الصف التاسع

* شرح مفصل
* امثلة متنوعة
* حل أسئلة الكتاب
* اوراق عمل
* امتحانات شهرية

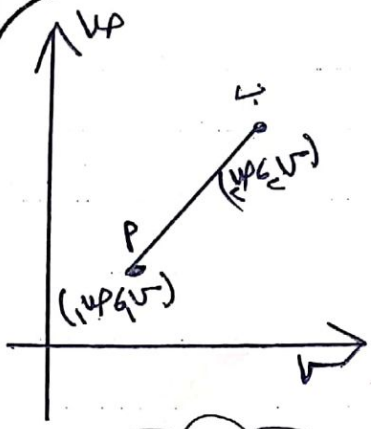
رانيا صافي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس (١)	المسافة بين نقطتين	الوحدة (٢)

تذكير :-

أي نقطة في المستوى الإحداثي لها إحداثي سيني وإحداثي صادي كما في الشكل المجاور، حيث سنتعلم في هذا الدرس إيجاد المسافة بين أي نقطتين أو طول القطعة المستقيمة التي تصل بينهما.



انتبه

$(أ - ب)^2 = (ب - أ)^2$

تعريف

إذا كانت أ ب قطعة مستقيمة حيث أ $(س_1، ص_1)$ ب $(س_2، ص_2)$ فإن المسافة بين أ و ب أو طول القطعة أ ب يعطى بالقانون الآتي :-

$$أ ب = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

مثال

١) جد طول القطعة المستقيمة أ ب حيث
أ (١، ٤) ، ب (٥، ٢)

$س_1 = ١$ ، $ص_1 = ٤$
$س_2 = ٥$ ، $ص_2 = ٢$

الحل :-

$$أ ب = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$$
$$= \sqrt{(٥ - ١)^2 + (٢ - ٤)^2} = \sqrt{١٦ + ٤} = \sqrt{٢٠}$$

٢) جد طول القطعة المستقيمة أ ب حيث
أ (٤ ل + ٢، ٣) ، ب (ل - ٤، -٣)

الحل :-

$$أ ب = \sqrt{(ل - ٤ - ٤ل - ٢)^2 + (-٣ - ٣)^2} = \sqrt{(-٣ل - ٦)^2 + (-٦)^2}$$
$$= \sqrt{٩ل^2 + ٣٦ + ٣٦}$$
$$= \sqrt{٩ل^2 + ٧٢} = \sqrt{٩ \times ٥ + ٧٢} = \sqrt{٤٥ + ٧٢} = \sqrt{١١٧} = ٣\sqrt{١٣}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال (٢) $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{٤١}$ إذا كانت $أ(ل، ٣)$ ، $ب(٧، -١)$ جد القيم الممكنة للثابت ل.

الحل :-

$أ(س_١، ص_١)$ $(ل، ٣)$

$ب(س_٢، ص_٢)$ $(٧، -١)$

$$أب = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

$$= \sqrt{(٧ - ل)^٢ + (-١ - ٣)^٢}$$

$$= \sqrt{(٧ - ل)^٢ + ١٦}$$

بتربيع

$$(٧ - ل)^٢ + ١٦ = ٤١$$

$$(٧ - ل)^٢ = ٢٥$$

بجذر الطرفين

$$٧ - ل = \pm ٥$$

$$ل = ٢ \quad / \quad ل = ١٢$$

تدريب (٦-١) جد طول $\overline{ل هـ}$ حيث $ل(٣، -١)$ ، $هـ(-٢، ٣)$

الحل :-

$ل(س_١، ص_١)$ $(٣، -١)$

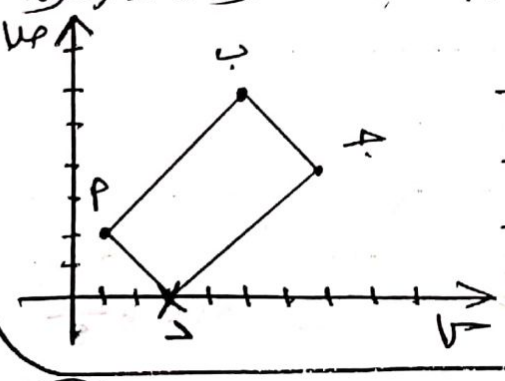
$هـ(س_٢، ص_٢)$ $(-٢، ٣)$

$$ل هـ = \sqrt{(-٢ - ٣)^٢ + (٣ + ١)^٢}$$

$$= \sqrt{٢٥ + ١٦} = \sqrt{٤١}$$

تدريب (٦-٢) إذا كانت النقاط $أ(١، ٢)$ ، $ب(٥، -٦)$ ، $جـ(٧، ٤)$ ، $د(٣، ٠)$ تقاطعاً في المستوى ، بيّن أن كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي $أ ب جـ د$ متساويان في الطول

الحل :-



$$أب = \sqrt{(٥ - ١)^٢ + (-٦ - ٢)^٢} = \sqrt{١٦ + ١٦} = \sqrt{٣٢}$$

$$جـد = \sqrt{(٣ - ٧)^٢ + (٠ - ٤)^٢} = \sqrt{١٦ + ١٦} = \sqrt{٣٢}$$

$$ب جـ = \sqrt{(٧ - ٥)^٢ + (٤ - ٦)^٢} = \sqrt{٤ + ٤} = \sqrt{٨}$$

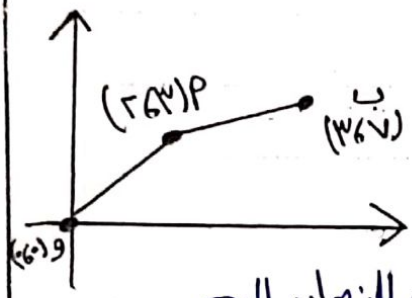
$$أد = \sqrt{(٣ - ١)^٢ + (٠ - ٢)^٢} = \sqrt{٤ + ٤} = \sqrt{٨}$$

$\therefore$ $أب = جـد$ ، $ب جـ = أد$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريب (٦-٢) في الشكل المجاور، النقاط و، ﻫ، ب حيث تمثل النقطة ﻫ مدرسة، وتمثل النقطتان و، ب مركزين صحيين. يصل بين كل منهما والمدرسة طريق مستقيم، اختار أحمد طلبة المدرسة لتوزيع سريع كيف يمكنك المساعدة في تحديد المركز الصحي الذي سيذهب إليه؟



الحل:

$\overline{ﻫب} = \sqrt{(٧-٣)^٢ + (٣-(-٢))^٢} = \sqrt{١٦ + ١} = \sqrt{١٧}$

$\overline{ﻫو} = \sqrt{(٠-(-٣))^٢ + (٠-(-٢))^٢} = \sqrt{٩ + ٤} = \sqrt{١٣}$

طول $\overline{ﻫو}$ < طول $\overline{ﻫب}$ وعليه يفضل الذهاب إلى المركز الصحي (و) هو الأقرب للذهاب إليه

تمارين ومسائل

١) جد المسافة بين كل زوج من النقاط الآتية:-

أ) (٢، ٤-)، (٣، ٨-)
ب) (٩، ٤-)، (١، ٥-)
ج) (٤، ٥-)، (٧، ٨-)
د) (٩ﻫ+١)، (٣-٦ﻫ، ٨-ﻫ)
هـ) (٥، ٤-)، (٥، ٨)

الحل:

أ) $\sqrt{(-٣-٣)^٢ + (٨+٤)^٢} = \sqrt{٢٥ + ١٤٤} = \sqrt{١٦٩} = ١٣$

ب) $\sqrt{(-٣+١)^٢ + (-٢-٥)^٢} = \sqrt{٤ + ٤٩} = \sqrt{٥٣}$

ج) $\sqrt{(٧+٥)^٢ + (-١-٤)^٢} = \sqrt{١٤٤ + ٢٥} = \sqrt{١٦٩} = ١٣$

د) $\sqrt{(٣-٦-٣)^٢ + (٥-٨-ﻫ-١)^٢} = \sqrt{٣٦ + ٦٤} = \sqrt{١٠٠} = ١٠$

هـ) $\sqrt{(٥-٥)^٢ + (٨+٤)^٢} = \sqrt{٠ + ١٤٤} = \sqrt{١٤٤} = ١٢$

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢) اذا كانت النقطة م(١٦٢) تمثل موقع سيارة و والنقاط
ا(٥٠-) و ب(٢٦) و ﻫ(٣٤) تمثل مواقع ثلاث محطات
وقود ، أي المحطات الثلاث أقرب الى السيارة.

الحل :-

نجد بعد موقع السيارة م(١٦٢) عن النقاط الثلاث :-

$\overline{م ا} = \sqrt{(٥-٠)^٢+(١-٠)^٢} = \sqrt{٢٥+١} = \sqrt{٢٦}$

$\overline{م ب} = \sqrt{(٦-٢)^٢+(٢-١)^٢} = \sqrt{١٦+١} = \sqrt{١٧}$

$\overline{م ﻫ} = \sqrt{(٤-٣)^٢+(٣-١)^٢} = \sqrt{٤+٤} = \sqrt{٨}$ ← الأصغر

المحطة (ﻫ) هي الأقرب الى السيارة.

---

٣) اذا كانت $\overline{ا ب}$ قطعة مستقيمة طولها ٥ وحدات
وكانت ا (ل ، ٤) و ب (٧ ، ١) جد جميع القيم الممكنة
للثابت ل.

الحل :-

$\overline{ا ب} = \sqrt{(ل-٧)^٢+(٤-١)^٢}$

$= \sqrt{(ل-٧)^٢+٩} = ٥$ نربع.

$(ل-٧)^٢+٩ = ٢٥$

$-٩ \quad -٩$

$(ل-٧)^٢ = ١٦$ الجذر التربيعي

$ل-٧ = ٤$ و $ل-٧ = -٤$

$+٧ \quad +٧ \quad +٧ \quad +٧$

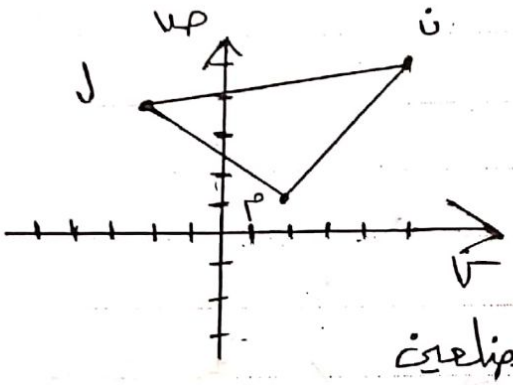
$ل = ١١$ | $ل = ٣$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤) م ن ل مثلث فيه م(١، ٢) ، ن(٥، ٥) ، ل(-٢، ٤) ما نوع المثلث م ن ل من حيث اطوال اضلاعه

الحل :-



$م ن = \sqrt{(٥-١)^٢ + (٥-١)^٢} = \sqrt{١٦+٩} = ٥$

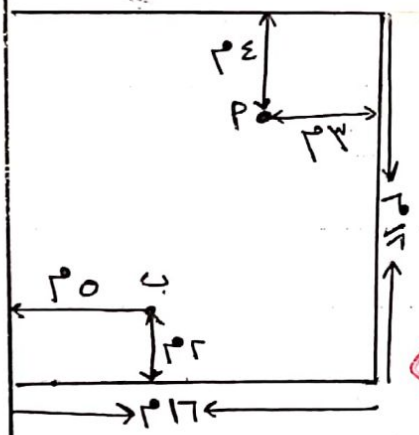
$م ل = \sqrt{(-٢-١)^٢ + (٤-١)^٢} = \sqrt{٩+١٦} = ٥$

$ن ل = \sqrt{(-٢-٥)^٢ + (٤-٥)^٢} = \sqrt{٤٩+١} = \sqrt{٥٠}$

بما أن $م ن = م ل$ فان المثلث متطابق الضلعين

---

٥) يمثل الشكل حديقة مستطيلة الشكل ، النقطتان م ، ب تمثلان موقع منفستين لري المزروعات نريد ان نصل بين الحنفيتين بانبوب مستقيم ، ما طول الانبوب.



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل :

احداثي النقطتين م ، ب

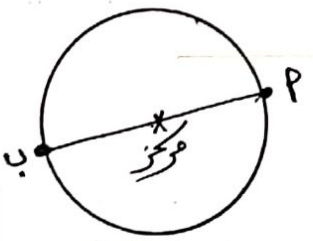
م (١٣، ٨) ، ب (٥، ٢)

$م ب = \sqrt{(٥-١٣)^٢ + (٢-٨)^٢} = \sqrt{٣٦+١٤٤} = \sqrt{١٨٠}$ م

---

٦) اذا كانت النقطة المنتصف م ب قطراً في دائرة طول نصف قطرها ٥٠٦ سم وكانت النقطة م (٤ ، ٦ع - ٤) ، النقطة ب (٢ع ، ٤ع + ٣) حدد جميع القيم الممكنة للثابت ع.

الحل :



نصف القطر = ٦٫٥ سم

القطر = ١٣ سم

$م ب = \sqrt{(٤-٢ع)^٢ + (٤ع+٣-٤)^٢} = ١٣$

نربع $\sqrt{(٤-٢ع)^٢ + (٤ع-١)^٢} = ١٣$

فك القوسين $٤ - ١٦ع + ٤ع^٢ + ١٦ع^٢ - ٨ع + ١ = ١٦٩$

نرتب $٢٠ع^٢ - ٢٤ع + ٥ - ١٦٩ = ٠$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$ع^3 + ٤ع + ١٢٠ = 0$ ∴ نقسم على ٢

$ع^2 + ٧ع - ٦٠ = 0$ ∴

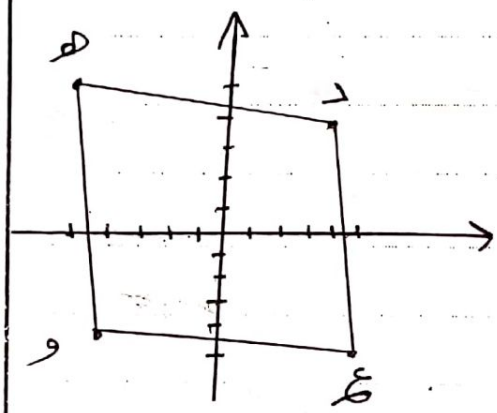
$(ع + ١٢)(ع - ٥) = 0$

$ع = -١٢$ ، $ع = ٥$

---

١) ارسم المستوى الاحداثي ، وعيّن عليه النقاط الآتية :-

د $(٤ ، ٧)$ ، هـ $(-٥ ، ٥)$ ، و $(-٤ ، -٣)$ ، ع $(٥ ، -٥)$



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

أ) جد طول أضلاع الشكل الرباعي دهوع

ب) ما نوع الشكل الرباعي دهوع

جـ) جد طول كل من قطري الشكل دهوع

الحل :-

أ)

$د ع = \sqrt{(٥-٤)^2 + (-٥-٧)^2} = \sqrt{١ + ١٤٤} = \sqrt{١٤٥}$

$هـ و = \sqrt{(٥+٤)^2 + (-٥+٣)^2} = \sqrt{٨١ + ١} = \sqrt{٨٢}$

$ع و = \sqrt{(٥+٤)^2 + (-٥+٣)^2} = \sqrt{٨١ + ١} = \sqrt{٨٢}$

$د هـ = \sqrt{(-٥-٤)^2 + (٥-٧)^2} = \sqrt{١٨١ + ٤} = \sqrt{١٨٥}$

ب) معيّن وهو حالة خاصة من متوازي الأضلاع

جـ) $د و = \sqrt{(-٣-٤)^2 + (-٣-٧)^2}$

$= \sqrt{٤٩ + ١٠٠} = \sqrt{١٤٩}$

$هـ ع = \sqrt{(٥+٥)^2 + (-٥-٥)^2}$

$= \sqrt{١٠٠ + ١٠٠} = \sqrt{٢٠٠} = \sqrt{١٠٠ \times ٢} = ١٠\sqrt{٢}$

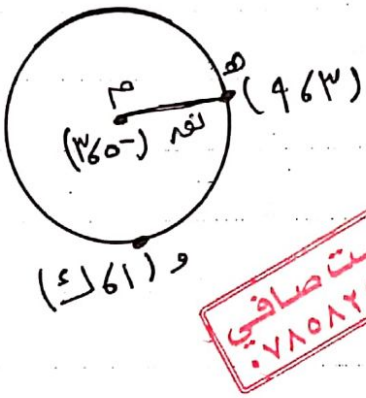
رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٨) دائرة مركزها النقطة م (-٣، ٥) وتمر بالنقطة هـ (٩، ٣)

أ) ما طول قطرها

ب) إذا كانت النقطة و (ك، ١) تقع على الدائرة، جد جميع القيم الممكنة للثابت ك



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل :-

طول نصف قطر الدائرة = $\sqrt{(٣-٩)^٢ + (٥+٣)^٢}$

$= \sqrt{٣٦ + ٦٤} = \sqrt{١٠٠}$

$= ١٠$

طول قطر الدائرة $= ٢ \times ١٠ = ٢٠$

ب) $\overline{م و} = \sqrt{(٥+١)^٢ + (ك-٣)^٢} = ١٠$ نربع

$٣٦ + (ك-٣)^٢ = ١٠٠$

-٣٦ -٣٦

$(ك-٣)^٢ = ٦٤$ نجذر الطرفين

$ك - ٣ = \pm ٨$ ، $ك - ٣ = ٨$ ، $ك - ٣ = -٨$

$ك = ١١$ ، $ك = -٥$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ورقة عمل

١) جد طول القطعة المستقيمة $\overline{أب}$ حيث أ(٣، ٢) ، ب(١، ٠)

١٠٧

---

٢) جد طول قطر دائرة حيث أ(١، ٢)
ب(٣-، ٠) هما طرفي قطر فيها

٢٠٧

---

٣) جد البعد بين النقطتين أ(٦، ٣) ، ب(٦+ل، ٣-)

٤٥٧

---

٤) أ(٢، ٥) ، ب(٥، ٣) ، حـ(٠، ٤) تمثل رؤوس المثلث
أب حـ جد أطوال أضلاع المثلث

١٣، ٥٧، ٦٧

---

٥) $\overline{أب}$ قطر في دائرة حيث ب(٩، ٣) ، جـ(١، ٦)
جد قيم (أ) حيث طول قطر الدائرة ١٣ وحدة

١٢٦١٤

---

٦) أب قطعة مستقيمة طولها يساوي ٢٦ وحدة
حيث أ(١، ٣) ، ب(٢، ل) جد قيم الثابت ل

٤٦٢

---

٧) أ(٢، ١) ، ب(٥، ٥) ، حـ(٤-، ٢-) تمثل رؤوس
مثلث. أثبت أن المثلث متطابق الضلعين

---

٨) دائرة مركزها م(٧-، ١) طول نصف قطرها ٤١٧
النقطة هـ(٢، ل) تقع على الدائرة جد
قيمة الثابت ل

٣

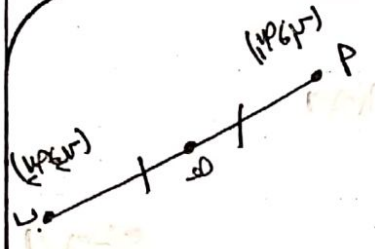
---

٩) أ(١، ١) ، ب(٤، ١) ، حـ(٤، ٥) رؤوس مثلث
بيّن أن المثلث قائم الزاوية في ب

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس (٢)	احداثيا نقطة منتصف قطعة مستقيمة	الوحدة (٢)

مقدمة



بالنظر الى الشكل المجاور، سنتعلم كيف نجد احداثي النقطة التي تقع في منتصف المسافة بين $\overline{P ب}$

نتيجة

اذا كانت النقطتان $P(س_1، ص_1)$ ، $ب(س_2، ص_2)$ فان احداثيي نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{P ب}$ هما : $\left(\frac{س_1+س_2}{2}، \frac{ص_1+ص_2}{2}\right)$

مثال ١) جد احداثيي نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{هـ د}$ حيث $هـ(٥، ٢)$ ، $د(٣، ٤)$

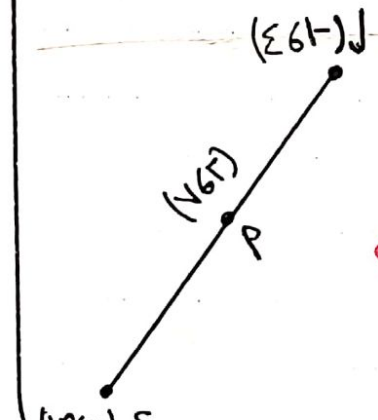
الحل :-

احداثي نقطة منتصف $\overline{هـ د}$ $= \left(\frac{٢+٤}{2}، \frac{٥+٣}{2}\right)$

$= (٣، ٤)$

٢) النقطة $P(٧، ٢)$ نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{ل ع}$ حيث $ل(-١، ٤)$ جد احداثي النقطة ع

الحل :-



بتبادلي $\frac{-١+س}{2} = ٢$

$-١+س = ٤$

$\boxed{س = ٥}$

بتبادلي $\frac{٤+ص}{2} = ٧$

$٤+ص = ١٤$

$\boxed{ص = ١٠}$

احداثي ع $(٥، ١٠)$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

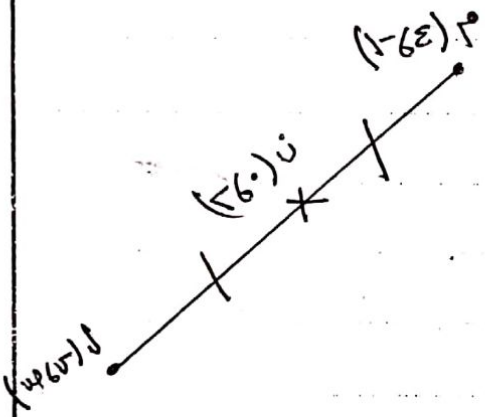
تدريب (٦-٥) جد احداثي نقطة منتصف القطعة المستقيمة هـ د حيث هـ(٤، ٢) ، د(-٢، ٦)

الحل :-

احداثي منتصف هـ د = $\left(\frac{٢+(-٢)}{٢}، \frac{٤+٦}{٢}\right) = (٠، ١٠)$

تدريب (٦-٦) اذا كانت النقطة ن(٢٦٠) نقطة منتصف القطعة المستقيمة م ل حيث م(٤، ١-)

فما احداثيا النقطة ل.



الحل :

$\frac{٤+س}{٢} = ٠$ بتبادلي

$٤+س = ٠$

$\boxed{س = -٤}$

$\frac{-١+ص}{٢} = ٢$ بتبادلي

$-١+ص = ٤$

$\boxed{ص = ٥}$

احداثي ل (-٤، ٥)

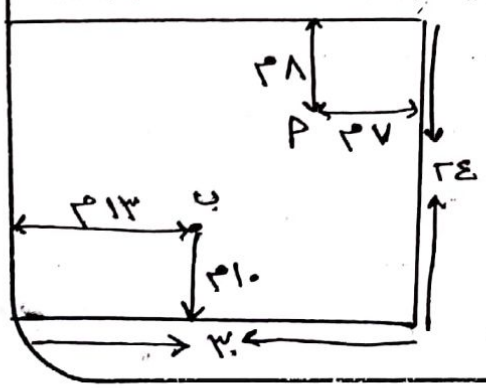
تدريب (٦-٧) يمثل الشكل ساحة مدرسية مستطيلة الشكل ، النقطتان ب ، م تمثلان آلتي تصوير ، أراد مدير المدرسة وضع آلة تصوير ثالثة في منتصف المسافة بين النقطتين م ، ب ساعد مدير المدرسة في تحديد موقع آلة التصوير الثالثة

الحل :- احداثي ب (١٠، ١٣) ، م (١٦، ٢٣)

منتصف $\overline{ب م}$ = $\left(\frac{١٣+٢٣}{٢}، \frac{١٠+١٦}{٢}\right)$

= (١٨، ١٣)

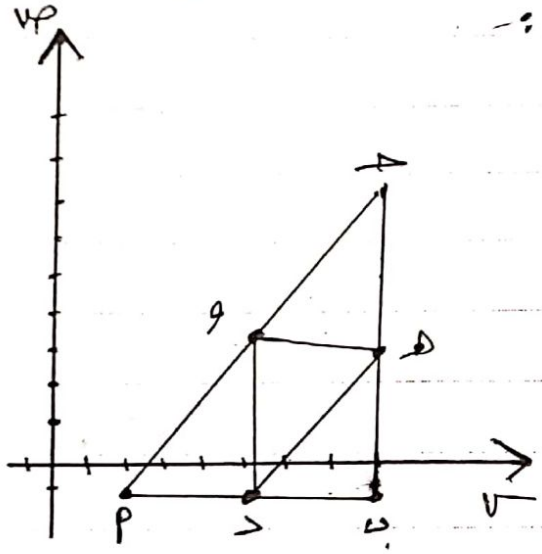
موقع آلة التصوير (١٨، ١٣)



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمارين ومسائل

١) اذا كانت النقاط $أ(-٢، -١)$ ، $ب(-٨، -١)$ ، $جـ(-٨، ٧)$ رؤوس مثلث ، وكانت النقاط $د$ ، $هـ$ ، $و$ منتصفات الأضلاع $\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ جـ}$ على الترتيب :-



أ) جد احداثي كل من النقاط $د$ ، $هـ$ ، $و$

ب) جد محيط المثلث $أ ب جـ$

جـ) جد محيط المثلث $د هـ و$ ماذا تلاحظ؟

الحل :-

أ) $د = \left(\frac{-٢ + -٨}{٢}، \frac{-١ + -١}{٢}\right) = (-٥، -١)$

$هـ = \left(\frac{-٨ + -٨}{٢}، \frac{-١ + ٧}{٢}\right) = (-٨، ٣)$

$و = \left(\frac{-٢ + -٨}{٢}، \frac{-١ + ٧}{٢}\right) = (-٥، ٣)$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

ب) $\overline{أ ب} = \sqrt{(-٨ - -٢)^٢ + (-١ - -١)^٢} = \sqrt{٣٦ + ٠} = ٦$

$\overline{ب جـ} = \sqrt{(-٨ - -٨)^٢ + (٧ - -١)^٢} = \sqrt{٠ + ٦٤} = ٨$

$\overline{أ جـ} = \sqrt{(-٨ - -٢)^٢ + (٧ - -١)^٢} = \sqrt{٣٦ + ٦٤} = ١٠$

محيط المثلث $أ ب جـ$ $= ٦ + ٨ + ١٠ = ٢٤$

جـ) $\overline{د هـ} = \sqrt{(-٨ - -٥)^٢ + (٣ - -١)^٢} = \sqrt{٩ + ١٦} = ٥$

$\overline{هـ و} = \sqrt{(-٨ - -٥)^٢ + (٣ - ٣)^٢} = \sqrt{٩ + ٠} = ٣$

$\overline{و د} = \sqrt{(-٥ - -٥)^٢ + (٣ - -١)^٢} = \sqrt{٠ + ١٦} = ٤$

محيط المثلث $د هـ و$ $= ٥ + ٣ + ٤ = ١٢$

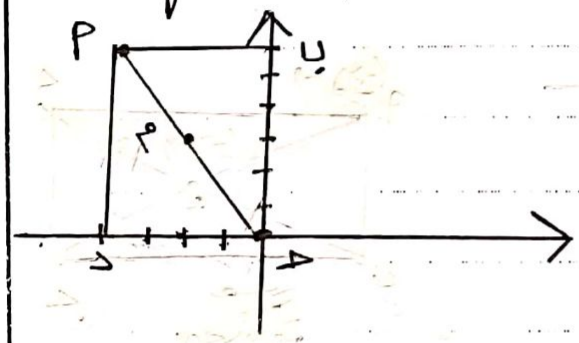
نلاحظ ان محيط المثلث $د هـ و = \frac{١}{٢} \times$ محيط المثلث $أ ب جـ$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢) اذا كانت النقطة م (-٣، ٦) مركز المستطيل ا ب حـ د
وكانت النقطة ا (-٤، ٦) :.
أ) جد طول قطر المستطيل
ب) جد احداثيات النقاط ب، حـ، د

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

تذكير :- قطرا المستطيل متساويان وينصف كل منهما الآخر



الحل :- $\overline{ام} = \sqrt{(-٤+٢)^٢ + (٦-٣)^٢}$

$= \sqrt{٤+٩} = \sqrt{١٣}$

طول القطر $= ٢ \times \sqrt{١٣}$

نفرض احداثي حـ $(س، ص)$:.

$\frac{-٤+س}{٢} = -٢$ بتبادلي $-٤+س = -٤$ ← $\boxed{س = ٠}$ احداثي

$\frac{٦+ص}{٢} = ٣$ بتبادلي $٦+ص = ٦$ ← $\boxed{ص = ٠}$ حـ $(٠، ٠)$

لمعرفة باقي الرؤوس نكمل المستطيل :-
ب $(٦، ٠)$ ، د $(-٤، ٠)$

---

٣) اذا كانت النقاط ا $(س+١، ٦ص-١)$ ، ب $(س+٢، ٥ص+٥)$ ، م $(٥، ٤)$
وكانت النقطة م نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{اب}$
فما قيمة كل من س، ص

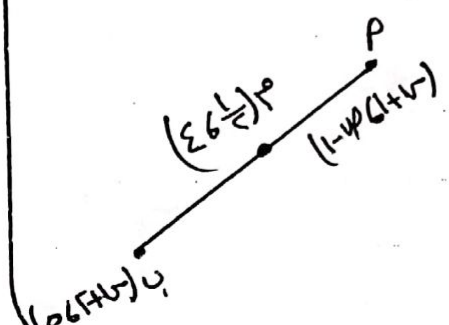
الحل :- $\frac{س+١+س+٢}{٢} = \frac{١}{٢}$ بنضرب

$\frac{٢س+٣}{٢} = \frac{١}{٢}$ بتبادلي

$٤س+٦ = ٢$ ← $\boxed{س = -١}$

$\frac{ص-١+٥}{٢} = ٤$ بنضرب

$\frac{ص+٤}{٢} = ٤$ بتبادلي $ص+٤ = ٨$ ← $\boxed{ص = ٤}$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤) اذا كانت النقاط $أ(-٢، ٢ك)$ ، $ب(-ك^٢+٢، ٢ك+ك^٣)$ ، $م(٤، ٢)$ وكانت النقطة م نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{أب}$ فجد قيم كل من $ك$ ، $ك^٣$ (هكذا)

الحل :

$$\frac{-ك^٢+ك^٢+٢}{٢} = ٢ \quad \text{نضع}$$

$$\frac{٢-ك^٢+٢}{٢} = ٢ \quad \text{بالتبادلي}$$

$$٤ = ٢-ك^٢+٢$$

$$٢-ك^٢ = ٢$$

$$ك^٢ = ٠$$

$$ك = ٠$$

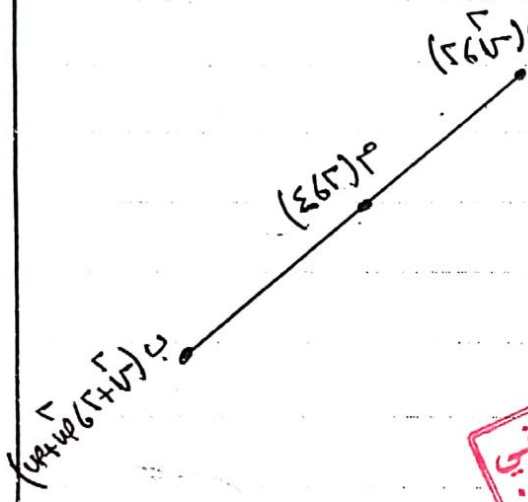
$$\frac{٢+ك^٣+ك}{٢} = ٤ \quad \text{بالتبادلي}$$

$$ك^٣+ك+٢ = ٨ \quad \text{ترتيب}$$

$$ك^٣+ك-٦ = ٠$$

$$\therefore (ك+٣)(ك-٢) = ٠$$

$$ك = -٣ ، ٢$$



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

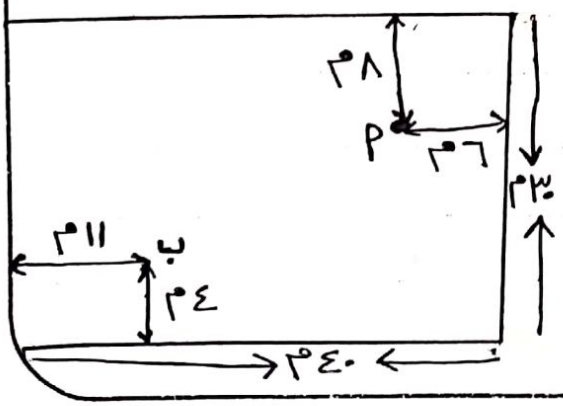
٥) يمثل الشكل حديقة مستطيلة الشكل النقطتان $أ$ ، $ب$ تمثلان موقع حنفيتين لري المزروعات ، يريد صاحب المزرعة أن يضع حنفية ثالثة في منتصف المسافة بين الحنفيتين ، ساعد صاحب المزرعة في تحديد موقع الحنفية الثالثة

الحل :-

اولاً $أ(٣٤، ٢٢)$ ، $ب(١١، ٤)$

منتصف $\overline{أب} = \left(\frac{٣٤+١١}{٢}، \frac{٢٢+٤}{٢}\right) = (٢٢٫٥، ١٣)$

موقع الحنفية الثالثة $(٢٢٫٥ ، ١٣)$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ورقة عمل

١) جد احداثيي نقطة منتصف القطعة المستقيمة أ ب
حيث أ (-٥٦٣) ، ب (٧٦٥-) (-٦٤)

---

٢) النقطة أ (٥٦٣) نقطة منتصف القطعة المستقيمة م ل
حيث م (٣٦٢) جد احداثيا النقطة ل (٧٤)

---

٣) م (٢ ، ٩٦) ، ن (٣- ، ٥٦) نقطتين في المستوى الاحداثي
جـ (٤ ، ٧٦) نقطة منتصف م ن جد ٧٦ جـ ٧٦

---

٤) أ ب جـ مثلث ، أ (٣٦٣-) ، د (٢ ، ٢-) منتصف أ ب
هـ (٧/٢ ، ١/٢-) منتصف أ جـ جد احداثي ب ، جـ
(١٦١-) ، (٤٦٢)

---

٥) أ (٥٦٤-) ، ب (١٦٢-) ، جـ (٥٦٢) رؤوس مثلث . د هـ و
منتصفات الاضلاع أ ب ، ب جـ ، أ جـ على الترتيب
جد محيط المثلث د هـ و

---

٦) أ ب قطر دائرة حيث أ (٧ ، ٥-) ، ب (٣ ، ٢-) أوجد
أ) احداثي مركز الدائرة ب) طول نصف قطر الدائرة

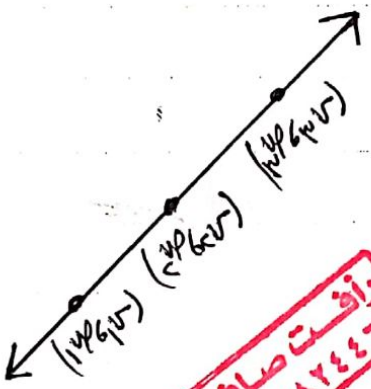
رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس (٣)	معادلة الخط المستقيم	الوحدة (٢)

تذكير

$ص = أ س + ب$ معادلة اقتران الخط حيث تعلمنا سابقاً طريقة رسمه من خلال معرفة المقطع الصادي وذلك بوضع $س = ٠$ وإيجاد $ص$ ومعرفة المقطع السيني وذلك بوضع $ص = ٠$ وإيجاد $س$ ثم نعلمهم على المستوى الديكارتي ونصل بينهما بخط مستقيم



سنتعلم في هذا الدرس كتابة معادلة الخط المستقيم حيث نحتاج الى معرفة **الميل م** ونقطة تمر بها $(س_١ ، ص_١)$ حيث معادلة الخط المستقيم هي :

$$ص - ص_١ = م (س - س_١)$$

نعوضها فقط بدل $س_١ ، ص_١ ، م$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

ملاحظات

١) $(س_١ ، ص_١)$ ، $(س_٢ ، ص_٢)$ نقطتان تقع على المستقيم فإن ميل المستقيم $م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

٢) المقطع السيني = $أ$ فإن المستقيم يمر بـ $(أ ، ٠)$

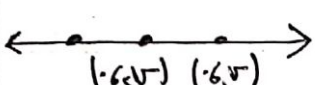
٣) المقطع الصادي = $ب$ فإن المستقيم يمر بـ $(٠ ، ب)$

باختصار :- لتحديد معادلة الخط المستقيم نحدد أولاً $س_١ ، ص_١ ، م$ ثم نكتب المعادلة $ص - ص_١ = م (س - س_١)$ ونعوضها بدل $س_١ ، ص_١ ، م$ ثم نفك الأقواس ونجعل $ص$ موضوع ما نجد.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تنويه اذا كان المستقيم يوازي محور السينات

١) في هذه الحالة الاحداثي الصادي لجميع النقاط صفراً وعليه الميل ((غير معرف))

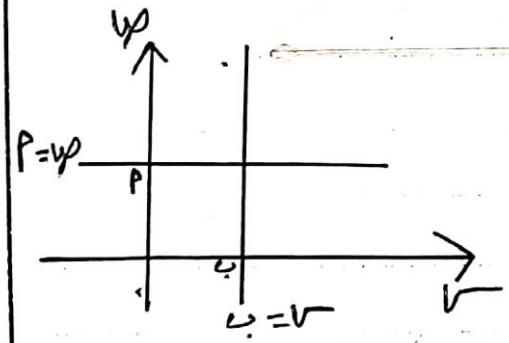


وبالتالي تكون معادلة الخط المستقيم
ص = أ ← المقطع الصادي

٢) لمعرفة هل النقطة تقع على المستقيم ، نقوم بالتعويض بدل س ، ص حيث ان سهما الطرف الايمن والايسر فانها تقع عليه

٣) لمعرفة نقطة تقاطع مستقيمين ، نقوم بحل المعادلتان بالحذف او بالتعويض

٤) لمعرفة أين يقطع المستقيم محور السينات ، نضع ص = ٠ ونجد س والعكس لمعرفة اين يقطع المستقيم محور السينات ، نضع س = ٠ ونجد ص



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

مثال (١)

١) جد معادلة الخط المستقيم الذي ميله ٣ ويمر بالنقطة (٤،١)

الحل :- م = ٣ ، س١ = ١ ، ص١ = ٤

ص - ص١ = م (س - س١)

ص - ٤ = ٣ (س - ١)

ص - ٤ = ٣س - ٣

ص = ٣س - ٣ + ٤

ص = ٣س + ١

كتبت المعادلة نعوض مكان س ، ص ، م

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢) جد معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين
أ (٢ ، ٤) ، ب (-٢ ، ٨)

$(س_1 ، ص_1)$ $(س_2 ، ص_2)$
(٢ ، ٤) (-٢ ، ٨)

الحل :-
نجد الميل $م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{٨-٤}{-٢-٢} = \frac{٤}{-٤} = -١$

هنا الميل مجهول

$م = -١$ ، $س_1 = ٢$ ، $ص_1 = ٤$

$ص - ص_1 = م (س - س_1)$
$ص - ٤ = -١ (س - ٢)$
$ص - ٤ = -س + ٢$
$ص = -س + ٦$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

٣) جد معادلة الخط المستقيم الذي ميله ٣ ومقطعه السيني ٥

الحل :-
المقطع السيني = ٥ فإن الخط المستقيم يمر بـ (٠ ، ٥)

هنا النقطة عندما يقطع محور السينات

$س_1 = ٥$ ، $ص_1 = ٠$ ، $م = ٣$

$ص - ص_1 = م (س - س_1)$
$ص - ٠ = ٣ (س - ٥)$
$ص = ٣س - ١٥$

٤) هل النقطة (٢ ، ٣) تقع على المستقيم $ص = ٣س + ١$

الحل :-
$٣ \stackrel{؟}{=} ٣ \times ٢ + ١$
$٣ \neq ٧$
لا تقع

نعوض بدل س ، ص فإن كان المعادلة خاطئة فإنها لا تقع

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريب (٦-٨) جد معادلة الخط المستقيم الذي ميله -٥ ويمر بنقطة الأصل

الحل :-

نقطة الأصل $(٠،٠)$ $\quad س_١ = ٠ \quad ، \quad ص_١ = ٠ \quad ، \quad م = -٥$

$ص - ص_١ = م (س - س_١)$

$ص - ٠ = -٥ (س - ٠)$

$ص = -٥ س$

تدريب (٦-٩) جد معادلة المستقيم المار بالنقطتين $أ (-١، ٤)$ ، $ب (-٢، ٥)$

$س_١ \quad ص_١$

$(-١، ٤)$

$س_٢ \quad ص_٢$

$(-٢، ٥)$

الحل :-

نتابع الحل :-

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٥ - ٤}{-٢ + ١} = \frac{١}{-١} = -١$$

$ص - ص_١ = م (س - س_١)$

$ص - ٤ = -١ (س + ١)$

$ص - ٤ = -س - ١$

$ص = -س + ٣$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

تدريب (٦-١١) ما معادلة الخط المستقيم الذي ميله ٤ ومقطعه الصادي ٥

الحل :-

المقطع الصادي $= ٥$ فإن الخط المستقيم يمر بـ $(٠، ٥)$

$س_١ = ٥ \quad ، \quad ص_١ = ٠ \quad ، \quad م = ٤$

$ص - ص_١ = م (س - س_١)$

$ص - ٠ = ٤ (س - ٥)$

$ص = ٤ س - ٢٠$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمارين ومسائل

١) أي النقاط الآتية تقع على الخط المستقيم الذي معادلته
ص = ٢س − ١

أ (٢، ٥) ب (−١، −٣) ج (٣، ٥)
د (−١، ٢٫٩) هـ (٠، ١) و (ك+١، ٢ك+١)

الحل :-

أ (٢، ٥) ← ٥ ؟= ٢×٢ − ١ لا تقع
٥ ≠ ٣

ب (−١، −٣) ← −٣ ؟= ٢×−١ − ١ تقع
−٣ = −٣

ج (٣، ٥) ← ٥ ؟= ٢×٣ − ١ تقع
٥ = ٥

د (−١، ٢٫٩) ← ٢٫٩ ؟= ٢×−١ − ١ تقع

هـ (٠، ١) ← ١ ؟= ٢×٠ − ١ لا تقع
١ ≠ ٠

و (ك+١، ٢ك+١) ← ٢ك+١ ؟= ٢(ك+١) − ١
٢ك+١ = ٢ك+٢ − ١ تقع
٢ك+١ = ٢ك+١

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

٢) اكتب معادلة الخط المستقيم في كل حالة من الحالات الآتية :-
أ) ميله −٣ ويمر بالنقطة (٤، −١)

الحل :-
ص١ = ٩ − ١ = −٤ ، س١ = ٤
ص − ص١ = م (س − س١)
ص + ١ = −٣ (س − ٤)
ص + ١ = −٣س + ١٢
ص = −٣س + ١١

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ب) يمر بالنقطتين (-١، ٠) ، (٤، ٣)

الحل :-

$$\text{نجد الميل} \leftarrow م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٣ - ٠}{٤ + ١} = \frac{٣}{٥}$$

$$ص - ص_١ = م(س - س_١)$$
$$ص - ٠ = \frac{٣}{٥}(س + ١)$$
$$ص = \frac{٣}{٥}س + \frac{٣}{٥}$$

جـ) ميله ٢ ومقطعه السيني -٥

الحل :-

المقطع السيني $= -٥$ فان الخط المستقيم يمر بـ $(-٥، ٠)$

$$س_١ = -٥ ، ص_١ = ٠ ، م = ٢$$
$$ص - ص_١ = م(س - س_١)$$
$$ص - ٠ = ٢(س + ٥)$$
$$ص = ٢س + ١٠$$

د) ميله -١ ومقطعه الصادي ٤

الحل :-

المقطع الصادي $= ٤$ فان الخط المستقيم يمر بـ $(٤، ٠)$

$$س_١ = ٠ ، ص_١ = ٤ ، م = -١$$
$$ص - ص_١ = م(س - س_١)$$
$$ص - ٤ = -١(س - ٠)$$
$$ص - ٤ = -س$$
$$ص = -س + ٤$$

هـ) مقطعه السيني ٣ ومقطعه الصادي -٣

الحل : المقطع السيني $= ٣$ فان الخط المستقيم يمر بـ $(٣، ٠)$

المقطع الصادي $= -٣$ فان الخط المستقيم يمر بـ $(٠، -٣)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نجد ميل ← م = $\frac{\text{صـ}_2 - \text{صـ}_1}{\text{سـ}_2 - \text{سـ}_1} = \frac{-3 - 0}{0 - (-3)} = \frac{-3}{3} = -1$

$(\text{صـ} - \text{صـ}_1) = \text{م}(\text{سـ} - \text{سـ}_1)$

$\text{صـ} - 0 = -1(\text{سـ} - (-3))$

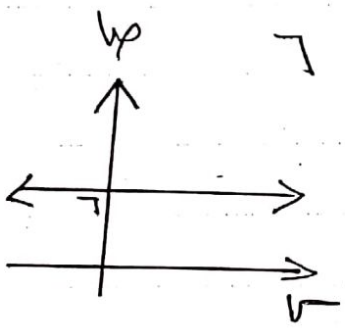
$\text{صـ} = -\text{سـ} - 3$

و) يوازي محور السينات ويقطعه المعادي ٦

الحل :-

م = ٠ لأنه يوازي محور السينات

صـ = ٦



---

٣) جد احداثيي نقطة تقاطع المستقيم الذي معادلته $3\text{سـ} + 2\text{صـ} = 6$ مع محور السينات

الحل :-

لمعرفة نقطة تقاطع مستقيم مع محور السينات نضع مكان صـ صفراً ونجد سـ

$3\text{سـ} + 2 \times 0 = 6$

$3\text{سـ} = 6$

$\text{سـ} = 2$

احداثيي نقطة التقاطع (٢، ٠)

---

٤) جد احداثيي نقطة تقاطع المستقيم الذي معادلته $5\text{سـ} - 3\text{صـ} = 12$ مع محور الصادات

الحل :-

لمعرفة نقطة تقاطع مستقيم مع محور الصادات نضع مكان سـ صفراً ونجد صـ

$5 \times 0 - 3\text{صـ} = 12$

$-3\text{صـ} = 12$

$\text{صـ} = -4$

احداثيي نقطة التقاطع (٠، -٤)

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٥) جد كلاً من المقطع السيني والمقطع الصادي للمستقيم الذي معادلته $٤ص = ٣ - ٣س - ٢٤$

الحل :-

لايجاد المقطع السيني نفرض مكان ص صفراً

$٤ \times ٠ = ٣ - ٣س - ٢٤$

$٠ = ٣ - ٣س - ٢٤$

$٣س = ٢٤$ المقطع السيني $= ٨$

$س = ٨$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

لايجاد المقطع الصادي نفرض مكان س صفراً

$٤ص = ٣ \times ٠ - ٢٤$

$٤ص = -٢٤$ المقطع الصادي $= -٦$

$ص = -٦$

---

٦) ما معادلة المستقيم الذي ميله -٣ ويمر بنقطة تقاطع المستقيم الذي معادلته $٣س + ٥ص = ١٥$ مع محور الصادات

الحل :-

نجد اولاً النقطة التي يمر بها المستقيم

نضع $س = ٠$ صفراً $\leftarrow ٣س + ٥ص = ١٥ \leftarrow ص = ٣$

النقطة ص $(٠ ، ٣)$

$م = ظا ٦٠ = \sqrt{٣}$

$\sqrt{٣} = \frac{ص - ٣}{س - ٠}$

$\sqrt{٣}س = ص - ٣$

$ص = \sqrt{٣}س + ٣$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٧) اذا كان المستقيم ل يمر بالنقطتين (٣ك، ١٦)، (ك، ٤-ك)
وميله ٢ فأجب عما يأتي :-

أ) ما قيمة الثابت ك ب) ما معادلة المستقيم ل

الحل :-

أ) م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٤-ك-١}{ك-٣ك} = \frac{٣-ك}{-٢ك} = \frac{٢}{١}$ بالتبادل

٣-ك = -٤ك

٣ك = -٣

ك = -١

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

ب) النقطة (٣ك، ١٦) تصبح ← (-٣، ١٦)

م = ٢ ، $ص_١ = ١٦$ ، $س_١ = -٣$

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ١٦ = ٢(س + ٣)$

$ص - ١٦ = ٢س + ٦$

$ص = ٢س + ٢٢$

---

٨) جد احداثيي نقطة تقاطع المستقيم الذي معادلته $٣س + ٢ص = ٧$ مع المستقيم الذي معادلته ص = ٥

الحل :-

نفوض ص = ٥ في معادلة المستقيم $٣س + ٢ص = ٧$

$٣س + ٢ \times ٥ = ٧$

$٣س + ١٠ = ٧$

$٣س = -٣$

$س = -١$

نقطة التقاطع (-١، ٥)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

9) جد احداثيي نقطة تقاطع المستقيم الذي معادلته $ص - ٣س = -٢$ مع المستقيم الذي معادلته $ص + س = ٦$

الحل :-

$$\begin{array}{r} ص + س = ٦ \\ - \quad ص - ٣س = -٢ \\ \hline ٤س = ٨ \end{array}$$

$$س = ٢$$

بتعويضها في $ص + س = ٦$

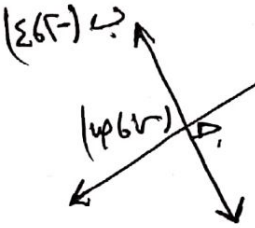
$$٢ + ص = ٦ \leftarrow ص = ٤$$

نقطة التقاطع $(٢، ٤)$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

10) اذا كانت النقطتان $أ(٣، ٢)$ ، $ب(-٤، ٦)$ وكان المستقيمان $أجـ$ ، $بجـ$ متقاطعان في $جـ$ وكان ميلاهما -١ ، ٢ على الترتيب ، ما احداثيا النقطة $جـ$



الحل :-

احداثي $جـ$ $(س، ص)$

$$\text{ميل } أجـ = \frac{ص - ٢}{س - ٣} = -١ \text{ بتبادلي}$$

$$\frac{ص - ٢}{س - ٣} = \frac{١ - ص}{١ - س}$$

$$ص - ٢ = ٣ - س \text{ نرتب}$$

$$ص + س = ٥ \quad \text{---} \quad (١)$$

$$\text{ميل } بجـ = \frac{ص - ٦}{س + ٤} = \frac{١٠ - ص}{١٠ - س} = ٢ \text{ بتبادلي}$$

$$ص - ٦ = ٢س + ٨ \text{ نرتب}$$

$$-٢س + ص = ١٤ \quad \text{---} \quad (٢)$$

نحل المعادلتان

$$\begin{array}{r} ص + س = ٥ \\ - \quad ص - ٢س = ١٤ \\ \hline ٣س = -٩ \end{array}$$

$$س = -٣$$

بتعويضها في $ص + س = ٥$

$$ص - ٣ = ٥$$

$$ص = ٨$$

احداثي $جـ$ $(-٣، ٨)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١١) اذا كانت نقاط ن (٦١، ٣) ، هـ (٣-، ٦٣) ، ك (٦٢-، ٤) ، و (٦١-، ١) نقاطاً في المستوى الاحداثي ، فجد :-

أ) معادلة المستقيم ن هـ ب) معادلة المستقيم ك و

ج) نقطة تقاطع المستقيمين ن هـ ، ك و (ان وجدت)

الحل :-

أ) $(س_1، ص_1)$ $(س_2، ص_2)$

$(٦١، ٣)$ ، $(٣-، ٦٣)$

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{-٣ - ٣}{٦٣ - ٦١} = \frac{-٦}{٢} = -٣$$

$ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$ص - ٣ = -٣(س - ٦١)$

$ص - ٣ = -٣س + ٦$

$ص = -٣س + ٩$

ب) $(س_1، ص_1)$ $(س_2، ص_2)$

$(٦١-، ١)$ ، $(٢، ٤-)$

$$م = \frac{-٤ - ١}{٢ - (-١)} = \frac{-٥}{٣} = -\frac{٣}{١}$$

$ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$ص - ١ = -٣(س + ١)$

$ص - ١ = -٣س - ٣$

$ص = -٣س - ٢$

ج) المستقيمان يتقاطعان لانهما نفس الميل (متوازيان)

نفس الميل

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ورقة عمل

١) اكتب معادلة الخط المستقيم في كل حالة من الحالات الآتية :-

أ) ميله -٥ ويمر بـ $(-٨، ٣)$
ب) ميله ٣ ومقطعه الصادي (٥)
ج) ميله -٤ ومقطعه السيني ٣
د) يمر بالنقطتين $(٠، ٥)$ ، $(١، ٩)$
هـ) مقطعه الصادي ٢ ومقطعه السيني ٥
و) مقطعه الصادي ٥ ويوازي محور السينات

---

٢) جد المقطع السيني والمقطع الصادي للمستقيم الذي معادلته $٣س - ٤ص = ١٢$

---

٣) مستقيم ع يمر بـ $(٢، ٥)$ ، $(١، -٣)$ ميله ع جد قيمة الثابت ل

---

٤) جد معادلة الخط المستقيم الذي ميله ٣ ويمر بنقطة تقاطع المستقيم $٣ص = ٦ - ٢س$ مع محور السينات

---

٥) جد معادلة الخط المستقيم الذي ميله ٢ ويمر بنقطة تقاطع المستقيمين $٢س + ٣ص = ٧$ ، $٣س - ٢س = ٤$

---

٦) $أ(-٣، ١)$ ، $ب(١، ٧)$ ، $جـ(٥، ٥)$ ، د ∈ منتصف $أ جـ$
جد معادلة المستقيم $ب د$

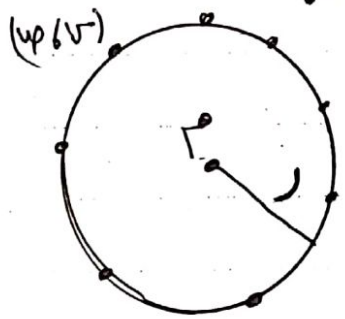
رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس (٤)	معادلة الدائرة	الوحدة (٦)

تذكير :-

الدائرة :- هي جميع النقاط في المستوى التي تبعد بعداً ثابتاً عن نقطة ثابتة في المستوى المذكور، حيث بعد النقاط عن النقطة الثابتة = (طول نصف قطر الدائرة) والنقطة الثابتة = (مركز الدائرة).



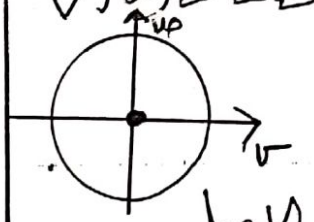
معادلة الدائرة :-

هي العلاقة الجبرية التي تربط بين الإحداثي السيني والإحداثي الصادي لجميع النقاط التي تقع على الدائرة وكل زوج مرتب (س، ص) يحقق معادلة الدائرة يمثل نقطة على الدائرة.

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

أولاً :- معادلة الدائرة التي مركزها (٠،٠) وطول نصف قطرها (ر) هي

$$س^2 + ص^2 = ر^2$$

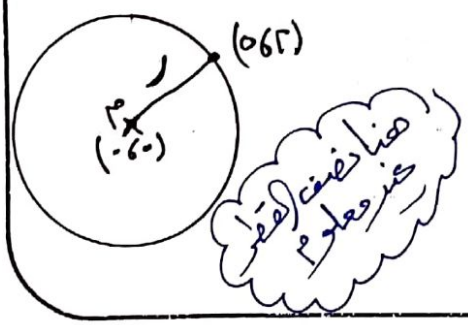


مثال : جد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وطول قطرها ٨

الحل :- $ر = ٤$ المعادلة $س^2 + ص^2 = ١٦$

٢) جد معادلة الدائرة التي مركزها (٠،٠) وتمر بـ (٥،٢)

الحل :-



هنا نعوض المركز معلوم

نجد ر ← $ر = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$= \sqrt{(٢ - ٠)^2 + (٥ - ٠)^2}$

$= \sqrt{٤ + ٢٥} = \sqrt{٢٩}$

$س^2 + ص^2 = ٢٩$ معادلة الدائرة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ثانياً :- معادلة الدائرة التي مركزها (د، هـ) و نصف قطرها (ر)

$$(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = ر^2$$

هذه الصورة القياسية لمعادلة الدائرة

مثال :- ١) جد معادلة الدائرة التي مركزها (٢، ١) وطول قطرها ٦

الحل :-

$$ر = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = ر^2$$ نعوض بدل د، هـ، ر فقط

$$(س - 1)^2 + (ص - 2)^2 = 9$$

٢) جد المركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها :-

أ) $س^2 + ص^2 = 121$

الحل :-

المركز (٠، ٠) ، $ر^2 = 121 \leftarrow ر = 11$ طول نصف القطر

ب) $(س - 2)^2 + (ص + 5)^2 = 64$ نرتب

الحل :-

$$(س - 2)^2 + (ص - (-5))^2 = 8^2$$

$$د = 2 \ ، \ هـ = -5 \ ، \ ر = 8$$

المركز (٢، -٥) طول نصف القطر = ٨

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

جـ) $(س - 2)^2 + (ص - 4)^2 = 36$ نرتب

الحل :-

$$(2(س - 1))^2 + (2(ص - 3))^2 = 36$$

$$4(س - 1)^2 + 4(ص - 3)^2 = 36$$ نقسم على ٤

$$(س - 1)^2 + (ص - 3)^2 = 9$$

$$د = 1 \ ، \ هـ = 3 \ ، \ ر^2 = 9$$

المركز (١، ٣) ، $ر = 3$ نصف القطر

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تتميز بوجود مقدار خطي

ثالثاً :- الصورة العامة لمعادلة الدائرة

$$\therefore \quad س^2 + ص^2 + ب س + ء ص + ج = 0$$

ومنها يكون المركز $(د ، هـ) = (-\frac{1}{2} \times \text{معامل } س ، -\frac{1}{2} \times \text{معامل } ص)$

$$\text{نق} = \sqrt{د^2 + هـ^2 - ج}$$

بحيث قبل ايجاد المركز ونصف القطر ، نقوم اولاً بجعل الطرف الأيسر صفراً وكذلك معامل $س^2 ، ص^2$ يساوي (1)

مثال :- جد احداثي المركز وطول نصف قطر الدائرة

$$٢س^2 + ٢ص^2 = ٨س - ٢٠ص - ٥٦$$

الحل :- نرتب

$$٢س^2 + ٢ص^2 - ٨س + ٢٠ص + ٥٦ = 0 \quad \text{نقسم على } ٢$$

$$س^2 + ص^2 - ٤س + ١٠ص + ٢٨ = 0$$

المركز $(د ، هـ) = (-\frac{1}{2} \times -٤ ، -\frac{1}{2} \times ١٠) = (٢ ، -٥)$

$$\text{نق} = \sqrt{د^2 + هـ^2 - ج} = \sqrt{٤ + ٢٥ - ٢٨} = \sqrt{١} = ١$$

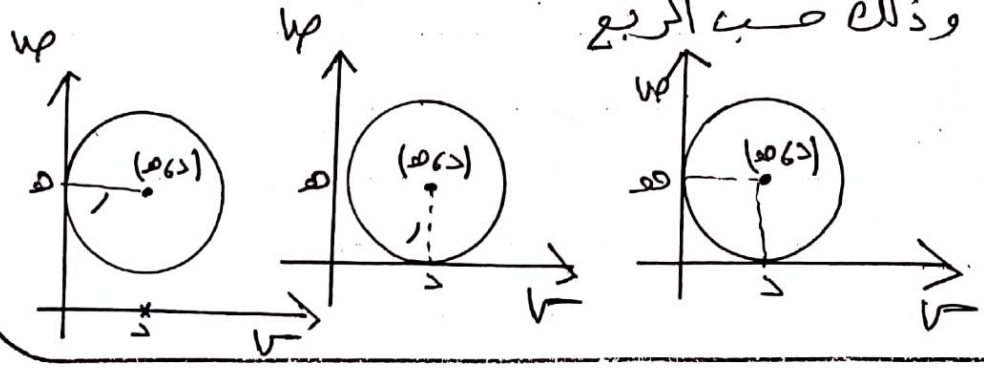
ملاحظات

١) الدائرة تمس محور السينات $\Leftrightarrow |هـ| = نق$

٢) الدائرة تمس محور الصادات $\Leftrightarrow |د| = نق$

٣) الدائرة تمس المحورين $\Leftrightarrow |د| = |هـ| = نق$

وذلك حسب الربع

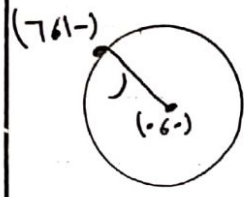


رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريب (٦-١٢) جد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وتمر بالنقطة (-١، ٦)

الحل:



$$ر = \sqrt{(-١-٠)^٢ + (٦-٠)^٢} = \sqrt{١ + ٣٦} = \sqrt{٣٧}$$

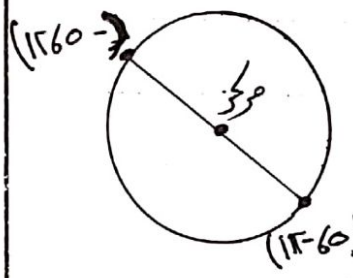
$$س^٢ + ص^٢ = ٣٧$$

تدريب (٦-١٣) إذا كانت النقطتان أ(٥، ١٢) ، ب(-٥، -١٢) نهايتي قطر في دائرة مركزها النقطة م :

١) ما احداثيا مركز الدائرة.

٢) ما طول نصف قطر الدائرة.

٣) ما معادلة الدائرة.



الحل:

١) المركز $= \left(\frac{٥ + (-٥)}{٢}، \frac{١٢ + (-١٢)}{٢}\right) = (٠، ٠)$

٢) ر : بعد المركز عن (٥، ١٢) أو (-٥، -١٢)

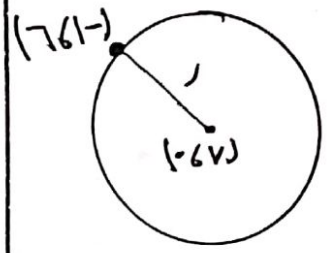
$$ر = \sqrt{(٥-٠)^٢ + (١٢-٠)^٢} = \sqrt{٢٥ + ١٤٤} = \sqrt{١٦٩} = ١٣$$

٣) $س^٢ + ص^٢ = ١٦٩$

تدريب (٦-١٤) ١) جد معادلة الدائرة التي مركزها النقطة (٧، ٠) وتمر بالنقطة (-١، ٦)

٢) جد احداثي نقطة المركز وطول قطر الدائرة التي معادلتها $(س-٥)^٢ + (ص+٣)^٢ = ٤٩$

الحل:



١) $ر = \sqrt{(٧+١)^٢ + (٠-٦)^٢} = \sqrt{٣٦ + ٣٦} = ١٠$

$(س-د)^٢ + (ص-هـ)^٢ = ر^٢$

$(س-٧)^٢ + ص^٢ = ١٠٠$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢) نذهب $(س-٥)^٢+(ص-٣)^٢=٧^٢$

المركز $(٥، ٣)$ ، $ن = ٧$

تدريب (٦-١٥) جد احداثي نقطة المركز وطول قطر الدائرة التي معادلتها $س^٢+ص^٢-٦س-٢٤ص-١٥=٠$ علماً

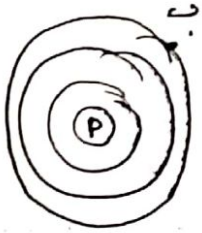
الحل :-

المركز $= (\frac{-١}{٢} \times$ معامل $س ، \frac{-١}{٢} \times$ معامل $ص)$

$= (\frac{-١}{٢} \times -٦ ، \frac{-١}{٢} \times -٢٤) = (٣ ، ١٢)$

$ن = \sqrt{د^٢+هـ^٢-و} = \sqrt{٩+١٦+١٥} = \sqrt{٤٠} = ٥$

تدريب (٦-١٦) النقطة (P) تمثل موقع رادار يرصد سيارة (النقطة ب) بحيث تبقى السيارة على بعد ثابت مقداره ٦٠ كم عن الرادار



أ) ما شكل الهندسي الذي تتحرك عليه السيارة .

الحل :. دائرة

ب) ما معادلة المنحنى الذي تتحرك عليه السيارة معتبراً P نقطة الأصل

الحل : $س^٢+ص^٢ = ٦٠^٢$

$س^٢+ص^٢ = ٣٦٠٠$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمارين ومسائل

١) اكتب معادلة الدائرة في كل حالة من الحالات الآتية :-

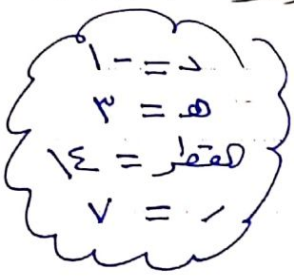
أ) مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٢ وحدة

الحل :-

$$س^{٢} + ص^{٢} = ر^{٢}$$
$$س^{٢} + ص^{٢} = ٤$$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

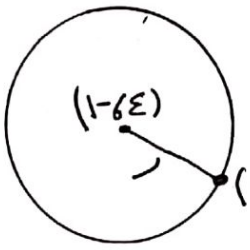
ب) مركزها النقطة (-١، ٣) وطول قطرها ١٤ وحدة



الحل :-

$$(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = ر^{٢}$$
$$(س + ١)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٤٩$$

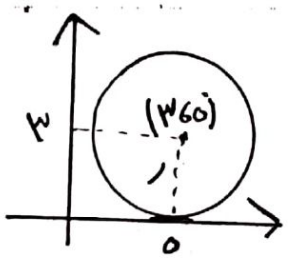
جـ) مركزها النقطة (٤، -١) وتمر بالنقطة (٩، -٢)



الحل :-

$$ر = \sqrt{(٩ - ٤)^{٢} + (-٢ + ١)^{٢}} = \sqrt{٢٥ + ١} = \sqrt{٢٦}$$
$$(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = ر^{٢}$$
$$(س - ٤)^{٢} + (ص + ١)^{٢} = ٢٦$$

د) مركزها النقطة (٥، ٣) وتمس محور السينات



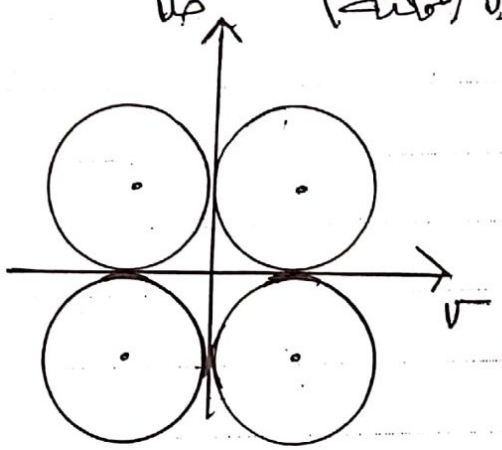
الحل :-

ر = ٣ لأنها تمس محور السينات

$$(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = ر^{٢}$$
$$(س - ٥)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٩$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

هما طول قطرها ٦ وحدات وتمس كلاً من محوري الإحداثيات ومحور السينات وصادات (جد جميع الحلول الممكنة)



الحل :- ر = ٣

تمس المحورين فإن ر = د = هـ

لكن د ، هـ حسب الربع الذي تقع فيه

* الربع الأول المركز (٣،٣)

$(س-٣)^٢ + (ص-٣)^٢ = ٩$

* الربع الثاني المركز (-٣،٣)

$(س+٣)^٢ + (ص-٣)^٢ = ٩$

* الربع الثالث المركز (-٣،-٣)

$(س+٣)^٢ + (ص+٣)^٢ = ٩$

* الربع الرابع المركز (٣،-٣)

$(س-٣)^٢ + (ص+٣)^٢ = ٩$

---

٢) جد احداثيي المركز وطول نصف قطر الدائرة لكل معادلتها:

أ) $س^٢ + ص^٢ = ١٢١$

الحل :-

$ر^٢ = ١٢١ \leftarrow ر = ١١$ نصف القطر المركز (٠،٠)

ب) $(ص-٢)^٢ + (س+٤)^٢ = ١٨$

الحل :-

$(ص-٢)^٢ + (س-(-٤))^٢ = (\sqrt{١٨})^٢$

المركز (-٤،٢) ، $ر = \sqrt{١٨}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

هـ) $(س-٣)^٢ + (ص-٦)^٢ = ٣٦$

الحل :-

$(س-١٢)^٢ + (ص+٤)^٢ = ٣٦$

$(س-٢)^٢ + (ص+٤)^٢ = ٤$ نقسم على ٩

المركز $(٢، -٤)$ ، $ن = ٢$

د) $س^٢ + ص^٢ - ٤س - ١٠ص - ٢٨ = ٠$ رتبه

وجود مقدار خطي

الحل :-

المركز $= (\frac{-١}{٢} \times$ معامل $س ، \frac{-١}{٢} \times$ معامل $ص) = (\frac{-١}{٢} \times -٤ ، \frac{-١}{٢} \times -١٠) = (٢، ٥)$

$ن = \sqrt{٢^٢ + ٥^٢ - (-٢٨)} = \sqrt{٤ + ٢٥ + ٢٨} = \sqrt{٦٧} = ١$

هـ) $س^٢ + ص^٢ - ٨س = ١٢$ رتبه

يوجد مقدار خطي

الحل :-

$س^٢ + ص^٢ - ٨س - ١٢ = ٠$

المركز $= (\frac{-١}{٢} \times$ معامل $س ، \frac{-١}{٢} \times$ معامل $ص) = (\frac{-١}{٢} \times -٨ ، \frac{-١}{٢} \times ٠) = (٤، ٠)$

$ن = \sqrt{٤^٢ + ٠^٢ - (-١٢)} = \sqrt{١٦ + ١٢} = \sqrt{٢٨}$

---

٣) حدد موقع كل نقطة من النقاط الآتية بالنسبة للدائرة التي معادلتها $(س-٥)^٢ + (ص+١)^٢ = ٩$

أ $(٦، -١)$ ، ب $(١٠، ٠)$ ، ج $(٤، -٢)$ ، د $(٥، -١)$

الحل :-

نجد بعد كل نقطة عن مركز الدائرة ، إن كان أكبر من $ن$ فإنها تقع خارجها ، أما أقل فإنها تقع داخلها أما مساوية فإنها تقع عليها

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مركز الدائرة $(5, -1)$ $\quad r = 3$

$ن(2, -1) \rightarrow \sqrt{(5-2)^2 + (-1+1)^2} = \sqrt{9+0} = 3 = r$ تقع على الدائرة

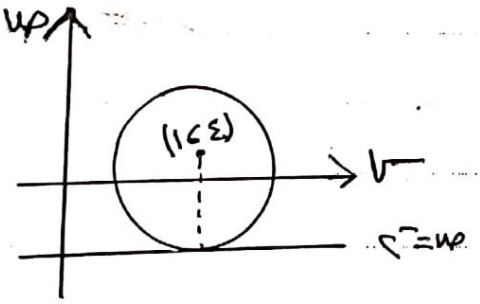
$و(19-) \rightarrow \sqrt{(5-1)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17} > r$ خارج الدائرة

$ا(3, 4) \rightarrow \sqrt{(5-4)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} < r$ داخل الدائرة

$ك(5, -1) \rightarrow \sqrt{(5-5)^2 + (-1+1)^2} = \sqrt{0} = 0 < r$ تقع في المركز داخل الدائرة

---

٤) ما معادلة الدائرة التي مركزها النقطة $(4, 1)$ وتمس المستقيم الذي معادلته $ص = -2$



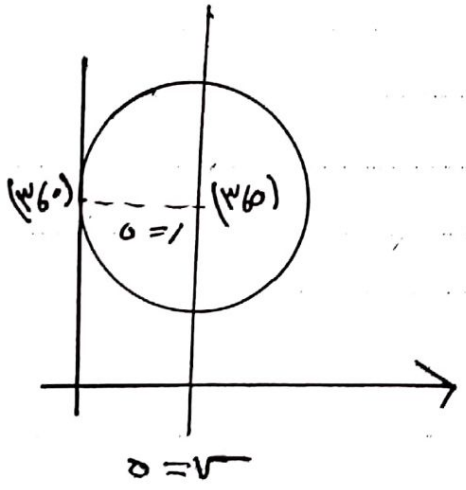
الحل: $نق = 1 + 2 = 3$

$(س - 4)^2 + (ص - 1)^2 = 9$

$(س - 4)^2 + (ص - 1)^2 = r^2$

---

٥) ما معادلة دائرة التي يقع مركزها على المستقيم الذي معادلته $س = 5$ وتمس محوري الإحداثيات عند النقطة (360)



المركز $(5, 5)$ $\quad r = 5$

$(س - 5)^2 + (ص - 5)^2 = r^2$

$(س - 5)^2 + (ص - 5)^2 = 25$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ورقة عمل

١) جد معادلة الدائرة في الحالات الآتية :-
أ) المركز نقطة الأصل ، وطول قطرها ١٠ وحدة
ب) المركز (-٦، ٢) وطول قطرها ١٢ وحدة
جـ) المركز (٦، ٤) وتمر بالنقطة (٥، ٤)
د) المركز (٣، ٤) وتمس محور السينات
هـ) تمس المحورين وطول قطرها ١٨ وحدة

---

٢) جد احداثيي المركز وطول نصف قطر الدائرة لكل معادلة :-
أ) $س^٢ + ص^٢ = ١٦٩$
ب) $(س+١)^٢ + (ص-٣)^٢ = ٨١$
جـ) $(س-١٠)^٢ + (ص+٢٠)^٢ = ١٠٠$
د) $س^٢ + ص^٢ - ٦س - ٨ص + ١١ = ٠$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

٣) جد معادلة الدائرة التي مركزها (-٣، ٤) وتمس محور الصادات

---

٤) جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم $ص = ٣$ وتمس محور السينات عند (٤، ٠)

---

٥) $(س-١)^٢ + (ص-٢)^٢ = ٩$ معادلة الدائرة ، صنف النقاط ١، ٢ بيانيا $أ(٥، ٥)$ ، $ب(٧، ٣)$ ، $د(٤، ٢)$ حسب موقعها بالنسبة للدائرة (داخلها ، خارجها ، على محيطها).

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مراجعة

١) اذا كانت النقطتان P (-٥، ١) و ب (٠، -٣) تقطيتين في المستوى الاحداثي ، فاجب عما يأتي :-

أ) جد طول القطعة المستقيمة $\overline{P ب}$

ب) جد احداثي نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{P ب}$

ج) جد معادلة الخط المستقيم P ب

د) جد معادلة الدائرة التي تكون $\overline{P ب}$ قطراً فيها.

الحل :-

أ) $\overline{P ب} = \sqrt{(٠+٥)^٢ + (-٣-١)^٢} = \sqrt{٢٥+١٦} = \sqrt{٤١}$

ب) نقطة المنتصف $= \left(\frac{-٥+٠}{٢}، \frac{١-٣}{٢}\right) = \left(-\frac{٥}{٢}، -١\right)$

ج) نجد الميل $\leftarrow م = \frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١} = \frac{-٣-١}{٠+٥} = -\frac{٤}{٥}$

(-٥، ١) $\text{س}_١$ $\text{ص}_١$

(٠، -٣) $\text{س}_٢$ $\text{ص}_٢$

$\text{ص} - \text{ص}_١ = م(\text{س} - \text{س}_١)$

$\text{ص} - ١ = -\frac{٤}{٥}(\text{س} + ٥)$

$\text{ص} - ١ = -\frac{٤}{٥}\text{س} - ٤$

$\text{ص} = -\frac{٤}{٥}\text{س} - ٣$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

د) المركز $\left(-\frac{٥}{٢}، -١\right)$ ، $ن = \frac{\sqrt{٤١}}{٢}$

$(\text{س} - د)^٢ + (\text{ص} - هـ)^٢ = ن^٢$

$(\text{س} + \frac{٥}{٢})^٢ + (\text{ص} + ١)^٢ = \frac{٤١}{٤}$

---

٢) اذا كانت النقطتان م (-٦، ١) و ن (س، ١) تقطيتين في المستوى الاحداثي وكانت النقطة د (ص، ٣) تقطة منتصف القطعة المستقيمة م ن ، فما قيمة كل من س ، ص

الحل :-

بالتبادل $\frac{-٦ + س}{٢} = ٣$

$-٦ + س = ٦$

$س = ١٢$

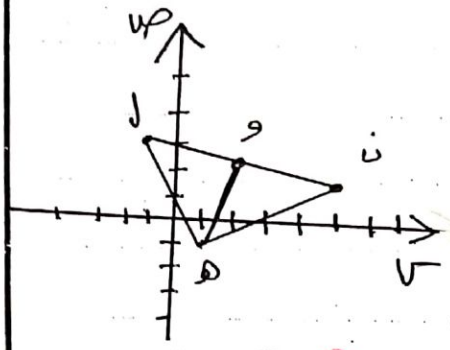
$\frac{٧ + ١}{٢} = ص$

$ص = ٤$

م (-٦، ٧) د (ص، ٣) ن (س، ١)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣) اذا كانت النقاط ل (-٦، ٣) ، ن (٥، ١) ، هـ (-١، ٦) رؤوس مثلث ، جد معادلة الخط المستقيم الذي هو بتقطة منتصف الضلع ن ل وموازٍ س هـ



الحل :-

و $\left(\frac{٥+-١}{٢}، \frac{٣+١}{٢}\right) = (٢، ٢)$

المطلوب معادلة المستقيم المار بـ (-١، ٦) ، (٢، ٢)

$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٢+١}{٢--١} = ٣$

$ص - ص_١ = م (س - س_١)$

$ص - ٦ = ٣ (س - -١)$

$ص + ١ = ٣ (س + ١)$

$ص + ١ = ٣ س + ٣$

$ص = ٣ س + ٢$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

٤) جد معادلة الخط المستقيم في كل مما يأتي :-

أ) ميله ٤ و يمر بالنقطة (-١، ٧)

الحل :-

$ص - ص_١ = م (س - س_١)$

$ص - ٧ = ٤ (س + ١)$

$ص - ٧ = ٤ س + ٤$

$ص = ٤ س + ١١$

ب) يمر بالنقطتين (٢، -١) ، (٥، ١٣)

(س١، ص١) (٢، -١)
(س٢، ص٢) (٥، ١٣)

الحل :-

$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{١٣+١}{٥-٢} = \frac{١٤}{٣}$

$ص - ص_١ = م (س - س_١)$

$ص + ١ = \frac{١٤}{٣} (س - ٢)$

$ص + ١ = \frac{١٤}{٣} س - \frac{٢٨}{٣}$ ← $ص = \frac{١٤}{٣} س - \frac{٣١}{٣}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

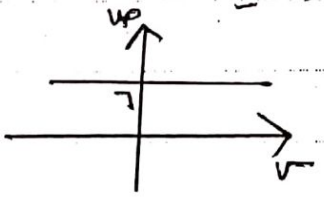
هـ) ميله -3 ويمر بنقطة الأصل

الحل: نقطة الأصل $(0,0)$

$$ص - ص_1 = م(س - س_1)$$
$$ص - 0 = -3(س - 0)$$
$$\boxed{ص = -3س}$$

و) مقطوعه الصادي ٦ ويوازي محور السينات

الحل:-



$م = 0$ لأنه يوازي محور السينات

$ص = ٦$

ز) مقطوعه السيني -3 ومقطوعه الصادي ٢

الحل:-

$(-3,0)$ ، $(0,2)$

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{2-0}{0-(-3)} = \frac{2}{3}$$

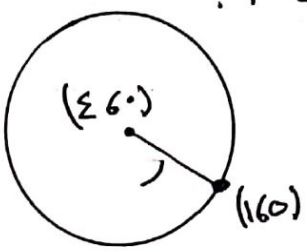
$$ص - ص_1 = م(س - س_1)$$
$$ص - 0 = \frac{2}{3}(س + 3) \leftarrow ص = \frac{2}{3}س + 2$$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

ح) إذا كانت النقاط $أ(1,6)$ ، $ب(-1,2)$ ، $هـ(5,0)$ نقاطاً في المستوى الإحداثي، فما معادلة الدائرة التي مركزها نقطة منتصف القطعة المستقيمة $أب$ ويمر بالنقطة $د$ ؟

الحل:-

المركز $= \left(\frac{1+(-1)}{2}, \frac{6+2}{2}\right) = (0,4)$ منتصف $أب$



$$ر = \sqrt{(5-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$$
$$(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = ر^2$$
$$(س - 0)^2 + (ص - 4)^2 = 34$$
$$س^2 + (ص - 4)^2 = 34$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٦) ما معادلة المستقيم الذي ميله ٢ ويمر بمركز الدائرة التي معادلتها $(س-٢)^٢+(ص+٤)^٢=١٠٠$

الحل :

نجد مركز الدائرة :-

$(٢(س-١))^٢+(٢(ص+٢))^٢=١٠٠$

$٤(س-١)^٢+٤(ص+٢)^٢=١٠٠$ نقسم على ٤

$(س-١)^٢+(ص+٢)^٢=٢٥$

المركز $(١، -٢)$

المطلوب هو معادلة المستقيم الذي ميله ٢ ويمر بـ $(١، -٢)$

$ص-ص_١=م(س-س_١)$

$ص+٢=٢(س-١)$

$ص+٢=٢س-٢$

$\boxed{ص=٢س-٤}$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

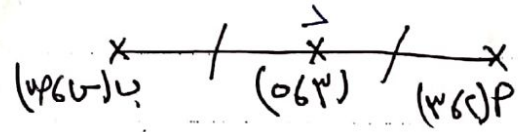
---

٧) اذا كان P ب جـ مثلثاً فيه النقطة $P(٣، ٢)$ وكانت النقطة د$(٥، ٦)$ منتصف القطعة المستقيمة P ب والنقطة هـ $(-١، ٥٫٤)$ منتصف القطعة المستقيمة P جـ :-

أ) جد احداثي كل من النقطتين ب ، جـ .

ب) بيّن ان المثلث P ب جـ قائم الزاوية في P

الحل :-



أ)

$\frac{٢+س}{٢}=٣$ بتبادلي

$٢+س=٦$

$\boxed{س=٤}$

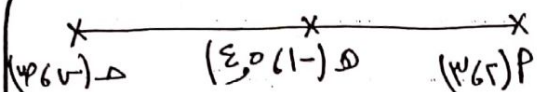
$\frac{ص+٣}{٢}=٥$ بتبادلي

$ص+٣=١٠$

$\boxed{ص=٧}$

احداثي ب $(٤، ٧)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



$\frac{٢+س}{٢} = -١$ بالطرفين

$٢+س = -٢$

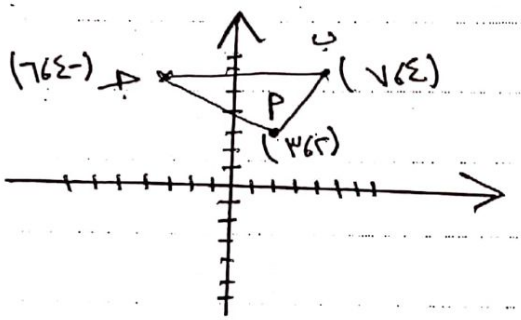
$\boxed{س = -٤}$

$\frac{٣+ص}{٢} = ٥ر٤$ بالطرفين

$٣+ص = ٩$

$\boxed{ص = ٦}$

احداثيا ح(-٤، ٦)



ب) $\overline{أب} = \sqrt{(٤-٢)^٢ + (٧-٣)^٢}$

$= \sqrt{٤+١٦} = \sqrt{٢٠}$

$\overline{ب ح} = \sqrt{(٢+٤)^٢ + (٣-٦)^٢}$

$= \sqrt{٣٦+٩} = \sqrt{٤٥}$

$\overline{أ ح} = \sqrt{(٤+٤)^٢ + (٧-٦)^٢}$

$= \sqrt{٦٤+١} = \sqrt{٦٥}$

$(ب أ)^٢ = ٢٠$ ، $(ب ح)^٢ = ٤٥$ ، $(أ ح)^٢ = ٦٥$

نلاحظ ان $(ب أ)^٢ + (ب ح)^٢ = (أ ح)^٢$ وعليه المثلث قائم الزاوية في ب

---

٨) جد احداثيي المركز وطول نصف قطر الدائرة ثم معادلتها

ا) $س^٢ + ص^٢ = ٦٤$

الحل :-

المركز $(٠، ٠)$ ، $ن = \sqrt{٦٤} = ٨$

ب) $(ص+١)^٢ + س^٢ = ٨١$

الحل :-

$(ص-(-١))^٢ + (س-٠)^٢ = ٩^٢$

المركز $(٠، -١)$ ، $ن = \sqrt{٩} = ٩$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

هـ) $(س-٦)^٢+(ص+١٢)^٢=١٩٦$

الحل :-

$(س-٣)^٢+(ص+٦)^٢=(٢)^٢(١٩٦)$

$(س-٣)^٢+(ص+٦)^٢=٤٩$ نقسم على ٤

$(س-٣)^٢+(ص-(-٦))^٢=٧^٢$

المركز $(٣، -٦)$ ، $ن=٧$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

د) $٢س^٢+٢ص^٢-٤س-١٢ص-١٢=٠$ نربتب

الحل :-

$٢س^٢+٢ص^٢-٤س+١٢ص+١٢=٠$ نقسم على ٢

$س^٢+ص^٢-٢س+٦ص+٦=٠$

المركز $=(\frac{-١}{٢}\times$ معامل $س، \frac{-١}{٢}\times$ معامل $ص)=(\frac{-١}{٢}\times-٢، \frac{-١}{٢}\times٦)=(١، -٣)$

$ن=\sqrt{د^٢+هـ^٢-و}=\sqrt{١+٩-٦}=\sqrt{٤}=٢$

---

٩) اذا كانت النقطة ك$(ن، -١)$ تقع على محيط الدائرة التي معادلتها $(س-١)^٢+(ص-٥)^٢=٤٠$ جد جميع القيم الممكنة للثابت ن

الحل :- نعوض النقطة في معادلة الدائرة :-

$(ن-١)^٢+(-١-٥)^٢=٤٠$

$(ن-١)^٢+٣٦=٤٠$

$-٣٦ \quad -٣٦$

$(ن-١)^٢=٤$

$ن-١=٢$ ، $ن-١=-٢$

$ن=٣$ ، $ن=-١$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

١٠) جد أحداثيي كل من نقطتي تقاطع الخط المستقيم الذي معادلته ص = ٣ مع الدائرة التي معادلتها

$(س+٢)^{٢} + (ص-٥)^{٢} = ٢٩$

الحل :-

نفوض ص = ٣ في معادلة الدائرة :-

$(س+٢)^{٢} + (٣-٥)^{٢} = ٢٩$

$(س+٢)^{٢} + ٤ = ٢٩$

$-٤ \quad\quad -٤$

$(س+٢)^{٢} = ٢٥$

$س+٢ = ٥ \quad\quad س+٢ = -٥$

$\boxed{س = ٣} \quad\quad \boxed{س = -٧}$

احداثيي نقطتي التقاطع $(٣، ٣)$ ، $(-٧، ٣)$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبار ذاتي

١) ضع دائرة :-

١) اذا كانت النقطتان و(١، ٢) ، م(-٣، ٢) نقطتين في المستوى الاحداثي ، فان طول القطعة المستقيمة وم يساوي :

أ) ٧ ب) ٢٥ ج) ٥ د) ١

٢) ما طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها $س^٢ + ص^٢ - ٩س + ٩ص = ٩٠٠$

أ) ٤٥٠ ب) ٣٠ ج) ٥٠ د) ١٠

٣) ما احداثيا مركز الدائرة التي معادلتها $س^٢ + ص^٢ - ٦س + ٨ص - ١٠ = ٠$

أ) (٣، -٤) ب) (-٣، ٤) ج) (٦، -٨) د) (-٦، ٨)

٤) أي النقاط الآتية تقع على محيط الدائرة $س^٢ + (ص - ٢)^٢ = ٢٥$

أ) (٥، ٥) ب) (٤، ٥) ج) (٥، ٤) د) (٥، -٤)

٥) اذا كانت النقطتان ه(٣، ١) ، و(-٣، ٣) نقطتين في المستوى الاحداثي وكانت النقطة ه نقطة منتصف القطعة المستقيمة وك فما احداثيا النقطة ك :-

أ) (٢، ١) ب) (-١، ٧) ج) (٤، ٢) د) (٥، ٥)

٦) معادلة الخط المستقيم الذي ميله ٥ ويمر بنقطة الاصل :-

أ) ص = ٥ ب) ص = ٥س ج) ص = س + ٥ د) ٥ص = س

٧) أي المعادلات الآتية تمثل معادلة دائرة :-

أ) $س^٢ + ص = ٢٥$ ب) $س^٢ - ص^٢ = ٢٥$

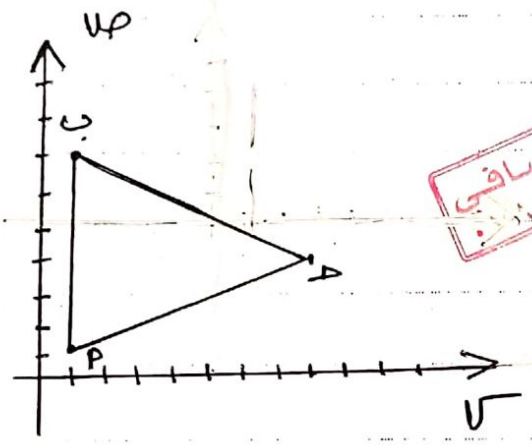
ج) $س^٢ + ٤ص^٢ = ٢٥$ د) $س^٢ = ٢٥ - ص^٢$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢) أ ب ﻫ مثلث رءوسه النقاط أ(١، ١) ، ب(١، ٧) ، ﻫ(٤، ٨) :-

أ) بيّن أن المثلث أ ب ﻫ متطابق الضلعين

ب) ما مساحة المثلث أ ب ﻫ



رافت صافي
٠٥٨٢٤٤٦٤

الحل :-

$\overline{أﻫ} = \sqrt{(8-1)^2 + (4-1)^2}$

$= \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58}$

$\overline{أب} = \sqrt{(1-1)^2 + (7-1)^2}$

$= \sqrt{0 + 36} = 6$

$\overline{بﻫ} = \sqrt{(8-1)^2 + (4-7)^2}$

$= \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58}$

$\overline{أﻫ} = \overline{بﻫ}$ وعليه أ ب ﻫ مثلث متطابق الضلعين

ب) نجد منتصف أ ب وليكن د :-

$د = (\frac{1+1}{2}, \frac{1+7}{2}) = (1, 4)$

$\overline{ﻫد} = \sqrt{(8-1)^2 + (4-4)^2} = \sqrt{49} = 7$ الارتفاع

مساحة المثلث $= \frac{1}{2} \times \overline{أب} \times \overline{ﻫد}$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 7 = 21$ وحدة مربعة

٣) ما معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين (-١، ٥) ، (١، -٣)

الحل :-

$م = \frac{-3-5}{1+1} = \frac{-8}{2} = -4$

$ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$ص - 5 = -4(س + 1)$

$ص - 5 = -4س - 4$

$ص = -4س + 1$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤) ما معادلة الدائرة التي طول قطرها ١٠ وحدات ومركزها النقطة (-٢، ١) .

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل :- $(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = ر^{٢}$

$(س + ٢)^{٢} + (ص - ١)^{٢} = ٢٥$

---

٥) اذا كانت النقاط ك(١، ٣) ، ن(-١، ٥) ، ل(س، ص) نقاطاً في المستوى الاحداثي ، وكان ميل الخط المستقيم ك ل يساوي ١ وميل الخط المستقيم ن ل يساوي ٢ فجد احداثي النقطة ل

الحل :-

ميل ك ل $= \frac{ص - ١}{س - ٣} = \frac{-١}{١}$ بتبادلي $ص - ١ = -س + ٣$ نرتب

$ص + س = ٤$ ——— (١)

ميل ن ل $= \frac{ص + ٥}{س + ١} = \frac{٢}{١}$ بتبادلي

نرتب $ص + ٥ = ٢س + ٢$

$ص - ٢س = -٣$ ——— (٢)

نحل المعادلتان :-

$ص + س = ٤$

$ص - ٢س = -٣$

$٣س = ٧$ نعوض في معادلة (١) :

$س = ١$

$ص + ١ = ٤$

$ص = ٣$

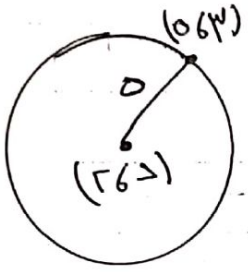
احداثي ل (١، ٣)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٦) اذا كانت النقطة (٥، ٣) تقع على محيط دائرة مركزها النقطة (د، ٢) وكان طول نصف قطر الدائرة يساوي ٥ وحدات :

أ) جد جميع القيم الممكنة للثابت د .

ب) جد معادلة الدائرة في كل حالة



الحل :

$$\text{نق} = \sqrt{(\text{د}-٣)^٢ + (٢-٥)^٢} = ٥$$

$$\text{نق}^٢ \quad ٥ = \sqrt{(\text{د}-٣)^٢ + ٩}$$

$$٢٥ = (\text{د}-٣)^٢ + ٩$$

$$-٩ \quad -٩$$

$$\sqrt{(\text{د}-٣)^٢} = \sqrt{١٦}$$

$$\text{د} - ٣ = ٤ \qquad ، \quad \text{د} - ٣ = -٤$$

$$\text{د} = ٧ \qquad \text{د} = -١$$

المركز $(٧، ٣)$ $\longleftarrow$ $(س - ٣)^٢ + (ص - ٣)^٢ = ٢٥$

المركز $(-١، ٣)$ $\longleftarrow$ $(س + ١)^٢ + (ص - ٣)^٢ = ٢٥$

فرع ٨ من سؤال الأول

٨) ميل الخط المستقيم الذي معادلته $(ص - ٣) = ٢(س - ٣)$

أ) ٣ ب) -٣ ج) $\frac{١}{٢}$ د) -٢ هـ) ٢

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الوحدة (٦)	امتحان شهر يناير	التاسع

السؤال (١) :- ضع دائرة :-

١) اذا كان $P(-5,2)$ ، $B(2,-6)$ فان طول القطعة المستقيمة $\overline{PB}$:-

أ) ١٠ ب) ٥ ج) $\sqrt{10}$ د) ٢٥

٢) احداثي نقطة منتصف القطعة $\overline{PB}$ حيث $P(3,2)$ ، $B(-4,7)$:-

أ) $(-1,5)$ ب) $(5,-1)$ ج) $(-2,1)$ د) $(1,-10)$

٣) معادلة الخط المستقيم الذي ميله ٣ ويمر بـ $(-2,4)$:-

أ) $ص = ٣س + ١٠$ ب) $ص = -٣س + ١٠$

ج) $ص = -٣س - ١٠$ د) $ص = ٣س + ٢$

(افتح صورة)

٤) أي النقاط الآتية تقع على الخط المستقيم الذي معادلته $ص = ٢س + ٨$:-

أ) $(5,-3)$ ب) $(-3,-1)$ ج) $(4,0)$ د) $(-1,6)$

٥) معادلة الخط المستقيم الذي ميله ٤ ومقطعه الصادي ٣ :-

أ) $ص = -٤س - ٣$ ب) $ص = ٤س + ٣$

ج) $ص = -٤س - ٦$ د) $ص = -٤س + ٣$

٦) مركز الدائرة التي معادلتها $س^٢ + ص^٢ + ٨ص - ٦س = ١١$:-

أ) $(3,4)$ ب) $(3,-4)$ ج) $(-3,-4)$ د) $(-3,4)$

٧) معادلة الدائرة التي مركزها $(1,5)$ وطول قطرها ٦ :-

أ) $(س-١)^٢ + (ص-٥)^٢ = ٩$ ب) $(س+١)^٢ + (ص-٥)^٢ = ٣٦$

ج) $س^٢ + ص^٢ = ٩$ د) $(س+١)^٢ + (ص+٥)^٢ = ٩$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٨) أي النقاط الآتية تقع على محيط الدائرة $(س-١)^٢+(ص+٣)^٢=٢٥$

أ) $(-٤، ٢)$ ب) $(-٤، ١)$ ج) $(-٦، ٢)$ د) $(٠، -٤)$

٩) طول قطر الدائرة التي معادلتها: $س^٢-٤س+ص^٢+٨ص+٢٨=٠$

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

١٠) طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها $س^٢+٤س+ص^٢-٤ص=٤٠٠$

أ) ٢٠ ب) ١٠ ج) ٥٠ د) ٥

١١) ميل الخط المستقيم الذي معادلته $ص-٤=٣(س-١)$:-

أ) -٧ ب) ٧ ج) -٣ د) ٣

١٢) أي المعادلات الآتية ليست معادلة دائرة :-

أ) $س^٢+ص^٢=١$ ب) $س^٢+٣ص^٢=٩$ ج) $٢س^٢+٢ص^٢=٨$ د) $ص^٢=٤-س^٢$

١٣) المستقيم $\overleftrightarrow{ل}$ يمر بـ $(٣، ٦)$ و $(-٤، ٦-)$ وميله ٢ فإن صفة P :-

أ) -٢ ب) ٢ ج) -١ د) ١

١٤) المقطع الصادي للمستقيم الذي معادلته $٦س+٣ص=١٨$ هو :-

أ) ٦ ب) ٣ ج) -٦ د) -٣

١٥) احداثيي نقطة تقاطع المستقيم $٤س+ص=٢٠$ مع محور السينات :-

أ) $(٥، ٠)$ ب) $(-٥، ٠)$ ج) $(٠، ٢٠)$ د) $(٥، ٢٠)$

١٦) اذا كانت النقطة ب$(٢، ٧)$ نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{أب}$ حيث $أ(-٤، ١)$ فإن احداثيي النقطة ه :-

أ) $(١٠، ٥)$ ب) $(٥، ١٠)$ ج) $(٣، ٥)$ د) $(٨، ٧)$

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٠٣٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال (٢) :- جد معادلة المستقيم في الحالات التالية :-

١) ميله ٥ ومقطعه السيني ٤

٢) مقطعه السيني ٥ ومقطعه الصادي ٢

٣) يوازي محور السينات ومقطعه الصادي ٨

السؤال (٣) : جد معادلة الدائرة في الحالات التالية :-

١) تمر بـ (-١، ٣) ومركزها (٢، ٥)

٢) نهايتي قطر فيها النقطتان P(٤، -٨) ، ب(-٤، ٨)

السؤال (٤) :- جد المركز ونصف القطر لمعادلات الدوائر التالية :-

١) $(س - ١٠)^{٢} + (ص + ٣٠)^{٢} = ١٠٠$

٢) $٤ص^{٢} + ٤ - ٢٤ص - ٨س = س^{٢}$

السؤال (٥) :- P (٢، ٤) ، ب(-٤، ٨) نقطتان في المستوى :-

١) جد طول القطعة المستقيمة $\overline{P ب}$

٢) جد احداثي منتصف $\overline{P ب}$

٣) جد معادلة الخط المستقيم $\overleftrightarrow{P ب}$

رافت صافي

السؤال (٦) :- P (١، ٣) ، ب(٦، ٧) ، ح(٦، ٢) رؤوس مثلث :-

١) جد محيط المثلث وبين نوعه من حيث الأضلاع

٢) بيّن أن المثلث قائم الزاوية في ح

٣) جد معادلة المستقيم الذي يمر بنقطة منتصف $\overline{P ب}$ والراس ح

السؤال (٧) : جد معادلة الدائرة في الحالات التالية :-

١) مركزها (٤، ٢) وتمس محور السينات

٢) طول قطرها ١٢ وتمس محوري السينات والصادات في الربع الثاني

٣) مركزها (٥، ٢) وتمس المستقيم الذي معادلته ص = -٥

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٠٣٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال (٨) :-

١) $\overline{ب ج}$ قطعة مستقيمة طولها ١٨ وحدة وكانت $ب(ل، ٣)$ ، $ج(-١، ل)$ جد القيم الممكنة للثابت ل

٢) اذا كانت $ب(س+٧، ٣س^{٢}+٦س-٤)$ ، $ج(٨، ٣س+٧)$ ، $د(٥، ١)$ وكانت النقطة د منتصف القطعة المستقيمة $\overline{ب ج}$ جد س ، ص

السؤال (٩) :

اذا كانت $(س-٤)^{٢}+(ص-٣)^{٢}=٢٥$ تمثل معادلة دائرة ، صنف مواضع النقاط الآتية بالنسبة للدائرة

١) $(٥، ٥)$ ٢) $(٧، ٧)$

السؤال (١٠) :-

جد معادلة المستقيم الذي ميله ٣ ويمر بنقطة تقاطع المستقيم $٢ص+٣س=١٢$ مع محور الصادات

السؤال (١١) :-

$ب(٢، -٣)$ ، $ج(س، ٥)$ تمثلان نهايتي قطر دائرة طول قطرها ١٠ سم جد قيم (س) الممكنة

السؤال (١٢) :-

اذا كانت $ن(٤، -١)$ نقطة منتصف القطعة $\overline{م ل}$ حيث $م(٢، ٥)$ فجد :-

١) طول القطعة المستقيمة $\overline{م ن}$

٢) معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين ن ، م

٣) احداثيا النقطة ل .

أ/ ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٠٣٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال (١٣) :-

١) النقطة $(ل، ١)$ تقع على المستقيم $ص - ٢س = ٣$ جد $(ل)$

٢) جد معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{٣}{٤}$ ويمر بمركز الدائرة التي معادلتها $س^٢ + ص^٢ + ٦س - ٨ص - ١١ = ٠$

٣) جد معادلة دائرة طول قطرها ١٢ سم ومركزها منتصف القطعة المستقيمة $(-٣، ٢)$ ، $(٥، -٦)$

السؤال (١٤) :-

مستقيم معادلته $٣س - ٢ص + ٢ = ٠$ جد :-

١) ميله ٢) قطعه السيني والصادي

السؤال (١٥) :-

أي الجمل الآتية صحيحة وايها خاطئة :

١) المستقيم الذي قطعة الصادي ٥ يمر بـ $(٠، ٥)$

٢) ميل المستقيم المار بـ $(٠، ٠)$ ، $(٤، ٢)$ هو (٢)

السؤال (١٦) :-

١) جد المسافة بين النقطتين $(٢، هـ)$ ، $(-٢، هـ)$ حيث $هـ :-$ ثابت

٢) اذا كان احداثيا نهايتي قطر في دائرة هما $(٤، ٠)$ ، $(-٤، ٠)$ جد احداثي مركز الدائرة

٣) جد معادلة المستقيم الموازي لمحور الصادات ومقطعه السيني (٤).

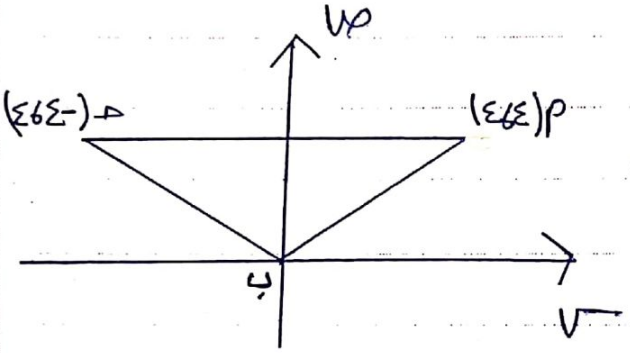
٤) جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-٣، ٠)$ ويمر بمركز الدائرة التي معادلتها $(س - ٦)^٢ + ص^٢ = ١٠٠$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال (١٧) :-

١) جد موقع النقطة (٤، -٣) بالنسبة للدائرة التي نصف قطرها ٥ سم ومركزها (١، ١)

٢) جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٢، ٠) ويمر بنقطة تقاطع المستقيم الذي معادلته ٣ص = ٢س - ٤ مع محوري الإحداثيات.



٣) بيّن أن المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب