
③ افترض ان قطري النافذة لهما الطول نفسه فهل اطارها على شكل مستطيل، ابرر اجابتي

التحقق من
فهمي
94
ص

الحل:- نعم مستطيل لانه متوازي اضلاحي قطراه متطابقان

هو متوازي أضلاع جميعها متطابقة.

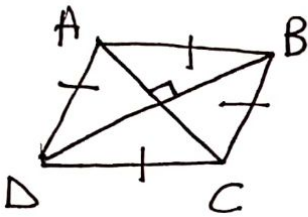
للمعين مصادرها متوازي الأضلاع جميعها بالإضافة إلى الخاصيتين في الفريتين



نظريات

* نظرية قطري المعين

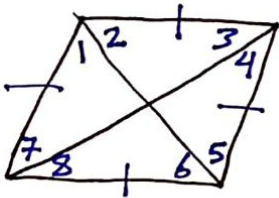
يكون متوازي الأضلاع معيناً إذا وفقط إذا كان قطره متعامداً



يكون $\square ABCD$ معيناً إذا وفقط إذا
كان $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

* نظرية الزوايا المتقابلة في المعين

يكون متوازي الأضلاع معيناً إذا وفقط إذا ذهب كل قطر من قطريه الزاويتين المتقابلتين اللتين يصل بين أسرها



$$\angle 1 \cong \angle 2$$

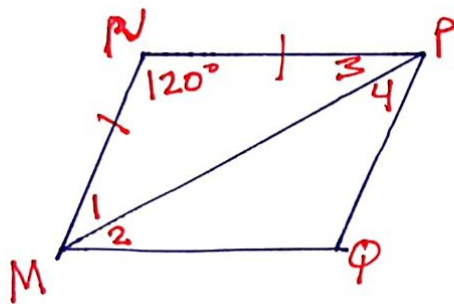
$$\angle 3 \cong \angle 4$$

$$\angle 5 \cong \angle 6$$

$$\angle 7 \cong \angle 8$$

* يمكن استعمال خصائص المعين لإيجاد قيم مجهولة.

مثال: بين الشكل المجاور المعين NPQM، إذا كانت $m\angle N = 120^\circ$ فاجد قياسات الزوايا المرفقة في الشكل



الحل:- المثلث NPM متطابقه
الضلعين وعلى زوايا لقاعدة
متساوية

$$m\angle 1 = m\angle 3$$

مجموع زوايا المثلث 180° وعلى

$$m\angle 1 + m\angle 3 = 180 - 120 = 60$$

$$m\angle 1 = m\angle 3 = 30^\circ \text{ وعلى}$$

وسب نظرية الزوايا المتقابلة في المعين

$$m\angle 1 = m\angle 2, m\angle 3 = m\angle 4$$

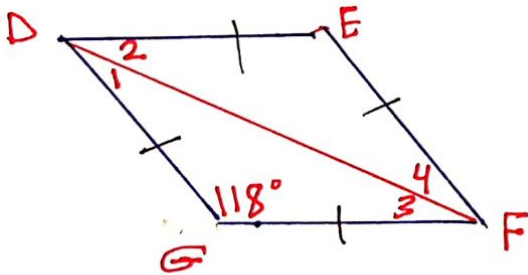
$$m\angle 2 = m\angle 1 = 30^\circ \text{ وعلى}$$

$$m\angle 4 = m\angle 3 = 30^\circ$$

تذكير
المثلث متطابقه
الضلعين زوايا
لقاعدة متطابقة

بين الشكل المجاور المعين DEFG إذا كانت $m\angle G = 118^\circ$ فاجد قياسات الزوايا المرفقة في الشكل

التحقق
من
نصف
95
4



الحل:- المثلث DGF متطابقه الضلعين
وعلى زوايا لقاعدة متساوية

$$m\angle 1 = m\angle 3$$

مجموع زوايا المثلث 180° وعلى

$$m\angle 1 + m\angle 3 = 180 - 118 = 62$$

$$m\angle 1 = m\angle 3 = 31^\circ$$

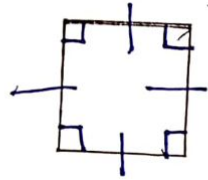
وسب نظرية الزوايا المتقابلة في المعين

$$m\angle 2 = m\angle 1 = 31^\circ$$

$$m\angle 4 = m\angle 3 = 31^\circ$$

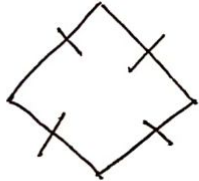
(المربع)

هو متوازي أضلاع جميعاً متطابقة زواياه
 المربع قوائم ، وبما أن المستطيل متوازي أضلاع
 زواياه المربع قوائم ، والمعروف متوازي أضلاع أضلاع
 المربع متطابقة ، فإن المربع مستطيل ، لأن زواياه
 المربع قوائم ، وهو أيضاً معين ، لأن أضلاعه المربع
 متطابقة ، وهذا يعني أن جميع خصائص متوازي
 الأضلاع ، والمستطيل والمعين تنطبق على المربع



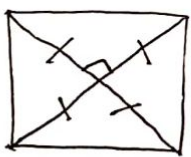
مثلاً عدد ما إذا كان متوازي الأضلاع في كل مما يأتي مستطيل
 أم معيناً أو مربعاً .

①



الأضلاع متطابقة (معين)

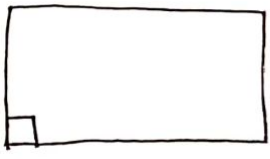
②



المقار متطابقة فان متوازي
 الأضلاع مستطيل ، وبما أن القطرتين
 متساويتان فان متوازي الأضلاع
 معين ومنه فان متوازي الأضلاع
 المبين في الشكل هو أيضاً

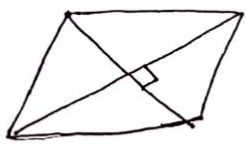
التحقق من ذلك
 ٩٤
 ١١٥

③



مستطيل لأنه متوازي أضلاع أحد
 زواياه قائمة وبالتالي تكون كل
 زواياه قوائم حسب خصائص متوازي الأضلاع

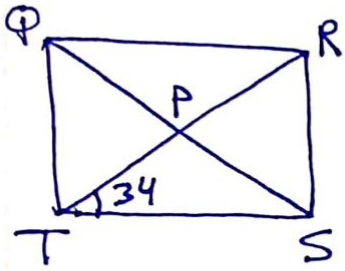
④



معين لأن القطرتين متعامدتان

⑦

اتدرب واحل مسائل
بين الشكل المجاور المستطيل $QRST$ ما إذا
كان قطره يتقاطعان في النقطة P
 $m\angle PTS = 34$ و $QS = 10$ حدد :-



① $m\angle QTR$

نروا المستطيل قطريه وحله :-

$$m\angle QTR = 90 - 34 = 56$$

② $m\angle QRT$

$$m\angle QRT = 34$$

متبادله مع الزاوية PTS

③ $m\angle SRT$

$$m\angle SRT = 56$$

متبادله مع $\angle QTR$

④ QP

الحل :-
 $QP = 5$
لان قطريه مستطيل ينصف كل منهما الآخر

⑤ RT

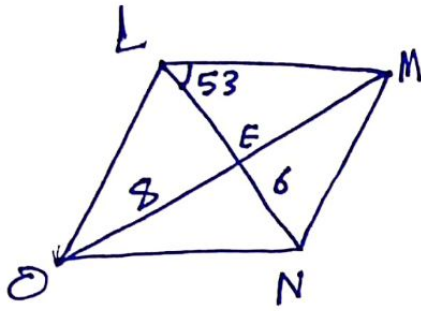
$$RT = 10$$

قطريه مستطيل متطابقان

⑥ RP

$$RP = 5$$

بيّن الشكل المجاور المربع LMNO إذا كان قطره يتقاطعان في النقطة E و $m\angle NLM = 53^\circ$ و $OE = 8$ و $NE = 6$ فاجد كل ما يأتي :-



الحل :-

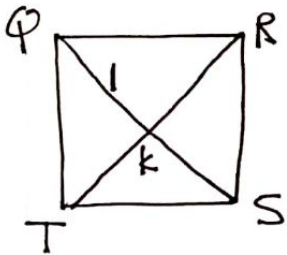
المعينة اضلاع متطابقة وقطره متعامدان وقطره ينصفان زوايا رؤوسه وقطره ينصف بعضهما

(7) $m\angle OLN$ 53 (8) $m\angle LEO$ 90
لتعامد القطران

(9) $m\angle LON$ 74 (10) OM 16
متالفة مع $\angle MLO$

(11) LE 6 (12) LN 12

بيّن الشكل المجاور المربع QRST إذا كان قطره يتقاطعان في النقطة K و $QK = 1$ فاجد كل ما يأتي :-

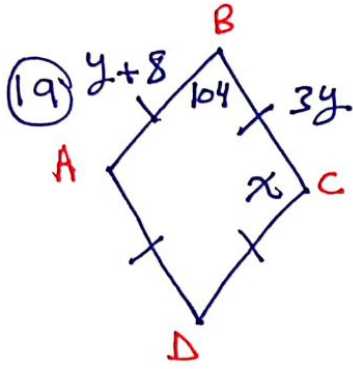


(13) $m\angle RKS$ 90° (14) $m\angle QTK$ 45°

(15) $m\angle QRK$ 45 (16) KS 1

(17) QS 2 (18) RT 2

احدد ما اذا كان متوازي الاضلاع في كل معاديات متطابقة
 أم معيناً أم مربعاً أم مربعاً اجابتي ثم اجد متبقة كل من x و y



الحل :- جميع الاضلاع متطابقة
 ولدينا زوايا متبقة وعليه
 الشكل معين

$\angle B$ و $\angle C$ متالفتان

$$m \angle C = 180 - 104 = 76$$

$$x = 76$$

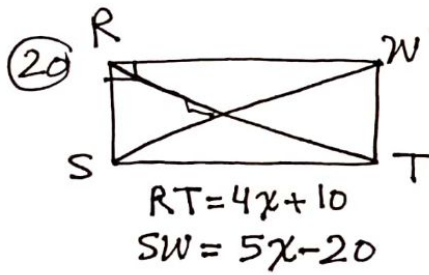
$$y + 8 = 3y$$

$$\begin{array}{r} y + 8 = 3y \\ -y \quad -y \\ \hline 8 = 2y \end{array}$$

$$\frac{8}{2} = \frac{2y}{2}$$

$$\boxed{y = 4}$$

الاضلاع متطابقة :-



الحل :- متطابق لان متوازي الاضلاع
 احدي زواياه قائمه وبالتالي
 تكون كل زواياه قائمه

قطر متطابقان :-

$$RT = WS$$

$$4x + 10 = 5x - 20$$

$$\begin{array}{r} 4x + 10 = 5x - 20 \\ -4x \quad -4x \\ \hline 10 = x - 20 \end{array}$$

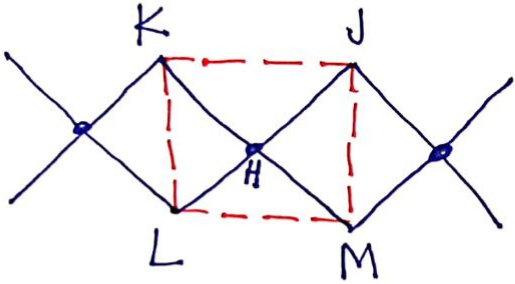
$$10 = x - 20$$

$$+20 \quad +20$$

$$\boxed{x = 30}$$

علاقة ملائمة: - يعني الشكل (مباور) علاقة ملائمة متبادلة
إذا كان $KJML$ متوازي أضلاع وكان
 $\overline{KM} \perp \overline{LJ}$ و $m\angle K = 90^\circ$ فاجبه عن كل مما يأتي.

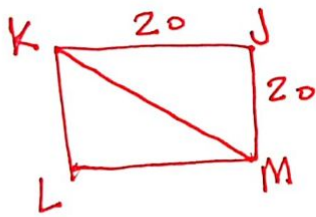
(21) هل متوازي الأضلاع $KJML$ متطابق
أم معين أم مربع



الحل: -
 $\overline{KM} \perp \overline{LJ}$ وعلاقة معين
مبدا ان اضلاع زوايا قائمة فيتكون
متطابق.

وبذلك الشكل معين ومتطابق مغلبي الشكل مربع

(22) إذا كان $KJ = 20 \text{ cm}$ فاجبه KM و LJ مبرراً اجابته



$$\overline{KM} = \overline{LJ}$$

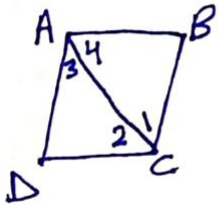
الشكل مربع: - فبعضه متساوي

$$(KM)^2 = (KJ)^2 + (JM)^2$$

$$= 400 + 400 = 800$$

$$KM = \sqrt{800} = \sqrt{400 \times 2} = 20\sqrt{2}$$

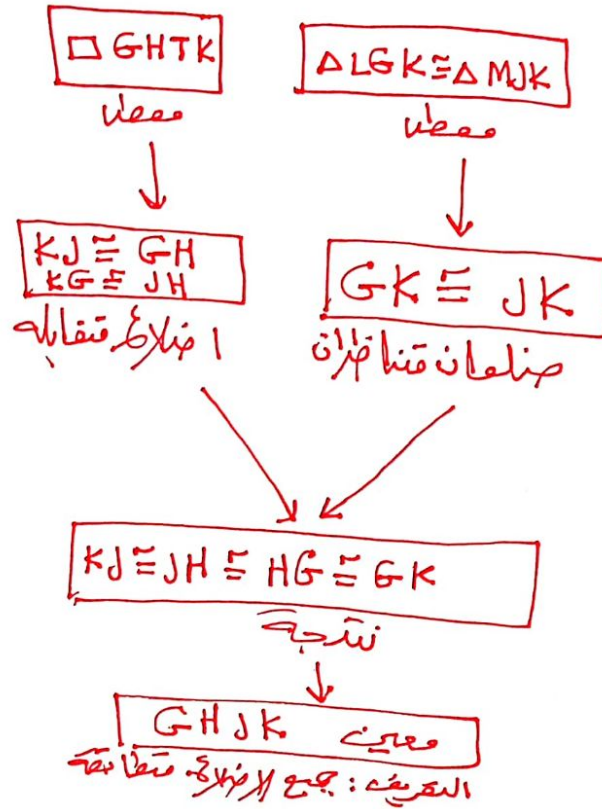
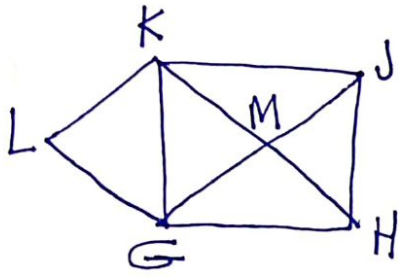
(23) في الشكل الآتي: إذا كان $ADCB$ متوازي أضلاع وكان $\overline{AC}$
ينصف كلًا من $\angle A$ و $\angle C$ فاستبان $ABCD$ معين. استعمال البرهان ذي العمودين



العبارة	المبررات
(1) $\angle 4 \cong \angle 2$	متبادلة داخلية
(2) $\angle 1 \cong \angle 3$	$\overline{AC}$ ينصف $\angle C$
(3) $\angle 1 \cong \angle 4$	نتيجة من (1) و (2)
(4) $\triangle ABC$	متطابقه الضلعين
(5) $AB \cong CB$	اقاما الضلعين
(6) $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ $\overline{BC} \cong \overline{AD}$	اضلاع متقابلة في متوازي أضلاع
$\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{BC} = \overline{AD}$	نتيجة
$ABCD$ معين	جميع اضلاعه متطابقة

(24) في الشكل الآتي، إذا كان $G H J K$ متوازي أضلاع، وكان $\Delta L G K \cong \Delta M J K$ فاثبت أن $G H J K$ معين، باستعمال أسطوانة السهم.

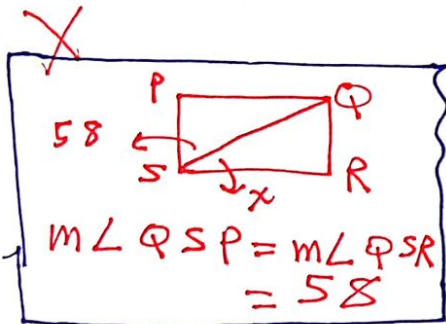
الحل :-



(25) اكتشف الخطأ في انظر الحل الآتي، واكتشف الخطأ الوارد منه
 واصل ما علمت بأن $P Q R S$ مستطيل

الحل :- قطر المستطيل لا ينصف زوايا الزوايا الى 45°

$$m\angle QSR = 90 - 58 = 32^\circ$$

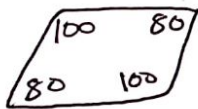
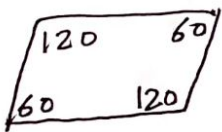


(26) تبرير: محل (مصفيات جميعها)

متساوية، ابراجا بتي

الحل :- التشابه : الأضلاع متساوية، الزوايا متطابقة

لا، انظر الاستكمال الجوارح



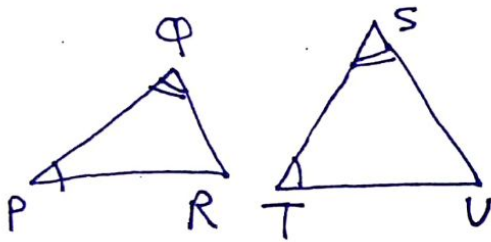
شأنه المثلثات

الدرس
5

* المضلعات المتشابهة هي مضلعات زواياها المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعها المتناظرة متناسبة، وقد المثلثات حالة خاصة من المضلعات، وتوجد مثلثات ونظريات ونظائر ثابتة تشابه المثلثات

ملاحظة: (التشابه بزواييتين AA)

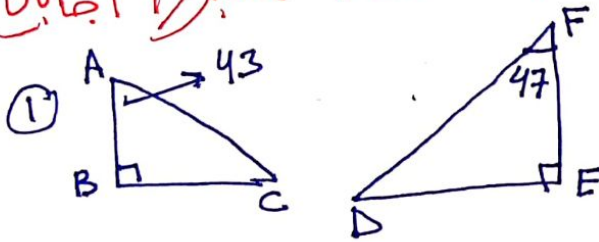
إذا طابقت زوايتان في مثلث زواييتين في مثلث آخر فان المثلثين متشابهان.



إذا كان $\angle P \cong \angle T$ و $\angle R \cong \angle U$ فان $\triangle PQR \sim \triangle TSU$

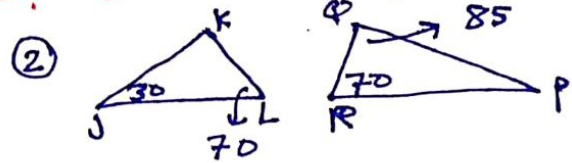
يمكن استعمال ملاحظة AA لتحديد ما إذا كان مثلثان متشابهان أم لا

نشان
حدد ما إذا كان كل مثلثين مما يلي متشابهين أم لا وإذا كانت كذلك، اكتب عبارة التشابه صريحاً إجابتك



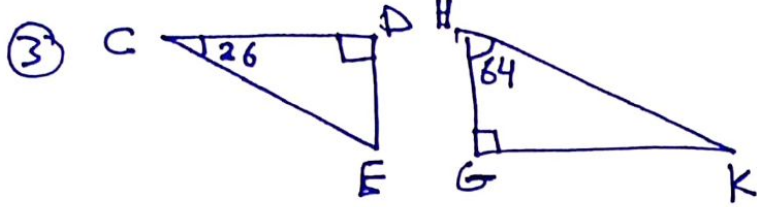
الحل: $\angle B \cong \angle E$ وهما زوايتان قائمتان
مجموع زوايا المثلث 180° وعليه
 $m\angle C = 180 - (90 + 43) = 47$
وعليه $\angle C \cong \angle F$

اذن $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
وفق الملاحظة (AA)



الحل: $\angle L \cong \angle R$
 $m\angle K = 180 - (30 + 70) = 80$
 $m\angle P = 180 - (85 + 70) = 25$
وعليه يوجد زوج زوايا واحد فقط هنا
الزوايا المتطابقة، اذن:
 $\triangle JKL$ و $\triangle PQR$ ليسا متشابهين

لقد تعلمنا انه



$$\angle D \cong \angle G$$

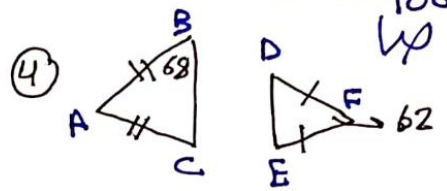
$$m\angle E = 180 - (90 + 26) = 64$$

$$\angle E \cong \angle H \text{ (معلومة)}$$

$$\triangle CED \sim \triangle KHG \text{ اذن}$$

وصف المثلث (AA)

التحقه في نهضه



اكل :- زوايا لقاعد متطابفة
للمثلث المتطابقه المتبقية

$$m\angle C = 68$$

$$m\angle A = 180 - (68 + 68) = 54$$

المثلث DEF :-

$$m\angle E + m\angle D = 180 - 62 = 118$$

متطابفة

$$m\angle E = m\angle D = 59$$

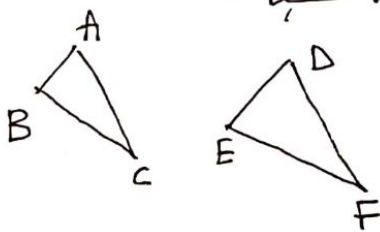
لا يوجد زوايا متطابقة على
غير متساوية

في ما يخص طريقتان احريان لتدريه ما اذا كان مثلثان متشابهين أم لا

نظرات

* التماثل بثلاثة اضلاع (SSS)

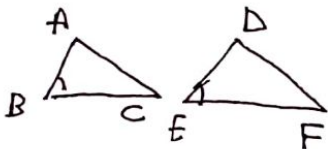
اذا كانت الاضلاع المتناظرة لمثلثين متساوية
فان المثلثين متشابهين



$$\triangle ABC \sim \triangle DEF, \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$$

* التماثل بضلعين وزاوية محصورة (SAS)

اذا كان طول ضلعين في مثلثين متساويين مع طول الضلعين المتناظرين
لهما في مثلث آخر وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متطابقتين فان
المثلثين متشابهين

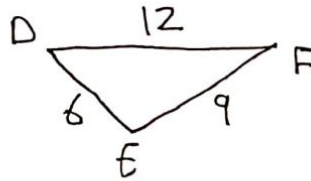
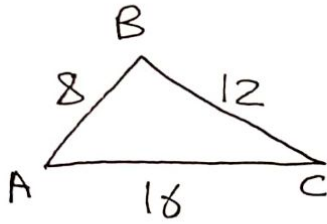


$$\triangle ABC \sim \triangle DEF \text{ و } \angle B \cong \angle E, \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

②

مثال: حدد ما إذا كان المثلثان مماثلين مما ياتي متساويين أم لا، وإذا كانا كذلك اكتب عبارة يشابه مبرراً اجابتي.

①



الحل:

أطول ضلعين:

$$\frac{CA}{FD} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

أقصر ضلعين:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

الضلعان المتبقيان:

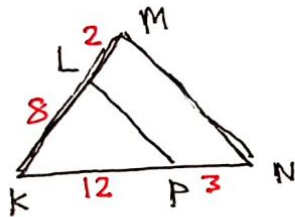
$$\frac{BC}{EF} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

لما أن جميع ضلعيهما متساوية إذن:

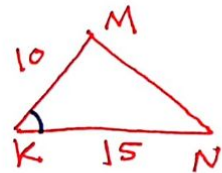
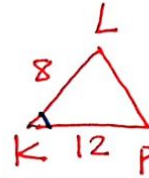
$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

وفق نظرية التشابه SSS

②



مثلثان متماثلان



أقصر ضلعين:

$$\frac{KL}{KM} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

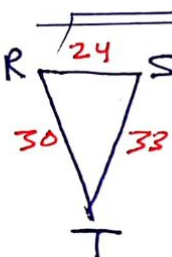
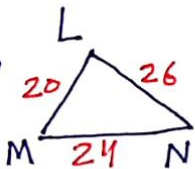
أطول ضلعين:

$$\frac{KP}{KN} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

لما أن ضلعي الضلعين اللذين يحدهما $\angle K$ في $\triangle KLP$ متساويان مع ضلعي الضلعين المتماثلين لهما في $\triangle KMN$ إذن:

$\triangle KLP \sim \triangle KMN$ وفق نظرية التشابه SAS

③



الضلعان المتبقيان:

$$\frac{MN}{RT} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

أقصر ضلعين:

$$\frac{LM}{RS} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

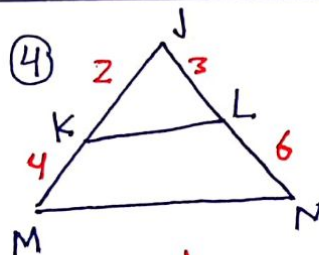
أطول ضلعين:

$$\frac{LN}{ST} = \frac{26}{33}$$

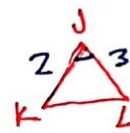
ايضا مبرر

ولذلك لا يوجد تشابه لأن الضلعين المتناظرين ليسا متساويين

④



التحقق من التشابه
101
40



الحل:

أقصر ضلعين:

$$\frac{JK}{JL} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

أطول ضلعين:

$$\frac{LN}{JN} = \frac{9}{3} = 3$$

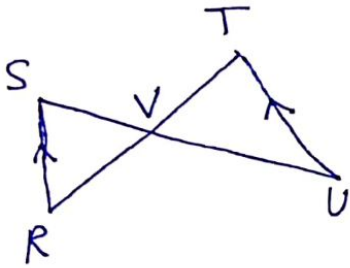
$$\triangle MJN \sim \triangle KJL \text{ (SAS)}$$

المثلثان متماثلان

⑤

يمكنني استعمال ملحة التشابه ونظرياتها في إثبات تشابه مثلثين

مثال: استعمال المعلومات المعطاه في الشكل المجاور لاثبت ان $\Delta SVR \sim \Delta UVT$ باستعمال/ببرهان ذي العمودين

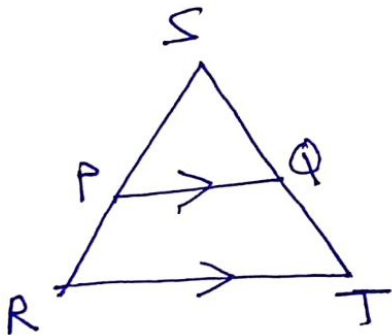


الحل:

المبررات	العبارات
زاويتاه متقابلتان في لـ ١٣	$\angle SVR \cong \angle UVT$
معطاه	$\overline{SR} \parallel \overline{UT}$
زاويتان متبادلتان داخلياً	$\angle S \cong \angle U$
ملحة تشابه AA	$\Delta SVR \cong \Delta UVT$

التحقق من مفهومي

استعمل المعلومات المعطاه على الشكل المجاور لاثبت ان $\Delta SPQ \sim \Delta SRT$ باستعمال/ببرهان ذي العمودين



$PQ \parallel RT$
معطاه

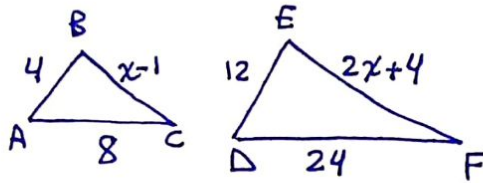
$\angle QPS \cong \angle R$
زاويتان متبادلتان

$\Delta SPQ \cong \Delta SRT$
AA

$\angle S$
زاوية مشتركة

يمكن استعمال كتاب المثلثات في إيجاد قياسات مجهولة

مثال ١: جد قيمة x / $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ بجعل



نكتب لثنا به

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

$$\frac{4}{12} = \frac{x-1}{2x+4} \quad \text{نضرب بتار$$

$$12x - 12 = 8x + 16$$

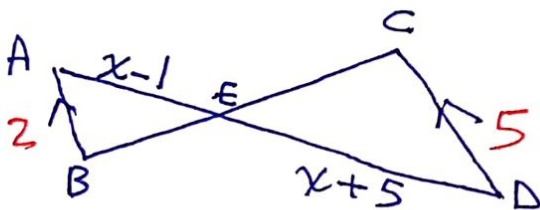
$$4x - 12 = 16$$

$$4x = 28$$

$$x = 7$$

جد قيمة x / $\Delta ABE \sim \Delta DCE$ بجعل

التحقق من الحل
103
١٠٣



نكتب لثنا به

$$\frac{x+5}{x-1} = \frac{5}{2}$$

$$5x - 5 = 2x + 10$$

$$3x - 5 = 10$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

انتبه الى ترتيب الاضلاع

$$\Delta ABE \sim \Delta DCE$$

ماتلاب الحياه

مثال يريد صاحب قياس عرض البحيرة باستخدام تقنية المسح (مبينه على الشكل (هجوم) ، جد عرض البحيرة VW

الحل:- المثلثان متشابهان لوجود زاويتان
لهما نفس لقياس :-

$$\angle Z = \angle W \text{ قوائم}$$

$$\angle 1 = \angle 2 \text{ تقابل بالراس}$$

نكتب النسب :-

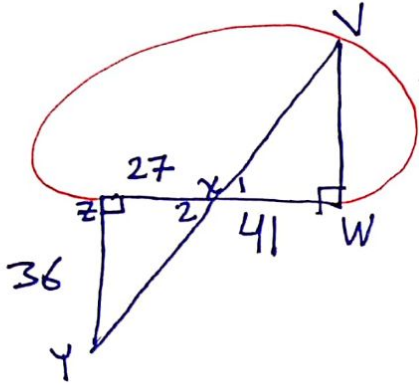
$$\frac{YZ}{VW} = \frac{ZX}{WX}$$

لنقص ان
عرض البحيرة X

$$\frac{36}{X} = \frac{27}{41}$$

$$\begin{array}{r} 27x = 1476 \\ \hline 27 \quad 27 \end{array}$$

$$x \approx 54.7$$



$$\triangle XZV \sim \triangle XWV$$

يستخدم الشكل (هجوم) طريقة اخرى لقياس عرض البحيرة
جد عرض البحيرة WX من

الحققه من رصده

المثلثان متشابهان لوجود زاويتان

$$\angle 1 = \angle 2 \text{ تقابل بالراس}$$

$$\angle 3 = \angle 4 \text{ قوائم}$$

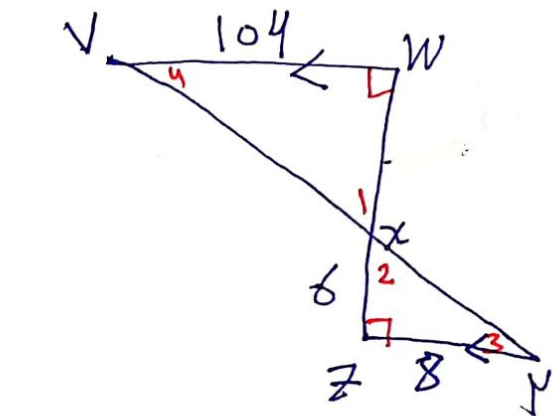
نكتب النسب :-

$$\frac{WX}{ZX} = \frac{VW}{YZ}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{104}{8}$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{624}{8}$$

$$x = 78$$

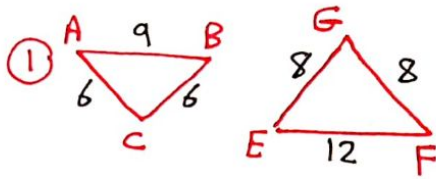


اخرى عرض البحيرة X

63

التدريب واحد (مسائل)

حدد ما اذا كان كل مثلثين مما يلي متماثلين أم لا
 فاذا كانا كذلك، فاكتب عبارة يشابه مبرراً جانباً



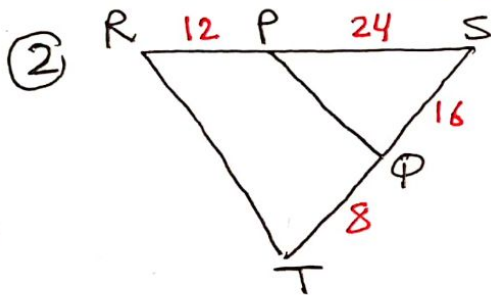
الحل: صنفنا فقط وجود أطوال أضلاع

$$\frac{EF}{AB} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

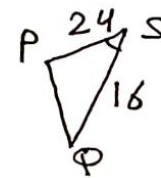
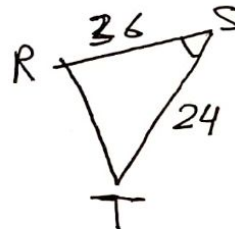
$$\frac{GF}{CB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

المثلثان متماثلان

والمثلثان متماثلان (SSS)



المثلثان متماثلان لأن الأضلاع متساوية



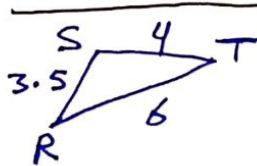
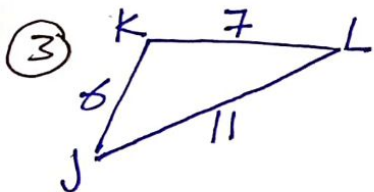
متركة لـ S

المثلثان متماثلان

$\Delta RST \sim \Delta PQT$
(SAS)

$$\frac{RS}{PS} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{ST}{QT} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$



$$\frac{11}{6}$$

أطوال أضلاع

$$\frac{6}{3.5} = \frac{60}{35}$$

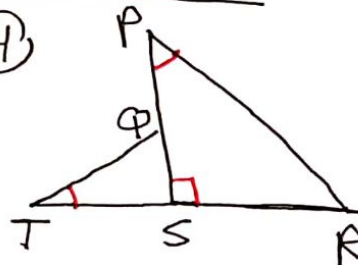
$$= \frac{12}{7}$$

أضلاع متساوية

والمثلثان غير متماثلين

لأن الأضلاع غير متساوية

④



الحل:

$\angle T \sim \angle P$ متساويان

$\angle RST \sim \angle TSQ$ متساويان

مجموع
زاوية
180

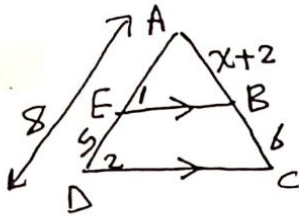
والمثلثان متماثلان

(AA)

⑦

اثبت ان كل مثلثين هما ياتي متساويان ثم جد (الطول المطلوب)

⑤ AB



الحل: يوجد مثلثان متماثلان
 $\angle A$ مشترك
 $\angle 1 \cong \angle 2$ تناظر
 وعلى المثلثان متساويان (AA)
 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$

نتجتنا هي :-

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$$

$$\frac{x+2}{8} = \frac{3}{8}$$

$$8x + 16 = 3x + 24$$

$$-3x \quad -3x$$

$$5x + 16 = 24$$

$$-16 \quad -16$$

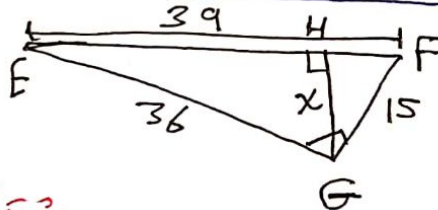
$$5x = 8$$

$$5x = 8$$

$$x = \frac{8}{5}$$

$$AB = x + 2 = \frac{8}{5} + 2 = \frac{18}{5}$$

⑥ HG



الحل: يوجد مثلثان متماثلان

$\angle F$ مشترك

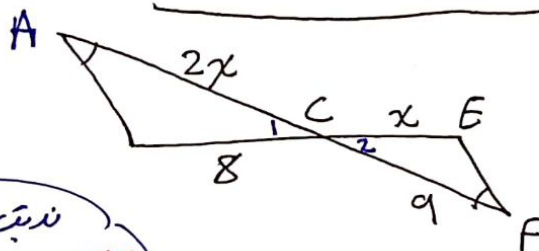
$\angle G \cong \angle FHG$ معك

وعلى المثلثان متساويان (AA)

نتجتنا هي :-

$$\frac{36}{x} = \frac{39}{15} \rightarrow \frac{39x}{39} = \frac{540}{39} \rightarrow x = 13.8$$

⑦ AC



$\angle A \cong \angle F$ معك

$\angle 1 \cong \angle 2$ تقابل بالزاوية

وعلى المثلثان متساويان

(AA)

بنا و

$$\frac{2x}{9} = \frac{8}{x}$$

$$\frac{2x^2}{2} = \frac{72}{2}$$

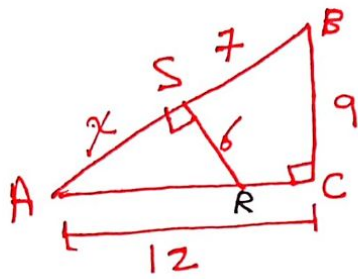
$$x^2 = 36$$

$$AC = 2x = 12 \text{ وعلى } x = 6$$

نتجتنا هي
 $\triangle ABC \sim \triangle FEC$

⑧

⑧ AB



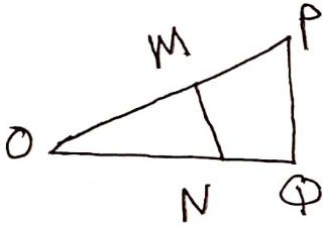
$\angle C \equiv \angle RSA$ معطى
 $\angle A$ مشترك
 $\triangle ASR \sim \triangle ACB$ (AA)
 تتكافأ
 نكتبها

$$\frac{AS}{AC} = \frac{SR}{BC}$$

$$\text{و.هـ.} \frac{x}{12} = \frac{6}{9}$$

$$AB = x + 7 = 15 \quad \text{وعليه} \quad x = 8$$

⑨ بحجة - بين الشكل لعمارة عجلة دوارج ، فاذا اعلنت ان
 $MP = NQ = 1.5 \text{ m}$ وان $OM = ON = 3$ فأثبت ما اذا كان
 $\triangle OMN \sim \triangle OPQ$ أم لا .



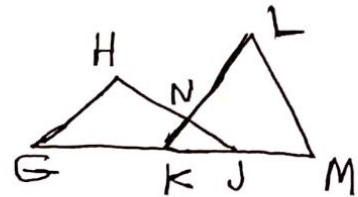
الحل : مشترك $\angle O$

$$\frac{OM}{OP} = \frac{3}{4.5} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{ON}{OQ} = \frac{3}{4.5} = \frac{2}{3}$$

المثلثان متشابهان متساويان في ضلعيهما المحاذيين
 (SAS)

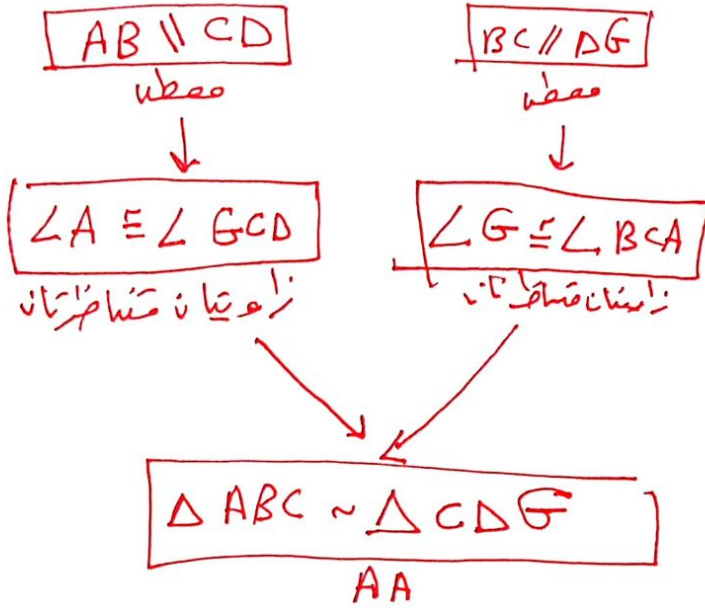
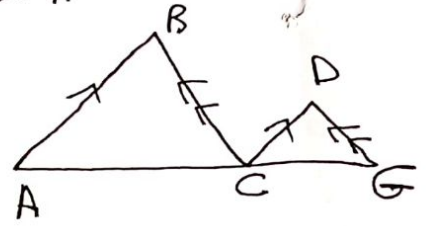
⑩ في الشكل (التي اذا كان $\triangle KNJ$ متطابقا لـ $\triangle HJL$
 و $\angle N$ زاوية قائمة ، وكان $\angle L \equiv \angle H$ فأثبت
 $\triangle GHJ \sim \triangle MLK$ باستخدام برهان ذي الزوايا



المبررات	المساواة
$\triangle KNJ$ متطابق لـ $\triangle HJL$	$\angle JKN \cong \angle JLN$
معطى	$\angle L \cong \angle H$
AA	$\triangle GHJ \sim \triangle MLK$

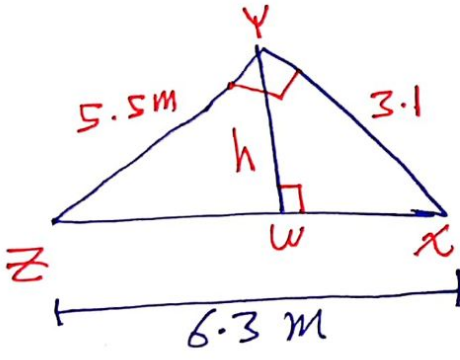
⑪

(11) استعمل المعلومات المعطاة على الشكل لإثبات أن: $AB \times CG = CD \times AC$



$\frac{AB}{CD} = \frac{AC}{CG}$ نضرب الطرفين
 $AB \times CG = AC \times CD$

(12) جيبس الشكل لجدار الواجبة الشكل على سطح منحد
 كيف يمكن معرفة الارتفاع h



الحل: نثبت أولاً أن $\Delta YZX \sim \Delta YWX$

$\angle X$ مشترك
 $\angle Y \cong \angle Y$ معطى
 $\Delta YZX \sim \Delta YWX$
 (AA)

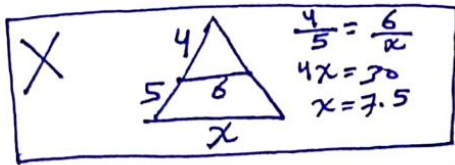
نستعمل أن

$$\frac{ZX}{YX} = \frac{ZY}{YW}$$

$\frac{6.3}{3.1} = \frac{5.5}{h}$

$$\frac{6.3h}{6.3} = \frac{17.05}{6.3}$$

$$h \approx 2.7$$

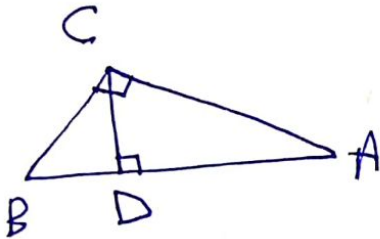


الحل: الخطأ: انظر الى لآتي واكتشف
الخطأ في ايجاد قيمة x واحد
الحل: نتحقق من خطأ:

بتاد $\frac{4}{9} = \frac{6}{x}$
 $\frac{4x}{4} = \frac{54}{4}$
 $x = 13.5$

(14) تحدد: اصد في ريشل اجمار الالة مثلثات متشابهة ثم اكتب
الان جعل ثمين مثلثات، واثبتها جميعها

الحل:



$$\triangle ADC \sim \triangle ACB \sim \triangle CDB$$

جميعاً متشابهة:

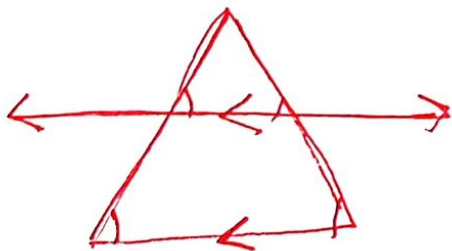
$$\angle D \sim \angle C$$

$$\angle A \text{ مشتركة}$$

$$\angle B \text{ مشتركة}$$

ناخذ كل مثلثين
ونفحص انهما

(15) تبرير: هل استقيم اذني يقطع مثلثين مثلث ويكون
موازياً للضلع الثالث من المثلثين يترك مثلثين
متشابهين؟ ابر اجابة.



نعم، توجه زاويتان
متناظرتان «مضامنة»
متطابقتان
مع زاوية
اشتركة

التقود: هو تحويل هندسي يكبر الشكل أو يغيره عن حقيقة

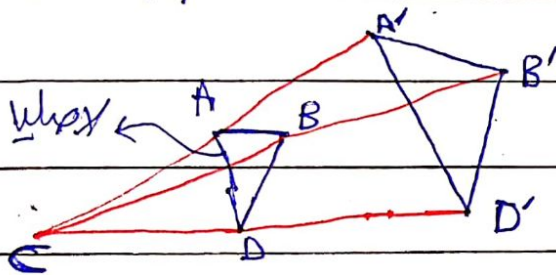
ثابتة C تسمى مركز التقود ونسبة تقود

تسمى معامل التقود وقائمة K وهو نسبة احد

أطوال الصور الى الطول الفاصل له عن مركز التقود

(مفهوم) اذا كان التقود الذي مركزه C ومعامله هو المعدل

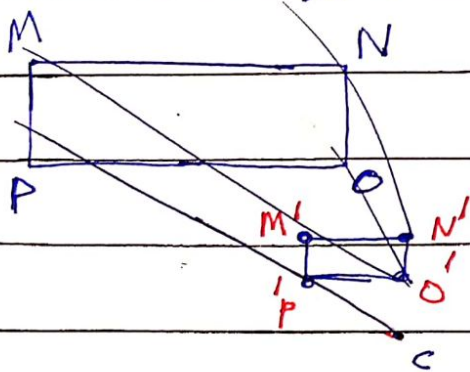
* هو حجب K حيث $K \neq 1$ و $K > 1$ فان التقود



* اذا كان التقود الذي مركزه C

ومعامله هو المعدل هو حجب K

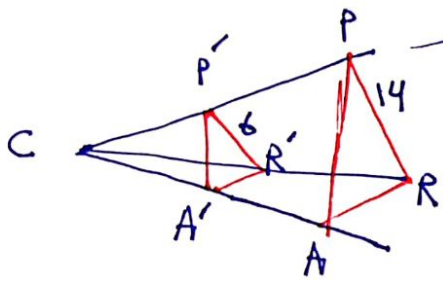
حيث $K \neq 1$ و $0 < K < 1$ فان التقود تصغير



راقب صياحي

مثال: حد معامل التقدير في كل ما يأتي بحسب أخذ ما إذا كان التقدير أكبر أم أصغر

①

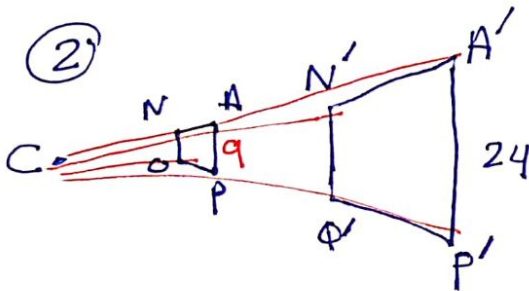


الحل:-
نأخذ نسبة طول أحد الضلعين
إلى الطول المقابل له بالمثل لإيجاد

$$\frac{P'R'}{PR} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

أقل من 1 التقدير أصغر $K = \frac{3}{7}$

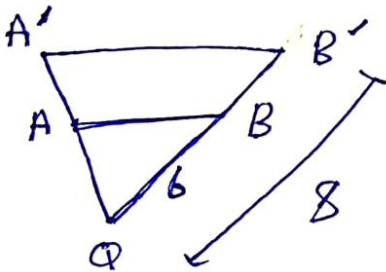
②



الحل:-
 $\frac{A'P'}{AP} = \frac{24}{9}$
 $= \frac{8}{3}$ أكبر من 1

أكبر من 1 التقدير أكبر $K = \frac{8}{3}$

③



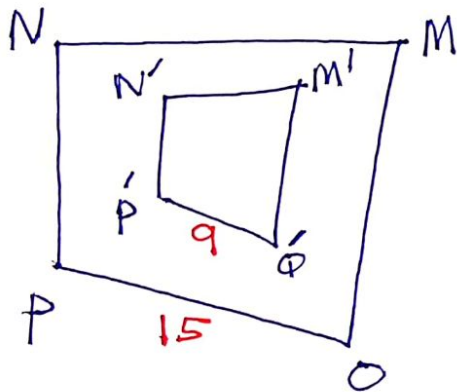
التحقق من وضعها

الحل:-

أكبر من 1
 $\frac{B'P}{PB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

أكبر من 1 - أكبر $K = \frac{4}{3}$

④



الحل:-
 $\frac{P'O'}{PO} = \frac{9}{15}$

أصغر من 1
 $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ أصغر من 1
أصغر من 1 - أصغر

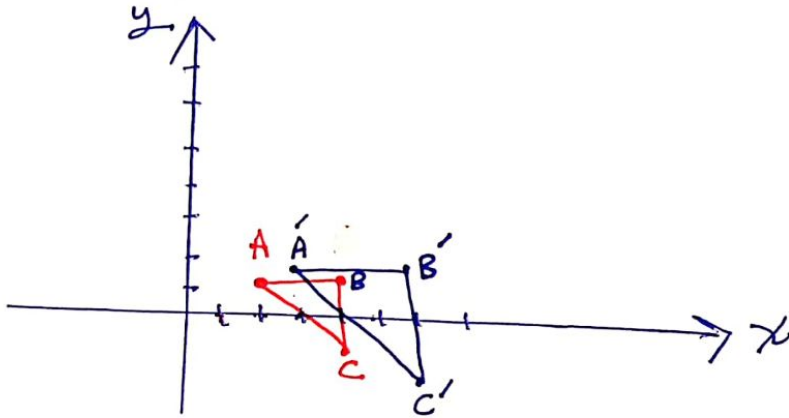
②

③ التحقق من شفها
 احداثيات رؤوس ΔABC هي $A(2,1)$, $B(4,1)$, $C(4,-1)$ مثل بياناً ΔPQR وهو صورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل بمعامله 1.5

١٥٨
 ص٢

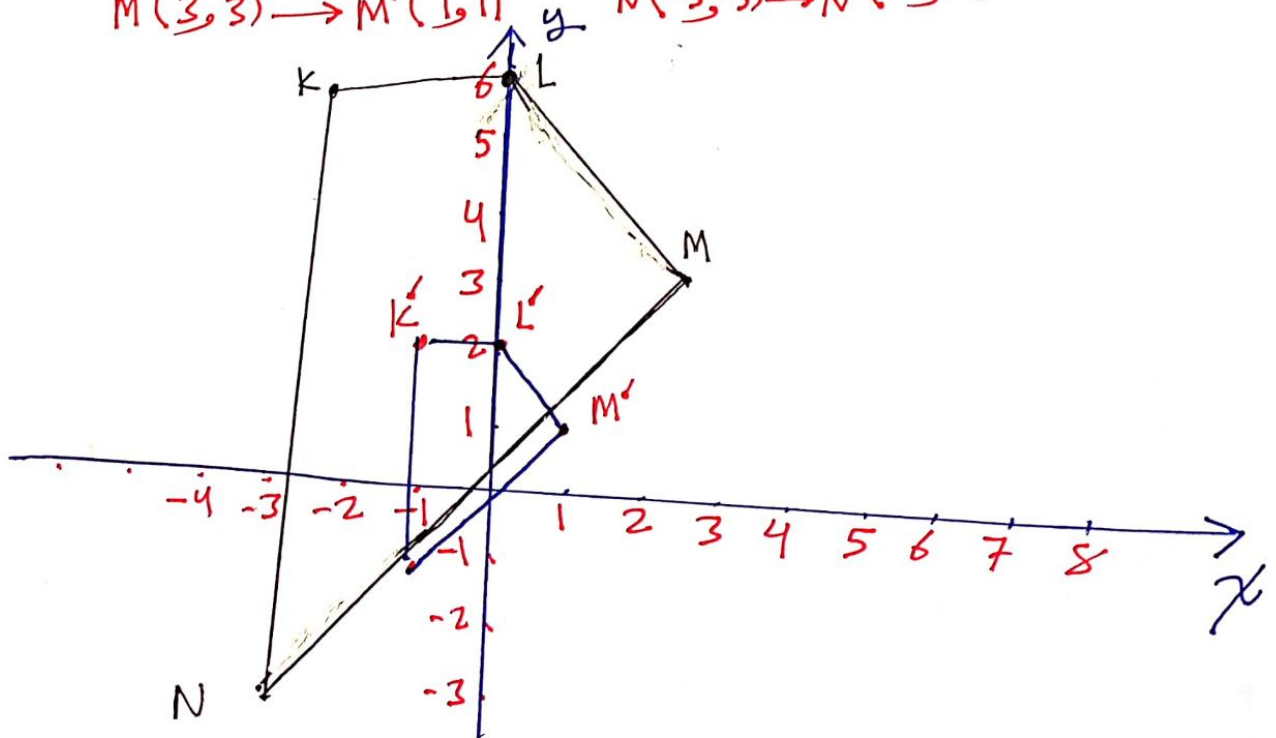
الحل :-

$$\begin{aligned} A(2,1) &\rightarrow A'(3,1.5) \\ B(4,1) &\rightarrow B'(6,1.5) \\ C(4,-1) &\rightarrow C'(6,-1.5) \end{aligned}$$



④ احداثيات رؤوس شكل الرباعي $KLMN$ هي $K(-3,6)$, $L(0,6)$, $M(3,3)$, $N(-3,-3)$ مثل بياناً $VWXYZ$ وهو صورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل بمعامله $\frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} K(-3,6) &\rightarrow K'(-1,2) & L(0,6) &\rightarrow L'(0,2) \\ M(3,3) &\rightarrow M'(1,1) & N(-3,-3) &\rightarrow N'(-1,-1) \end{aligned}$$

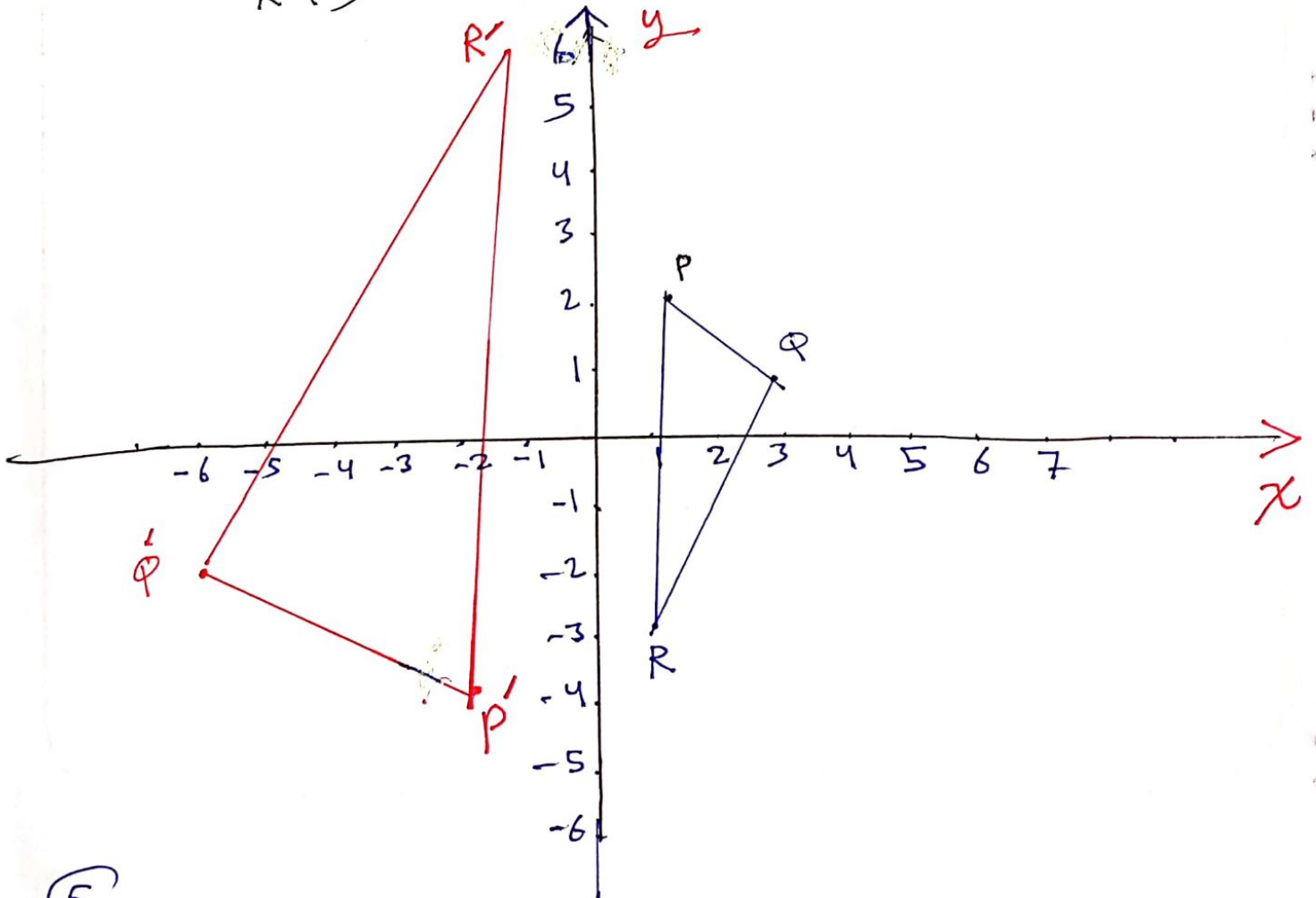


④

تعالماً سابقاً كيف ايجاد صورة شكل في المستوى الاصل تحت تأثير
تعدد مركزه نقطة الاصل ومعامله موجب $K > 0$ ويمكن ايضاً
ايجاد صورة شكل في المستوى الاصل تحت تأثير تعدد مركزه
نقطة الاصل ومعامله سالب $K < 0$ باستعمال القاءة نفسها
ان تعدد شكل في مستوى الاصل تحت تأثير معامل تعدد صيغة K
حيث K عدد موجب ومركزه نقطة الاصل، هو نفس تعدد
الشكل تحت تأثير تعدد معامل K مبعوثاً بدوران مقدار 180°

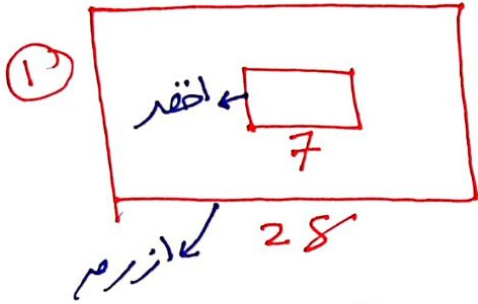
التحقق من هذا
اصدايات رؤوس ΔPQR هي :-
 $P(1, 2)$ و $Q(3, 1)$ و $R(1, -3)$ اصل بيانياً ΔPQR
وصورة الناتجة عن تعدد مركزه نقطة الاصل ومعامل -2

$$\begin{aligned} P(1, 2) &\rightarrow P'(-2, -4) \\ Q(3, 1) &\rightarrow Q'(-6, -2) \\ R(1, -3) &\rightarrow R'(-2, 6) \end{aligned}$$

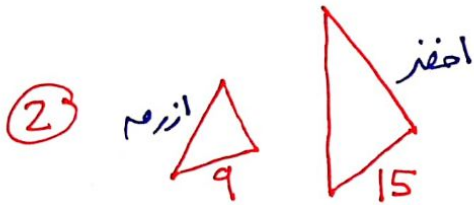


التدرب على مسائل
١٥
ص

إذا كان الشكل باللو، الصغير صورة لكل
بالقوة، الزر، تحت تأثير مقدار مركزه C
فاجد معامل التحدد في كل مما يأتي ثم احدد
ما إذا كان التحدد كبير أم صغير واجد
متى التحدد



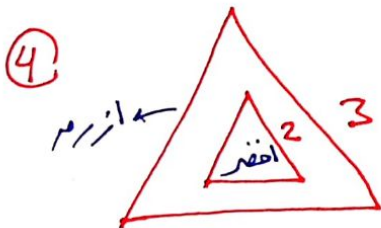
أقل من ١
تصغير $\frac{7}{28} = \frac{1}{4}$ تصغير



أكبر من ١
تصغير $\frac{15}{9} = \frac{5}{3}$ - كبير



أكبر من ١
تصغير $\frac{12}{6} = 2$ - كبير



أقل من ١
تصغير $\frac{2}{3}$

انسخ كل مضلع مما يأتي على ورقة مربعة، ثم ارسم صورة
له تحت تأثير مقدار مركزه نقطة الأصل، معقولاً معامل
التحدد (مضاداً) فله

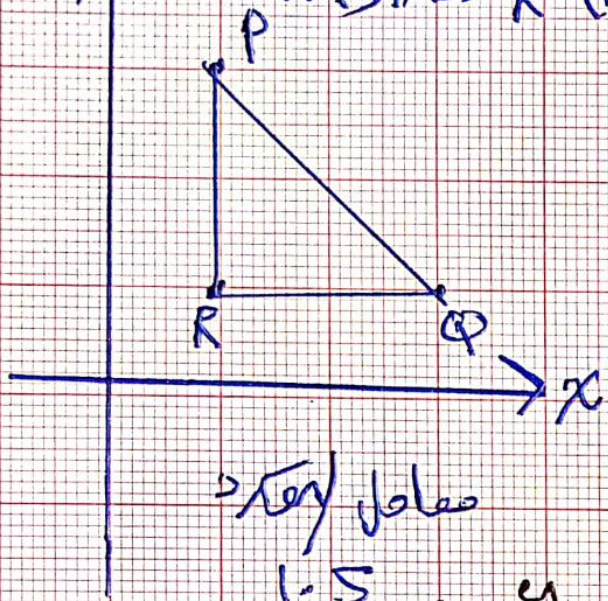
⑥

⑤

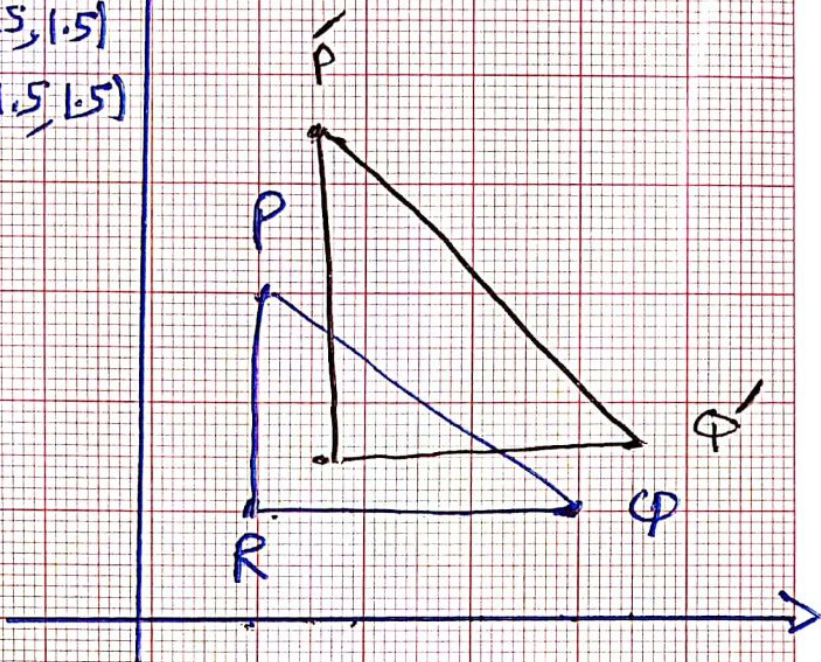
$$P(1,3) \rightarrow P'(1.5,4.5)$$

$$\Phi(3,1) \rightarrow \Phi'(4.5,1.5)$$

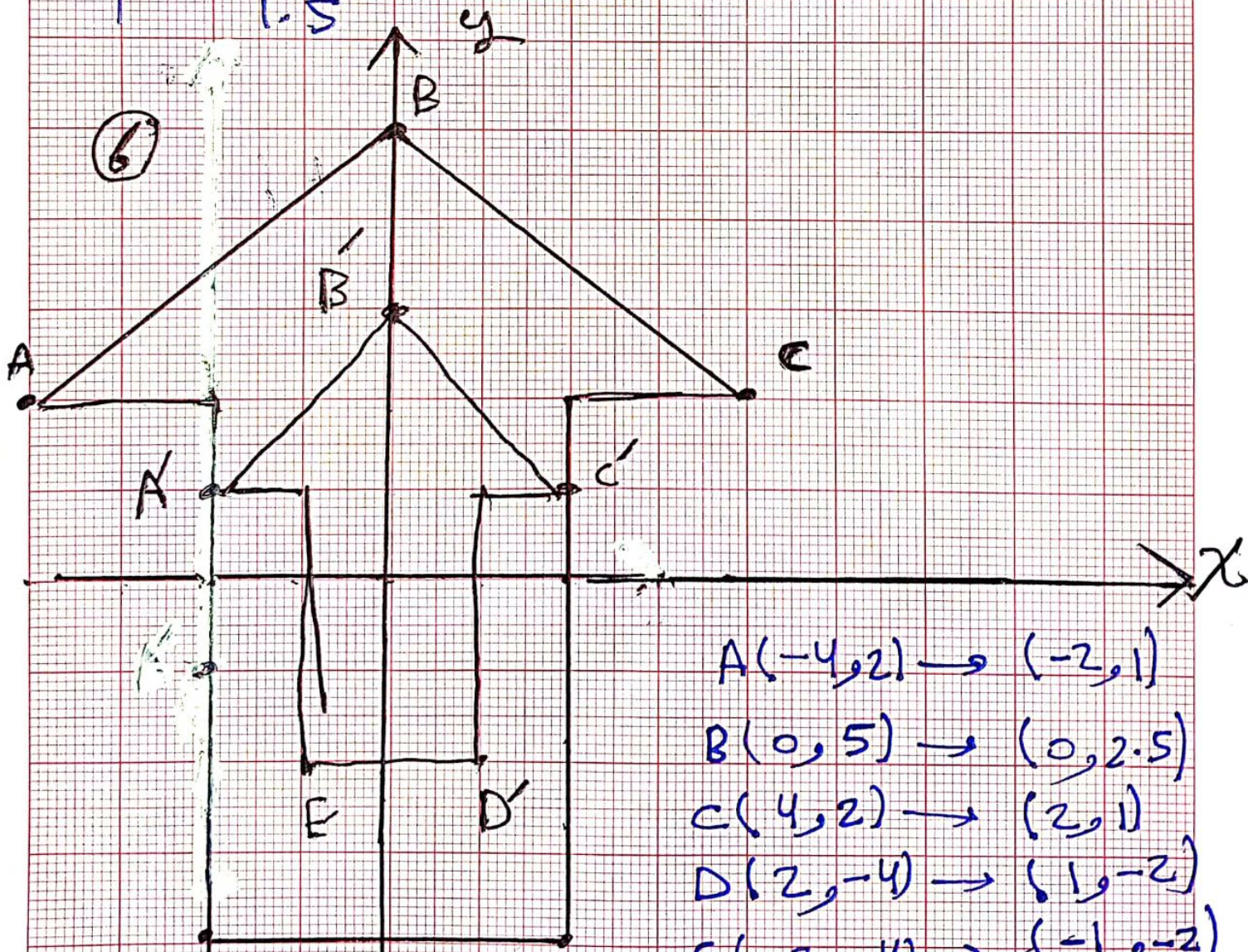
$$R(1,1) \rightarrow R'(1.5,1.5)$$



معاثل $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$



⑥



$$A(-4,2) \rightarrow (-2,1)$$

$$B(0,5) \rightarrow (0,2.5)$$

$$C(4,2) \rightarrow (2,1)$$

$$D(2,-4) \rightarrow (1,-2)$$

$$E(-2,-4) \rightarrow (-1,-2)$$

⑥

معاثل $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

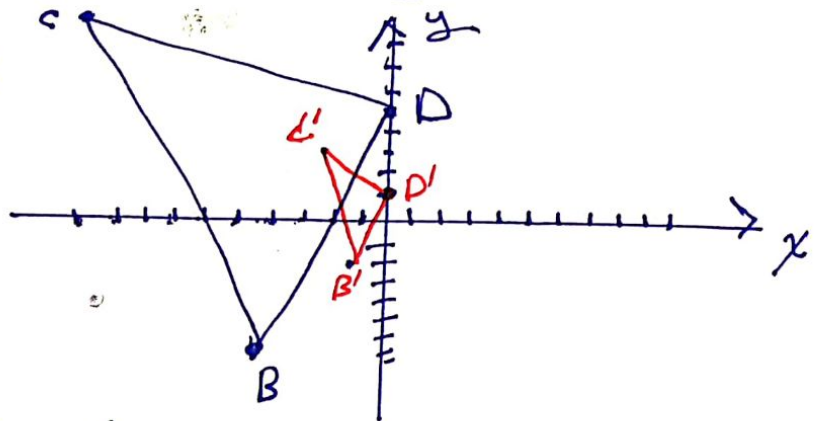
* امثل المضلع (معطاه احداثيات رؤوسه) بيانياً ثم امثل صورته الناتجة عن تحدد مركزه نقطة لاصل ومعاملة العدد K في سطحاًين.

⑦ $B(-5, -10), C(-10, 15), D(0, 5), K = \frac{1}{5}$

$B(-5, -10) \rightarrow (-1, -2)$

$C(-10, 15) \rightarrow (-2, 3)$

$D(0, 5) \rightarrow (0, 1)$



⑧ $L(0, 0), M(-4, 1), N(-3, -6) : K = -4$

$L(0, 0) \rightarrow L'(0, 0)$

$M(-4, 1) \rightarrow M'(16, -4)$

$N(-3, -6) \rightarrow N'(12, 24)$

نرسم في مستوى دفيئة/نقاط

⑨ $w(8, 2), x(6, 0), y(-6, 4), z(-2, 2) ; K = -\frac{1}{2}$

$w(8, 2) \rightarrow w'(4, -1)$

$x(6, 0) \rightarrow x'(-3, 0)$

$y(-6, 4) \rightarrow y'(3, -2)$

$z(-2, 2) \rightarrow z'(1, -1)$

نرسم دفيئة/نقاط

⑩ $x(-1, 2), y(2, 1), z(-1, -3) ; K = \frac{7}{2}$

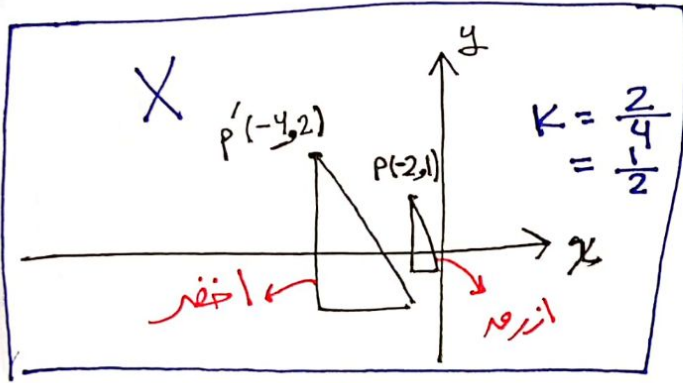
$x(-1, 2) \rightarrow x'(-\frac{7}{2}, 7)$

$y(2, 1) \rightarrow y'(7, \frac{7}{2})$

$z(-1, -3) \rightarrow z'(-\frac{7}{2}, -\frac{21}{2})$

نرسم دفيئة/نقاط

الكتشف الخطأ - في الحل الآتي ، اوجد معيار معامل التقدير لـ X
 - جعل مثلث Δ منفر صوره المثلث Δ $\frac{1}{2}$ تحت
 تأثير معقد مركزه نقطة Δ اصل. اكتشف الخطأ
 في حله واحد

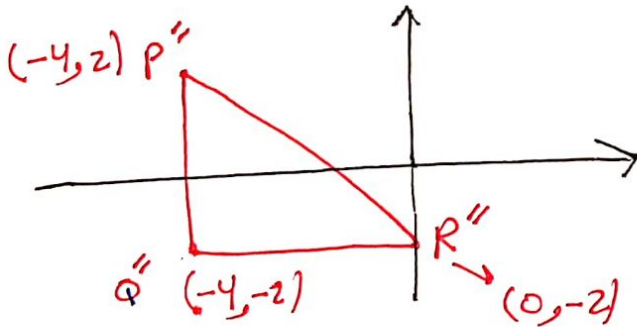


$$P(-2, 1) \rightarrow P'(-4, 2)$$

صنا معامل التقدير 2

حيث قام معيار بحساب نسبة
 طول احد اضلاع المثلث Δ الى طول
 الضلع المناظر له في الصورة

(12) تحذير: المثلث المبين في الشكل الآتي هو صورة مثلث تحت تأثير
 تحويل هندسي: معقد معامل 2 ومركزه نقطة Δ اصل
 ثم انقلنا Δ حول المحور Y ، حذ احد احداث رؤوس
 المثلث Δ اصل



الحل:- الرؤوس قبل التقدير
 نقيم على 2 ثم نغير
 إشارة إحداثي X

$$P(2, 1)$$

$$Q(2, -1)$$

$$R(0, -1)$$