في هذا الدرس سنتعلم

- مفهوم المجموعة وطرق التعبير عنها ← سرد العناصر ← الصفة المميزة
- أنواع المجموعات ← خالية ← مفردة ← منتهية ← غير منتهية
- المتباينات الخطية وحلها
- الصفة المميزة ← طرق التعبير عن حل المتباينة ← الفترات

تعريف: المجموعة: هي تجمع أشياء متمايزة تحمل صفة مشتركة

مجموعة أيام الأسبوع = {السبت، الأحد، الاثنين، الثلاثاء، الأربعاء، الخميس، الجمعة}

ما داخل { } تسمى عناصر المجموعة

اسم المجموعة تستخدم الأحرف الكبيرة للتعبير عنه

هذه المجموعة تتكون من 7 عناصر وهي أيام الأسبوع

مجموعة الأعداد الزوجية التي تقل عن 11

$A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$

مجموعة الألوان العلم الأردني

$M = \{$ أحمر، أسود، أبيض، أخضر $\}$

مجموعة الأعداد الكلية

$W = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\ldots\}$

الأستاذ هاني العليمات

ملاحظة

اذا كان a عنصراً من عناصر المجموعة A فاننا نقول ان a ينتمي الى المجموعة A ونكتبها على صورة

$a \in A$

نقرأ ينتمي الى

اما اذا كان a عنصراً لا ينتمي الى المجموعة A (غير موجود في المجموعة A) فاننا نقول ان a لا ينتمي الى المجموعة A ونكتب ذلك على صورة

$a \notin A$

نقرأ لا ينتمي الى

مثال اذا كانت المجموعة A

$A = \{2, 5, 7, 12\}$

$2 \in A$, $5 \in A$, $7 \in A$ $12 \in A$

$16 \notin A$, $-5 \notin A$, $0 \notin A$

طرق التعبير عن المجموعة

سرد العناصر

كتابة العناصر داخل قوسين ونفصل بين كل عنصر والذي يليه بفاصلة ولا نكرر كتابة العنصر

الصفة المميزة

كتابة المجموعة بطريقة وصف للصفة المشتركة

مثال عبر عن مجموعة ايام الاسبوع بطريقة سرد العناصر والصفة المميزة

$A = \{$ الاحد, الاثنين, الثلاثاء, الاربعاء, الخميس, الجمعة, السبت $\}$

سرد العناصر

$A = \{x : x$ يوم من ايام الاسبوع $\}$

الصفة المميزة — تقرأ بحيث

مثال عبر عن مجموعة الاعداد الكلية التي تقل عن 10 بسرد العناصر وبصفة مميزة.

$W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ← سرد العناصر

$W = \{x : x < 10 , x \in W\}$ ← الصفة المميزة

وتقرأ كما يلي اكس بحيث ان اكس اقل من 10 و x ينتمي الى الاعداد الكلية

مثال 1 اعبر عن كل من المجموعات التالية مستعملاً طريقة سرد العناصر وطريقة الصفة المميزة.

(1) مجموعة الاعداد الكلية التي تقل عن 12

$E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ سرد العناصر

$E = \{x : x < 12 , x \in W\}$

(2) مجموعة مضاعفات العدد 5 التي تقل عن او تساوي 25

$M = \{5, 10, 15, 20, 25\}$ سرد العناصر

$M = \{x : 5k , k \in W , 0 < x \leq 25\}$

- x : تعبر عن مضاعفات
- k : عدد كلي
- $0 < x \leq 25$: المضاعف اقل من او يساوي 25
- الصفة المميزة

$5 \times 1 = 5$
$5 \times 2 = 10$
$5 \times 3 = 15$
⋮

(3) مجموعة حل المعادلة $2x - 8 = 0$

على المعادلة $2x - 8 = 0$

$2x = 8 \Rightarrow x = 4$

$F = \{4\}$ سرد العناصر

$F = \{x : 2x - 8 = 0\}$ ذكر الصفة المميزة

حيث x تحقق المعادلة

الأستاذ هاني العليمات
0791591071

اكتشف من فضلك !

اكتب عن كل من المجموعات الآتية مستعملاً طريقة سرد العناصر وطريقة الصفة المميزة

a) مجموعة الاعداد الكلية التي تقل عن 8

$C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$C = \{x : x < 8 \ , \ x \in W\}$

b) مجموعة مضاعفات العدد 3 التي تقل عن 18

$F = \{3, 6, 9, 12, 15\}$

$F = \{x : x = 3k \ , \ k \in W \ , \ 0 < x < 18\}$

c) مجموعة حل المعادلة $3x - 2 = 0$

$3x - 2 = 0$

$3x = 2$

$x = \frac{2}{3}$

$M = \{\frac{2}{3}\}$

$M = \{x : 3x - 2 = 0\}$

مثال اضافي

عبر عن المجموعات الآتية بسرد العناصر وبالصفة المميزة

a) مجموعة الاعداد الفردية التي تزيد عن 3

$F = \{5, 7, 9, 11, 13, \ldots\}$

$F = \{x : x = 2n + 3 \ , \ n \geq 1 \ , \ x > 3\}$

طريقة اخرى

$= \{x : x = 2n - 1 \ , \ n \geq 3 \ , \ x > 3\}$

b) مجموعة الاعداد الزوجية التي تقل او تساوي 30

$N = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, \ldots, 30\}$

$N = \{x : x = 2n - 2 \ , \ 1 \leq n \leq 16 \ , \ x \leq 30\}$

طريقة اخرى

$= \{x : x = 2n \ , \ 0 \leq n \leq 15 \ , \ x \leq 30\}$

الأستاذ هاني العليمات

الأستاذ هاني العليمات
0791591071

انواع المجموعات

تختلف المجموعات حسب عدد عناصرها

المجموعة الخالية هي مجموعة لا تحتوي على عناصر او يرمز لها بالرمز $\emptyset$ او $\{\}$ أي لتعداد قائمة

مثل * مجموعة الاعداد الطبيعية التي تقل عن 0

$P = \{\} = \emptyset$

* مجموعة مضاعفات 9 التي تقل عن 5

$M = \{\} = \emptyset$

المجموعة المفردة هي المجموعة التي تحتوي على عنصر واحد فقط

مثل * مجموعة حل المعادلة $x + 1 = 0$

$M = \{-1\}$

* مجموعة حل المعادلة $x - 7 = 3$

$y = \{10\}$

المجموعة المنتهية هي المجموعة التي تحتوي على عدد محدد من العناصر

$q = \{2, 6, 5\}$ تحتوي على 3 عناصر

المجموعة غير المنتهية هي المجموعة التي تحتوي عدد لا نهائي من العناصر

$P = \{0, 1, 2, 3, 9, \ldots\ldots\}$

تلخيص

أنواع المجموعات

- المجموعة الخالية: لا تحتوي عناصر
- المجموعة المفردة: تحتوي عنصر واحد
- المجموعة المنتهية: تحتوي عدد معين من العناصر
- المجموعة غير المنتهية: تحتوي عدد لا نهائي من العناصر

الأستاذ هاني العليمات

مثال 2 اكتب كل مجموعة مما يأتي بطريقة السرد الصامر ثم حدد اذا كانت خالية ام مفردة ام منتهية ام غير منتهية

(1) $P=\{x : x>-3 , x\in Z\}$ — Z: اعداد صحيحة

$P=\{-2,-1,0,1,2,\dots\}$

غير منتهية

(2) $O=\{x : x=2k+1 , k\in Z\}$ — هي صفة لايجاد العناصر نعوض بدل k اعداد صحيحة

$O=\{\dots,-3,-1,1,3,\dots\}$

غير منتهية

(3) $D=\{x : 3x-12=0\}$ — هي المعادلة

$3x-12=0$

$3x=12$

$x=4$

$D=\{4\}$

مفردة

(4) $M=\{x : x=3k , k\in W , 0<x<2\}$ — مضاعفات 3 — اقل من 2

لا يوجد مضاعف لـ 3 اقل من 2

$M=\{\}=\emptyset$

خالية

(5) $T=\{x \mid x=\frac{1}{k} , k\in W , 1<k<4\}$ — نستطيع تعويض $k=2$ او $k=3$ فقط

$T=\{\frac{1}{2},\frac{1}{3}\}$

منتهية

اتحقق من فهمي 2

(a) $P=\{x : x\geq 10 , x\in W\}$ — عدد كلي موجب

$P=\{11,12,13,14,15,16,\dots\}$

غير منتهية

b) $O=\{x : x=2k \ , \ k\in Z\}$

Z الاعداد الصحيحة

$O=\{\ldots,-4,-2,0,2,4,\ldots\}$ $\quad k=\{\ldots,-1,0,1,2,\ldots\}$

لينة منتهية

c) $D=\{x : 0.5x+10=0\}$

هل يكفي له

$0.5x+10=0$

$0.5x=-10$

$x=-20$

$D=\{-20\}$

مفردة

d) $D=\{x : x<0 \ , \ x\in W\}$

عدد سالب

اعداد كلية W

$\{0,1,2,\ldots\}$

$D=\{\}=\emptyset$

خالية

e) $T=\{x : x=k^2 \ , \ k\in W \ , \ k<5\}$

عدد كلي

تعويض $k=0, k=1, k=2, k=3, k=4$

$k=0 \rightarrow x=(0)^2=0$

$k=1 \rightarrow x=(1)^2=1$

$k=2 \rightarrow x=(2)^2=4$

$k=3 \rightarrow x=(3)^2=9$

$k=4 \rightarrow x=(4)^2=16$

$T=\{0,1,4,9,16\}$

منتهية

الأستاذ هاني العليمات

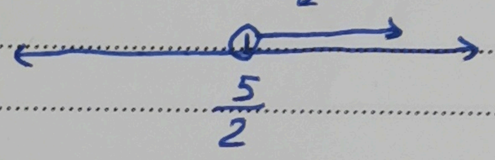
تذكر المتباينات الخطية وحلها

المتباينة الخطية عبارة عن جملة رياضية تحتوي متغير (x, y, w) وعلى الصورة تتباين (<, ≤, >, ≥)

مثال: حل المتباينات الآتية

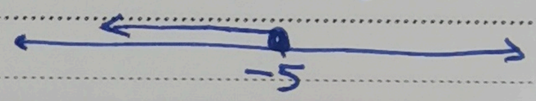
① $2x + 4 > 9$
$-4 \quad -4$
$\frac{2x}{2} > \frac{5}{2} \Rightarrow x > \frac{5}{2}$

دائرة مفتوحة لأنه لا يوجد مساواة



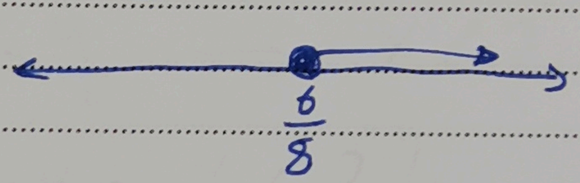
② $3x - 4 \geq 6x + 11$
$-3x \quad -3x$
$-4 \geq 3x + 11$
$-11 \quad -11$
$\frac{-15}{3} \geq \frac{3x}{3} \Rightarrow -5 \geq x$

دائرة مغلقة لوجود مساواة



ملاحظة: إذا ضربنا بعدد سالب أو قسمنا على عدد سالب نغير اتجاه المتباينة

③ $6 - 8x \leq 0$
$-6 \quad -6$
$-8x \leq -6$
قسمنا على عدد سالب
$\frac{-8x}{-8} \leq \frac{-6}{-8}$
$x \geq \frac{6}{8}$



تعلمنا سابقاً حل المتباينة

سنتعلم اليوم طريقة للتعبير عن حل المتباينة

طرق حل التعبير عن حل المتباينة

الصفة المميزة — الفترات

مثال 3 اكتب مجموعة حل كل متباينة مما يأتي باستعمال الصفة المميزة

(1) $5x - 8 > 12$
$+8 \quad +8$

$\frac{5x}{5} > \frac{20}{5} \Rightarrow x > 4$

مجموعة الحل $= \{x : x > 4\}$

(2) $3x - 4 \geq 6x + 11$
$-6x \quad -6x$

$-3x - 4 \geq 11$
$+4 \quad +4$

$\frac{-3x}{-3} \geq \frac{15}{-3} \Rightarrow x \leq -5$

مجموعة حل المتباينة $= \{x : x \leq -5\}$

اكتب من فهمك 3

(a) $2x + 10 \leq 14$
$-10 \quad -10$

$\frac{2x}{2} \leq \frac{4}{2} \Rightarrow x \leq 2$

مجموعة الحل $= \{x : x \leq 2\}$

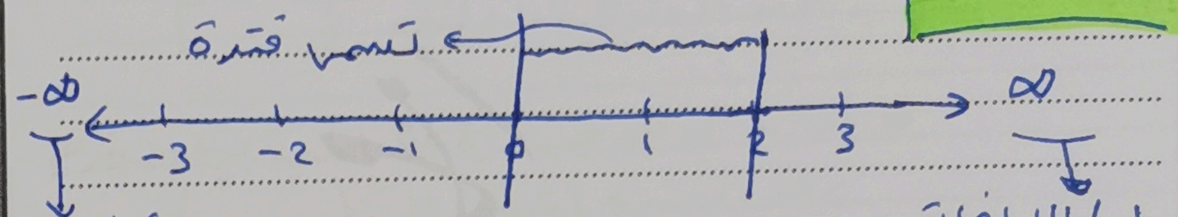
(b) $3x + 3 < 4x - 5 \Rightarrow -x + 3 < -5$
$-4x \quad -4x \quad -3 \quad -3$

$\frac{-x}{-1} < \frac{-8}{-1} \Rightarrow x > 8$

مجموعة الحل $= \{x : x > 8\}$ #

الفترات

هي فئة من على خط الاعداد



تنقسم الفترات الى نوعين

الفترات المحدودة

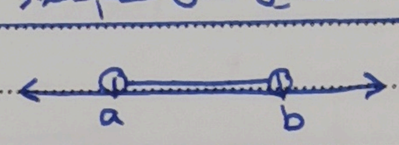
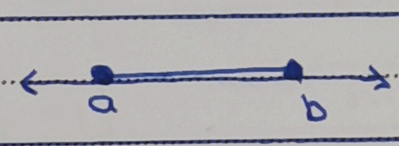
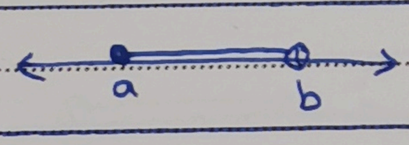
هي فترة يمكن حساب طولها (من عدد الى عدد)

الفترات غير المحدودة

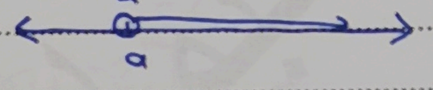
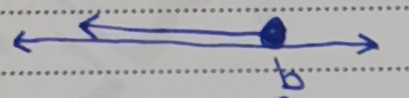
هي فترات لا يمكن حساب طولها (من عدد الى ∞ او من -∞ الى عدد)

اذا كان a , b عددين حقيقين فان ⟸

اولاً الفترات المحدودة وانواعها بالكامل

التمثيل على خط الاعداد	رمز الفترة	المتباينة
	(a, b)	$a < x < b$
	[a, b]	$a \leq x \leq b$
	[a, b)	$a \leq x < b$
	(a, b]	$a < x \leq b$

ثانياً الفترات غير المحدودة

خط الاعداد	رمز الفترة	المتباينة
	[a, ∞)	$x \geq a$
	(a, ∞)	$x > a$
	(-∞, b]	$x \leq b$
	(-∞, b)	$x < b$
	(-∞, ∞)	$\mathbb{R}$

ملاحظة

* عند وجود مساواة على المتباينة نستخدم رمز الفترة المغلقة [ ]

* اذا لم يوجد مساواة على المتباينة نستخدم رمز الفترة المفتوحة ( )

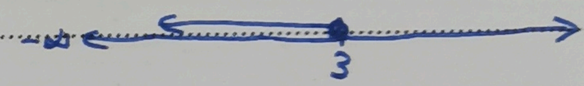
* دائماً عند ∞ او ∞- نستخدم رمز المفتوحة من جهة اللانهاية

$(-\infty, 2]$ $[5, \infty)$

* لتمثيل كتابة حل المتباينة باستخدام رمز الفترة مثلها على خط الاعداد ثم اكتب الفترة.

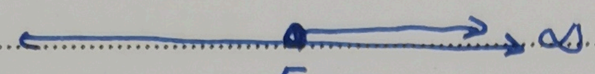
مثال ٤ اكتب كل متباينة مما يأتي باستعمال رمز الفترة ثم مثلها على خط الاعداد

① $x \leq 3$



$(-\infty, 3]$

② $x \geq 5$



$[5, \infty)$

③ $x < -1$

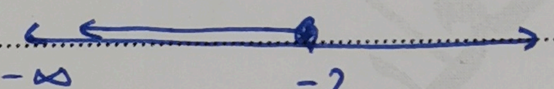
$(-\infty, -1)$

④ $x > 6$

$(6, \infty)$

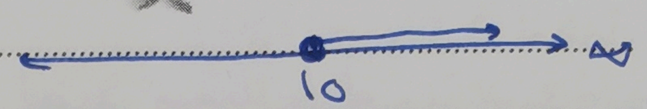
اتحقق من فهمي ٤

ⓐ $x \leq -2$



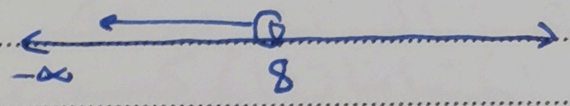
$(-\infty, -2]$

(b) $x \geq 10$



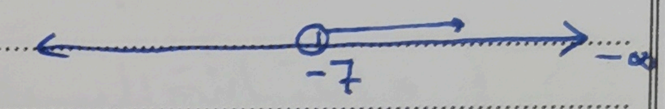
$[10, \infty)$

(c) $x < 8$



$(-\infty, 8)$

(d) $x > -7$



$(-7, \infty)$

تلخيص سريع

طرق التعبير عن المجموعة

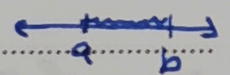
- بسرد العناصر: $A = \{-1, -2, -3, -4, -5, -6\}$
- الصفة المميزة: $A = \{x : x \ldots\ldots\}$

انواع المجموعات

- خالية: $A = \{\}$
- مفردة: $A = \{عنصر\}$
- منتهية: $A = \{عنصر, عنصر\}$
- غير منتهية: $A = \{عنصر, \ldots\ldots\}$

طرق التعبير عن حل المتباينات

- خط الاعداد
- الصفة المميزة: $a < x < b$



- المقترات: (a, b)
  - محدودة
  - غير محدودة

الأستاذ هاني العليمات
0791591071

تعلمنا في الدرس الاول
← المجموعات وطرق التعبير عنها وانواعها
← المتباينات الخطية وطرق التعبير عن حلها .

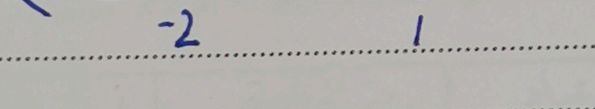
في هذا الدرس سنتعلم
← المتباينات المركبة وحلها
وتمثيلها على خط الاعداد
وتمثيل حلها لفترة

تعلم :- * المتباينة البسيطة : هي متباينة تحتوي على جزء من متباينة واحدة
$x \leq 6$ ، $x+3 > 7$

* المتباينة المركبة : هي عبارة ناتجة عن ربط متباينتين باستعمال اداة الربط (و) (and) او باستعمال اداة الربط (أو) (or)
باختصار ← متباينة تحتوي على جزئي متباينة
$1 < x < 7$ ، $x < 0$ or $x > 8$

مثال 1 اكتب متباينة مركبة تمثل كل جملة عبارية ثم امثلها على خط الاعداد

(1) عدد اكبر من او يساوي 2- واقل من 1
and
← افرض ان العدد هو x
$-2 \leq x$ and $x < 1$
بطريقة اخرى ← $-2 \leq x < 1$



(2) عدد اقل من 6 او لا يقل عن 10
← افرض ان العدد هو x
$x < 6$ or $x \geq 10$
* لاحظ ان اداة الربط or لا يمكن دمجها بعبارة واحدة $(6 > x \geq 10)$ خاطئة
لانه لا يوجد عدد اقل من 6 وبنفس الوقت اكبر من 10

الأستاذ هاني العليمات

اتحقق من فهمي 1

اكتب متباينة مركبة تمثل كل عبارة مما يأتي ثم امثلها على خط الاعداد

(a) عدد اكبر من -3 واصغر من 7

اختر اسم العدد هو x

$-3 < x < 7$

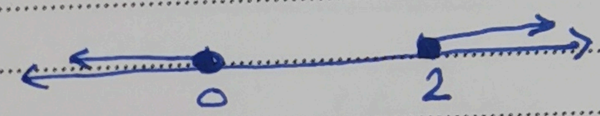
$-3 < x$ and $x < 7$

(b) عدد على الاكثر 0 او على الاقل 2

اختر اسم العدد x

على الاقل 2 or على الاكثر 0

$x \geq 2$ or $x \leq 0$



تذكر

تتكون انواع المتباينات السابقة من نوعان الفترات

فترات محدودة

هي فترة يمكن حساب طولها

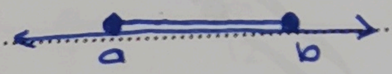
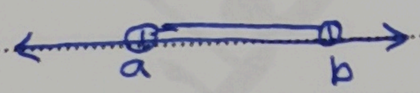
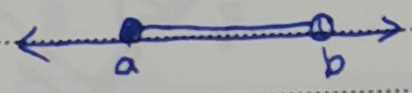
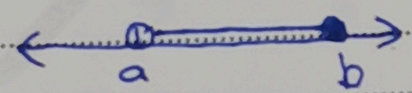
اطرافها اعداد

فترات غير محدودة

احد اطرافها هو ∞ او $-\infty$

تذكر

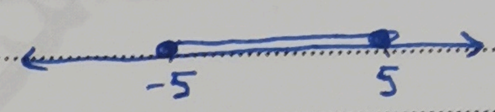
انواع الفترات المحدودة

المتباينة	رمز الفترة	التمثيل على خط الاعداد
$a \leq x \leq b$	$[a, b]$	
$a < x < b$	(a, b)	
$a \leq x < b$	$[a, b)$	
$a < x \leq b$	$(a, b]$	

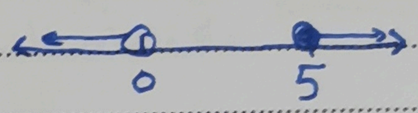
الأستاذ هاني العليمات

مثال 2 اكتب كل متباينة مركبة مما يأتي باستعمال رمز الفترة ثم امثلها على خط الاعداد

1) $-5 \le x \le 5$ $\quad [-5, 5]$



2) $x < 0$ or $x \ge 5$

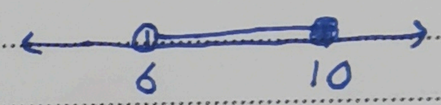


$(-\infty, 0]$ or $[5, \infty)$

$(-\infty, 0) \cup [5, \infty)$ ← رمز الاتحاد

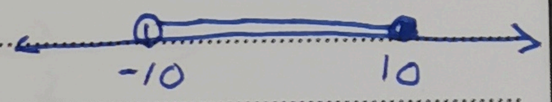
3) $6 < x \le 10$

$(6, 10]$



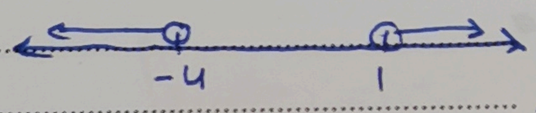
أكتب هذا مضيء 2

a) $-10 < x \le 10$ $\quad (-10, 10]$



b) $x > 1$ or $x < -4$

$(-\infty, -4) \cup (1, \infty)$

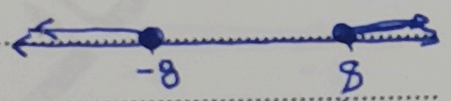


c) $7 \le x < 12$

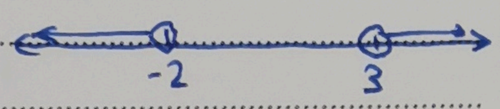
$[7, 12)$

d) $x \le -8$ or $x \ge 8$

$(-\infty, -8] \cup [8, \infty)$



e) $x < -2$ or $x > 3$



$(-\infty, -2) \cup (3, \infty)$

الأستاذ هاني العليمات

حل المتباينات المركبة

نفس طريقة حل المتباينة البسيطة تماما ما عدا أنه عند القسمة أو الضرب بعدد سالب او القسمة على عدد سالب نقلب اشارة المتباينة

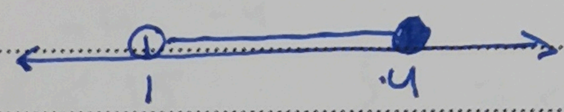
مثال 3 اوجد مجموعة حل كل متباينة مما يأتي ثم امثلها على خط الاعداد

(1) $-4 < x-5 \leq -1$

نجعل المتغير لوحده وذلك بالتخلص من (-5) وذلك بجمع 5 على كل الاطراف

$\overset{+5}{-4} < x-5 \overset{+5}{\leq} -1$

$1 < x \leq 4$



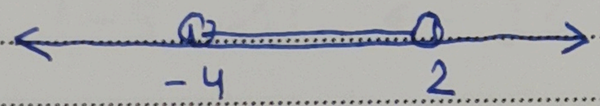
مجموعة الحل $\rightarrow (1, 4]$

(2) $-3 < -2x+1 < 9$

$\overset{-1}{-4} < -2x < \overset{-1}{8}$

وسنقسم على -2 نقلب اشارة المتباينة

$\overset{\div -2}{2} > x > \overset{\div -2}{-4}$



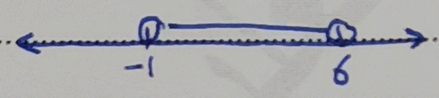
$(-4, 2)$

تحقق من فهمك 3

(a) $-5 < x-4 < 2$

$\overset{+4}{-1} < x < \overset{+4}{6}$

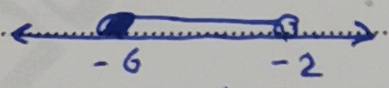
$(-1, 6)$



(b) $-2 < -3x-8 \leq 10$

$\overset{+8}{6} < -3x \leq \overset{+8}{18}$

$\overset{\div -3}{-2} > x \geqslant \overset{\div -3}{-6}$



$[-6, -2)$

الأستاذ هاني العليمات

مثال 4 اجد مجموعة حل كل متباينة مما يأتي ثم امثلها على خط الاعداد

① $2x+3<5$ or $x+7>11$

$-3 \quad -3$ $\quad -7 \quad -7$

$2x<2$ $\quad x>4$

$\frac{2x}{2}<\frac{2}{2}$

$x<1$

حل كل متباينة لوحدها وغثل حل المتباينات على نفس خط الاعداد

$(-\infty,1) \cup (4,\infty)$

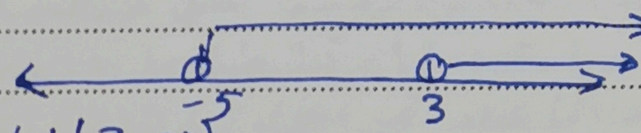
② $-3x+4<19$ or $7x-3>18$

$-4 \quad -4$ $\quad +3 \quad +3$

$-3x<15$ $\quad 7x>21$

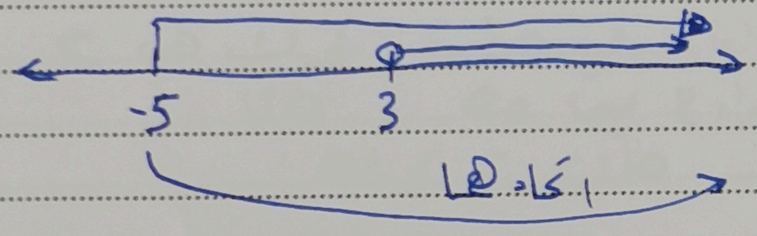
$\frac{-3x}{-3}<\frac{15}{-3}$ $\quad \frac{7x}{7}>\frac{21}{7}$

$x>-5$ $\quad x>3$



$(-5,\infty) \cup (3,\infty)$

لاحظ ان اتحاد الفترتين $(-5,\infty) \cup (3,\infty)$



اتحادهما

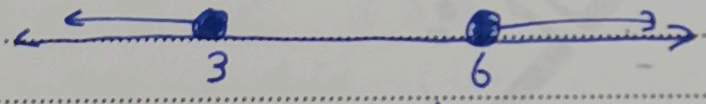
فترة الحل $\leftarrow (-5,\infty)$

اتحقق من فهمي 4

ⓐ $x+2\leq 5$ or $x-4\geq 2$

$-2 \quad -2$ $\quad +4 \quad +4$

$x\leq 3$ $\quad x\geq 6$



$(-\infty,3] \cup [6,\infty)$

الأستاذ هاني العليمات

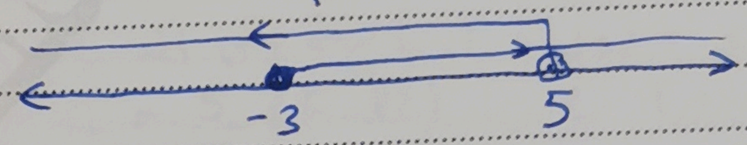
b) $-2x+7 \leq 13$ or $5x+12 < 37$

$-7 \quad -7 \qquad -12 \quad -12$

$-2x \leq 6 \qquad 5x < 25$

$\frac{-2x}{-2} \leq \frac{6}{-2} \qquad \frac{5x}{5} < \frac{25}{5}$

$x \geq -3 \qquad x < 5$



لاحظ ان اتحاد المتباينتين هو جميع الاعداد الحقيقية (خط الاعداد كامل)

$(-\infty, 5) \cup [-3, \infty)$

نتيجة كل مجموعة → جميع الاعداد الحقيقية

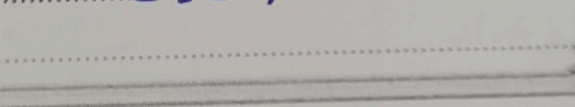
مثال 5 تتراوح درجة حرارة محرك لسيارة ما اثناء تشغيلها بين $90°C$ و $110°C$ اكتب متباينة مركبة تمثل درجة حرارة محرك السيارة اثناء تشغيلها واحلها على خط الاعداد ثم اجد المتباينة الى الدرجة الفهرنهايتية علما ان

$C = \frac{5}{9}(F-32)$

الكل افرض ان درجة حرارة المحرك هي C

C تتراوح بين 90 و 110

$90 \leq C \leq 110$



المطلوب هو التحويل الى الفهرنهايتية

$90 \leq C \leq 110$

$(90 \leq \frac{5}{9}(F-32) \leq 110) \times 9$ اهمل F لوحدها

$810 \leq 5(F-32) \leq 990) \div 5$

$\frac{810}{5} \leq \frac{5(F-32)}{5} \leq \frac{990}{5}$

$162 \leq F-32 \leq 198$

$+32 \qquad +32 \qquad +32$

$194 \leq F \leq 230$

درجة حرارة المحرك تتراوح بين $230°F$ و $194°F$

#

الأستاذ هاني العليمات

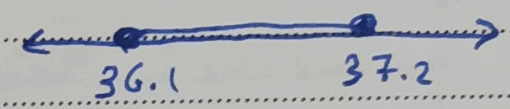
اتحقق من فهمي 5

اذا علمت ان درجة حرارة جسم الاشخاص البالغين تتراوح بين 36.1°C و 37.2°C فاكتب متباينة مركبة تمثل درجة حرارة الشخص البالغ واحلها على فظ الاعداد

ثم اجول المتباينة الى الدرجة الفهرنهايتية علما بان $C = \frac{5}{9}(F-32)$

نفرض درجة حرارة جسم الاشخاص البالغين C

$36.1 \leq C \leq 37.2$



نحول الى الفهرنهايتية

$36.1 \leq C \leq 37.2$

$(36.1 \leq \frac{5}{9}(F-32) \leq 37.2)\times 9$

$324.9 \leq 5(F-32) \leq 334.8$

$\frac{324.9}{5} \leq \frac{5(F-32)}{5} \leq \frac{334.8}{5}$

$64.98 \leq F-32 \leq 66.96$

$+32 \quad +32 \quad +32$

$96.98 \leq F \leq 98.96$

تتراوح درجة حرارة الاشخاص البالغين بالفهرنهايتية بين

$96.98°F$ ، $98.96°F$

=

ملاحظة

متباينة and متباينة	متباينة or متباينة
تحل كل متباينة لوحدها وتمثل الكل على نفس خط الاعداد وتكون تقاطع المتباينتين التقاطع تعني المنطقة المشتركة على خط الاعداد	تحل كل متباينة لوحدها وتمثل الكل على نفس خط الاعداد وتكون اتحاد المتباينتين

=

تذكر: القيمة المطلقة لعدد هي المسافة بين ذلك العدد والصفر على خط الاعداد

مثلاً

$|5| = 5$ ، $|-5| = 5$

في هذا الدرس سنتعلم

- حضور معادلة القيمة المطلقة وايجاد قيمتها العددية
- خصائص القيمة المطلقة وحلها
- متباينات القيمة المطلقة وحلها
- مسائل لفظية على متباينات القيمة المطلقة

معادلة القيمة المطلقة: هو مقدار جبري يتضمن قيمة مطلقة لمتغير

مثلاً

$|x-4|+6$

$2-|x|$

* لايجاد القيمة العددية لمقدار جبري يحوي قيمة مطلقة نعوض قيمة المتغير المعطاة في السؤال ونجد الناتج مع مراعاة أولويات العمليات الحسابية ودائماً نبدأ بما داخل القيمة المطلقة

مثال 1 اجد قيمة كل من المعادلة الآتية للقيمة المعطاة

① $|x+3|-8$ ، $x=2$

$\Rightarrow |2+3|-8$

$|5|-8 = 5-8 = -3$

معادلات القيمة المطلقة

هي معادلة تحتوي على قيمة مطلقة

نستخدم القاعدة التالية

$|ax+b| = c \quad , \quad c \geq 0$

$ax+b = c \quad or \quad ax+b = -c$

وحل المعادلتين الناتجتين

ملاحظة: في حال كان

$|ax+b| = c$

وكان c عدد سالب

$\Leftarrow$ لا يوجد حل للمعادلة

ملاحظة: عند حل معادلة القيمة المطلقة اجعل القيمة المطلقة في طرف لوحدها ثم طبق القاعدة

مثلاً في هذه المعادلة يجب أن نجهزها

$\frac{4|x-2|}{4} = \frac{16}{4} \Rightarrow |x-2| = 4$

وحل المعادلة

#

أتحقق من فهمي ١

(a) $|x-2|+10$ ، $x=-4$

$= |-4-2|+10$

$= |-6|+10$

$= 6+10 = 16$

(b) $-2|3x+1|$ ، $x=-1$

$= -2|3(-1)+1|$

$= -2|-3+1|$

$= -2|-2|$

$= -2(2)$

$= -4$

(c) $10-|5-2x|$ ، $x=7$

$10-|5-2(7)|$

$= 10-|5-14|$

$= 10-|-9|$

$= 10-9 = 1$

مثال 2 اجد كلاً من المعادلات التالية وامثل مجموعة الحل على خط الاعداد

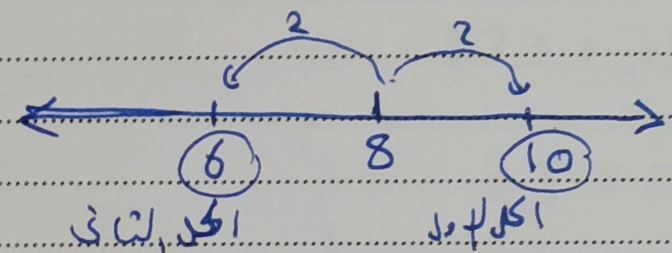
(1) $|x-8|=2$

$x-8=2$ (+8 +8) $\quad$ or $\quad x-8=-2$ (+8 +8)

$x=10$ $\quad$ $x=6$

مجموعة الحل $\{6,10\}$

تمثيلها على خط الاعداد



* تعني ان المسافة بين x و 8 هي 2 $\quad |x-8|=2$

(2) $2|x-4|+10=16$ (-10 -10)

بدنا نخلي الجملة المطلقة لوحدها

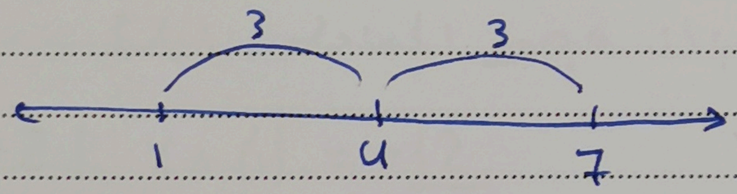
$\frac{2|x-4|}{2}=\frac{6}{2}$

$|x-4|=3$ ← جاهزة للحل

$x-4=3$ (+4 +4) $\quad$ or $\quad x-4=-3$ (+4 +4)

$x=7$ $\quad$ $x=1$

مجموعة الحل $\{1,7\}$



(3) $|3x+11|=-5$

جاهزة للحل

لا يوجد لها حل

لانه C سالب

ارجع على بالك فضلة

لا يوجد حل

//

الأستاذ هاني العليمات

تحقق من فهمي 2

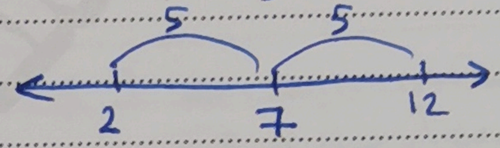
(a) $|x-7|=5$

$x-7=5$ or $x-7=-5$

$+7 \quad +7 \qquad +7 \quad +7$

$x=12$, $x=2$

مجموعة الحل $\{2, 12\}$



(b) $\frac{4|2x+7|}{4}=\frac{16}{4}$

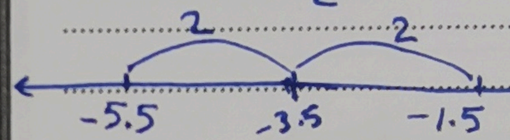
$|2x+7|=4$

$2x+7=4$ or $2x+7=-4$

$-7 \quad -7 \qquad -7 \quad -7$

$\frac{2x}{2}=\frac{-3}{2}$, $\frac{2x}{2}=\frac{-11}{2}$

$x=-\frac{3}{2}$, $x=-5.5$



مجموعة الحل $\{-\frac{3}{2}, -5.5\}$

(c) $|x+4|=-10$

ϕ أو $\{\}$ لا يوجد لها حل

مثال اضافي مهم

$-2|x+6|=-12$

انتبه جيدا لخطوة قسمة المعادلة أولا

$\frac{-2|x+6|}{-2}=\frac{-12}{-2}$

$|x+6|=6$

$x+6=6$ or $x+6=-6$

$-6 \quad -6 \qquad -6 \quad -6$

$x=0$, $x=-12$

مجموعة الحل $\{0, -12\}$

الأستاذ هاني العليمات

متباينات القيمة المطلقة

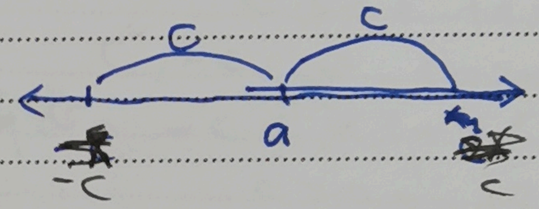
هي متباينة تحتوي على قيمة مطلقة

متباينة قيمة مطلقة تعني المسافة $|x| \leq 5$
بين x و 0 اقل من او يساوي 5

متباينة قيمة مطلقة تعني المسافة $|x-3| \leq 3$
بين x و 3 اقل من او يساوي 3

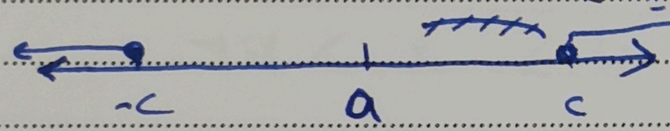
متباينة قيمة مطلقة تعني المسافة $|x+9| \leq 6$
بين x و -9 اقل من او يساوي 6

بشكل عام / $|x-a| \leq c$
المسافة بين x و a اقل من او يساوي c



متباينة قيمة مطلقة تعني المسافة $|x| \geq 5$
بين x و 0 اكبر من او يساوي 5

بشكل عام
المسافة بين x و a اكبر من او يساوي c
$|x-a| \geq c$



تذكر: عند ضرب طرفي المتباينة بعدد سالب او قسمة الطرفين على عدد سالب نقلب اشارة المتباين

مثال: اقسم على (-2)

$$\frac{-2x}{-2} \leq \frac{6}{-2}$$

$$\Rightarrow x \geq -3 \quad \#$$

حل متباينة القيمة المطلقة

$|ax+b| < c$, $c>0$ ⟷ $-c < ax+b < c$

$|ax+b| \leq c$, $c>0$ ⟷ $-c \leq ax+b \leq c$

$|ax+b| > c$, $c>0$ ⟷ $ax+b < -c$ أو $ax+b > c$

$|ax+b| \geq c$, $c>0$ ⟷ $ax+b \leq -c$ أو $ax+b \geq c$

ملاحظة

* اذا كانت $|ax+b| < c$ ، $c>0$ فإن $(ax+b)$ تقع بين $-c$ و c وتحل بمتباينة مركبة $-c < ax+b < c$
* اذا كانت $|ax+b| > c$ ، $c>0$ فإن المتباينة تكون متباينتين $ax+b < -c$ or $ax+b > c$ وتحل بمتباينتان لناتج

مثال 3 احل كلاً من المتباينات التالية واكتب الحل على صورة فترة

① $|x+5| < 9$

$-9 < x+5 < 9$

$-5 \quad -5 \quad -5$

$-14 < x < 4$

مجموعة الحل $\{x : -14 < x < 4\}$

$(-14, 4)$

② $-4|x+3| - 2 \geq 6$

$+2 \quad +2$

$-4|x+3| \geq 8$

$\overline{-4} \quad \overline{-4}$

$|x+3| \leq -2$

حيث المطلق دائماً $\geq$ أو $\leq$ صفر

تذكر أن $c > a$

مجموعة الحل $\emptyset$ أو $\{\}$

تحقق من فهمك

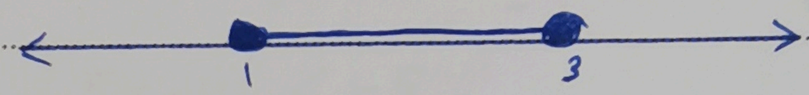
a) $|x-2| \leq 1$

$-1 \leq x-2 \leq 1$

$+2 \quad +2 \quad +2$

$1 \leq x \leq 3$

مجموعة الحل $[1,3]$ أو $\{x : 1 \leq x \leq 3\}$



b) $|x+7|+10 < 2$

$-10 \quad -10$

$|x+7| < -8$ ← $c < 0$ ✗

مجموعة الحل $\emptyset$ أو $\{\}$

هذه المتباينة

مثال 4 حل كلاً من المتباينات الآتية، ومثل الحل على خط الأعداد إن أمكن.

1) $|2x+1| \geq 5$

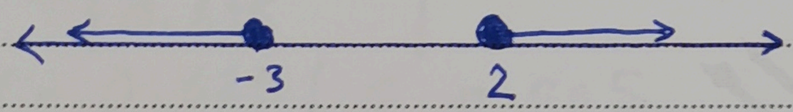
$2x+1 \leq -5$ or $2x+1 \geq 5$

$-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1$

$2x \leq -6$ $\quad$ $2x \geq 4$

$\frac{2x}{2} \leq \frac{-6}{2}$ $\quad$ $\frac{2x}{2} \geq \frac{4}{2}$

$x \leq -3$ $\quad$ $x \geq 2$



مجموعة الحل $(-\infty, -3] \cup [2, \infty)$

2) $|4x+8| \geq -3$

مع هذه، كالة إذا كانت عدد سالب $\geq$ | | مجموعة الحل كل $\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ مجموعة الحل كل $\mathbb{R}$

لأن جميع قيم x تجعل المتباينة صحيحة

الأستاذ هاني العليمات

ركن

1) $|ax+b| < $ عدد سالب

مجموعة الحل $\emptyset$ او $\varnothing$

2) $|ax+b| > $ عدد سالب

مجموعة الحل $\mathbb{R}$

مثال 4: حل المتباينات التالية

① $|5x+4| \leq -5$

مجموعة الحل $\emptyset$

② $|5x+4| \geq -5$

مجموعة الحل $\mathbb{R}$

مثال 5

اذا علمت ان مصنع ينتج دودس مشابك طول قطر احدها المشابك 0.625 cm ويسمح ان يزيد طول هذا القطر او يقل بمقدار لا يتجاوز 0.005 cm فاكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسموح به لطول قطر هذا المشبك

الطول المثالي لقطر مشابك 0.625

والفرق بين طول القطر الحقيقي والمثالي لا يتجاوز 0.005

$|0.625 \quad |$

$|x - 0.625| \leq 0.005$

$-0.005 \leq x - 0.625 \leq 0.005$

$+0.625 \quad +0.625 \quad +0.625$

$0.620 \leq x \leq 0.630$

$0.62 \leq x \leq 0.63$

الطول المسموح به $[0.62, 0.63]$

الأستاذ هاني العليمات

أتحقق من فهمي 5 إذا علمت أن طول القطر المثالي لكرة سلة تستخدم في مباريات السيدات 90 mm ويسمح أن يزيد طول هذا القطر أو يقل بمقدار 0.008 mm فاكتب متباينة قيمة مطلقة أجد فيها المدى المسموح به لطول قطر الكرة

الفرق بين الطول الحقيقي (X) والمثالي لا يتجاوز 0.008 mm

$$|X - 90| \leq 0.008$$

$$-0.008 \leq X - 90 \leq 0.008$$

$$+90 \quad +90 \quad +90$$

$$89.992 \leq X \leq 90.008$$

طول القطر المسموح به $[89.992 , 90.008]$ بوحدة mm

مراجعة سريعة

← إيجاد القيمة العددية للمقادير الجبرية ← عوض قيمة x

← حل معادلات القيمة المطلقة $|ax+b| = c$

حيث المعادلة

هي $ax+b = -c$ or $ax+b = c$

وحل المعادلتين

c سالب ← مجموعة الحل $\emptyset$

← حل متباينات القيمة المطلقة

$|ax+b| < c$ ← حل بمتباينة $-c < ax+b < c$

$|ax+b| > c$ ← حل بمتباينتين $ax+b > c$ or $ax+b < -c$

الأستاذ هاني العليمات

تذكر

نسمي متباينة خطية بمتغير واحد ، كلا منها تحتوي على متغير واحد

$5x + 3 \geq 6$
$2m > 4$
$y < 7$

تعلم : المتباينة الخطية بمتغيرين x , y هي متباينة تحتوي على متغيرين x , y وكلا من المتغيرات = 1

مثل

$2x + y > 3$
$x + 7y < 12$
$x + y > -2$

تسمى متباينات خطية بمتغيرين .

← حل المتباينة الخطية بمتغيرين هو مجموعة جميع الأزواج المرتبة (x, y) التي تجعل المتباينة صحيحة

مركز

المتباينة الخطية بمتغير واحد ← حلها هو قيم للمتغير

المتباينة الخطية بمتغيرين ← حلها هو نقاط (x, y)

ملاحظة لتحديد إذا كانت النقطة (x, y) حل للمتباينة أم لا نعوض فيه x و فيه y في المتباينة فإذا كانت الناتج صحيح فإن النقطة (x, y) هي حل للمتباينة

أما إذا كان الناتج خطأ فإن النقطة (x, y) ليست حل للمتباينة

مثال ١ أحدد إذا كان كل زوج مرتب مما يأتي يمثل حلاً للمتباينة

$3x + y < 7$

(١) $(-3, 1)$ ← $x = -3$, $y = 1$ نعوض في المتباينة

$3(-3) + 1 \overset{?}{<} 7$

$-9 + 1 < 7$

$-8 < 7$ ← صحيح

← $(-3, 1)$ هو حل للمتباينة

② $(2,4) \longrightarrow x=2 \quad , \quad y=4$

$3(2)+(4) < 7$

$6+4 < 7$

$10 < 7 \longrightarrow$ عبارة خاطئة

$\Leftarrow (2,4)$ ليس أحد حلول المتباينة

③ $(0,2) \longrightarrow x=0 \quad , \quad y=2$

$3(0)+2 < 7$

$0+2 < 7$

$2 < 7 \longrightarrow$ متباينة صحيحة

$\Leftarrow (0,2)$ هو أحد حلول المتباينة

التحقق من فهمي 1 : حدد إذا كان كل زوج مرتب مما يأتي حلاً للمتباينة

$-2x+3y \geq 3$

ⓐ $(4,1) \longrightarrow x=4 \quad , \quad y=1$

$-2(4)+3(1) \geq 3$

$-8+3 \geq 3$

$-5 \geq 3 \longrightarrow$ عبارة خاطئة

$\Leftarrow (4,1)$ ليس أحد حلول المتباينة

ⓑ $(-1,2) \longrightarrow x=-1 \quad , \quad y=2$

$-2(-1)+3(2) \geq 3$

$2+6 \geq 3$

$8 \geq 3 \longrightarrow$ عبارة صحيحة

$\Leftarrow (-1,2)$ هو أحد حلول المتباينة

ⓒ $(0,1) \longrightarrow x=0 \quad , \quad y=1$

$-2(0)+3(1) \geq 3$

$0+3 \geq 3$

$3 \geq 3 \longrightarrow$ عبارة صحيحة

$\Leftarrow (0,1)$ هو أحد حلول المتباينة

الأستاذ هاني العليمات

تعلم: متباينة خطية بمتغيرين $2x+y \geq 5$

لتمثيلها نعامل كمعادلة مرافقة للمتباينة $2x+y=5$

مثال: جد المعادلة المرافقة (المرتبطة) بكل من المتباينات التالية

① $6x-y<7$ ⇐ معادلة $\Rightarrow 6x-y=7$

② $3y<6$ $\Rightarrow 3y=6$

③ $x>7$ $\Rightarrow x=7$

تمثيل المتباينات الخطية بمتغيرين بيانياً

خطوات التمثيل:

① اكتب المعادلة المرتبطة بالمتباينة

② مثل المعادلة بيانياً (انشئ جدول واختر قيم)

سيقسم المستوى البياني الى جزئين يسمى الجزء الذي يحتوي المعادلة (المستقيم الحدودي) المستقيم الحدودي

اذا كانت المتباينة $\leq$ او $\geq$	اذا كانت المتباينة $<$ او $>$
فان المستقيم يرسم متصل خط	فان المستقيم يرسم متقطعاً .....

③ نعود الى المستقيم الحدودي نختار اي نقطة من اي من جهتي المستقيم ونعوضها في المتباينة فاذا كانت النقطة حل للمتباينة نظلل الجزء الذي تقع فيه النقطة اما اذا كانت النقطة التي اخترناها لا تمثل حل للمتباينة نظلل الجزء الاخر الذي لا تقع فيه النقطة.

← موضوع يسهل عند التطبيق

الأستاذ هاني العليمات

مثال 2 مثل المتباينة الخطية

$2y - x < 2$

في المستوى الديكارتي

الحل : نحل المعادلة المرافقة

$2y - x = 2$

نمثل المعادلة بيانياً

x	0	-2
y	1	0

اقفل قيم $x = 0$

$y = 0$

$x = 0 \Rightarrow 2y - 0 = 2$

$2y = 2$

$y = 1$

$y = 0 \Rightarrow 2(0) - x = 2$

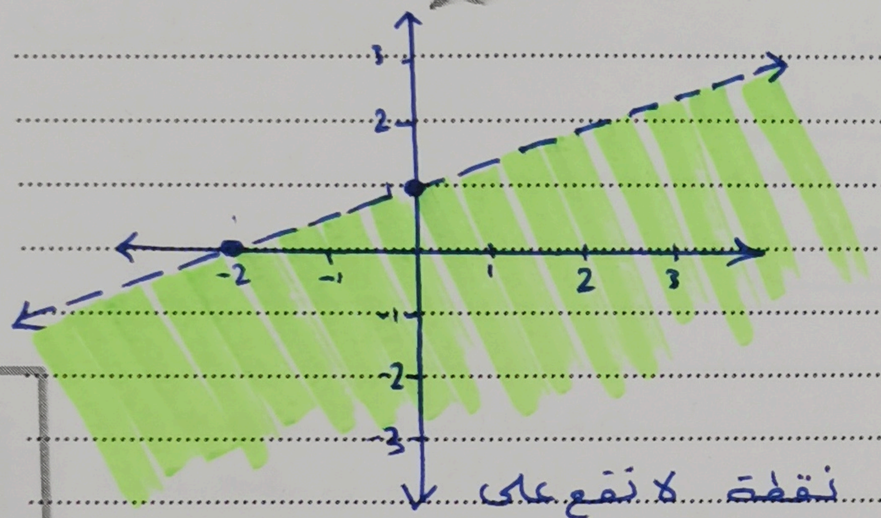
$0 - x = 2$

$-x = 2 \Rightarrow x = -2$

الان نمثل النقاط $(-2, 0)$ $(0, 1)$

على المستوى البياني

ونرسم خط متقطع لعدم وجود $\leq$ أو $\geq$



الان نختار نقطة لا تقع على المستقيم ولتكن مثلاً $(0, 0)$

نعوضها في المتباينة

$2y - x < 2$

$2(0) - 0 < 2$

$0 - 0 < 2$

$0 < 2$ عبارة صحيحة ✓

نظلل المنطقة التي تقع فيها النقطة $(0, 0)$

انتهى الحل.

الأستاذ هاني العليمات

أتحقق من فهمي 2 حل المتباينة

$-x+2y>2$

في المستوى الاحداثي

$-x+2y=2$

x	0	-2
y	1	0

$x=0 \Rightarrow -(0)+2y=2$

$2y=2$

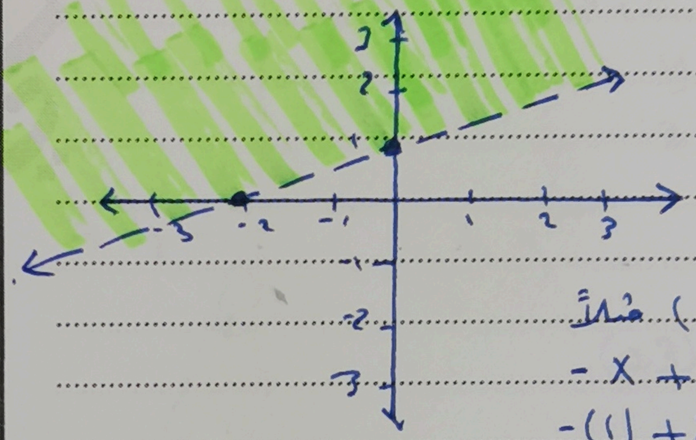
$y=1$

$y=0 \Rightarrow -x+2(0)=2$

$-x=2$

$x=-2$

$(0,1)(-2,0)$



اختر النقطة $(0,0)$ مثلاً

$-x+2y>2$

$-(0)+2(0)>2$

$0>2$ عبارة خاطئة

$\Rightarrow$ نظلل المنطقة الا لا تقع فيها النقطة $(0,0)$

انتهى الحل

مثال 3 حل المتباينة الخطية الاحداثي

$y \geq 2x$ في المستوى

هنا لا يمكن ان نختار $x=0$ ، $y=0$

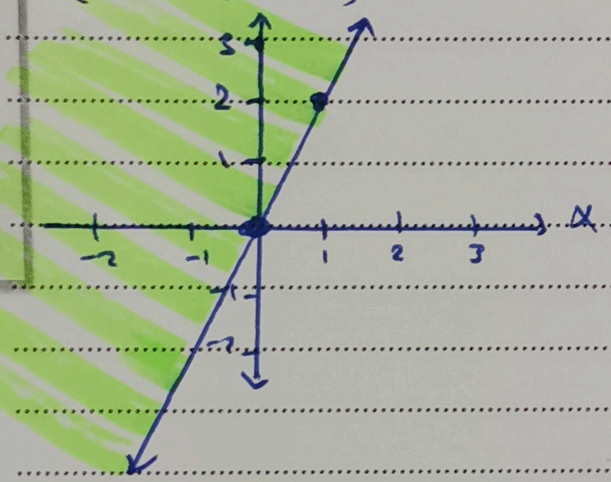
$y=2x$

x	0	1
y	0	2

$x=0 \Rightarrow y=2(0)=0$

$x=1 \Rightarrow y=2(1)=2$

$(0,0)(1,2)$



حل بديل

لاحظنا بالرسم فقط

فتحل لوجود $(0,0)$

اختر النقطة $(2,0)$ مثلاً

$y \geq 2x$

$0 \geq 2(2)$

$0 \geq 4$ عبارة خاطئة

نظلل المنطقة التي لا تقع فيها النقطة $(2,0)$

انتهى الحل

الأستاذ هاني العليمات

اتحقق من فهمي 3 امثل المتباينة $y-3x\leq 0$ في المستوى الاحداثي

$y-3x=0$

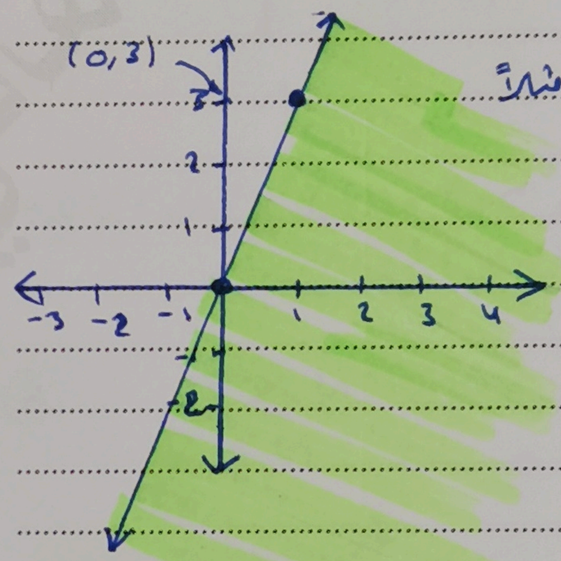
x	0	1
y	0	3

$(0,0)(1,3)$

$x=0 \Rightarrow y-3(0)=0$
$y-0=0$
$y=0$

$x=1 \Rightarrow y-3(1)=0$
$y-3=0$
$y=3$

تمثيل المستوى:



الان نختار النقطة $(0,3)$ مثلاً

$y-3x\leq 0$
$3-3(0)\leq 0$
$3\leq 0$ خاطئة

المنطقة التي لا تظلل

لا تقع فيها النقطة $(0,3)$

تمثيل المتباينة الخطية بمتغيرين بيانياً

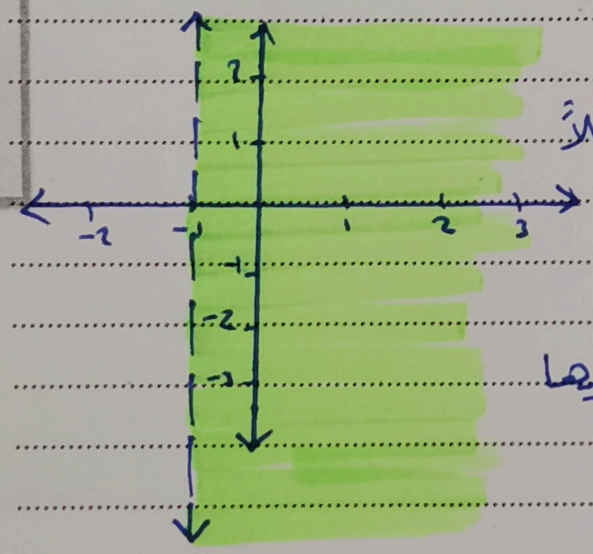
نفس طريقة تمثيل المتباينة الخطية بمتغير.

مثال 4 امثل كلاً من المتباينات الآتية في المستوى الاحداثي

(1) $x>-1$

نرسم خط حدودي يحوي y $\longrightarrow$ $x=-1$ عمودي

عند $x=-1$



نختار النقطة $(0,0)$ مثلاً

$x=0, y=0$

$x>-1$

محيحة $0>-1$

نظلل المنطقة التي تقع فيها النقطة $(0,0)$

(2) $y \leq 3$

$y = 3$ ⟵ نرسم خط مواز لمحور x عند $y=3$

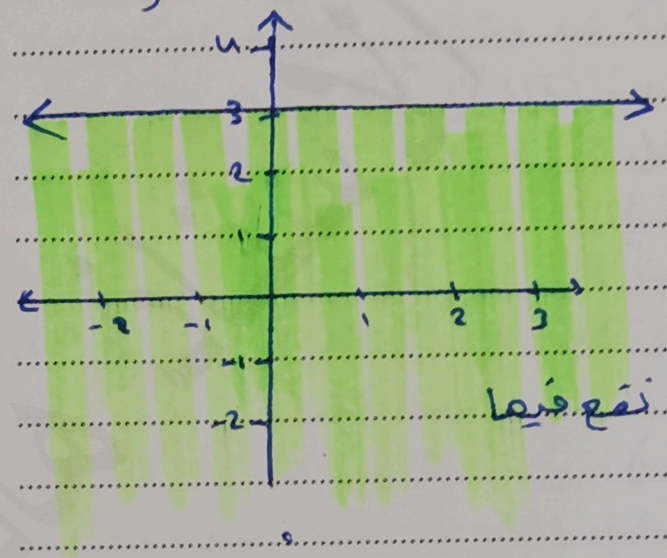
اختبر $(0,0)$

$x=0, y=0$

$y \leq 3$

$0 \leq 3$ محيحه

⟵ نظلل المنطقة التي تقع فيها النقطة $(0,0)$



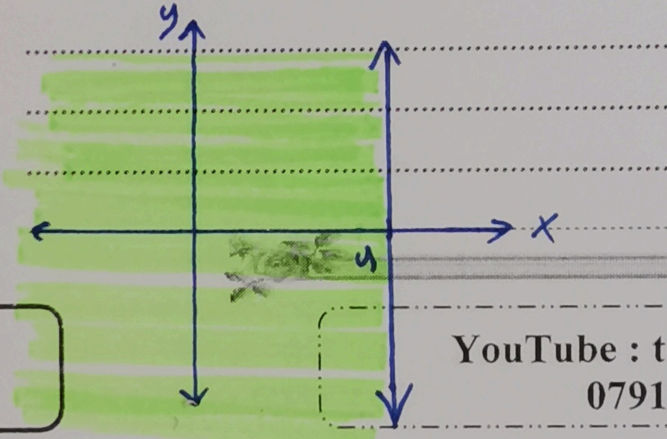
اكتب عن فهمك المتباينات الآتية مع أكتب الرسم البياني

(a) $x \leq 4$

$x = 4$ ⟵ نرسم خط مواز لمحور y عند $x=4$

اختبر $(0,0)$

$0 \leq 4$ محيحه



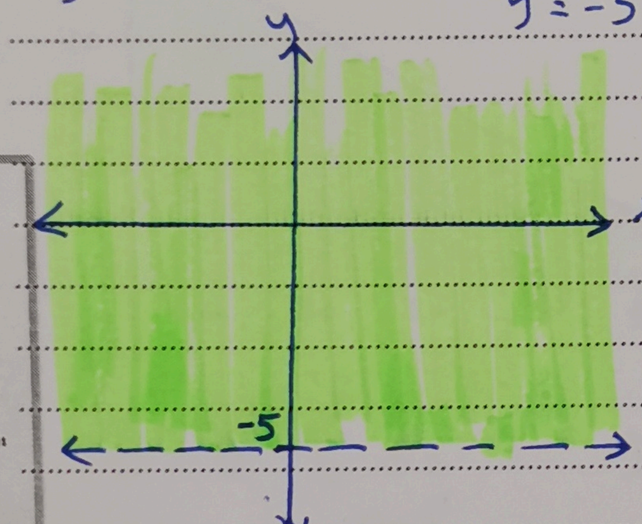
(b) $y > -5$

$y = -5$ ⟵ خط مواز لمحور x عند $y=-5$

اختبر $(0,0)$

$0 > -5$

محيحه



(c) $y \geq 0$

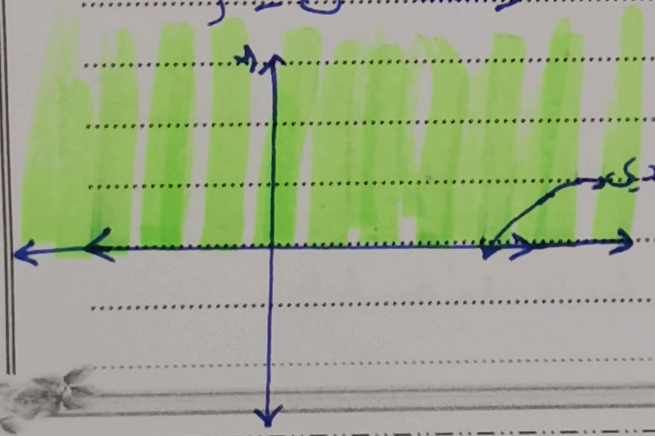
$y = 0$ ⟵ خط مواز لمحور x عند $y=0$ هو نفسه محور x

المستقيم العددي

عدد منطقتا حل

اختياري نقطة عند $(0,2)$

$2 \geq 0$ محيحه



مثال 5 اذا علمت ان لدى علاء 60 دقيقة على الأكثر لانفاذ الواجب المنزلي حل تمارين الرياضيات والعلوم فاكتب متباينة خطية بمتغيرين تمثل عدد الدقائق التي يمكن ان يقضيها علاء في حل كل واجب ثم اوجد مجموعة حلها بيانياً

افرض عدد الدقائق لحل واجب الرياضيات ← x

عدد الدقائق لحل واجب العلوم ← y

على الأكثر ←

$x + y \leq 60$

نمثلها بيانياً ونهمل القيم السالبة لان الوقت دائماً موجب

$x + y = 60$

x	0	60
y	60	0

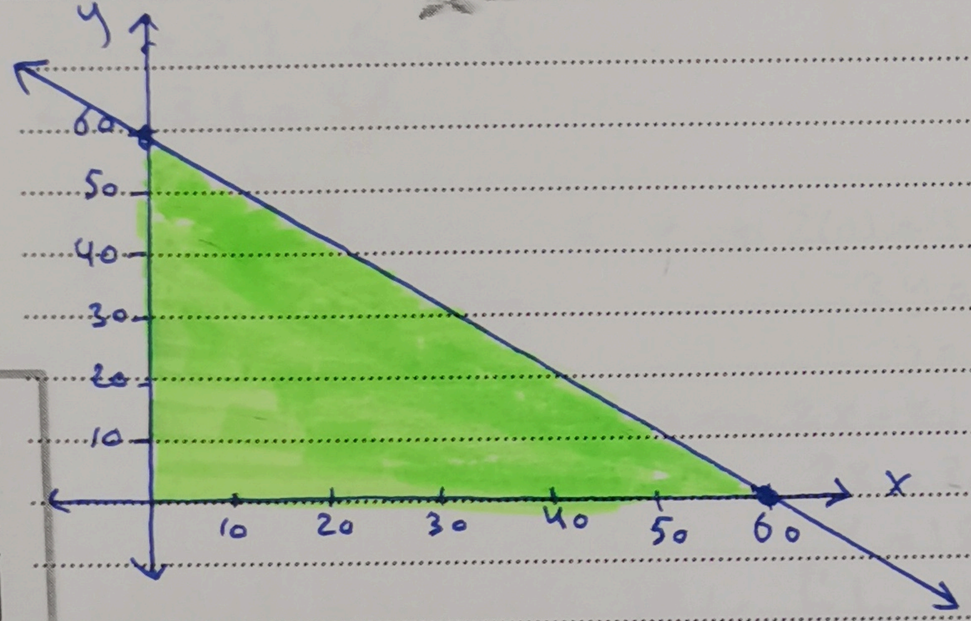
$x = 0 \Rightarrow 0 + y = 60$

$y = 60$

$y = 0 \Rightarrow x + 0 = 60$

$x = 60$

(0,60) (60,0)



الأستاذ هاني العليمات

اخذ (0,0) فنجد

$0 + 0 \leq 60$ محققة

خلال المنطقة اي نقع فيها النقطة (0,0)

ملاحظة : اي نقطة (x,y) من المنطقة المظللة هي حل للمتباينة

جرب بنفسك

اكتب من دفتر

اذا علمت ان بجار يريد شراء نوعين من الكتب لا يريد ثمنهما لكي على 72 دينار، وجد ان ثمن الكتب الطوكي من النوع الاول 4 دنانير ومن النوع الثاني 6 دنانير، فاكتب متباينة خطية بمتغيرين تمثل كمية الكتب التي يمكن للبجار شراءها من كل نوع ثم اوجد حلها بيانياً.

كمية
نفرض ان النوع الاول ← x

كمية
نفرض ان النوع الثاني ← y

ثمن النوع الاول ← $4x$
ثمن النوع الثاني ← $6y$

ثمن النوعين	لا يزيد على	72

$4x + 6y \leq 72$

لنستطيع تبسيط المتباينة لنحصل كل ← اقسم على 2

$2x + 3y \leq 36$

مثلها بيانياً

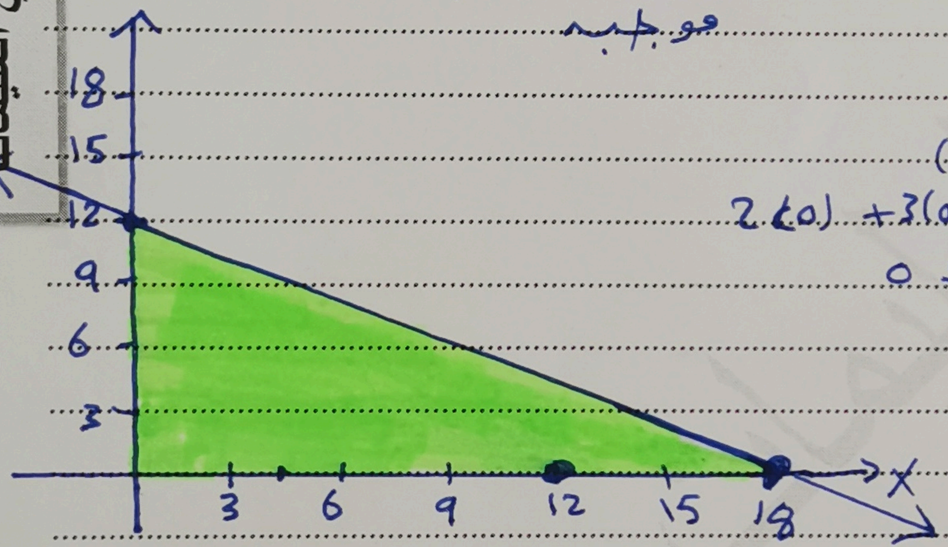
$2x + 3y = 36$

x	0	18
y	12	0

$x = 0 \Rightarrow 2(0) + 3y = 36$
$3y = 36$
$y = 12$

$y = 0 \Rightarrow 2x + 3(0) = 36$
$2x = 36$
$x = 18$

حل بيانياً، نهمل القيم السالبة لان الكمية موجبة



اختبر (0,0)
$2(0) + 3(0) \leq 36$
$0 \leq 36$ ✓

الأستاذ هاني العليمات