الفرع العلمي

الوحدة (5)

قياس الزاوية بالراديان

شرح مفصل للمادة
اتحقق من فهمي
اتدرب واحل المسائل
مهارات التفكير العليا
كتاب التمارين
اوراق عمل
رافت صافي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

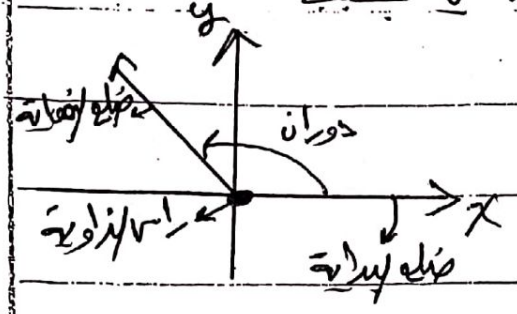
قياس الزاوية بالراديان

رسم الزاوية في الوضع القياسي

لكي هذه الزاوية المجاورة مرسومة بالوضع القياسي بسبب

1) رأسها نقطة الأصل (0,0)

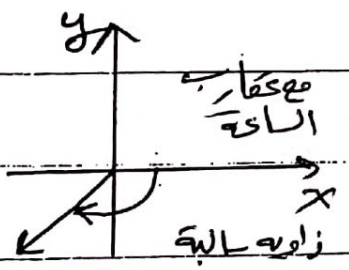
2) ضلع بدايتها منطبق على محور x الموجب

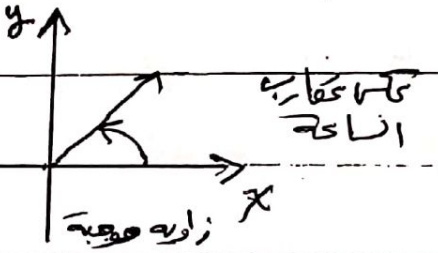


الزاوية السالبة والموجبة

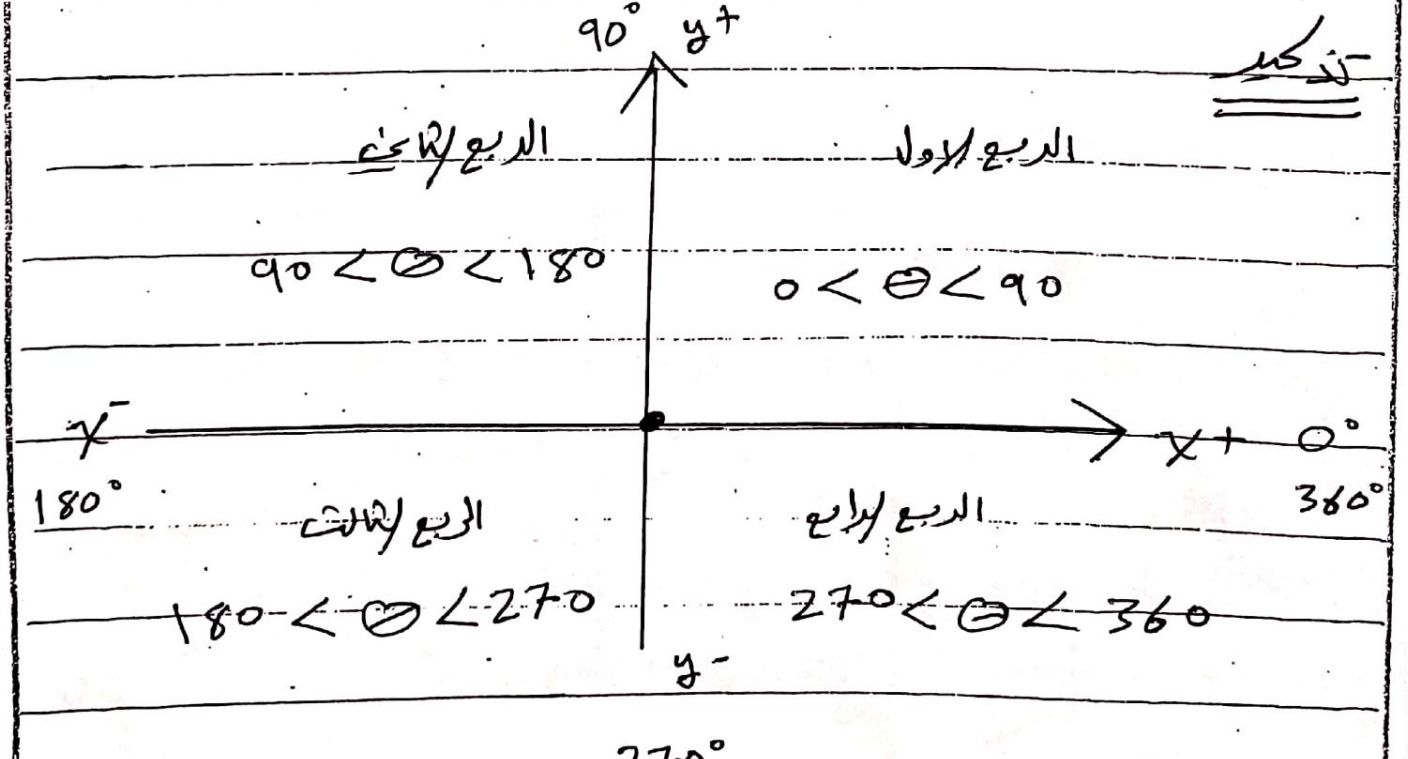
1) تكون قياس الزاوية موجباً اذا كان الدوران عكس عقارب الساعة

2) تكون قياس الزاوية سالباً اذا كان الدوران مع عقارب الساعة





تذكير

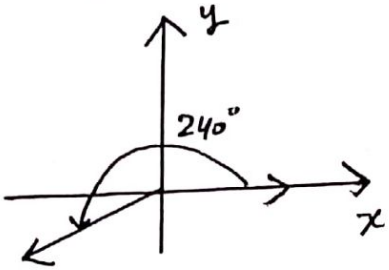


راقت ضابق

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال ارسم في الوضع القياسي الزاوية التي علم قياسها في كل مما يأتي

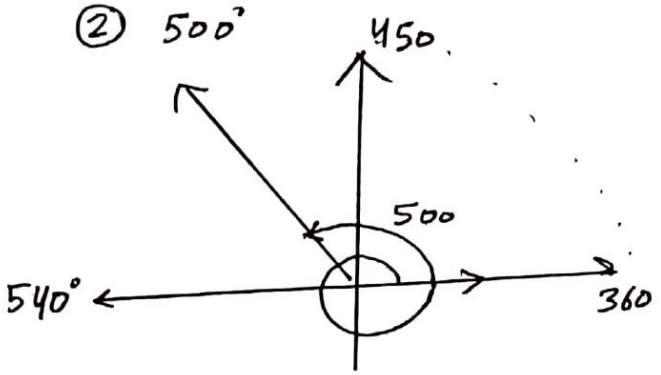
① $240°$



الحل: الزاوية موجبة، تتحرك عكس عقارب الساعة والزاوية تقع في الربع الثالث

---

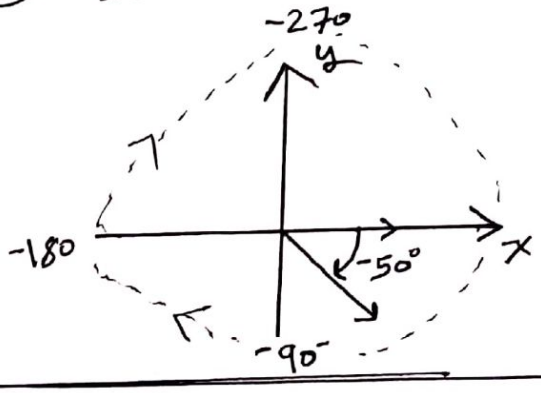
② $500°$



الحل: الزاوية موجبة، تتحرك عكس عقارب الساعة، لكنها أكبر من 360 وعليه تكمل دورة كاملة 360 ثم تضيف 90 فتصبح 450 ثم تضيف 50° وعليه تكون في الربع الأول

---

③ $50°$

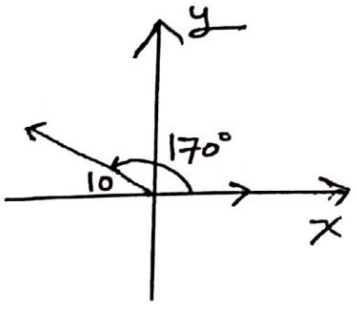


الحل: الزاوية سالبة، تتحرك مع عقارب الساعة وعليه تقع في الربع الرابع

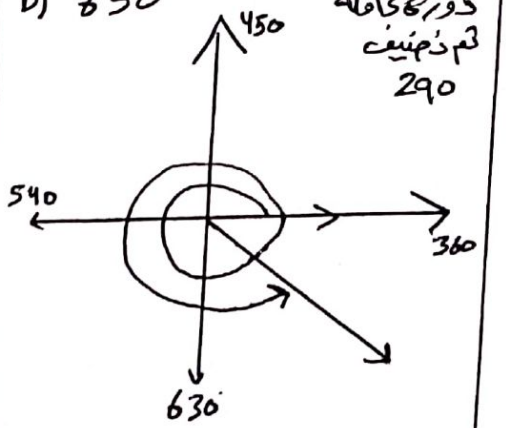
التحقق من فهمي صفحة 9

ارسم في الوضع القياسي الزاوية التي علم قياسها في كل مما يأتي

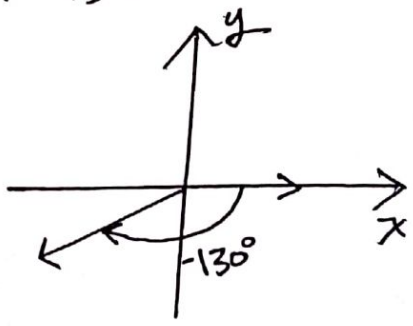
a) $170°$



b) $650°$



c) $-130°$



(2)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الراديان

سابقاً كنا نقيس الزاوية بالدرجات ((مثلاً ... 190° و 70° ، 20°))
ويمكن ايضاً قياسها بوحدة تعتمد على طول قوس الدائرة وتسمى الراديان
وهي تحوي π ...

كيف نحول من القياس بالدرجات الى القياس بالراديان والعكس

① للتحويل من القياس بالدرجات الى القياس بالراديان اضرب قياس الزاوية في $\frac{\pi \text{ rad}}{180°}$

② للتحويل من القياس بالراديان الى القياس بالدرجات اضرب قياس الزاوية في $\frac{180°}{\pi \text{ rad}}$

مثال : حول قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات الى الراديان وقياس الزاوية المكتوبة بالراديان الى الدرجات

① $140°$ ② $-\frac{\pi}{12}$

الحل :- ① $140°$ بالدرجات وعليه لتحويلها الى الراديان نضرب بـ $\frac{\pi}{180}$

نبسط $140° \times \frac{\pi}{180} = \frac{7\pi}{9} \text{ rad}$

② $-\frac{\pi}{12}$ بالراديان وعليه لتحويلها الى الدرجات اضرب بـ $\frac{180}{\pi}$

نبسط $\frac{-\pi}{12} \times \frac{180}{\pi} = -15°$

ملاحظة :- بشكل عام نحذف كلمة rad عند التعبير عن قياسات الزاوية بالراديان ، اذا لم توضع وحدة هذا يعني انها بوحدة راديان

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التحقق من فهمك صفحة ١٥

حول مقياس الزاوية المكتوبة بالدرجات الى الراديان ومقياس الزاوية المكتوبة بالراديان الى الدرجات في كل مما يأتي

a) $165°$ b) $\frac{5\pi}{4}$ c) $-80°$ d) -6

الحل:

a) $165° \times \frac{\pi}{180°} = \frac{11\pi}{12}$ نبسط

b) $\frac{5\pi}{4} \times \frac{180}{\pi} = 225°$

c) $-80° \times \frac{\pi}{180} = \frac{-4\pi}{9}$

d) $-6 \times \frac{180}{\pi} = \frac{-1080°}{\pi}$

6- هذه مكتوبة بالراديان لعدم وضع وحدة قوسها

قياس الزوايا الخاصة بالدرجات والراديان

توجد زوايا خاصة يفضل ان يحفظها الطالب وهي :-

3

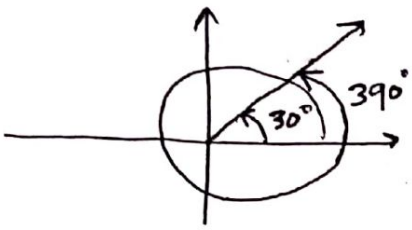
$30° = \frac{\pi}{6}$	$45° = \frac{\pi}{4}$	$60° = \frac{\pi}{3}$	$90° = \frac{\pi}{2}$	$120° = \frac{2\pi}{3}$	$135° = \frac{3\pi}{4}$
$150° = \frac{5\pi}{6}$	$180° = \pi$	$210° = \frac{7\pi}{6}$	$225° = \frac{5\pi}{4}$	$240° = \frac{4\pi}{3}$	$270° = \frac{3\pi}{2}$
$300° = \frac{5\pi}{3}$	$315° = \frac{7\pi}{4}$	$330° = \frac{11\pi}{6}$	$360° = 2\pi$		

اهم شيء في الجدول هو حفظ الزاوية التي تقع في الربع الاول وكذلك التي تقع على المحاور $90°, 180°, 270°, 360°$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الزوايا المشتركة

يطلق على الزوايا في الوضع القياسي التي لها ضلع الانتهاء نفسه اسم الزوايا المشتركة.



مثلاً: لاحظ الزاوية $30°$ ضلع انتهائها في الربع الأول وكذلك الزاوية $390°$ بعد تكملة دورة كاملة $360°$ يكون ضلع انتهائها نفس ضلع انتهاء $30°$

كيف يمكن ايجاد زاوية مشتركة في ضلع الانتهاء مع زاوية أخرى

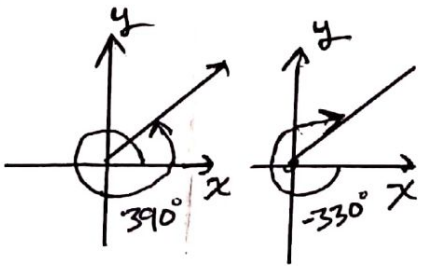
1) اذا كانت بالدرجات نضيف لها $360°n$ اذا طلب بالقياس الموجب أو نضيف $-360n$ اذا طلب بالقياس السالب حيث n هي ...3,2,1 حسب عدد الزوايا المطلوبة

2) اذا كانت بالراديان نتبع نفس الخطوات لكن $2\pi n$

مثال: جد زاويتين احداهما موجبة والأخرى سالبة وكلتاهما مشتركة في ضلع الانتهاء مع كل زاوية معطاة ما يأتي، ثم ارسمهما

① $30°$

الحل:
$30°+360=390$
$30°-360=-330°$

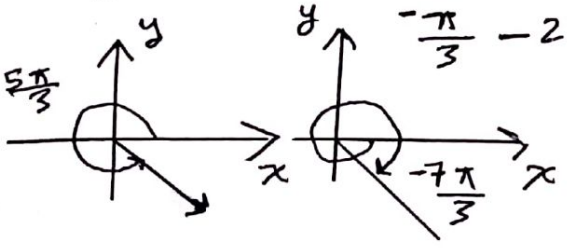


---

② $\frac{-\pi}{3}$

الحل:
$\frac{-\pi}{3}+2\pi=\frac{5\pi}{3}$
$\frac{-\pi}{3}-2\pi=-\frac{7\pi}{3}$

لترسم الزاوية
حول الى الشيء



⑤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

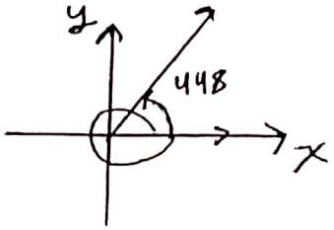
جد زاويتين احداهما قياسها موجب والاخرى قياسها سالب وكلتاهما مشتركة في ضلع الانتهاء مع كل زاوية معطاة مما يأتي وارسمها

a) 88 b) -920 c) $\frac{2\pi}{3}$ d) $\frac{-3\pi}{4}$

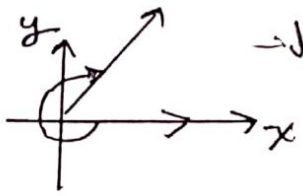
---

a) $88 + 360 = 448°$

$88 - 360 = -272°$



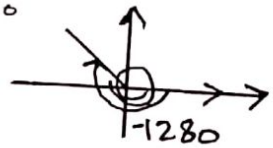
الحل

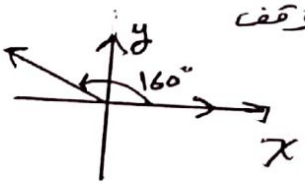


---

b) $-920 + 360 = -560 + 360 = -200 + 360 = 160°$ موجب

$-920 - 360 = -1280°$ سالب





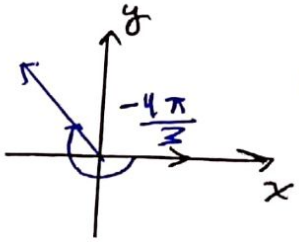
ملاحظة :- يمكن اختيار زاوية [illegible] السالبة من اضافة $360°$

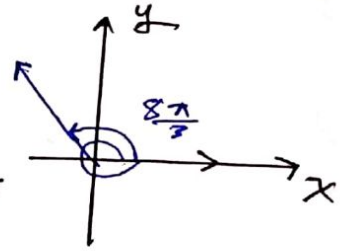
في الخطوة (1) وهي -560 أو -200

---

c) $\frac{2\pi}{3} + 2\pi = \frac{8\pi}{3}$

$\frac{2\pi}{3} - 2\pi = \frac{-4\pi}{3}$





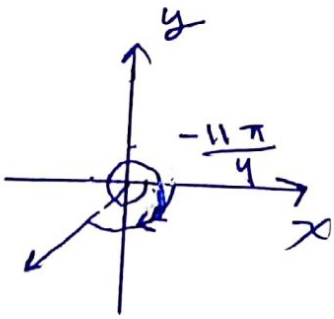
الحصول عليها الى السالبة

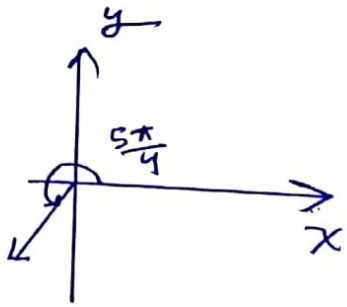
الحصول عليها الى الموجبة

---

d) $\frac{-3\pi}{4} + 2\pi = \frac{5\pi}{4}$

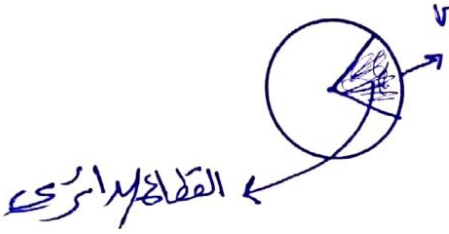
$\frac{-3\pi}{4} - 2\pi = \frac{-11\pi}{4}$





الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

طول القوس ومساحة القطاع



تذكير: القوس هو جزء من الدائرة محدد بنقطتين عليها

القطاع الدائري هو جزء من الدائرة محصور بين قوس ونصفي قطرين

كما يوجد قانون لحساب مساحة الأشكال الهندسية ... توجد قوانين لحساب طول القوس ومساحة القطاع

A: مساحة
r: نصف قطر
θ: زاوية مركزية بالراديان
S: طول القوس

1) مساحة القطاع $A = \frac{1}{2} r^2 \theta$ حيث

2) طول القوس $S = r\theta$

مثال: في الشكل المجاور، جد طول القوس ومساحة القطاع حيث طول نصف قطر الدائرة 4 cm وقياس الزاوية المركزية $240°$

الحل: يجب أولاً كتابة الزاوية بالراديان:

$$240° \times \frac{\pi}{180} = \frac{4\pi}{3}$$

نكتب القوانين ونعوض

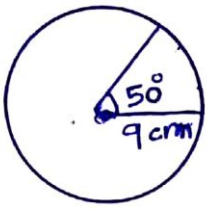
$$S = r\theta = (4)\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \frac{16\pi}{3} \text{ cm}$$

$$A = \frac{1}{2} r^2 \theta$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)(16)\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \frac{32\pi}{3} \text{ cm}^2$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التحقق من مفهوم صفحة 14



جد طول القوس ومساحة القطاع
مقرباً اجابتي الى اقرب جزء من عشرة

الحل:-

تحول الزاوية الى الدائرية $50^\circ \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{18}$

$$S = r\theta = (9)\left(\frac{5\pi}{18}\right) = \frac{5\pi}{2} \text{ cm}$$

$$= 7.853\ldots$$

$$= 7.9$$

صنا تقطيع (1) للرقم 8

صنا نستخدم الآلة الحاسبة حيث صنا π هي 3.14 أي نضغط على π الموجود في الآلة الحاسبة

$$A = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}(81)\left(\frac{5\pi}{18}\right)$$

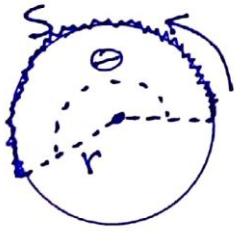
$$= \frac{135\pi}{12} \text{ cm}^2$$

$$= 35.342$$

$$= 35.3 \text{ cm}^2$$

الحركة الدائرية

بافتراض ان نقطة تتحرك بسرعة ثابتة على محيط دائرة طول نصف قطرها r



1) اذا كان S هو طول القوس الذي تقطعه النقطة في مدة زمنية مقدارها t فان السرعة الخطية v تعطى بالعلاقة

السرعة = المسافة / الزمن

$$v = \frac{S}{t}$$

2) اذا كان θ هي زاوية الدوران بالراديان التي دارتها النقطة في مدة زمنية مقدارها t فان السرعة الزاوية w تعطى بالعلاقة

$$w = \frac{\theta}{t}$$

ملاحظة: ما في سرعة دون زمن

θ هنا عدد الدورات خلال مدة زمنية وكل دورة 2π

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال :- اطار سيارة يبلغ طول قطره 15 in ويدور 9.3 دورات في الثانية

① جد السرعة الخطية للاطار بالانش لكل ثانية

② جد السرعة الزاوية للاطار بالراديان لكل ثانية

الحل :-

نجد اولاً كل من r و s و θ

$r = \frac{15}{2} = 7.5$ « نصف القطر »

لإيجاد θ هو مقدار الزاوية التي دارتها النقطة حيث الدورة الواحدة 2π وعليه

$\theta = (2\pi)(9.3)$

$\theta = 18.6\pi$ rad

$S = r\theta = (7.5)(18.6\pi) = 139.5\pi$

عندما يعطى عدد الدورات نجد مباشرة θ وهي

$\theta = (2\pi)$(عدد الدورات)

① $v = \frac{S}{t} = \frac{139.5\pi}{1}$

$= 139.5\pi$ in/s

② $w = \frac{\theta}{t} = \frac{18.6\pi}{1}$

$= 18.6\pi$ rad/s

تحقق من فهمك صفحة 16

تتوسط منارة قناة ماء وتدور فوقها حركة دائرية بسرعة ثابتة، فاذا اكمل ضوء المنارة دورة كاملة كل 10 ثوانٍ، جد السرعة الزاوية لضوئها في الدقيقة

الحل :- هنا نتائج θ و t

الحل :- كل 10 ثوانٍ اكمل دورة واحدة

السؤال طلب بالدقيقة والدقيقة 60 ثانية وعليه فان

6 دورات

$\theta = (6)(2\pi) = 12\pi$

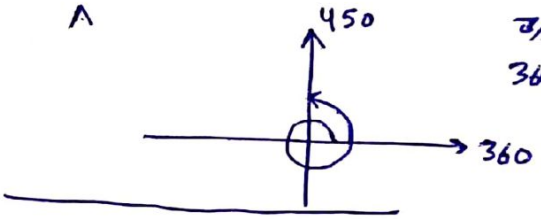
$w = \frac{\theta}{t} = \frac{12\pi}{1}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التدريب واحل المسائل

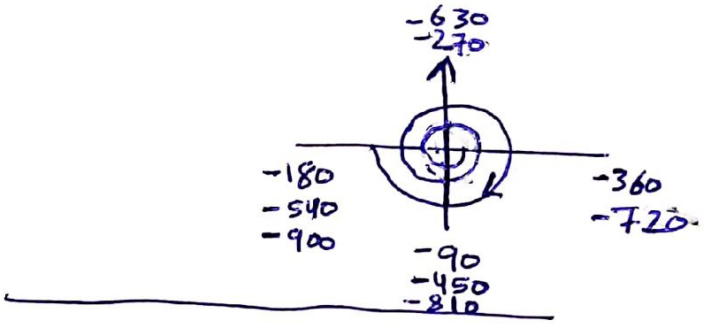
ارسم في الوضع القياسي الزاوية التي تم قياسها في كل مما ياتي

① $450°$

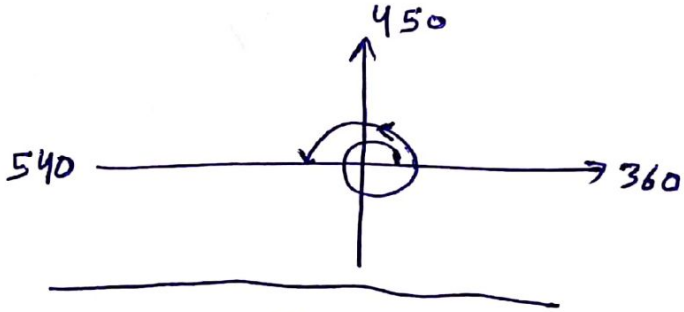


هنا اكمل دورة
360+90=450

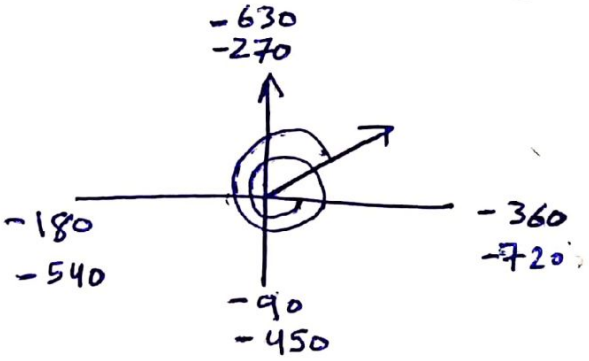
② -900



③ 540

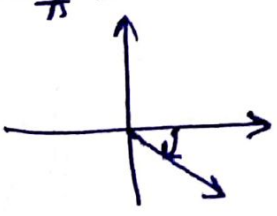


④ -700



⑤ $-\frac{\pi}{6}$

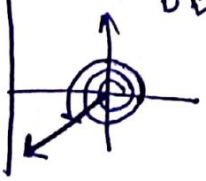
$-\frac{\pi}{6} \times \frac{180}{\pi} = -30°$



⑥ $\frac{21\pi}{4}$

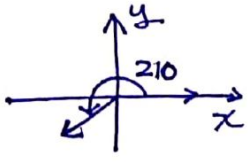
$\frac{21\pi}{4} \times \frac{180}{\pi} = 945°$

نلف دورتان



⑦ $\frac{7\pi}{6}$

$\frac{7\pi}{6} \times \frac{180}{\pi} = 210°$



⑧ $\frac{\pi}{9}$

$\frac{\pi}{9} \times \frac{180}{\pi} = 20$

الافضل تحويلها للدرجات للسهولة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حول قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات الى الراديان والزاوية المكتوبة بالراديان الى الدرجات في كل حالة يلي :

(9) $-225^\circ = -225^\circ \times \frac{\pi}{180} = \frac{-5\pi}{4}$

(10) $-135^\circ = -135 \times \frac{\pi}{180} = \frac{-3\pi}{4}$

(11) $75^\circ = 75^\circ \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{12}$

(12) $500^\circ = 500 \times \frac{\pi}{180} = \frac{25\pi}{9}$

(13) $\frac{-\pi}{7} = \frac{-\pi}{7} \times \frac{180}{\pi} = \frac{-180^\circ}{7}$

(14) $\frac{5\pi}{12} = \frac{5\pi}{12} \times \frac{180}{\pi} = 75^\circ$

(15) $1.2 = 1.2 \times \frac{180}{\pi} = \frac{216^\circ}{\pi}$

(16) $4 = 4 \times \frac{180}{\pi} = \frac{720^\circ}{\pi}$

ملاحظة فرع (15) و (16) راديان لعدم وجود °

جد زاويتين احداهما قياسها موجب والاخرى قياسها سالب وكلتاهما مشتركة في ضلع الانتهاء مع كل زاوية معطاة ثم ارسمها

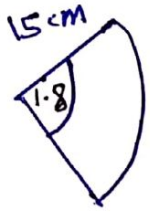
(17) 50° $50+360=410^\circ$ $50-360=-310^\circ$	(18) 135° $135+360=495^\circ$ $135-360=-225^\circ$	(19) 1290° $1290+360=1650$ $1290-360=930$ $930-360=570$ $570-360=210$ $210-360=-150$	(20) -150° $-150+360=210^\circ$ $-150-360=-510^\circ$
(21) $\frac{11\pi}{6}$ $\frac{11\pi}{6}+2\pi=\frac{23\pi}{6}$ $\frac{11\pi}{6}-2\pi=\frac{-\pi}{6}$	(22) $\frac{-\pi}{4}$ $\frac{-\pi}{4}+2\pi=\frac{7\pi}{4}$ $\frac{-\pi}{4}-2\pi=\frac{-9\pi}{4}$	(23) $\frac{-\pi}{12}$ $\frac{-\pi}{12}+2\pi=\frac{23\pi}{12}$ $\frac{-\pi}{12}-2\pi=\frac{-25\pi}{12}$	(24) $\frac{7\pi}{6}$ $\frac{7\pi}{6}+2\pi=\frac{19\pi}{6}$ $\frac{7\pi}{6}-2\pi=\frac{-5\pi}{6}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

جد طول القوس ومساحة القطاع الدائري في كل مما يلي مقرباً اجابتك الى اقرب جزء من عشرة

الحل :-

(25)

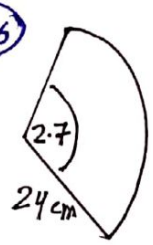


$r = 15$
$\theta = 1.8$

$S = r\theta$
$= (15)(1.8) = 27 \text{ cm}$

$A = \frac{1}{2} r^2 \theta$
$= \frac{1}{2}(15)^2(1.8)$
$= 202.5 \text{ cm}^2$

(26)



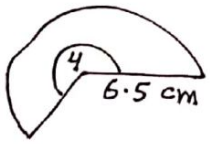
$r = 15$
$\theta = 1.8$

$S = r\theta$
$= (24)(2.7)$
$= 64.8 \text{ cm}$

$A = \frac{1}{2} r^2 \theta$
$= \frac{1}{2}(24)^2(2.7)$
$= 777.6 \text{ cm}^2$

(27)

$r = 6.5$
$\theta = 4$



$S = r\theta$
$= (6.5)(4) = 26 \text{ cm}$

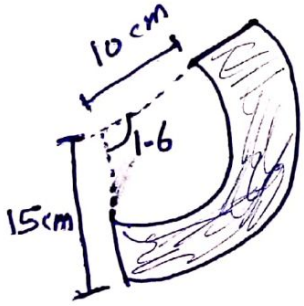
$A = \frac{1}{2} r^2 \theta$
$A = \frac{1}{2}(6.5)^2(4)$
$= 84.5 \text{ cm}^2$

انتبه ان الزاوية ليس عليها درجة مكتوبة بالراديان جاهزة

يمثل الشكل المقابل المجاور جزءاً من قطاع دائري

(28) جد مساحة هذا الشكل

(29) جد محيط هذا الشكل



الحل :-

الشكل عبارة عن جزء من دائرتان لهما نفس المركز
نصف قطر الصغرى 10 ونصف قطر الكبرى 15

(28)

$A = A_{\text{(الكبرى الخارجية)}} - A_{\text{(الصغرى الداخلية)}}$

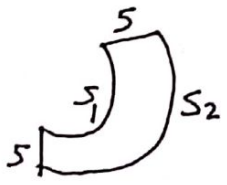
$A = \frac{1}{2} r_1^2 \theta - \frac{1}{2} r_2^2 \theta$

$A = \frac{1}{2}(15)^2(1.6) - \frac{1}{2}(10)^2(1.6)$
$A = 180 - 80$
$= 100$

هذا المقطع ليس قطاع دائري بل هو عبارة عن مجموعة بين نصفي قطرين تكون عبارة عن طرح القطاع الأكبر من القطاع الأصغر

(29) المحيط هو طول الخط المحيط بالشكل

محيط $P = 5 + 5 + S_1 + S_2$
$= 10 + (10)(1.6) + (15)(1.6) = 50 \text{ cm}$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(30) قطاع دائري مساحته $500\ cm^2$ وطول قوسه $20\ cm$ جد قياس زاويته بالراديان

الحل :- نطبق اولاً قانون طول القوس

$$S = r\theta$$
$$20 = r\theta \quad \text{---} \ (1)$$

نكتب قانون مساحة القطاع

$$A = \frac{1}{2} r^2 \theta$$ عوض

$$500 = \frac{1}{2} r^2 \theta$$ اضرب في (2)

$$1000 = r^2 \theta \quad \text{---} \ (2)$$

صار تشكل لدينا معادلتان نقوم بحلهما بالتعويض

من معادلة (1) اجعل r موضوع قانون $r = \frac{20}{\theta}$ وعوض في (2)

$$1000 = \left(\frac{20}{\theta}\right)^2 \theta$$
$$1000 = \frac{400}{\theta^2} \theta$$
$$1000 = \frac{400}{\theta}$$
$$1000\theta = 400$$
$$\theta = \frac{400}{1000} = \frac{4}{10} = 0.4\ rad$$

---

(31) استعمل العلماء عجلة مجداف لقياس سرعة التيارات المائية بناء على مبدأ دوران وجد سرعة تيار مائي بالمتر بكل ثانية اذا دارت العجلة 100 دورة في الدقيقة، علماً بان طول عجلة المجداف (المسافة من مركز الدائرة الى طرف المجداف) هو $0.2\ cm$

الحل :- المعطيات :-

$$r = 0.2$$
$$\theta = (100)(2\pi)$$
$$\theta = 200\pi$$
$$w = \frac{\theta}{t} = \frac{200\pi}{60} = \frac{10\pi}{3}\ rad/sec$$

ملاحظة
عندما يعطى عدد الدورات مباشرة اجد السرعة الزاوية

$$v = \frac{s}{t} = \frac{r\theta}{t} = \frac{(0.2)\left(\frac{10\pi}{3}\right)}{1}$$
$$v = \frac{2\pi}{3}\ m/s$$

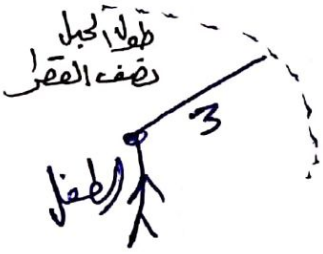
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(32) يدوّر لفل حجراً مربوطاً بطرف حبل طوله 3ft بمعدل 15 دورة في 10 ثوان، جد السرعة الزاوية والسرعة الخطية للحجر.

الحل: المعطيات اعطى 15 دورة في 10 ثوان، هنا عند ايجاد θ نقسم على 10 لان المطلوب بالثانية الواحدة

$r = 3$

$$\theta = \frac{(15)(2\pi)}{10} = 3\pi \text{ rad/sec}$$



$$w = \frac{\theta}{t} = \frac{3\pi}{1} = 3\pi \text{ rad/s}$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{r\theta}{t} = (3)(3\pi) = 9\pi$$

قطر شفرة حلاقة دائرية الشكل 7.5 in وهي تدور 2400 دورة في الدقيقة

(33) جد السرعة الزاوية لهذه الشفرة بالراديان لكل ثانية

(34) جد السرعة الخطية لسنان الشفرة عندما تلامس الشعر المراد قصه

الحل:-

$$r = \frac{7.5}{2} = 3.75$$

$$\theta = (2\pi)(2400) = 4800\pi \text{ rad/m}$$

بما ان 60 ثانية في الدقيقة طلب بالثانية

$$w = \frac{\theta}{t} = \frac{4800\pi}{60} = 80\pi \text{ rad/s} \quad (33)$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{r\theta}{t} = \frac{(3.7)(4800\pi)}{60} \quad (34)$$

$$v = 300\pi \text{ in/sec}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

قطاع دائري طول قوسه بالسنتمترات يساوي عددياً مساحته بالامتار المربعة

المقصود دون وحدة القياس

(35) جد نصف قطر القطاع الدائري

(36) جد قياس زاوية القطاع.

الحل:- عدداً $S = A$

$r\theta = \frac{1}{2}r^2\theta$

بما ان الوحدات مختلفة حيث S بالسنتمتر وعليه نصف القطر كان يوضع السنتمتر ولتوحيد الوحدات فا نصف القطر للقطاع يحول الى cm حيث نقسم على 100

(35)

$S = A$

$r\theta = \frac{1}{2}\left(\frac{r}{100}\right)^2\theta$

$r\theta = \frac{1}{2}\frac{r^2}{10000}\theta$

$1 = \frac{r}{20000} \rightarrow r = 20000 \text{ cm}$

حل آخر هو تحويل من متر الى سنتمتر

$S = A$

$100r\theta = \frac{1}{2}r^2\theta$

$100 = \frac{1}{2}r$

$r = 200 \text{ m}$

(36)

$S = \theta r$

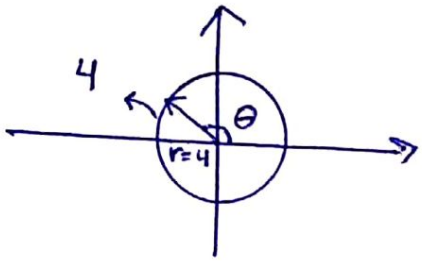
$\theta = \frac{S}{r}$

$\theta = \frac{S}{200 \text{ m}}$

هنا يوجد عدد لانهائي من الحلول لعدم معرفة طول S ضمن الفترة $[0, 2\pi]$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

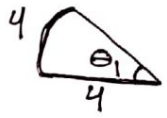
جد قياس الزاوية θ في الشكل المجاور، مبرراً اجابتي



الحل:-

في الشكل معطى نصف القطر 4

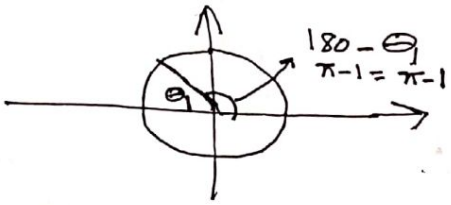
وطول قوس 4



$S = r\theta_1$

$4 = 4\theta_1$

$\theta_1 = 1$ rad



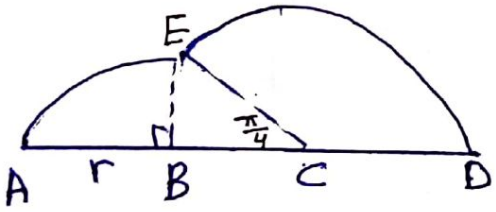
نعود الى الرسمة

في الشكل المجاور ACD زاوية مستقيمة و ABE قطاع دائري مركزه B ونصف قطره r ، CED قطاع دائري مركزه C ، $m\angle ACE = \frac{\pi}{4}$ و $\angle ABE$ قائمة

(38) أثبت ان طول $\overline{CD}$ هو $\sqrt{2}r$

(39) جد قياس $\angle ECD$ بالراديان

(40) جد محيط شكل وساحته علماً ان $r=10$



الحل:- لنأخذ المثلث EBC

(38) $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{EB}{EC}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{r}{EC} \rightarrow EC = \sqrt{2}r$

بما أن $EC = CD$ وعليه $CD = \sqrt{2}r$

---

(39) $m\angle ECD = 180^\circ - \frac{\pi}{4}$

$= \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

---

(40) المحيط هو طول الخط المحيط بالشكل

$AE + ED + AB + BC + CD$

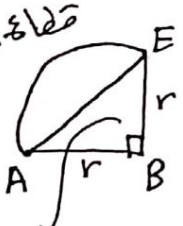
$(10)(\frac{\pi}{2}) + (10\sqrt{2})(\frac{3\pi}{4}) + 10 + 10 + 10\sqrt{2}$

المساحة هي قطاعين دائريان ومثلث

$A = \frac{1}{2}(10)(\frac{\pi}{2}) + \frac{1}{2}(\sqrt{2}10)^2(\frac{3\pi}{4}) + \frac{1}{2}(10)(10)$

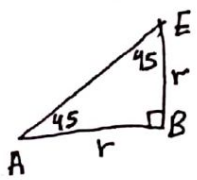
القطاع الاول — القطاع الاخير — المثلث

قطاع دائري



مقاطعة الضلعين

وعليه



نجد BC حسب نظرية فيثاغورس

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ورقة عمل

① الزاوية $1530°$ ضلع انتهائها ينطبق على

a) محور x الموجب b) محور x السالب c) محور y الموجب d) محور y السالب

---

② عند تحويل $700°$ الى التقدير الدائري نتيجة

a) $\frac{35\pi}{9}$ b) $\frac{7\pi}{12}$ c) $\frac{12\pi}{13}$ d) $\frac{31\pi}{8}$

---

③ طول قوس دائرة لها ذهف قطرها $30\ cm$ ولزاوية تقابل زاوية مركزها قياسها $30°$

a) 5 b) 5π c) $\frac{\pi}{3}$ d) $\frac{5}{\pi}$

---

④ $\frac{7\pi}{6}$ تقابل بالتقدير الستيني

a) $190°$ b) $330°$ c) $120°$ d) $210°$

---

⑤ ضلع انتهاء لزاوية $320°$ يقع في الربع

a) الاول b) الثاني c) الثالث d) الرابع

---

⑥ مساحة القطاع الدائري لدائرة ذهف قطرها $5\ cm$ وقياس زاوية المركزية $\frac{\pi}{5}$

a) $\frac{5\pi}{7}$ b) $\frac{5\pi}{2}$ c) $\frac{2\pi}{7}$ d) $\frac{8\pi}{7}$

---

⑦ طول قوس في دائرة يساوي اربعة امثال طول نصف قطر الدائرة فان قياسها زاوية المركزية

a) 4 b) 8 c) 7 d) 2

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner