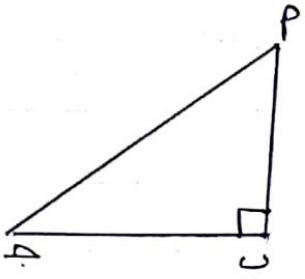
الصف التاسع

* شرح مفصل
* امثلة متنوعة
* حل أسئلة الكتاب
* اوراق عمل
* امتحانات شهرية

رافت صافي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

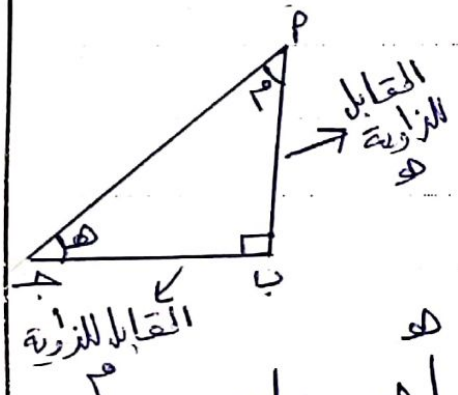
الدرس (١)	جيب الزاوية الحادة	الوحدة (٧)



تذكير : نظرية فيثاغورس

$(م\,ح)^2 = (م\,ب)^2 + (ب\,ح)^2$

تستخدم لحساب طول ضلع في مثلث قائم الزاوية اذا علم طول ضلعان



انظر الى المثلث المجاور :-

م ح : الوتر وهو دائماً الضلع المقابل للزاوية القائمة

م ب :- الضلع المقابل للزاوية هـ

تسمى النسبة $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ بالنسبة للزاوية هـ

جيب الزاوية حيث نرمز لها بالرمز حاهـ وعليه

حاهـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ ، حام = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$= \frac{م\,ب}{م\,ح}$ $= \frac{ب\,ح}{م\,ح}$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

ملاحظات :-

١) المثلث المتطابق الضلعين ، العمود النازل من الرأس على القاعدة ينصفها وينصف زاوية الرأس.

$\downarrow$

ب د = د ح

م د ⊥ ب ح

د م ح × هـ = د م ب × هـ

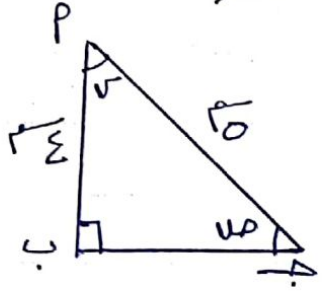
٢) نستطيع ايجاد الجيب للزوايا اذا كان المثلث قائم الزاوية فقط

٣) مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

٤) بما ان الوتر هو اطول ضلع من اضلاع المثلث فعليه قيمة الجيب للزوايا الحادة اقل من (١)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال جد $\sin\theta$ ، $\sin\alpha$ في المثلث المجاور :-



الحل :- نطبق او مع فيثاغورس :-

$(٥)^٢ = (٤)^٢ + (\text{ب جـ})^٢$

$٢٥ = ١٦ + (\text{ب جـ})^٢$

$-١٦ \quad -١٦$

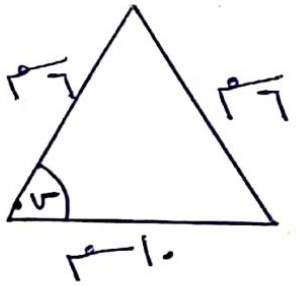
$٩ = (\text{ب جـ})^٢$ جذر الطرفين

ب جـ = ٣ سم ((نأخذ القيمة الموجبة لأنه لا يوجد طول سالب))

وعليه $\sin\theta = \frac{\text{ب جـ}}{\text{P جـ}} = \frac{٣}{٥}$ ، $\sin\alpha = \frac{\text{P ب}}{\text{P جـ}} = \frac{٤}{٥}$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

مثال :- جد $\sin\theta$ في الشكل المجاور



الحل :- ((نلاحظ ان المثلث ليس قائم الزاوية))

نطبق فيثاغورس في Δ P هـ د :-

$٣٦ = ٢٥ + (\text{P هـ})^٢$

$-٢٥ \quad -٢٥$

$١١ = (\text{P هـ})^٢$ جذر الطرفين

$\text{P هـ} = \sqrt{١١}$ سم

$\sin\theta = \frac{\text{P هـ}}{\text{P د}} = \frac{\sqrt{١١}}{٦}$

استخدام آلة الحاسبة :-

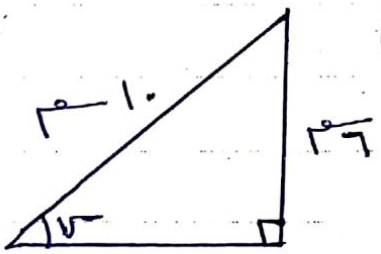
① اوجد $\sin ٣٠°$:- افتح الآلة الحاسبة ثم اضغط على المفتاح sin ثم ادخل ٣٠ فيكون الناتج $\sin ٣٠ = ٠٫٥$

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريب (٧-١) أوجد جا س في كل من المثلثات الآتية :-

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

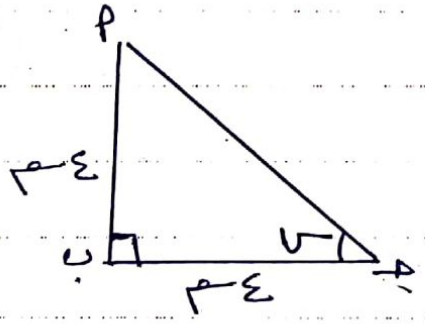
١)



جا س = المقابل / الوتر ← ٦ / ١٠

= ٣ / ٥

٢)



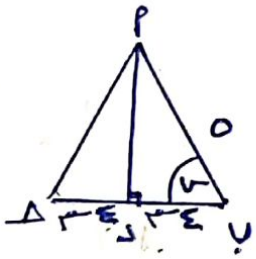
الحل :- نطبق فيثاغورس :-

$(أجـ)^2 = 16 + 16 = 32$

$أجـ = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$

جا س $= \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

٣)



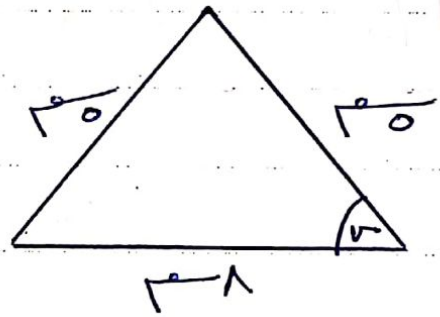
الحل :- نطبق فيثاغورس

$(أد)^2 + 16 = 25$

$(أد)^2 = 9$

$أد = 3$ سم

جا س $= \frac{أد}{أب} = \frac{3}{5}$

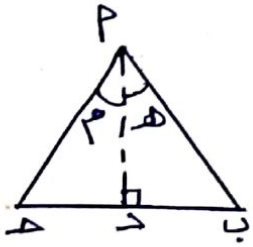


تدريب (٧-٢) في الشكل المقابل أ ب جـ مثلث متطابق الضلوع نصفت الزاوية أ حيث أسقط عمود من (أ) على منتصف الضلع ب جـ في النقطة د أجب عما يلي :-

١) ما قياس كل من ∠أ ، ∠ب ، ∠جـ بدون اجابتك

٢) ما قياس كل من ∠هـ ، ∠م ؟ بدون اجابتك

ما ماذا تلاحظ على أطوال أضلاع المثلثين المتناظرة وقياسات الزوايا المتناظرة في المثلثين أ د ب ، أ د جـ



رافت صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

③ اذا كان جا هـ = ٠٫٥٧٣٦ حيث قياس الزاوية هـ حيث هـ : زاوية حادة

الحل :

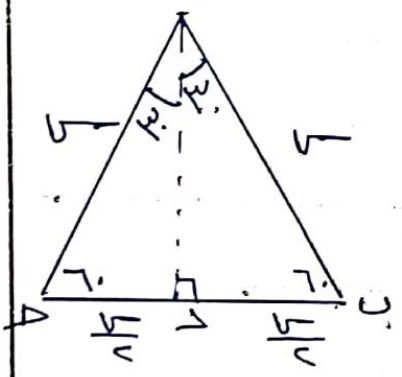
نفتح الآلة الحاسبة ، نضغط shift فيظهر $\sin^{-1}$ ثم ندخل ٠٫٥٧٣٦ فيظهر قيمة الزاوية هـ وعليه هـ = ٣٥°

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

ملاحظة :

توجد بعض الزوايا مثل ٣٠° ، ٦٠° ، ٤٥° نستطيع حساب الجيب وجيب التمام وظل التمام دون الحاجة الى استخدام الآلة الحاسبة في الدروس القادمة

اللجوء الى الآلة الحاسبة :



لتكن أ ب جـ مثلث متطابق الأضلاع وطول ضلعه س

نعلم ان العمود النازل من الرأس على القاعدة ينصف القاعدة وزاوية الرأس

لنطبق فيثاغورس على المثلث أ د ب

$س^2 = (\frac{س}{2})^2 + (أد)^2$

$س^2 = \frac{س^2}{4} + (أد)^2$

$(أد)^2 = س^2 - \frac{س^2}{4} = \frac{3س^2}{4}$ جذر الطرفين

$أد = \frac{\sqrt{3}}{2} س$

وعليه : $\frac{أد}{س} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\frac{1}{2} = \frac{س/2}{س}$ ، جا ٦٠ = $\frac{أد}{س} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} س}{س} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

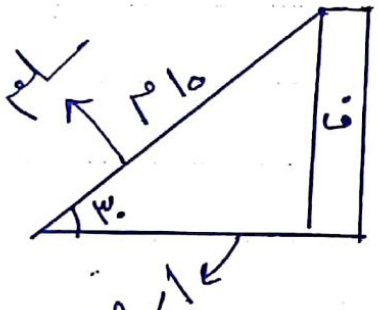
متطابق الأضلاع زواياه متساوية ٦٠ ٦٠ ٦٠

٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحل: أ) $\angle P = \angle B = \angle D = 60^\circ$ لأن المثلث متطابق الأضلاع

ب) $\angle D = \angle M = 30^\circ$ (من المعطيات: ضلعت الزاوية P // هـ م متساوية، لأضلاع وزوايا المتناظرة)

تدريب (٧-٣) يبين الشكل سلماً كهربائياً طوله ١٥ م ومقاس الزاوية التي يكونها مع الأرض ٣٠. جد ارتفاع أعلى السلم ف عن سطح الأرض



الحل:

معلوم: $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{1}{2}$ ، $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\text{جا } 30 = \frac{\text{ف}}{15}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\text{ف}}{15} \quad \text{بالتبادل}$$

$$2 \times \text{ف} = 15$$

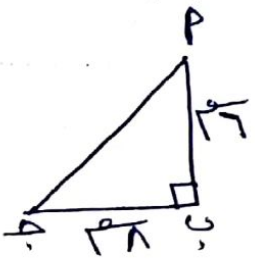
$$\text{ف} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ م}$$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

تمارين ومسائل

١) P ب هـ مثلث قائم الزاوية في ب، فيه P ب = ٦ سم، ب هـ = ٨ سم. جد كلاً مما يأتي:

أ) P هـ ب) جا P جـ) جا هـ



الحل:-

أ) $(P\text{هـ})^2 = 36 + 64 = 100$ (مبرهنة فيثاغورس)

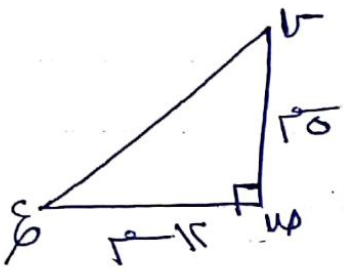
$P\text{هـ} = 10$ سم

ب) $\text{جا } P = \frac{\text{ب هـ}}{P\text{هـ}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

جـ) $\text{جا هـ} = \frac{P\text{ب}}{P\text{هـ}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢) س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص ، فيه ق(∠س) = ٩٠°
ص ع = ١٢ سم ، ص س = ٥ سم
أ) س ع ب) ق(∠س) ما قياس الزاوية س باستخدام الآلة الحاسبة



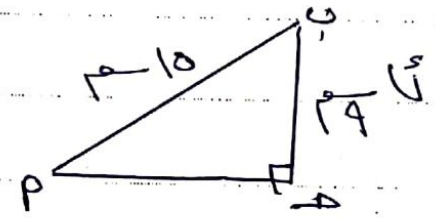
رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل :-
أ) (س ع)^{٢} = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩
س ع = ١٣ سم
ب) ق(∠س) = $\frac{\text{ص ع}}{\text{س ع}} = \frac{١٢}{١٣}$

ج) نفتح آلة الحاسبة نضغط shift ثم $\sin^{-1}$ ثم ندخل $\frac{١٢}{١٣}$ فيظهر لنا ق(∠س) = ٦٧°

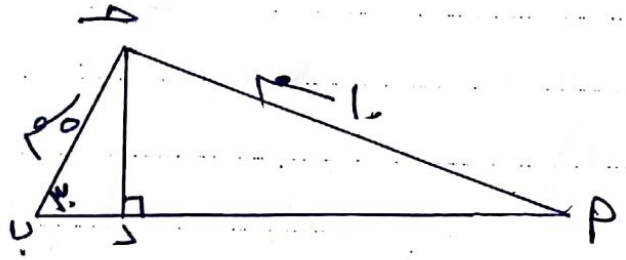
---

٣) اكتب ق(∠أ) ، ق(∠ب) في كل شكل :-



الحل :- ق(∠أ) = $\frac{\text{ج ب}}{\text{ب أ}} = \frac{٩}{١٥} = \frac{٣}{٥}$
فيثاغورس : ب أ^{٢} = ب ج^{٢} + أ ج^{٢}
ب ج^{٢} = ٢٢٥ − ٨١ = ١٤٤
ب ج = ١٢ ← ق(∠ب) = $\frac{١٢}{١٥} = \frac{٤}{٥}$

ب)



الحل :- نتابع الى معرفة ق(∠ب) ، لنأخذ المثلث د د ب القائم الزاوية

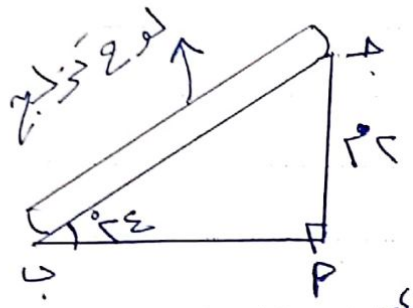
$\frac{\text{ق(∠ب)}}{١} = \frac{\text{د د}}{٥}$ بتبادلي

د د = ٥ × ق(∠ب) = ٥ × $\frac{١}{٢} = \frac{٥}{٢}$

∴ ق(∠أ) = $\frac{٥}{١٠} = \frac{٥}{٢٠} = \frac{١}{٤}$ ، ق(∠ب) = $\frac{٥}{٥} = \frac{١}{١}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤) حدد طول لوح تزلج يرتفع أحد طرفيه عن الأرض ٢ م ويصنع طرفه الآخر مع الأرض زاوية قياسها ٢٤° (انظر الشكل المجاور)



الحل:

$\text{جا}٢٤^\circ = \frac{٢}{\text{ب}}$ بتبادلي

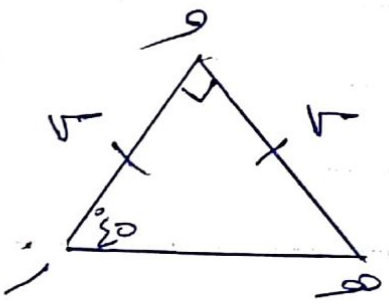
$\text{ب} \times \text{جا}٢٤ = ٢$ الآلة الحاسبة

$\text{ب} \times ٠٫٤٠٦٧ = ٢$ نقسم الطرفين على ٠٫٤٠٦٧

$\text{ب} = \frac{٢}{٠٫٤٠٦٧} = ٤٩٢٫٠ \text{ م}$

---

٥) هـ و ز مثلث قائم الزاوية في و كما في الشكل
اثبت ان $\text{جا}٤٥^\circ = \frac{١}{\sqrt{٢}}$



الحل: نجد او = طول الوتر

$(\text{هـ ز})^٢ = ٣^٢ + ٣^٢$

$(\text{هـ ز})^٢ = ٢ \times ٣^٢$ الجذر التربيعي للطرفين

$\text{هـ ز} = \sqrt{٢ \times ٣^٢} = ٣\sqrt{٢}$

$\text{جا}٤٥^\circ = \frac{\sqrt{٢}}{٢\sqrt{٢}} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$

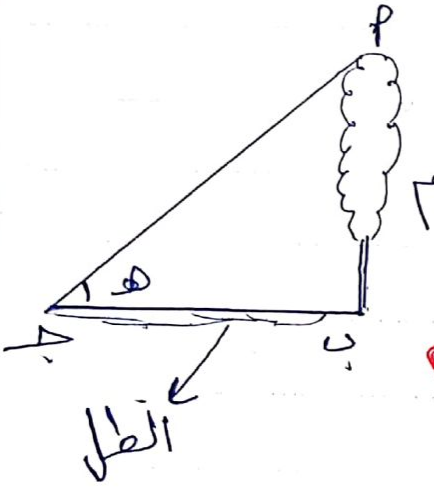
رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

ملاحظة هامة

المثلث المجاور يساعدنا في حساب النسب المثلثية للزوايا ٣٠°، ٦٠° دون اللجوء الى الآلة الحاسبة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٦) شجرة ارتفاعها ١٠ م كما في الشكل المجاور
اذا كان ظا هـ = ٥/١٠ فجد المسافة بين قمة
الشجرة ورأس الظل



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل: المطلوب $\overline{P\rightarrow}$

$$\text{ظا هـ} = \frac{١٠}{\overline{P\rightarrow}}$$

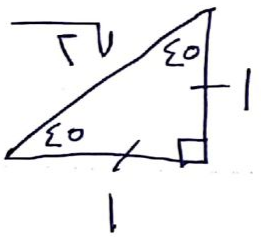
$$\frac{٥}{١٠} = \frac{١٠}{\overline{P\rightarrow}}$$ بالتبادل

$$٥ \times \overline{P\rightarrow} = ١٠٠$$ نقسم على ٥

$$\overline{P\rightarrow} = ٢٠ \text{ م}$$

ملاحظة هامة

المثلث المجاور يساعدنا في
حساب النسب المثلثية
للزاوية ٤٥° دون
اللجوء الى الآلة الحاسبة

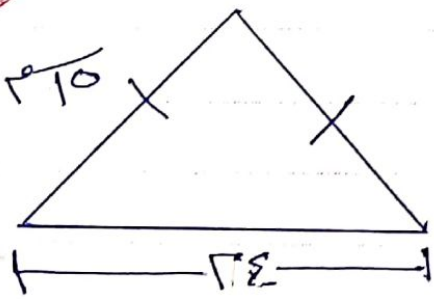


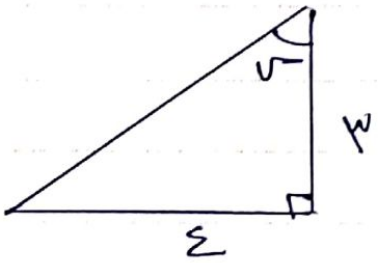
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ورقة عمل

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

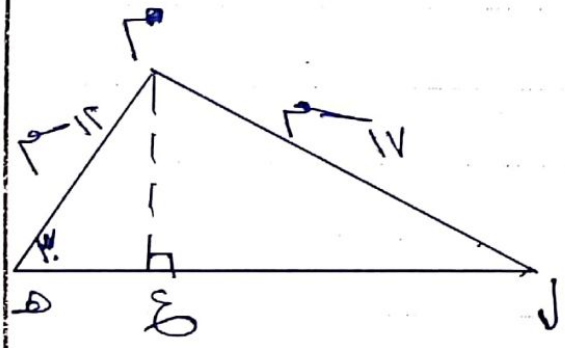
١) اوجد ما ∠ س في كل مما يلي :-





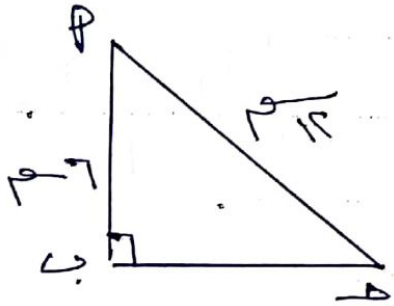
---

٢) في الشكل المجاور ، جد ما ل



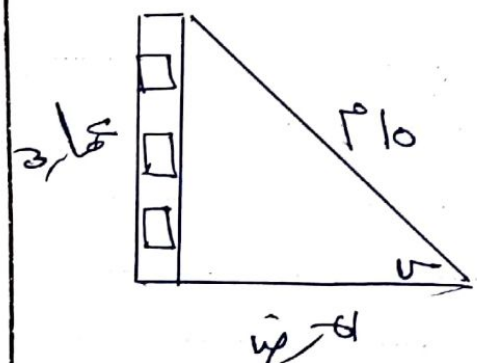
---

٣) جد قياس الزاوية هـ
في الشكل المجاور



---

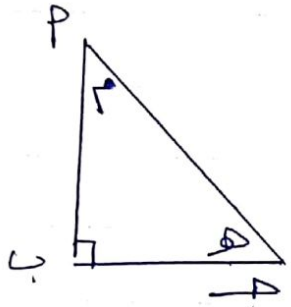
٤) في الشكل المجاور ، جد
طول العارضة علماً
بان ما ∠ س = $\frac{٣}{٥}$



رافت رياضيات صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس (٢)	جيب تمام الزاوية الحادة	الوحدة (٧)

مقدمة



انظر الى المثلث المجاور :-

لاحظ $\overline{ب هـ}$ مجاور للزاوية (هـ)

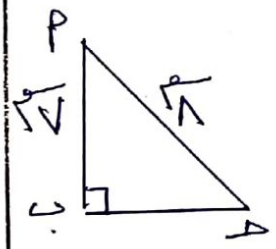
وعليه نسمي النسبة $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ بالنسبة

للزاوية (هـ) **جيب تمام الزاوية** حيث

نرمز له بالرمز جتاهـ وعليه

$$\text{جتاهـ} = \frac{ه ب}{ه P} \text{ ، جتام} = \frac{P ب}{P ه}$$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤



مثال معتمداً على الشكل المجاور أوجد

جتاهـ ، جتام

الحل :-

نطبق فيثاغورس :-

$(ه ب)^2 + 49 = 64$ ، نطرح 49 من الطرفين

$(ه ب)^2 = 15$ جذر الطرفين

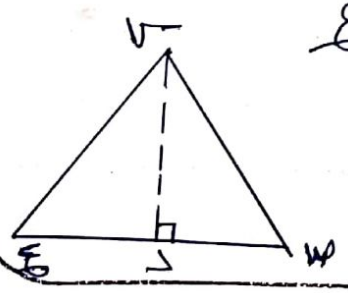
$ه ب = \sqrt{15}$ سم

$$\text{جتاهـ} = \frac{\sqrt{15}}{8} \text{ ، جتام} = \frac{7}{8}$$

تدريب ٧-٤ في الشكل المجاور ، اذا كان $س ص = س ع = \sqrt{112}$

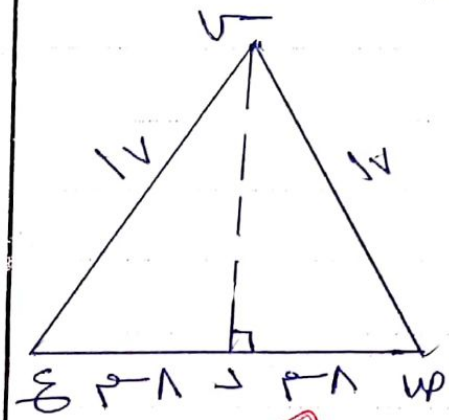
$ع ص = 16$ سم جد كلاً مما يأتي :-

جاع ، جتاع ، جتاهـ ، ظاع



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحل :- العمود النازل من رأس المثلث على القاعدة ينصفها
" منصف المثلث المتطابق الضلعين "



نطبق فيثاغورس على المثلث س ص د :-

$(١٧)^{٢} = (٨)^{٢} + (س د)^{٢}$

$٢٨٩ = ٦٤ + (س د)^{٢}$

$-٦٤ \quad -٦٤$

$(س د)^{٢} = ٢٢٥$ جذر الطرفين

$س د = ١٥$ سم

$ظا ع = \frac{١٥}{١٧}$ ، $ظتا ع = \frac{٨}{١٧}$

$ظتا \angle د س ع = \frac{١٥}{١٧}$

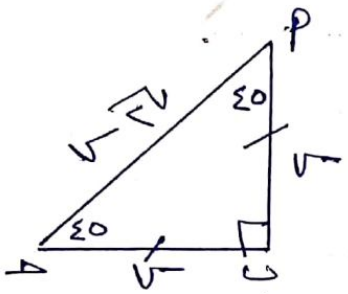
تدريب (٧-٥) أ ب ﻫ مثلث قائم الزاوية في ب

منه أ ب = ب ﻫ = س جد :-

أ) $ظتا^{٢} أ + ظا^{٢} أ$ ب) $قا^{٢} أ$ ﺟ) $ظتا أ$

د) $ظا أ$ ﻫ) $ظتا ﻫ$ و) $ظا ﻫ$

ز) $ظتا^{٢} أ + ظتا^{٢} (٩٠ - أ)$



الحل :- نطبق فيثاغورس :-

$(أ ﻫ)^{٢} = س^{٢} + س^{٢} = ٢ س^{٢}$ جذر الطرفين

$أ ﻫ = س\sqrt{٢}$

ﺟ) $٤٥^{\circ} + ٤٥^{\circ} = ٩٠^{\circ}$ " المتطابق الضلعين زوايا القاعدة متساوية "

ب) $أ ﻫ = س\sqrt{٢}$

د) $ظا أ = \frac{س}{س} = \frac{١}{١}$ ﻫ) $ظتا أ = \frac{س}{س} = \frac{١}{١}$

و) $ظا ﻫ = \frac{س}{س\sqrt{٢}} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ ز) $ظتا ﻫ = \frac{س}{س\sqrt{٢}} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ز) $\text{جتا}^2 ٩٠ + \text{جتا}^2 (٩٠ - ٩٠)$ ، $٩٠ - ٩٠ = ٠$

$\left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^2 + \text{جتا}^2 ٠$

$\frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} = ١$

كيف نجد جيب تمام الزاوية بالآلة الحاسبة :-

* الرمز على الآلة الحاسبة COS

مثال :-

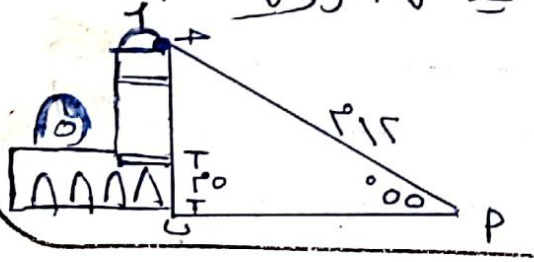
١) اوجد جتا ٣٢°

الحل :- نفتح الآلة الحاسبة نضغط على cos ثم ندخل ٣٢ فيكون الناتج :- جتا ٣٢° = ٠٫٨٤٨٠

٢) جتا هـ = ٠٫٧٢ جد قيمة الزاوية هـ (هـ حادة)

الحل :- في هذه الحالة نضغط shift فيظهر على الآلة الحاسبة $\cos^{-1}$ ثم ندخل ٠٫٧٢ فينتج هـ = ٤٣٫٩

تدريب (٧-٦) رصد شخصا من النقطة P بمئذنة مسجد حيث تبعد النقطة P ١٢ م عن قمة المئذنة ، فاذا كان قياس الزاوية P = ٥٥°



أجد :

١) بعد النقطة P عن المسجد

٢) ارتفاع المئذنة عن سطح المسجد اذا كان ارتفاع المسجد ٥ م

راغت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل :- المطلوب أ ب :-

١) جتا ٥٥° = $\frac{\text{أ ب}}{١٢}$ بالضرب في ١٢

أ ب = ١٢ × جتا ٥٥° الآلة الحاسبة

= ١٢ × ٠٫٥٧٣٦

= ٦٫٨٨ م

٢) جا ٥٥° = $\frac{\text{ب د}}{١٢}$ بالضرب في ١٢

ب د = ١٢ × جا ٥٥° الآلة الحاسبة

= ١٢ × ٠٫٨١٩٢

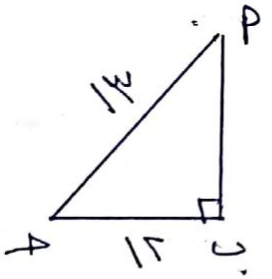
= ٩٫٨٣ م

ارتفاع الشجرة = ٩٫٨٣ − ٥ = ٤٫٨٣ م

تمارين ومسائل

١) أ ب د مثلث قائم الزاوية في ب كما في الشكل حيث أ د = ١٣ سم ، ب د = ١٢ سم جد كلاً مما يأتي :-

أ) أ ب ب) جتا أ جتا د + جا أ جا د



الحل :-

نظرية فيثاغورس :-

$(\text{أ د})^{٢} = (١٢)^{٢} + (\text{أ ب})^{٢}$

$١٦٩ = ١٤٤ + (\text{أ ب})^{٢}$

$١٤٤ - ١٤٤$

$(\text{أ ب})^{٢} = ٢٥$ جذر الطرفين

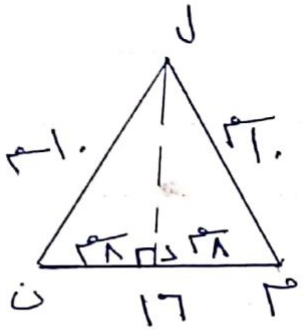
أ ب = ٥

أ) جتا أ = $\frac{٥}{١٣}$ جا د = $\frac{١٢}{١٣}$

ب) جا أ = $\frac{١٢}{١٣}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢) ل م ن مثلث متطابق الضلعين فيه ل م = ل ن = ١٠ سم
م ن = ١٦ سم جد :-
أ) هـ م م ب) جتا ن هـ) جتا م



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل :-
نطبق فيثاغورس على المثلث ل م د
$(١٠)^{٢} = (٨)^{٢} + (ل د)^{٢}$
$١٠٠ = ٦٤ + (ل د)^{٢}$
$-٦٤ \quad -٦٤$
$٣٦ = (ل د)^{٢}$ جذر الطرفين ل د = ٦ سم

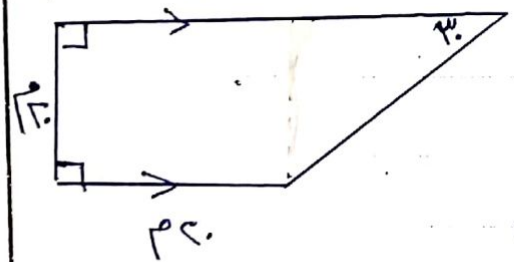
أ) هـ م م = $\frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$ ب) جتا ن = $\frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$

هـ) جتا م = $\frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$

---

٣) يمثل الشكل المجاور قطعة ارض على شكل شبه منحرف احسب محيط الارض .

الحل :-



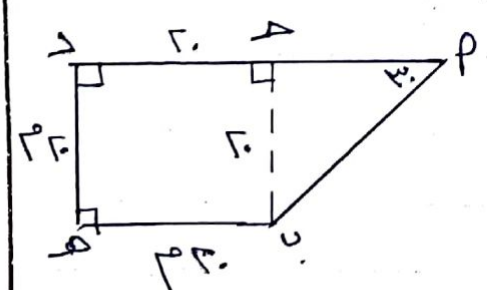
$\frac{\text{ق ب}}{\text{ق}} = \frac{٢٠}{\text{ق ب}}$ بالتبادل

ق ب × جا ٣٠ = ٢٠ لأن جا ٣٠ = $\frac{١}{٢}$

ق ب × $\frac{١}{٢}$ = ٢٠ نضرب الطرفين في ٢

ق ب = ٤٠

△ ق هـ ب القائم في (هـ) نطبق فيثاغورس



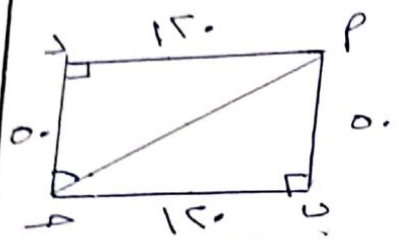
$(٤٠)^{٢} = (٢٠)^{٢} + (\text{ق هـ})^{٢}$
$١٦٠٠ = ٤٠٠ + (\text{ق هـ})^{٢}$
$-٤٠٠ \quad -٤٠٠$
$١٢٠٠ = (\text{ق هـ})^{٢}$ جذر الطرفين
ق هـ = $\sqrt{١٢٠٠}$

المحيط = ق ب + ب هـ + هـ د + د ق = ٤٠ + ٢٠ + ٣٠ + ٢٠ = $\sqrt{١٢٠٠}$ + ١٠٠ = $\sqrt{١٢٠٠}$ + ١٠٠

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤) $أ ب ح د$ مستطيل فيه $أب = ٥٠$ سم، $ب ح = ١٢٠$ سم
جد $\tan \theta \neq أ ح د$

الحل :-



نطبق فيثاغورس على $\triangle أ د ح$

$(أ ح)^2 = (٥٠)^2 + (١٢٠)^2$

$= ٢٥٠٠ + ١٤٤٠٠ = ١٦٩٠٠$ جذر الطرفين

$أ ح = ١٣٠$ سم

$\tan \theta \neq أ ح د = \frac{٥٠}{١٣٠} = \frac{٥}{١٣}$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

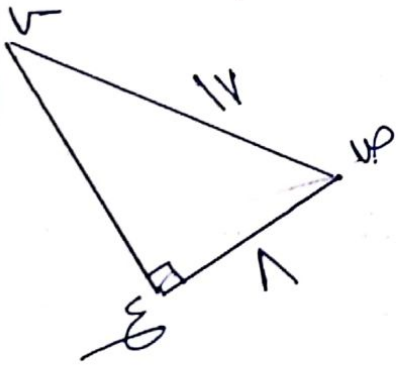
---

٥) اذا كانت $س$ زاوية حادة و $\sin س = \tan س$
فما قيمة $(\cos س)$

الحل :- بما أن $\sin س = \tan س$ فان المقابل والمجاور للزاوية $س$ متساويان
وعليه المثلث متطابق الضلعين وعليه $س = ٤٥°$

---

٦) في الشكل المجاور جد قياس الزاوية $ص$



الحل :-

$\cos ص = \frac{٨}{١٧}$ هنا نستخدم الآلة الحاسبة

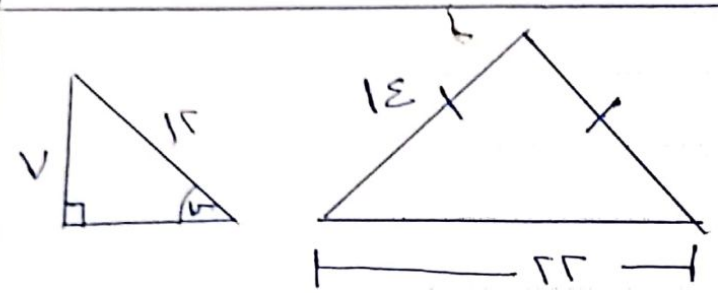
نضغط shift ثم $\cos^{-1}$ ثم نكمل $\frac{٨}{١٧}$ ونضغط =

$ص = ٦١,٩°$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

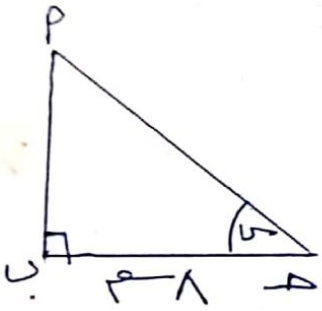
ورقة عمل

١) اوجد ظاس في الاشكال المجاورة



---

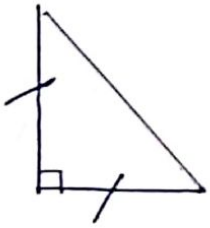
٢) معتمداً الشكل المجاور



ظاس = $\frac{\text{ع}}{\text{ه}}$ حد محيط المثلث

---

٣) معتمداً الشكل المجاور



بيّن أن ظا٤٥° = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

---

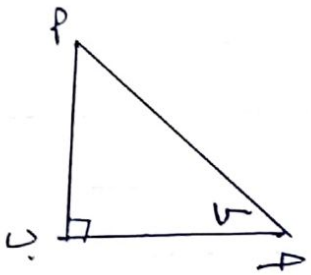
٤) ∆ ا ب ج متطابق فيه ا ب = ٥ سم ، ب ج = ١٢ سم

اوجد ظا∠ ا ج ب

٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤ ... ورياضيات ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس (٣)	ظل الزاوية الحادة	الوحدة (٧)



مقدمة

الزاوية (س) نلاحظ ان المقابل لها $\overline{P ب}$
والمجاور لها $\overline{ه ب}$ ونسمى النسبة

المقابل / المجاور بظل الزاوية (س)

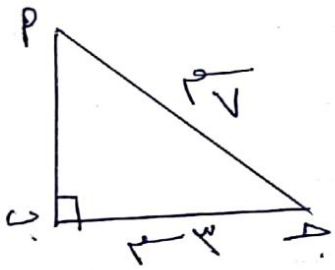
ويرمز لها بالرمز **ظا س** وعنه ظا س = $\frac{\overline{P ب}}{\overline{ب ه}}$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

مثال $\triangle P ب ه$ مثلث قائم الزاوية في ب

فيه $P ه = ٧$ سم ، $ب ه = ٣$ سم

اوجد ظا ه



الحل :-

نطبق فيثاغورس

$(٧)^٢ = (٣)^٢ + (\overline{P ب})^٢$

$٤٩ = ٩ + (\overline{P ب})^٢$

$-٩ \quad -٩$

$٤٠ = (\overline{P ب})^٢$ جذر الطرفين

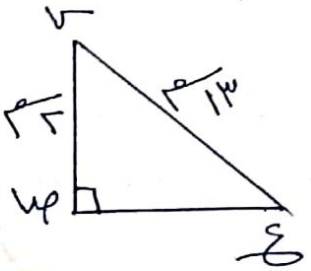
$\overline{P ب} = \sqrt{٤٠}$

$\sqrt{٤٠} = \sqrt{١٠ \times ٤} = ٢\sqrt{١٠}$

ظا ه = $\frac{\overline{P ب}}{\overline{ب ه}} = \frac{٢\sqrt{١٠}}{٣}$

تدريب (٧-٧) $\triangle س ص ع$ مثلث قائم في ص ، فيه $\overline{س ص} = ٢$ سم

$\overline{ع س} = ١٣$ سم جد ظا س ، ظا ع



الحل :- نطبق فيثاغورس

$(١٣)^٢ = (٢)^٢ + (\overline{ع ص})^٢$

$١٦٩ = ٤ + (\overline{ع ص})^٢$

$-٤ \quad -٤$

$١٦٥ = (\overline{ع ص})^٢$ جذر الطرفين $\overline{ع ص} = \sqrt{١٦٥}$

ظا ع = $\frac{٢}{\sqrt{١٦٥}}$ ، ظا س = $\frac{\sqrt{١٦٥}}{٢}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

استخدام الآلة الحاسبة

① اوجد ظا ٣٢°

الحل: نفتح الآلة الحاسبة ، نضغط على المفتاح tan
ثم ندخل ٣٢ فتكون الناتج ظا٣٢° = ٠٫٦٢٤٨

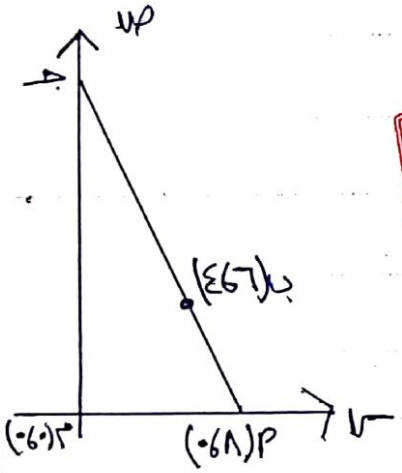
② ظاهـ = ٠٫٤٥٢٤ حيث هـ زاوية حادة

الحل:
نضغط على shift ثم يظهر $\tan^{-1}$ ثم ندخل
٠٫٤٥٢٤ فيظهر الناتج هـ = ٢٤°

تدريب (٧-٨) في الشكل المجاور ، أ(٠٫٨) ، ب(٠٫٦) ، جـ(٠٫٦)
م(٠٫٠) والنقطة د تقع على محور السينات الموجب جد:

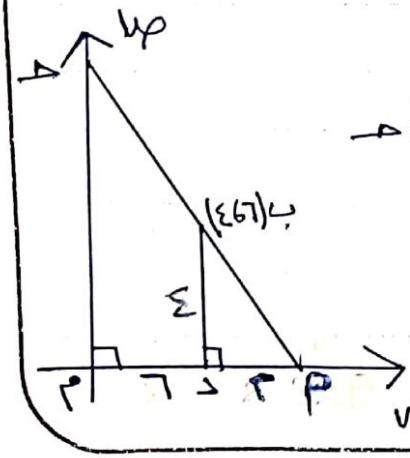
أ) ظا∠أمد

ب) احداثيا النقطة د



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل:
انزل عمود من ب على محور السينات الموجب



أ) ظا∠أمد = $\frac{٤}{٣}$ = ١٫٣

حيث استخدمنا لمثلث أ د ب

ب) ظا∠أمد = $\frac{\text{ب د}}{\text{م د}}$ = $\frac{\text{أ م}}{\text{م د}}$ استخدمنا لمثلث أ م د

فنستطيع حساب طول م د من خلال تشابه المثلثات

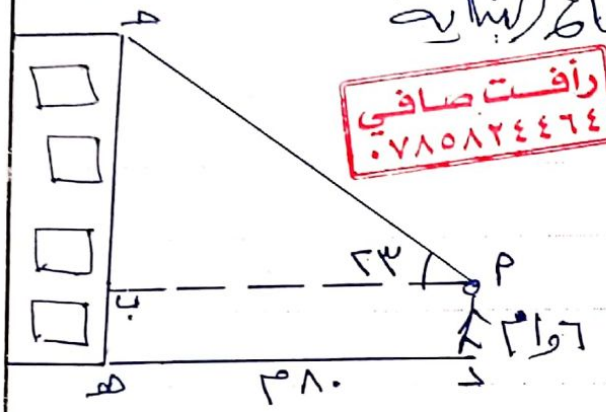
$\frac{٣}{١} = \frac{\text{م د}}{٨}$ بالتبادلي

م د = ١٦

احداثي د (١٦٠)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريب (٧-٩) وقف احمد على بعد ٨٠ م من قاعدة بناية وكان قياس الزاوية المحصورة بين خط نظره الماء بقمة البناية والخط الافقي ٢٣° واذا كان طول احمد ١٫٦ م كيف تساعد احمد في حساب ارتفاع البناية



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل: المطلوب هـ هـ :-

$\text{ظا } ٢٣° = \frac{\text{هـ ب}}{٨٠}$ بتبادلي

هـ ب = ظا ٢٣° × ٨٠

= ٠٫٤٢٤٥ × ٨٠ = ٣٣٫٩٦ م

طول البناية = هـ ب + ب هـ

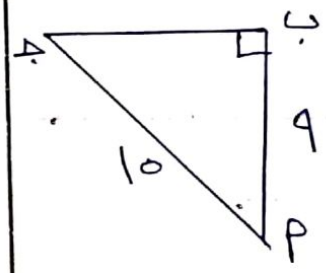
= ٣٣٫٩٦ + ١٫٦ = ٣٥٫٥٦ م

تمارين ومسائل

١) يمثل الشكل المجاور مثلثا قائم الزاوية في ب فيه م(∠أ) = ٦٠°

أ ب = ٩ سم جد كلاً مما يأتي :-

أ) ب جـ ب) ظا أ جـ) ظا جـ



الحل :-

أ) نطبق فيثاغورس :-

$(١٥)^٢ = (٩)^٢ + (\text{ب جـ})^٢$

$٢٢٥ = ٨١ + (\text{ب جـ})^٢$

$-٨١ \quad -٨١$

$(\text{ب جـ})^٢ = ١٤٤$ جذر الطرفين

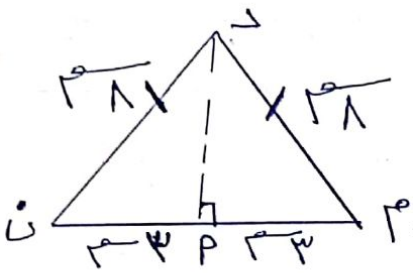
ب جـ = ١٢ سم وعليه ب جـ = ١٢ سم

ب) $\text{ظا } أ = \frac{١٢}{٩} = \frac{٤}{٣}$

جـ) $\text{ظا } جـ = \frac{٩}{١٢} = \frac{٣}{٤}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢) د م ن مثلث متطابق الضلعين فيه د م = د ن = ٣٨ سم
م ن = ٦ سم جد :-
أ) ط ∠ م ب) ط ∠ ن

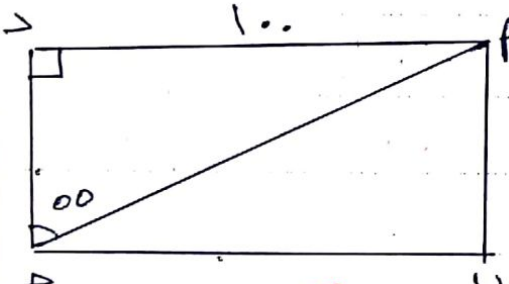


الحل :-
نطبق فيثاغورس على المثلث د ع م :-
(ع د)^٢ + ٩ = ٦٤
-٩ -٩
(ع د)^٢ = ٥٥ جذر الطرفين ع د = √٥٥ سم
أ) ط ∠ م = √٥٥ / ٣ ب) ط ∠ ن = √٥٥ / ٣

---

٣) قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها ١٠٠ م فإذا كان قطر القطعة يصنع زاوية قياسها ٥٥° مع ضلعها الأصغر كما في الشكل المجاور، فما عرض قطعة الأرض.

الحل :-



ط ∠ ٥٥° = ع د / د م = ١٠٠ / د م ضرب تبادلي

د م × ط ∠ ٥٥° = ١٠٠

د م = ١٠٠ / ط ∠ ٥٥° الآلة الحاسبة

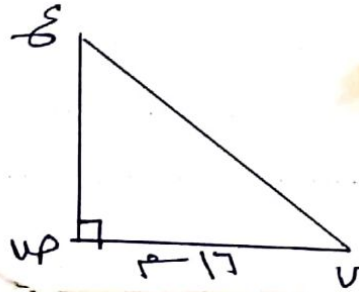
= ١٠٠ / ١٫٤٢٨١ = ٧٠٫٠٢ م وعليه العرض = ٧٠٫٠٢ م

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

٤) س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص ، فيه ص س = ١٦ سم
ط ∠ س = ٢ جد طول س ع

الحل :- ط ∠ س = ع ص / س ع = ٢ / ١ تبادلي

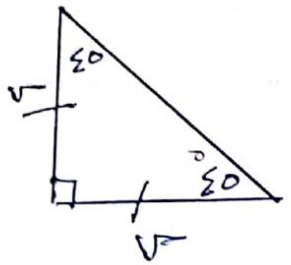


ع ص = ١٦ × ٢ = ٣٢ سم نظرية فيثاغورس

(س ع)^٢ = ٢٥٦ + ١٠٢٤ = ١٢٨٠ ← س ع = √١٢٨٠ سم

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٥) استخدم شكل المجاور ، في ايجاد ط(٤٥°)



الحل :-

"المثلث المتطابق الضلعين"
زوايا القاعدة متساوية

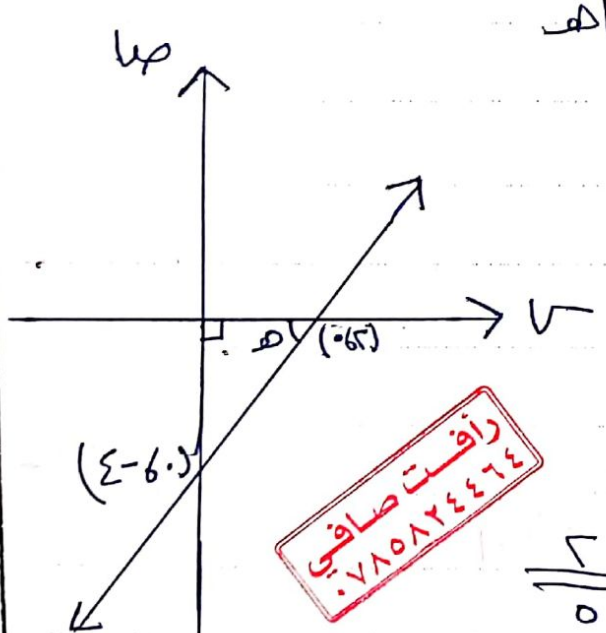
$$\text{ط}(٤٥^\circ) = \frac{\text{ب}}{\text{ب}}$$

$$\text{ط}(٤٥^\circ) = ١$$

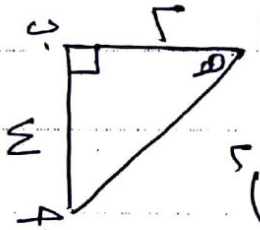
رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

٦) المستقيم ص = ٢ب - ٤ يقطع محوري السينات والصادات عند النقطتين (٠، ٢) ، (٠، -٤) على الترتيب ، ويشكل مع المحورين الاحداثيين مثلثاً كما في الشكل ، $\angle$هـ تمثل الزاوية الحادة التي يصنعها المستقيم مع محور السينات ، جد كلاً مما يأتي :-

أ) ظاهـ ب) متاهـ جـ) ظاهـ



الحل :-



فيثاغورس :-

$$(\text{P هـ})^2 = (٢)^2 + (٤)^2$$

$$= ٤ + ١٦$$

$$(\text{P هـ})^2 = ٢٠$$ جذر الطرفين

$$\text{P هـ} = \sqrt{٢٠} \text{ م}$$

أ) $$\text{ظاهـ} = \frac{٤}{\sqrt{٢٠}} = \frac{٤}{٢\sqrt{٥}} = \frac{٢}{\sqrt{٥}}$$

ب) $$\text{متاهـ} = \frac{٢}{\sqrt{٢٠}} = \frac{٢}{٢\sqrt{٥}} = \frac{١}{\sqrt{٥}}$$

جـ) $$\text{ظاهـ} = \frac{٤}{٢} = ٢$$

$\sqrt{٢٠} = \sqrt{٤ \times ٥}$

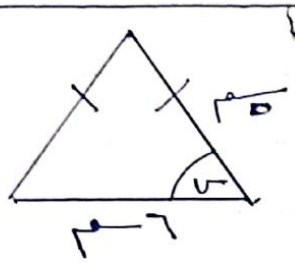
$= ٢\sqrt{٥}$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ورقة عمل

١) في الشكل المجاور
اوجد ط∠س



---

٢) أ ب ء مثلث قائم الزاوية في ب فيه
ق(∠أ) = ٦٠° ، أ ب = ١٢ سم ، أ ء = ١٣ سم ، اوجد :-
أ) ط∠أ ب) ط∠ء
ء) ط∠(أ - ٩٠°)

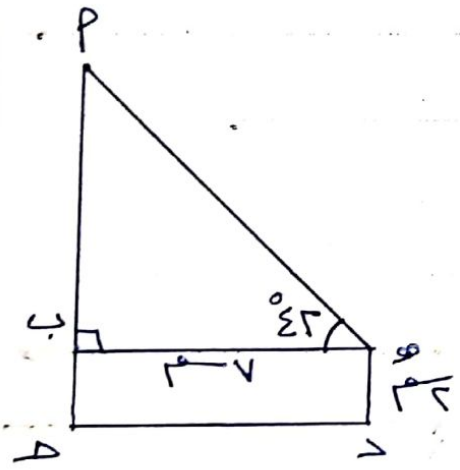
رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

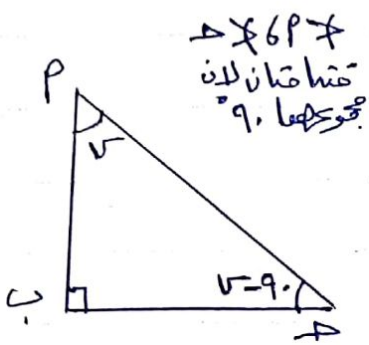
٣) جد القيمة العددية للمقدار :-
$\frac{\text{ظتا}٦٠}{\text{ظا}٣٠} + ٤\,\text{ظا}٤٥°$

---

٤) في الشكل المجاور
جد أ ء



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



مقدمة :-

بالنسبة الى اى مثلث قائم الزاوية :-

$$\text{جا}\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \text{ ، } \text{ظا}(90-\theta) = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

نفس النسبة

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

من شكل المجاور ، بشكل عام

قاعدة (١١)

$\text{جا}\theta = \text{ظا}(90-\theta)$ وكذلك $\text{جا}(90-\theta) = \text{ظا}\theta$

توضيح اذا كانت هناك زاويتان حادتان ومجموعهما ٩٠° فان جيب احداهما يساوي جيب تمام الاخرى والعكس

فمثلاً :- $\text{جا}٢٠ = \text{ظا}٧٠$ ، $\text{ظا}١٠ = \text{جا}٨٠$ ، $\text{جا}٢٥ = \text{ظا}٦٥$

$\text{ظا}٦٥ \leftarrow (٢٥-٩٠)$ ، $\text{جا}٨٠ \leftarrow (١٠-٩٠)$ ، $\text{ظا}٧٠ \leftarrow (٢٠-٩٠)$

ويمكن التأكد من ذلك باستخدام الآلة الحاسبة

مثال ١) اذا كان $\text{جا}٢٣^\circ = ٠.٣٩٠٧$ جد $\text{ظا}٦٧^\circ$ دون استخدام الآلة الحاسبة

الحل :-

$$\text{ظا}٦٧ = \text{جا}(٩٠-٦٧) = \text{جا}٢٣^\circ = ٠.٣٩٠٧$$

٢) جد قيمة المقدار $\text{ظا}٥٠ - \text{جا}٤٠$

الحل :-

$$= \text{جا}(٩٠-٥٠) - \text{جا}٤٠$$
$$= \text{جا}٤٠ - \text{جا}٤٠$$
$$= \text{صفراً}$$

$\text{جا}\theta$ زاوية = ظا (متممتها)

$\text{ظا}\theta$ زاوية = جا (متممتها)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريب (٧-١٠)

١) إذا كان $\text{ظا}\theta = ٣٥٨٤$، فما قيمة $\text{ظتا}(٩٠-\theta)$

الحل :-

$\text{ظتا}(٩٠-\theta) = \text{ظا}\theta = ٣٥٨٤$

٢) جد القيمة العددية للمقدار $\text{ظا}٢٥ - \text{ظتا}٦٥$

الحل :-

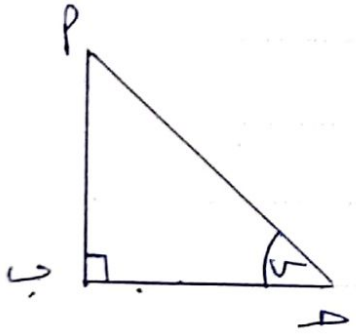
$= \text{ظتا}(٩٠-٢٥) - \text{ظتا}٦٥$

$= \text{ظتا}٦٥ - \text{ظتا}٦٥ = صفراً$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

من قاعدة (١) $\text{ظا}\theta = \text{ظتا}\theta$ عند $\theta = ٤٥°$ حيث θ: زاوية حادة

انظر الى المثلث المجاور :



$\text{ظا}\theta = \frac{\text{أ ب}}{\text{ب ح}}$ ، $\text{ظتا}\theta = \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ب}}$

لنجد قيمة $\text{ظا}^٢\theta + \text{ظتا}^٢\theta$:

$\left(\frac{\text{أ ب}}{\text{ب ح}}\right)^٢ + \left(\frac{\text{ب ح}}{\text{أ ب}}\right)^٢ = \frac{(\text{أ ب})^٢}{(\text{ب ح})^٢} + \frac{(\text{ب ح})^٢}{(\text{أ ب})^٢}$

لمقادير موجبة

$= \frac{(\text{أ ب})^٣ + (\text{ب ح})^٣}{(\text{أ ح})^٢}$

بما أن $(\text{أ ح})^٢ = (\text{أ ب})^٢ + (\text{ب ح})^٢$ فيثاغورس

$= \frac{(\text{أ ح})^٢}{(\text{أ ح})^٢} = ١$

وعليه :-

قاعدة (٢)

$$\text{ظا}^٢\theta + \text{ظتا}^٢\theta = ١$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريب (٧-١١)

اذا كانت س زاوية حادة وكان ظتا س = $\frac{٥}{١٢}$
فما قيمة جا س

الحل :-

نستخدم قاعدة ③ :-

$$جا^{٢}س + ظتا^{٢}س = ١$$

$$جا^{٢}س + (\frac{٥}{١٢})^{٢} = ١$$

$$جا^{٢}س + \frac{٢٥}{١٤٤} = ١$$

$$جا^{٢}س = ١ - \frac{٢٥}{١٤٤} = \frac{١٤٤}{١٤٤}$$

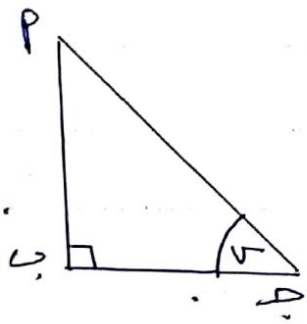
بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$جا س = \frac{١٢}{١٣} \text{ أو } -\frac{١٢}{١٣}$$

نهمل السالب لأن س زاوية حادة

سؤال : هل توجد علاقة بين جا س ، ظتا س ، ظا س

انظر المثلث المجاور :-



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

$$جا س = \frac{أ ب}{أ جـ}$$

$$ظتا س = \frac{ب جـ}{أ ب}$$

$$ظا س = \frac{أ ب}{ب جـ}$$

لنجد $\frac{جا س}{ظتا س} = \frac{\frac{أ ب}{أ جـ}}{\frac{ب جـ}{أ ب}} = \frac{أ ب}{أ جـ} \times \frac{أ ب}{ب جـ} = \frac{أ ب}{ب جـ}$

وعليه :-

قاعدة (٣) $$ظا س = \frac{جا س}{ظتا س}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال ١) $(س)$ زاوية حادة ، $\text{ظا}\,س = \frac{٣}{٤}$ أوجد $\text{ظا}\,س$

الحل :- نتابع معرفة $\text{ظتا}\,س$:-

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

$$\text{ظا}^٢س + \text{ظتا}^٢س = ١$$
$$\frac{٩}{١٦} + \text{ظتا}^٢س = ١$$
$$\text{ظتا}^٢س = ١ - \frac{٩}{١٦} = \frac{٧}{١٦}$$ جذر الطرفين
$$\text{ظتا}\,س = \frac{\sqrt{٧}}{٤}$$

وعليه $\text{ظا}\,س = \frac{\text{ظا}\,س}{\text{ظتا}\,س} = \frac{\frac{٣}{٤}}{\frac{\sqrt{٧}}{٤}} = \frac{٣}{٤} \times \frac{٤}{\sqrt{٧}} = \frac{٣}{\sqrt{٧}}$

٢) $(س)$ زاوية حادة ، $\text{ظا}\,س = ٢$ جد $\text{ظا}\,س$ ، $\text{ظتا}\,س$

الحل :-

نلاحظ ان قاعدة ٢ ، ٣ لا تشترط تطبيقها مباشرة ، في هذا النوع من الاسئلة نستخدم الطرفين معاً.

$$\text{ظا}\,س = \frac{\text{ظا}\,س}{\text{ظتا}\,س} = \frac{٢}{١}$$ بالتبادلي

$\text{ظا}\,س = ٢\,\text{ظتا}\,س$ نأخذ

$\text{ظا}^٢س + \text{ظتا}^٢س = ١$ نعوض مكان $\text{ظا}\,س \div ٢\,\text{ظتا}\,س$

$(٢\,\text{ظتا}\,س)^٢ + \text{ظتا}^٢س = ١$

$٤\,\text{ظتا}^٢س + \text{ظتا}^٢س = ١$

$٥\,\text{ظتا}^٢س = ١$ نقسم على (٥)

$\text{ظتا}^٢س = \frac{١}{٥}$ الجذر ليس بعيد للطرفين

$\text{ظتا}\,س = \frac{١}{\sqrt{٥}}$

$\therefore \text{ظا}\,س = ٢\,\text{ظتا}\,س = ٢ \times \frac{١}{\sqrt{٥}} = \frac{٢}{\sqrt{٥}}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريب (٧-١٢) اذا كانت (هـ) زاوية حادة وكان
ظا هـ = ٥ جتا هـ فجد :-

أ) ظا هـ ، ب) جتا هـ

الحل :-

أ) ظا هـ = $\frac{\text{جا هـ}}{\text{جتا هـ}}$ = $\frac{٥ \text{ جتا هـ}}{\text{جتا هـ}}$ = ٥

ب) جا^{٢} هـ + جتا^{٢} هـ = ١

٢٥ جتا^{٢} هـ + جتا^{٢} هـ = ١

٢٦ جتا^{٢} هـ = ١

جتا^{٢} هـ = $\frac{١}{٢٦}$ بجذر الطرفين

جتا هـ = $\frac{١}{\sqrt{٢٦}}$

تدريب (٧-١٣) اجب عما يلي دون استخدام الآلة الحاسبة

١) جد القيمة العددية للمقدار :-

جا ٣٣° - جتا ٥٧°

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل :-

جتا (٩٠-٣٣)° - جتا ٥٧° = جتا ٥٧° - جتا ٥٧° = صفراً

٢) اذا كان جا ١٧° = ٠٫٣ فما قيمة جا ٧٣°

الحل :-

جا ١٧° = جتا (٩٠-١٧)° = جتا ٧٣° = ٠٫٣

بالتالي : من متطابقة (٢) :-

جا^{٢} ٧٣° + جتا^{٢} ٧٣° = ١

جا^{٢} ٧٣° + ٠٫٠٩ = ١

جا^{٢} ٧٣° = ١ - ٠٫٠٩ = ٠٫٩١ بجذر الطرفين

جا ٧٣° = $\sqrt{٠٫٩١}$ = $\frac{\sqrt{٩١}}{١٠}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمارين وسائل

١) اذا كان $\text{ظا}\theta = ٣٧٤٦$ و. فما قيمة $\text{ظتا}(٩٠-\theta)$ حيث θ قياس زاوية حادة

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل :-

$\text{ظتا}(٩٠-\theta) = \text{ظا}\theta = ٣٧٤٦$ و.

---

٢) اثبت ان $\text{ظا}(٣٠+\theta) = \text{ظتا}(٦٠-\theta)$ حيث θ حـ ٦٠

الحل :-

$\text{ظا}(٣٠+\theta) = \text{ظتا}(٩٠-(٣٠+\theta))$ ندخل السالب على القوس

$= \text{ظتا}(٩٠-٣٠-\theta)$

$= \text{ظتا}(٦٠-\theta)$

---

٣) اذا كانت θ تمثل قياس زاوية حادة وكان $\text{ظا}(٩٠-\theta) = ٤$ و. فجد :-

أ) $\text{ظتا}\theta$ ب) $\text{جا}\theta$ ج) $\text{طا}\theta$

الحل :-

أ) $\text{ظتا}\theta = \text{ظا}(٩٠-\theta) = ٤$ و.

ب) $\text{جا}^٢\theta + \text{ظتا}^٢\theta = ١$

$\text{جا}^٢\theta + ١٦$ و. $= ١$

$\text{جا}^٢\theta = ١ - ١٦$ و.

$\text{جا}^٢\theta = ٨٤$ و. الجذر التربيعي للطرفين

$\text{جا}\theta = \sqrt{٨٤\text{ و.}} = \sqrt{\frac{٨٤}{١٠٠}} = \frac{\sqrt{٨٤}}{١٠}$

ج) $\text{طا}\theta = \frac{\text{جا}\theta}{\text{ظتا}\theta} = \frac{\frac{\sqrt{٨٤}}{١٠}}{\frac{٤}{١٠}} = \frac{\sqrt{٨٤}}{١٠} \times \frac{١٠}{٤}$

$= \frac{\sqrt{٨٤}}{٤}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤) جد القيمة العددية لكل من المقادير الآتية :-

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

أ) $٣ \text{ متا}^{٣} ١٩ - ٣ \text{ صا}^{٣} ٧١$

الحل :-

$= ٣ \text{ صا}^{٣}(٩٠-١٩) - ٣ \text{ صا}^{٣} ٧١$

$٣ \text{ صا}^{٣} ٧١ - ٣ \text{ صا}^{٣} ٧١ = \text{صفراً}$

ب) $\text{متا}^{٢} ٨٣ + \text{متا}^{٢} ٧$

الحل :-

$(\text{صا}(٩٠-٨٣))^{٢} + \text{متا}^{٢} ٧$

$\text{صا}^{٢} ٧ + \text{متا}^{٢} ٧ = ١$ ما وجـ (٢)

ج) $\text{طا}^{٥} ٣٤ \times \text{طا} ٥٦$

الحل :-

$\frac{\text{صا}^{٣} ٣٤}{\text{متا}^{٣} ٣٤} \times \frac{\text{صا} ٥٦}{\text{متا} ٥٦}$

$\frac{\text{متا}(٩٠-٣٤)}{\text{متا}^{٣} ٣٤} \times \frac{\text{متا}(٩٠-٥٦)}{\text{متا} ٥٦} = \frac{\text{متا} ٥٦}{\text{متا}^{٣} ٣٤} \times \frac{\text{متا}^{٣} ٣٤}{\text{متا} ٥٦} = ١$

د) $\frac{\text{متا} ٤٨}{\text{صا} ٤٢} = \frac{\text{صا}(٩٠-٤٨)}{\text{صا} ٤٢}$

$= \frac{\text{صا} ٤٢}{\text{صا} ٤٢} = ١$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٥) اذا كان س زاوية حادة وكان $\text{ظا}س = \frac{٣}{٥}$
فجد $\text{جتا}س$ ، $\text{ظا}س$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل :-

$\text{جا}^٢س + \text{جتا}^٢س = ١$

$\frac{٩}{٢٥} + \text{جتا}^٢س = ١$

$\text{جتا}^٢س = ١ - \frac{٩}{٢٥} = \frac{١٦}{٢٥}$ جذر الطرفين

$\text{جتا}س = \frac{٤}{٥}$

$\text{ظا}س = \frac{\text{جا}س}{\text{جتا}س} = \frac{\frac{٣}{٥}}{\frac{٤}{٥}} = \frac{٣}{٥} \times \frac{٥}{٤} = \frac{٣}{٤}$

---

٦) اذا كانت (س) زاوية حادة وكان $\text{جتا}س = ٢\text{جا}س$
فجد ١) $\text{ظا}س$ ب) $\text{جتا}س$

الحل :-

١) $\text{ظا}س = \frac{\text{جا}س}{\text{جتا}س} = \frac{\text{جا}س}{٢\text{جا}س} = \frac{١}{٢}$

ب) $\text{جا}^٢س + \text{جتا}^٢س = ١$

$\text{جا}^٢س + ٤\text{جا}^٢س = ١$

$٥\text{جا}^٢س = ١$

$\text{جا}^٢س = \frac{١}{٥}$ جذر الطرفين

$\text{جا}س = \frac{١}{\sqrt{٥}}$ لكن :-

$\text{جتا}س = ٢\text{جا}س = ٢ \times \frac{١}{\sqrt{٥}} = \frac{٢}{\sqrt{٥}}$

---

٧) في حوار بين الطالبتين حنى ورشا قالت حنى يمكن ان يجد زاوية حادة جيبها يساوي ٢ فردت عليها رشا : لا يمكن .. اي الطالبتين صح .

الحل :-

كلام رشا صحيح لانه عند حساب الجيب فاننا ناخذ الضلع المقابل للزاوية على الوتر ومعلوم ان الوتر هو اطول الاضلاع وعليه يكون اقل من (١) دائماً

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ورقة عمل

السؤال الأول: أ) $\tan s = \frac{3}{5}$ و. جد $\sin(90 - s)$

ب) s: زاوية حادة و $\tan s = 3$ جد $\sin s$

ج) جد القيمة العددية للمقدار $\tan 31° - \sin 59°$

السؤال الثاني: s زاوية حادة وكان $\tan(90 - s) = 3$ و. جد:

أ) $\tan s$ ب) $\sin s$ جـ) $\sec s$

السؤال الثالث: s زاوية حادة و $\sin s = \frac{4}{5}$

جد $\tan s$ و $\sec s$

السؤال الرابع: s زاوية حادة و $\sec s = 4$ جد $\sin s$ و $\tan s$

السؤال الخامس: جد القيمة العددية لـ: (دون آلة حاسبة)

أ) $\tan^2 10 + \tan^2 80$ ب) $\frac{\sin 35}{\tan 55}$ جـ) $\sin 21 \times \sec 69$

السؤال السادس: $\sin 43.6° = 0.4$ و $\tan 70 = 2.747$ و. جد قيمة:

$3 \tan 70 + 2 \sin 20$

السؤال السابع: $\sin s = \tan 35$ جد s حيث $0 < s < 90$

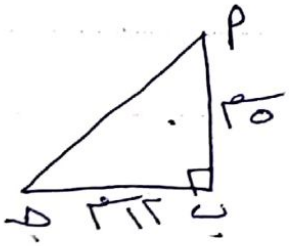
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مقدمة :-
كما نعلم بان للمثلث ٣ زوايا و ٣ أضلاع و المقصود بحل المثلث هو ايجاد اطوال اضلاعه وقياسات زواياه

لكي نعرف ايجاد أطوال وقياسات زوايا المثلث - يجب توفر قدر معين من المعطيات تساعدنا على ايجاد العناصر الأخرى كما يلي :-

١) توفر أطوال ضلعين :- في هذه الحالة نجد الضلع الثالث باستخدام فيثاغورس ونستعين بنسبة مثلثية لمعرفة زاوية ثم نجد الزاوية الثالثة من خلال الاستفادة من مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

مثال :- حل المثلث أ ب جـ والذي فيه أ ب = ٥ سم
ب جـ = ١٢ سم. والقائم الزاوية في ب



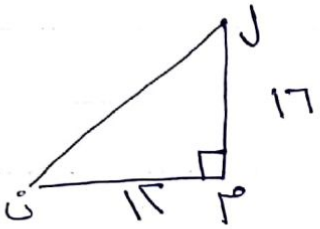
الحل :- نطبق فيثاغورس
(أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = ٢٥ + ١٤٤
(أ جـ)^{٢} = ١٦٩ جذر الطرفين
أ جـ = ١٣ سم

نستخدم نسبة مثلثية :-
جا أ = $\frac{١٢}{١٣}$ هنا نستخدم الآلة الحاسبة حيث نضغط shift ثم $\sin^{-1}$ ثم ندخل $\frac{١٢}{١٣}$ فيظهر الزاوية أ = ٦٧°
لايجاد الزاوية جـ :-
جـ = ١٨٠ - (٩٠ + ٦٧) = ٢٣°

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريب (٧-١٤) حل المثلث ل م ن القائم الزاوية في م الذي فيه ل م = ١٦ سم ، م ن = ١٢ سم



الحل :- نطبق فيثاغورس :-

$(ل ن)^{٢} = (ل م)^{٢} + (م ن)^{٢} = ٢٥٦ + ١٤٤$

$(ل ن)^{٢} = ٤٠٠$ جذر الطرفين

ل ن = ٢٠ سم

$ظا ل = \frac{١٢}{٢٠} = \frac{٣}{٥}$ باستخدام الآلة الحاسبة

$ل \approx ٣٧^{\circ}$

$ن = ١٨٠ - (٩٠ + ٣٧) = ٥٣^{\circ}$

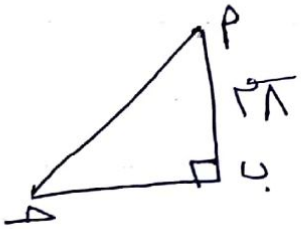
رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

٢) توفر طول ضلع ونسبة مثلثة :- نبدأ بالآلة الحاسبة لإيجاد زاوية المطاه نسبتها المثلثية ثم نجد مباشرة زاوية الثالثة من خلال معرفتنا ان مجموع زوايا المثلث ١٨٠° ثم نستفيد من النسبة المثلثية المعطاه لإيجاد ضلع ونجد أضلاع الثالث باستخدام فيثاغورس.

مثال حل المثلث ب ب ء القائم الزاوية في ب والذي فيه

ظا ء = ٠,٨ ، ب ب = ٨ سم



الحل :-

ظا ء = ٠,٨ باستخدام الآلة الحاسبة

$ء \approx ٥٣^{\circ}$

$ب = ١٨٠ - (٩٠ + ٥٣) = ٣٧^{\circ}$

$ظا ء = \frac{ب ب}{ء ب} \leftarrow \frac{٨}{١٠} = \frac{٨}{ء ب}$ تبادلي

٨ ء ب = ٨٠ نقسم على ٨ ومنه ء ب = ١٠ سم

نستخدم فيثاغورس :-

$(ب ء)^{٢} = (ب ب)^{٢} + (ب ء)^{٢}$

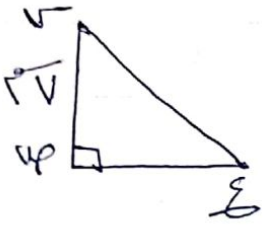
$١٠٠ = ٦٤ + (ب ء)^{٢}$

$-٦٤ \quad -٦٤$

$٣٦ = (ب ء)^{٢}$ جذر الطرفين ب ء = ٦ سم

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريب (٧-١٠) حل المثلث ب ج ع القائم الزاوية في ب
الذي فيه ب ج = ٧ سم ، ظا ج = ١



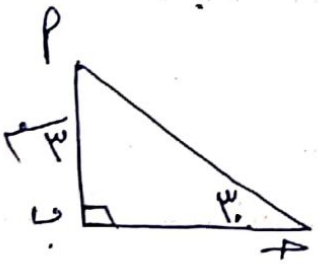
الحل :
ظا ج = ١ باستخدام الآلة الحاسبة
ج = ٤٥°
ع = ١٨٠ - (٩٠ + ٤٥) = ٤٥°
ظا ج = ب ع / ب ج ← ١ = ب ع / ٧ بتبادلي ب ع = ٧ سم
نطبق فيثاغورس :-
(ج ع)^٢ = (ب ع)^٢ + (ب ج)^٢ = ٤٩ + ٤٩
(ج ع)^٢ = ٩٨ جذر الطرفين
ج ع = √٩٨ = √(٤٩ × ٢) = ٧√٢ سم

رافعت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

٣) طول ضلع وزاوية : نجد الزاوية من خلال الاستفادة من مجموع زوايا المثلث = ١٨٠ ثم نختار نسبة مثلثية تربط زاوية مع الضلع المعطاه ... ثم فيثاغورس

مثال حل المثلث القائم الزاوية ب ا ه في ب والذي فيه ق ا = الزاوية ٣٠° ، ب ا = ٣ سم



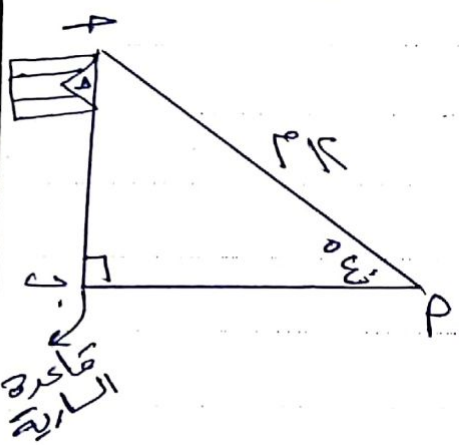
الحل :-
ا = ١٨٠ - (٩٠ + ٣٠) = ٦٠°
ظا ٣٠ = ب ا / ب ه ← ١ / √٣ = ٣ / ب ه بتبادلي
ب ه = ٣√٣ سم

نستطيع ايجاد طول ضلع ا ه مباشرة من المثلث ٣٠، ٦٠، ٩٠ والضلع المقابل للزاوية ٣٠° نصف الوتر

نطبق فيثاغورس :-
(ا ه)^٢ = (ب ا)^٢ + (ب ه)^٢
٣٦ = ٩ + (ب ه)^٢
-٩ -٩
٢٧ = (ب ه)^٢ الجذر التربيعي للطرفين
ب ه = √٢٧ = √(٩ × ٣) = ٣√٣ سم

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريب (٧-١٦) وقف بشار عند النقطة P التي تبعد ١٢ م عن قمة سارية علم المدرسة فاذا كان قياس الزاوية P يساوي ٤٠°



كما في الشكل. جد:-
١) قياس الزاوية أ
٢) المسافة بين النقطة P
التي يقف عندها بشار وقاعدة السارية
٣) ارتفاع السارية

الحل:-

١) $\text{أ} = ١٨٠ - (٩٠ + ٤٠) = ٥٠°$

٢) $\text{ظا}٤٠ = \frac{\text{ب P}}{\text{أ P}}$ باستخدام الآلة الحاسبة $\text{ظا}٤٠ \approx ٠٫٨٤$

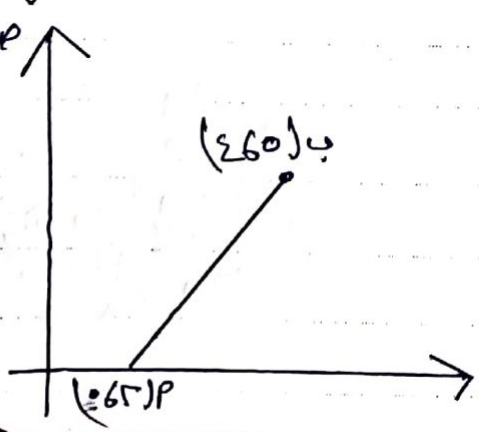
$٠٫٨٤ = \frac{\text{ب P}}{١٢}$ تبادلي $\text{ب P} \approx ٩٫٦$ م

٣) نظرية فيثاغورس:-
$(\text{P أ})^٢ = (\text{P ب})^٢ + (\text{أ ب})^٢$
$١٤٤ = ٨١ + (\text{أ ب})^٢$
$-٨١ \quad -٨١$
$٦٣ = (\text{أ ب})^٢$ جذر الطرفين $\text{أ ب} = \sqrt{٦٣} = \sqrt{٩ \times ٧} = ٣\sqrt{٧}$ م

رأفت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

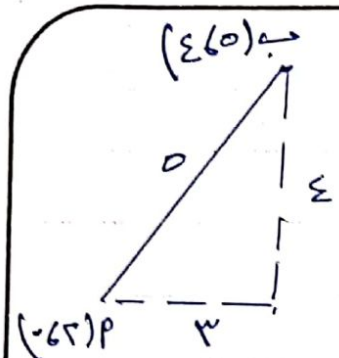
تمارين ومسائل

١) P ب قطعة مستقيمة تصل بين النقطتين P(٠، ٢) ، ب(٤، ٥)
كما هو موضح في الشكل ٦ جد:-
أ) طول القطعة المستقيمة P ب
ب) قياس الزاوية الحادة المحصورة بين القطعة المستقيمة P ب ومحور السينات



الحل:-
أ) $\text{P ب} = \sqrt{(٥-٢)^٢ + (٤-٠)^٢} = \sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$ س

٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



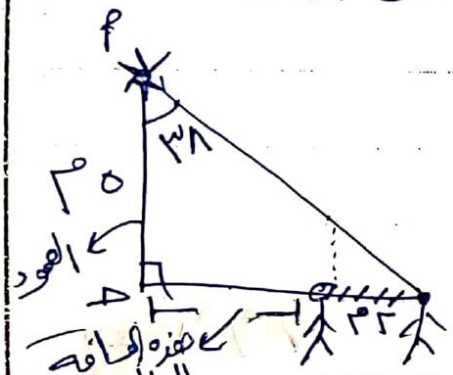
١) ظا أ = ٤/٥ نستخدم الآلة الحاسبة

ق∠أ ≈ ٥٣°

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

٢) يسير رجل مقتربًا من قاعدة عمود كهرباء يعلوه مصباح ارتفاعه ٥ م في اللحظة التي كان فيها ظل الرجل يساوي ٢ م كان قياس الزاوية بين المصباح ورأس ظل الرجل ٣٨° جد المسافة بين الرجل وقاعدة العمود في تلك اللحظة.



الحل:-

ظا ٣٨° = ب ء / أ ء آلة حاسبة

٠,٧٨١٢ = ب ء / ٥ بالتبادلي

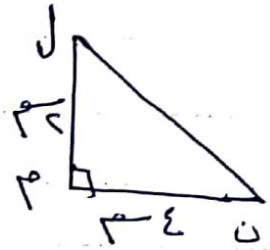
ب ء = ٠,٧٨١٢ × ٥ = ٣,٩ م

البعد بين الرجل وقاعدة العمود في تلك اللحظة = ٣,٩ - ٢ = ١,٩ م

---

٣) حل المثلث القائم الزاوية في كل من الحالة الآتية:

أ) ل م ن مثلث قائم الزاوية في م فيه م ن = ٤ سم، ل م = ٢ سم



الحل:-

نطبق فيثاغورس:-

(ل ن)² = (ن م)² + (ل م)² = ١٦ + ٤ = ٢٠

ل ن = √٢٠ = √(٤×٥) = ٢√٥ سم

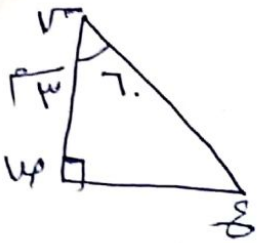
ظا ن = ل م / ن م = ٢/٤ = ١/٢ باستخدام آلة حاسبة

ق∠ن ≈ ٢٧°

ق∠ل = ١٨٠ - (٢٧ + ٩٠) = ٦٣°

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ب) ب ج ع مثلث قائم الزاوية في (ب) فيه ب ج = ٣ سم ، وقياس الزاوية (ج) يساوي ٦٠°.



الحل :-

ق∠ع = ١٨٠ − (٩٠ + ٦٠) = ٣٠°

ظا ٦٠ = ب ج / ب ع ← ١/٢ = ٣ / ب ع بالبدل

ب ع = ٦ سم

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

نظرية فيثاغورس :-

(ج ع)² = (ب ج)² + (ب ع)²

٣٦ = ٩ + (ب ع)²

-٩ -٩

٢٧ = (ب ع)² بأخذ الجذر التربيعي للطرفين ب ع = √٢٧ = √٩×٣ = ٣√٣ سم

هـ) أ ب د مثلث قائم الزاوية في ب ، فيه ظا د = ٠٫٥ ، أ د = ١٤ سم

الحل :-

ظا د = ٠٫٥ باستخدام الآلة الحاسبة

ق∠د = ٣٠°

ق∠أ = ١٨٠ − (٩٠ + ٣٠) = ٦٠°

ظا د = أ ب / أ د ← ٠٫٥ = أ ب / ١٤ بالبدل أ ب = ٧ سم

فيثاغورس :-

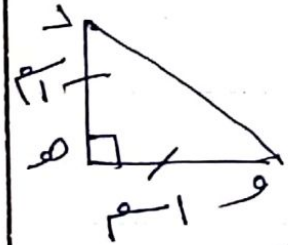
(أ د)² = (أ ب)² + (ب د)²

١٩٦ = ٤٩ + (ب د)²

-٤٩ -٤٩

١٤٧ = (ب د)² بأخذ الجذر التربيعي للطرفين ب د = √١٤٧ = ٧√٣ سم

د) د هـ و مثلث متطابق الضلعين وقائم الزاوية في هـ ، د هـ = ١ سم



الحل :-

نظرية فيثاغورس

(د و)² = (و هـ)² + (د هـ)² = ١ + ١

(د و)² = ٢ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

د و = √٢ سم

ظا و = د هـ / و هـ = ١/١ = ١ ومنه ق∠و = ٤٥°

ق∠د = ٤٥° لأن المثلث متطابق الضلعين

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

ورقة عمل

١) حل المثلث القائم الزاوية في كل مما يأتي:

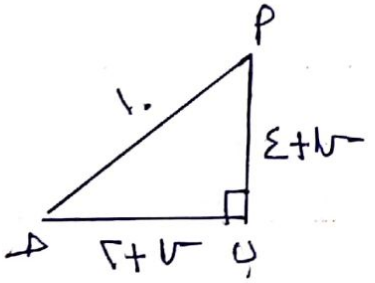
أ) أ ب ﻫ مثلث قائم في ب ، فيه أ ﻫ = ٥ سم
أ ب = ٣ سم

ب) س ص ع قائم الزاوية في ص ، فيه س ع = ٨ سم
وقياس الزاوية ع يساوي ٦٠°

ﺟ) أ ب ﻫ قائم الزاوية في ب ، فيه ظا ﻫ = $\frac{١}{٢}$
أ ب = ٧ سم

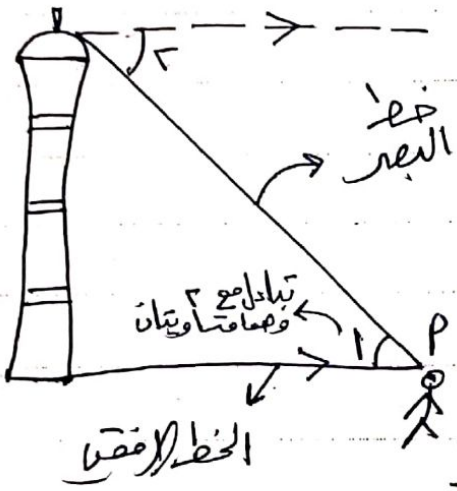
---

٢) جد أطوال أضلاع المثلث المجاور



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

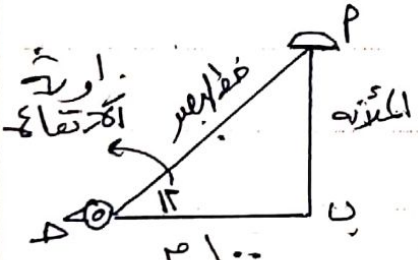
مقدمة :-



انظر الى الشكل المجاور ، يرصد شخص قمة منذنة من نقطة (P) على الخط المستقيم المار بعين الناظر وقمة المئذنة خط البصر. وتسمى الزاوية المحصورة بين خط البصر والخط الأفقي المار بعين الناظر **زاوية ارتفاع المئذنة**

أما في حين اذا نظر الشخص من اعلى المئذنة الى الشخص الأسفل فتسمى الزاوية المحصورة بين خط البصر والخط الأفقي بعين الناظر **زاوية انخفاض المئذنة**

مثال ١) من نقطة على سطح الأرض تبعد ١٠٠ م عن قاعدة منذنة وجد ان قياس زاوية ارتفاع المئذنة ١٢° جد ارتفاع المئذنة عن الأرض



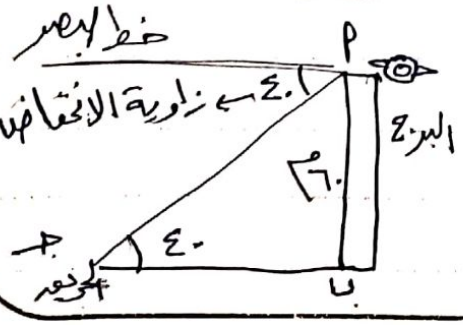
الحل : المطلوب $\overline{P ب}$

$ظا ١٢° = \frac{P ب}{ب ه}$ الآلة الحاسبة

$٠,٢١٢ = \frac{P ب}{١٠٠}$ بالضرب ← $P ب = ٠,٢١٢ \times ١٠٠$

$P ب = ٢١,٢$ م

٢) يقف مراقب فوق برج ارتفاعه ٦٠ م ، شاهد حريقاً بزاوية انخفاض قياسها ٤٠° ، ما المسافة بين قاعدة البرج وموقع الحريق



الحل : المطلوب $\overline{ب ه}$

$ظا ٤٠ = \frac{P ب}{ب ه}$ الآلة الحاسبة

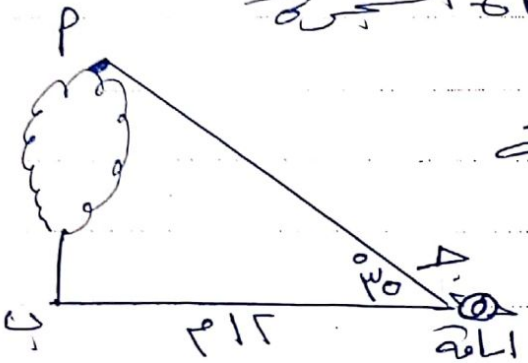
$٠,٨٣ = \frac{٦٠}{ب ه}$ بالضرب

$٠,٨٣ \times ب ه = ٦٠$ نقسم على ٠,٨٣

$ب ه = \frac{٦٠}{٠,٨٣} \approx ٧٢$ م

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريب (٧-١٧) وقف أسامة على بعد ١٢ م من قاعدة شجرة ورصد قمتها فكانت زاوية ارتفاعها ٣٥° فما ارتفاع الشجرة



الحل: المطلوب $ق(\overline{ب})$

$$\text{ظا } ٣٥° = \frac{ق(\overline{ب})}{ق(\overline{د ب})}$$ بالآلة الحاسبة

$$٠,٧ = \frac{ق(\overline{ب})}{١٢}$$ بالتبادلي

$$ق(\overline{ب}) = ٠,٧ \times ١٢ = ٨,٤ \text{ م}$$

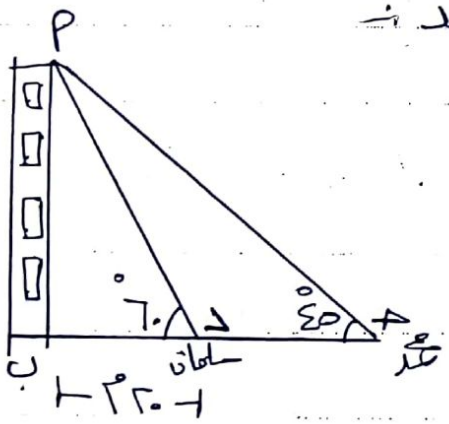
تدريب (٧-١٨) يقف محمد وسلمان أمام مشفى كما هو موضح في الشكل المجاور:

أ) ارتفاع المشفى

ب) المسافة بين محمد وسلمان

الحل:

أ) المطلوب $ق(\overline{ب})$



ناخذ المثلث $ب د$:

$$\text{ظا } ٦٠° = \frac{ق(\overline{ب})}{ق(\overline{د ب})}$$ بالآلة الحاسبة

$$١,٧ = \frac{ق(\overline{ب})}{٢٠}$$ بالتبادل

$$ق(\overline{ب}) = ١,٧ \times ٢٠ = ٣٤ \text{ م}$$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

ب) المطلوب $ق(\overline{د})$ ناخذ المثلث $ب د$

$$\text{ظا } ٤٥° = \frac{ق(\overline{ب})}{ق(\overline{د ب})}$$ بالآلة الحاسبة:

$$١ = \frac{٣٤}{ق(\overline{د ب})}$$ بالتبادلي $ق(\overline{د ب}) = ٣٤$

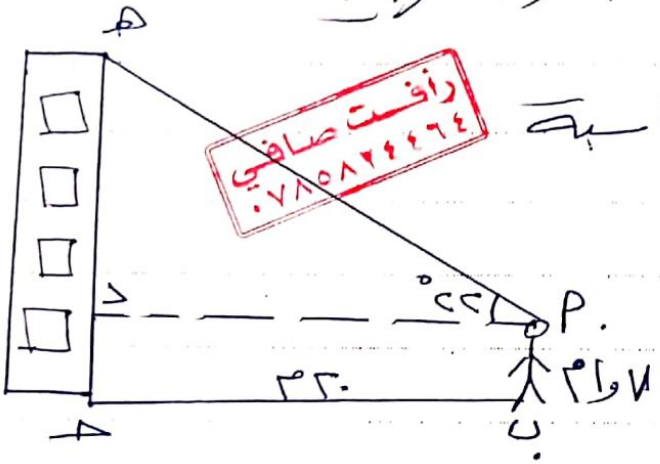
وعليه $ق(\overline{د}) = ق(\overline{ب}) - ق(\overline{د ب})$

$$= ٣٤ - ٢٠$$

$$= ١٤ \text{ م}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريب (٧-١٩) وقف شخص طوله ١٫٧ متراً على بعد ٢٠ م من بناية ورصد قمتها، فكانت زاوية ارتفاعها ٢٢° عد ارتفاع البناية



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل: في المثلث هـ ب د :-

ظا ٢٢° = هـ د / ب د بالآلة الحاسبة

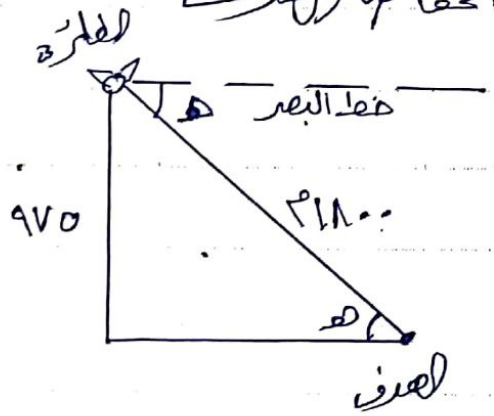
٠٫٤٠ = هـ د / ٢٠ بتبادلي

هـ د = ٨ م

ارتفاع العمارة = ٨ + ١٫٧

= ٩٫٧ م

تدريب (٧-٢٠) رصد قائد طائرة حربية في لحظة ما هدفاً على الأرض، حيث كانت الطائرة على ارتفاع ٩٧٥ متر عن سطح الأرض، وتبعد ١٨٠٠ متر عن ذلك الهدف. جد زاوية انخفاض الهدف



الحل :-

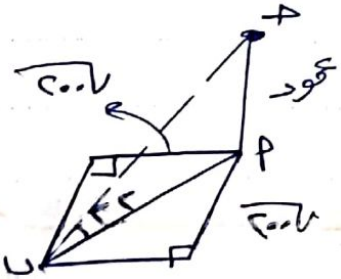
جا هـ = ٩٧٥ / ١٨٠٠ هنا نستخدم

الآلة الحاسبة ← shift ← $\sin^{-1}$

نُدخل ٩٧٥ / ١٨٠٠ فينتج هـ ≈ ٣٣°

تمارين ومسائل

١) حديقة مربعة الشكل، طول ضلعها ٢٠٠ متراً، من أحد طرفي قطرها، رصدت قمة عمود انارة مثبت على الطرف الآخر لهذا القطر، فكانت زاوية ارتفاع قمة العمود ٢٢°، فما ارتفاع عمود الانارة



الحل :- نجد طول قطر المربع ← فيثاغورس

$(أ ب)^2 = (٢٠٠)^2 + (٢٠٠)^2 = ٤٠٠٠ + ٤٠٠٠$

أ ب = ٤٠٠ جذر الطرفين

أ ب = ٢٠٠√٢

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

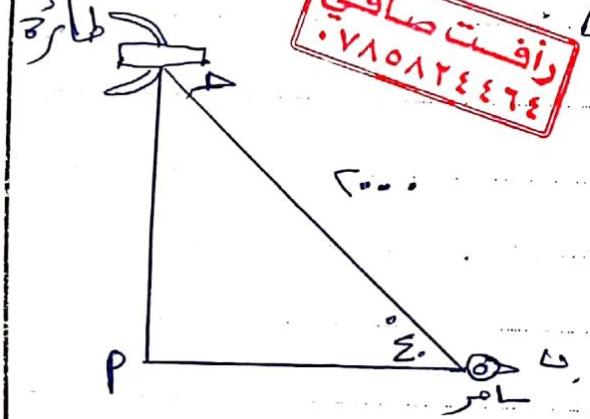
ظا ٢٢° = $\frac{\text{ارتفاع}}{\text{بعد}}$ = $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب ب}}$ = الآلة الحاسبة

٠٫٤ = $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب ب}}$ بالضرب

أ ب = ٢٠٠ × ٠٫٤ = ٨٠ م ارتفاع العمود = ٨٠ م

---

٢) رصد سامر طائرة عمودية من نقطة ب على سطح الأرض فكانت زاوية ارتفاعها ٤٠° فإذا كان بعد الطائرة عن سامر في تلك اللحظة يساوي ٢٠٠٠ متر فما ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض حينذاك.



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل: المطلوب أ ب :

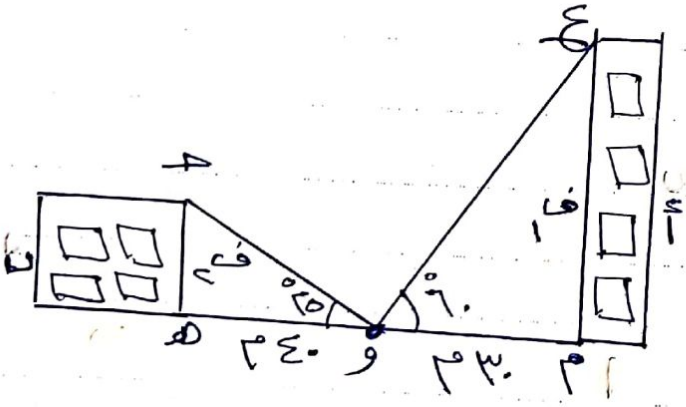
ظا ٤٠° = $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب ب}}$ الآلة الحاسبة

٠٫٨٤٢٧٩ = $\frac{\text{أ ب}}{٢٠٠٠}$ بالضرب

أ ب = ١٦٨٥٨ م

---

٣) وقف أكرم بين العمارتين أ ب و ب جـ على بعد ٣٠ م، ٤٠ م على الترتيب، انظر الشكل المجاور، إذا كانت زاويتا ارتفاع كل من العمارتين هما ٦٠° ، ٤٥° على الترتيب، فجد ارتفاع كل من العمارتين



الحل: لحساب ع م و :

ظا ٦٠° = $\frac{\text{ع م}}{\text{و م}}$ الآلة الحاسبة

١٫٧ = $\frac{\text{ع م}}{٣٠}$ بالضرب

ع م = ١٫٧ × ٣٠ = ٥١ م

ارتفاع العمارة أ ب هي ٥١ م

لحساب د و هـ :

ظا ٤٥° = $\frac{\text{د هـ}}{\text{و هـ}}$ الآلة حاسبة

١ = $\frac{\text{د هـ}}{٤٠}$ بالضرب

د هـ = ١ × ٤٠ = ٤٠ م

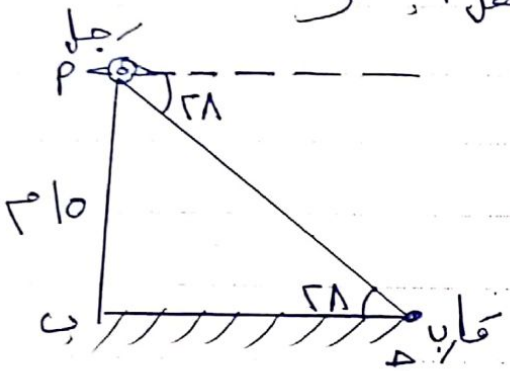
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٤) يقف رجل على قارب صيد من فوق جسر يرتفع ١٥ مترًا عن سطح النهر، إذا كانت زاوية انخفاض القارب ٢٨°

أوجد :-

أ) المسافة بين القارب ونقطة في النهر أسفل الجسر

ب) المسافة بين الرجل والقارب



الحل :-

أ) المطلوب ب جـ

ظا ٢٨ = $\frac{\text{م ب}}{\text{ب جـ}}$ الآلة الحاسبة

٠٫٥٣ = $\frac{١٥}{\text{ب جـ}}$ بالتبادل

٠٫٥٣ × ب جـ = ١٥ بالقسمة على ٠٫٥٣

ب جـ = $\frac{١٥}{٠٫٥٣}$ ≈ ٢٨ م

ب) المطلوب م جـ :-

ظا ٢٨ = $\frac{\text{م ب}}{\text{م جـ}}$ الآلة الحاسبة

٠٫٤٦ = $\frac{١٥}{\text{م جـ}}$ بالتبادل

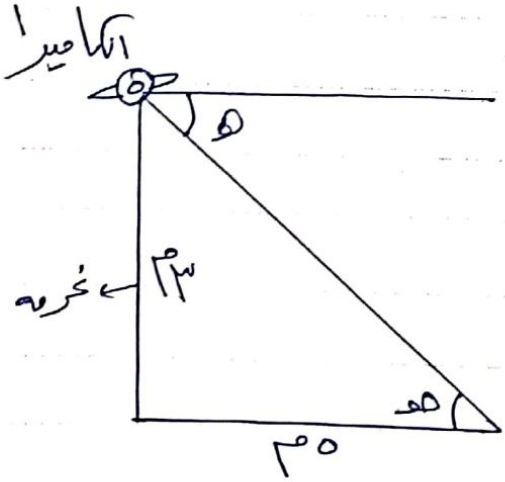
٠٫٤٦ × م جـ = ١٥ بالقسمة على ٠٫٤٦

م جـ = $\frac{١٥}{٠٫٤٦}$ ≈ ٣٣ م

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

٥) وضعت كاميرا للمراقبة على ارتفاع ٣ أمتار فوق سطح غرفة طرقية المدخل لزيد يبعد ٥ أمتار عن الغرفة جد زاوية انخفاض الكاميرا.



الحل :-

ظا هـ = $\frac{٣}{٥}$ نستخدم الآلة الحاسبة حيث shift ← $\tan^{-1}$

ثم ندخل $\frac{٣}{٥}$ فيظهر الناتج

هـ ≈ ٣١°

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ورقة عمل

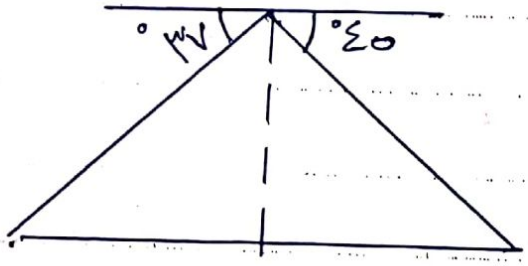
١) يبعد رجل ٣٠ م عن قاعدة عمود يحمل مصباحاً، قام الرجل بقياس زاوية ارتفاع المصباح فكانت ٤٥° جد ارتفاع المصباح عن الأرض

---

٢) رصد علي من قمة جبل ارتفاع ٥٠٠ م قارورة بزاوية انخفاض ٦٠° ما المسافة بين قاعدة الجبل وموقع القارورة

---

٣) شاهد شخص يركب طائرة عمودية ارتفاعها ٦٠٠ م عن سطح البحر سفينتين A و B (كما في الشكل) فإذا كانت زاويتا انخفاضها ٤٥° ، ٣٧° على الترتيب :-

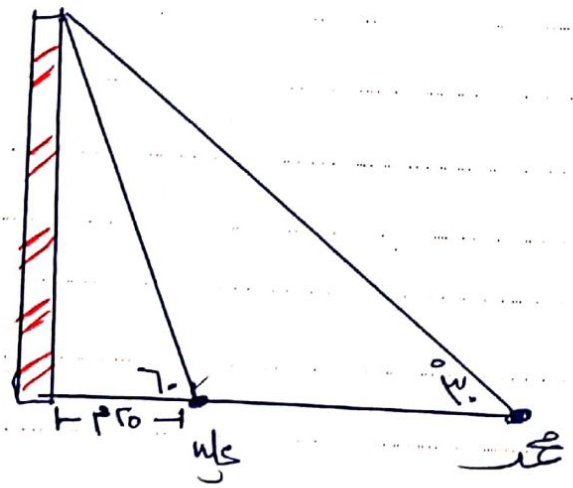


١) جد المسافة بين A و B

٢) جد المسافة بين الطائرة والسفينة B

---

٤) جد المسافة بين علي ومحمد

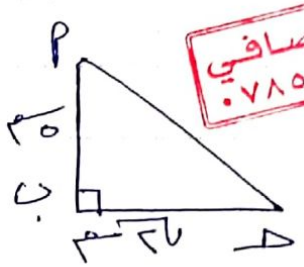


الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مراجعة

١) $\triangle$ أ ب هـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه ب هـ = ٢٧ سم
أ ب = ٥ سم جد كلاً مما يأتي :-

أ) جا أ ب) جتا أ جـ) ظا أ د) جا هـ
هـ) جتا هـ و) ظا هـ



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل :-

$(أهـ)^2 = (أب)^2 + (بهـ)^2 = 25 + 27$

$(أهـ)^2 = 27$ الجذر التربيعي

$أهـ = \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$

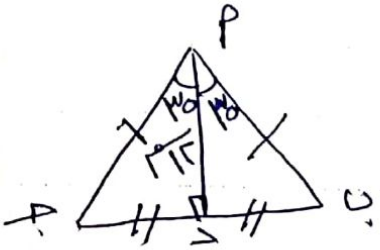
أ) جا أ $= \frac{بهـ}{أهـ} = \frac{\sqrt{27}}{3\sqrt{3}}$ ب) جتا أ $= \frac{أب}{أهـ} = \frac{5}{3\sqrt{3}}$

جـ) ظا أ $= \frac{بهـ}{أب} = \frac{\sqrt{27}}{5}$ د) جا هـ $= \frac{أب}{أهـ} = \frac{5}{3\sqrt{3}}$

هـ) جتا هـ $= \frac{بهـ}{أهـ} = \frac{\sqrt{27}}{3\sqrt{3}}$ و) ظا هـ $= \frac{أب}{بهـ} = \frac{5}{\sqrt{27}}$

---

٢) مثلث متساوي الساقين ارتفاعه ١٢ سم وقياس زاوية الرأس ٧٠° جد طول القاعدة



الحل :-

في $\triangle$ أ د ب :-

ظا ٣٥ $= \frac{بد}{أد}$ آلة حاسبة

٠٫٧ $= \frac{بد}{12}$ بتبادلي

بد $= 12 \times ٠٫٧ = ٨٫٤$ سم

طول القاعدة بهـ $= 2 \times بد = 2 \times ٨٫٤ = ١٦٫٨$ سم

العمود النازل من الرأس على القاعدة ينصف القاعدة وينصف زاوية الرأس

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣) اذا كانت (س) زاوية حادة ، وكان ظا(٩٠-س) = ٠,٤
مجد :-
أ) جتا س ب) جا س ج) ظا س د) جتا (٩٠-س)

الحل :-

أ) جتا س = جا (٩٠-س) = ٠,٤

ب) جا²س + جتا²س = ١

جا²س + (٠,٤)² = ١

جا²س + ٠,١٦ = ١

جا²س = ١ - ٠,١٦

جا²س = ٠,٨٤ جذر الطرفين

جا س = √٠,٨٤

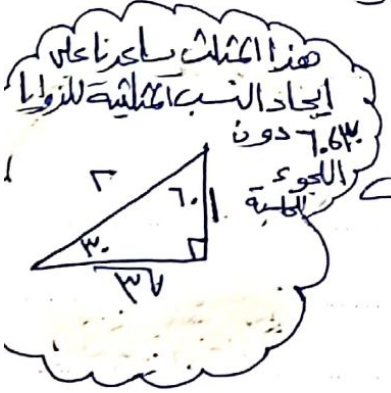
ج) ظا س = جا س / جتا س = √٠,٨٤ / ٠,٤

د) جتا (٩٠-س) = جا س = √٠,٨٤

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

٤) اذا كان ٤ جا²س = ٣ حيث س زاوية حادة .
مجد قياس (س) .



الحل :-

٤ جا²س = ٣ نقسم على ٤ للطرفين

جا²س = ٣/٤ جذر الطرفين

جا س = √٣ / ٢ ومنه س = ٦٠°

---

٥) اثبت ان (جا س + جتا س)² = ١ + ٢ جا س جتا س

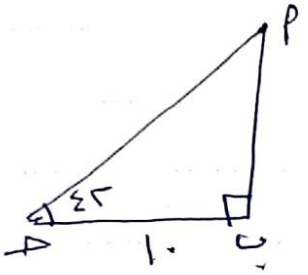
الحل :- نفك المربع :-

الطرف الايمن : جا²س + ٢ جا س جتا س + جتا²س = ١ + ٢ جا س جتا س = الطرف الايسر

= ١

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٦) حل المثلث أ ب حـ القائم الزاوية في ب و فيه
ب حـ = ١٠ سم وقياس الزاوية حـ = ٤٢°

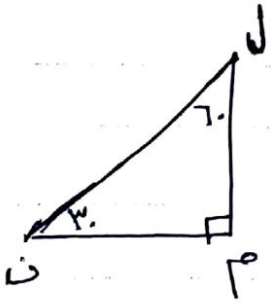


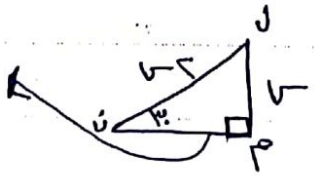
الحل :-
ق∠أ = ١٨٠ − (٩٠ + ٤٢)
= ١٨٠ − ١٣٢ = ٤٨°
ظا ٤٢ = أ ب / ب حـ أو الحاسبة
أ ب / ١٠ = ٠,٩ بالتبادل
أ ب = ٠,٩ × ١٠ = ٩ سم
نطبق فيثاغورس :-
(أ حـ)² = (أ ب)² + (ب حـ)² = ٨١ + ١٠٠
(أ حـ)² = ١٨١ جذر الطرفين
أ حـ = √١٨١ سم

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

٧) ل م ن مثلث قائم الزاوية في م إذا كان قياس الزاوية ن = ٣٠° أجب عما يأتي :-
أ) هل يمكن حل المثلث ل م ن
ب) هل يوجد حلول أخرى للمثلث
جـ) ما المعلومات اللازم توافرها ليكون للمثلث حل وحيد
الحل :-
هذا المثلث المثلثي ستيني الضلع المقابل للزاوية ٣٠ يساوي نصف الوتر

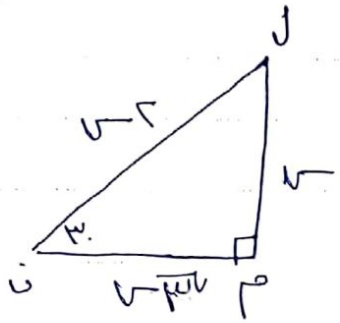


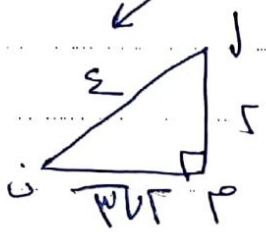


نأخذها من فيثاغورس ك
(م ن)² = ٤ ك² − ك² = ٣ ك² جذر الطرفين
م ن = √٣ ك

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

أ) يمكن حل المثلث وذلك باختيار قيم لـ (س) مثلاً ، نختار س = ١ أو س = ٢ ... وهكذا





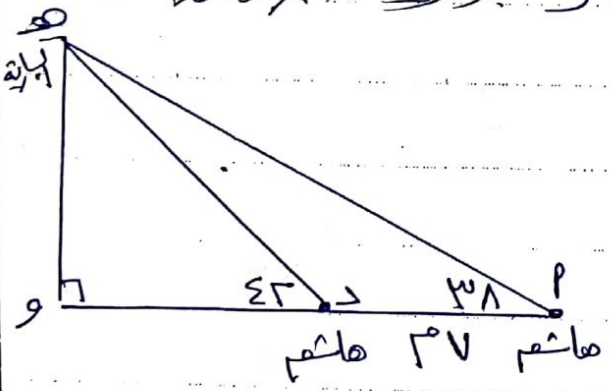
ب) هنا يتوفر لدينا عدد نهائي من الحلول من خلال تغيير قيمة (س)

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

٥) اعطاء طول أحد الأضلاع

---

٨) رصد هاشم قمة سارية العلم ، من نقطة (م) بزاوية ارتفاع قياسها ٣٨° ، ثم تقدم ٧ م نحو السارية ورصد قمة السارية مرة أخرى بزاوية ارتفاع قياسها ٤٢° وجد ارتفاع السارية.



الحل :-

المطلوب هـ و :

ناخذ المثلث م و هـ :

ظا ٣٨° = $\frac{\text{هـ و}}{\text{م و}}$ ← آلة حاسبة

٠,٧٨١٢ = $\frac{\text{هـ و}}{\text{٧ + د و}}$ ← بتبادلي

هـ و = ٠,٧٨١٢ × (٧ + د و) ——— (١)

ناخذ المثلث هـ و د :

ظا ٤٢° = $\frac{\text{هـ و}}{\text{د و}}$ ← آلة حاسبة

٠,٩٠٠٤ = $\frac{\text{هـ و}}{\text{د و}}$ ← بتبادلي

٠,٩٠٠٤ × د و = هـ و ——— (٢)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نقوم بحل المعادلتين من معادله ② ← هـ و = ٩ و . د و

نعوضها في معادله ① :-

٩ و . د و = ٠٫٧٨ × (٧ + د و) فك أقواس

٩ و . د و = ٥٫٤٦ + ٠٫٧٨ د و

- ٠٫٧٨ د و - ٠٫٧٨ د و

٠٫١٢ د و = ٥٫٤٦ نقسم على ٠٫١٢ للطرفين

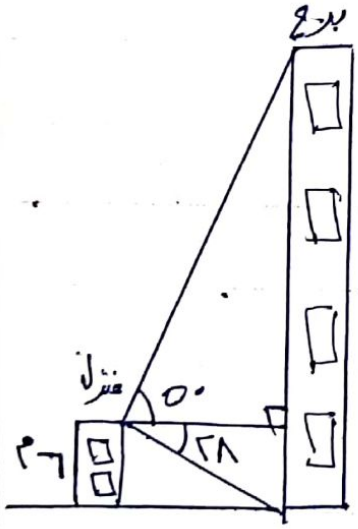
د و = ٤٥ م نعوض في معادله ① :

هـ و = ٠٫٧٨ × (٧ + ٤٥) = ٠٫٧٨ × ٥٢

هـ و = ٤٠٫٩٥ م

---

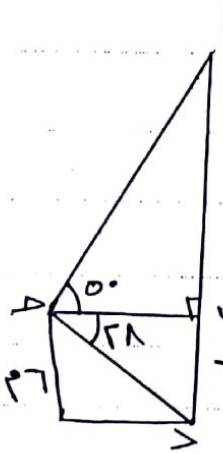
٩) يسكن شخص في منزل ارتفاعه ٦ أمتار يقابله برج رصد هذا الشخص من نوافذ منزله قمة البرج فكانت زاوية ارتفاعه ٥٠° ورصد أسفل البرج فكانت زاوية انخفاضها ٢٨° كما في الشكل المجاور.



جد ما يأتي :-

أ) البعد بين المنزل والبرج

ب) ارتفاع البرج



الحل :

أ) المطلوب ب هـ :

ناخذ المثلث ب هـ د :

ظا ٢٨° = ب د / هـ ب ← الحاسبة

٠٫٥٣ = ٦ / هـ ب بالتبادلي

٠٫٥٣ × هـ ب = ٦ نقسم على ٠٫٥٣

هـ ب = ٦ / ٠٫٥٣ = ١١٫٣ م

رافعت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ب) المطلوب $P_د$ =

ناخذ المثلث $P_ب$ هـ =

$\frac{P_ب}{ب_هـ}$ = ٥٠ جا آلة الحاسبة

$\frac{P_ب}{١١و٣}$ = ٢و١ بالتبادل

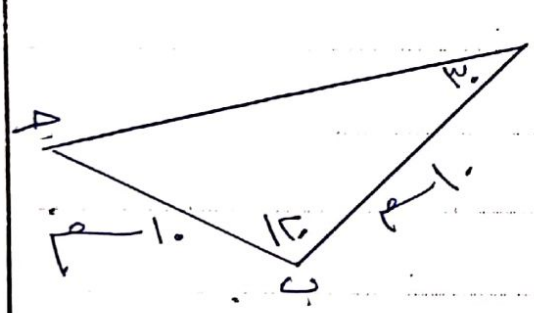
$P_ب$ = ٢و١ × ١١و٣ = ١٣و٥٦ م

ارتفاع البرج = $P_ب$ + $ب_د$

= ١٣و٥٦ + ٦ = ١٩و٥٦

---

١٠) في الشكل المجاور، $P_ب$ هـ مثلث منفرج الزاوية في هـ. قياس الزاوية P يساوي ٣٠° وقياس الزاوية ب يساوي ١٢٠° إذا كان $P_ب$ = $ب_هـ$ = ١٠ سم احسب محيط هذا المثلث.



الحل :-

نلاحظ ان المثلث متطابق الضلعين، ننزل عمود من (ب) على القاعدة، ينصفه وينصف زاوية الرأس.

لايجاد محيط المثلث نحتاج معرفة $P_د$

ناخذ المثلث $P_ب_د$ وهذا المثلث نلاحظ ضلعين متساويين وهما الضلع المقابل للزاوية ٣٠° يساوي نصف طول الوتر

$ب_د$ = $\frac{1}{2}$ × ١٠ = ٥ سم

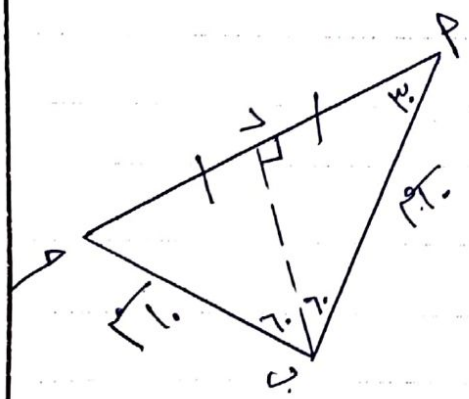
نطبق فيثاغورس على المثلث $P_ب_د$

$(P_ب)^2 = (P_د)^2 + (د_ب)^2$

$١٠٠ = (P_د)^2 + ٢٥$

$(P_د)^2$ = ٧٥ ← $P_د$ = $\sqrt{٧٥}$

$P_هـ$ = ٢ × $\sqrt{٧٥}$ ←



محيط المثلث = $P_ب$ + $ب_هـ$ + $P_هـ$

= ١٠ + ١٠ + $\sqrt{٧٥}$ ٢ = ٢٠ + $\sqrt{٧٥}$ ٢ سم

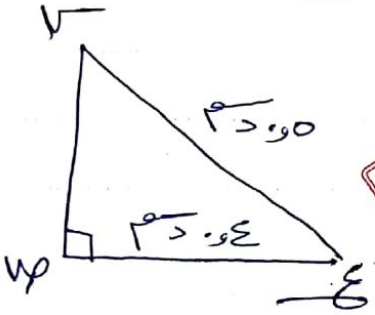
رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبار ذاتي

١) ضع دائرة :-

١) في المثلث المرسوم في الشكل ، جتا س يساوي :



رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

أ) ٣/٤ ب) ٠٫٨ ج) ٠٫٦ د) ٠٫٧٥

٢) $\frac{\text{ظا}٢٤^\circ}{\text{ظا}٦٦^\circ}$ يساوي :

أ) ١ ب) ظا٢٤° ج) ظا٦٦° د) ظا٢٤° ظا٦٦°

٣) القيمة العددية للمقدار $\frac{\text{جا}٣٠}{\text{جتا}٦٠} + \text{ظا}٤٥^\circ$:

أ) ٥ ب) ٤ ج) ٢ د) ١

٤) إذا كان ٣ جا س = ٦ جتا س حيث س زاوية حادة
فإن ظا س يساوي :

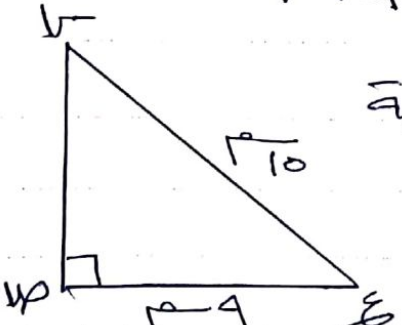
أ) ٦ ب) ٣ ج) ٢ د) $\frac{١}{٢}$

٥) ظا س = ٥ فإن ظا (٩٠ - س) يساوي :

أ) ٥ ب) ٠٫٧٥ ج) ١ د) $\frac{١}{٥}$

---

٢) جد قياس الزاوية (س) في المثلث المرسوم جانباً



الحل :-

جا س = $\frac{٩}{١٥}$ نستخدم آلة حاسبة

حيث نضغط shift ثم $\sin^{-1}$ ثم

ندخل $\frac{٩}{١٥}$ فيظهر س = ٣٧°

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٣) في مثلث قائم الزاوية ، اذا كان جيب زاوية حادة مساويا لجيب تمامها ، فماذا يمكن ان تستنتج عن هذا المثلث ؟ برر اجابتك

الحل :-

$\text{ظا}\, س = \text{جتا}\, س$

$\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

هنا المقابل للزاوية يساوي المجاور لنفس الزاوية وعليه المثلث متطابع الضلعين وزواياه $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$

رأفت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

٤) جد القيمة العددية للمقادير الآتية :

١) $\text{جتا}\, ٥٥^\circ - \text{ظا}\, ٣٥^\circ$

الحل :-

$\text{ظا}(٩٠ - ٥٥) - \text{ظا}\, ٣٥ = \text{ظا}\, ٣٥ - \text{ظا}\, ٣٥ = \text{صفراً}$

٢) $\text{جتا}^٢ ٣س + \text{جتا}^٢ (٩٠ - ٣س)$ حيث $٠ < س < ٣٠$

الحل :-

$\text{جتا}(٩٠ - ٣س) = \text{ظا}\, ٣س$ وعليه :

$\text{جتا}^٢ ٣س + \text{جتا}^٢ (٩٠ - ٣س) = \text{جتا}^٢ ٣س + \text{ظا}^٢ ٣س = ١$ (قاعدة)

---

٥) حل المعادلة $\text{جتا}\, ٣س - \text{ظا}\, ٧س = ٠$ حيث :

$٧س$ يمثل $\text{قتا}\, س$ زاوية حادة

الحل :- $\text{جتا}\, ٣س - \text{ظا}\, ٧س = ٠$

$\text{جتا}\, ٣س = \text{ظا}\, ٧س$

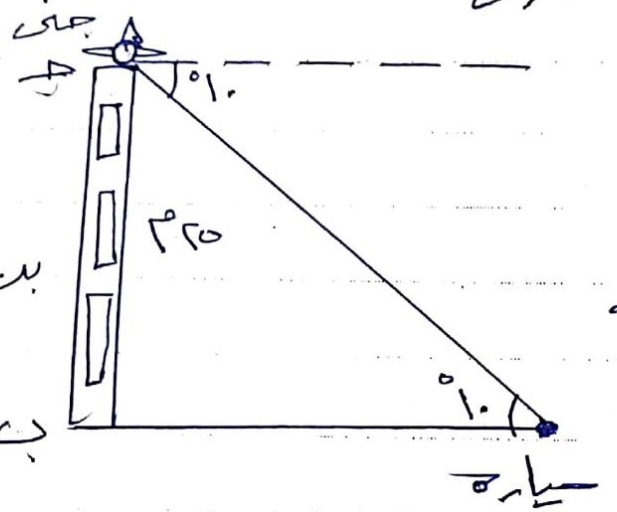
(زاويتان متتامتان)

$٣س + ٧س = ٩٠$

$١٠س = ٩٠$ ومنه $س = ٩^\circ$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٥) رصدت جنى سيارة من قمة برج ارتفاعه ٢٥ متراً عن سطح الأرض، وكانت زاوية انخفاضها ١٠° جد:
أ) بعد السيارة عن قاعدة البرج
ب) بعد السيارة عن قمة البرج



الحل:

أ) المطلوب $ب ق$

$\frac{ب ق}{ق ب}$ = الجاهية $= ١٠°$

$\frac{٢٥}{ق ب}$ = ٠٫١٧٦ بالتبادل

$ق ب \times ٠٫١٧٦ = ٢٥$ نقسم على ٠٫١٧٦ للطرفين

$ق ب = \frac{٢٥}{٠٫١٧٦}$

$ق ب = ١٤٢٫٠٥$ م

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

ب) المطلوب $ق ا$

$\frac{ب ق}{ق ا}$ = ظا ١٠°

$\frac{٢٥}{ق ا}$ = ٠٫١٧٤ بالتبادل

$ق ا \times ٠٫١٧٤ = ٢٥$ نقسم على ٠٫١٧٤

$ق ا = \frac{٢٥}{٠٫١٧٤}$

$ق ا = ١٤٣٫٦٨$ م

٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الوحدة (٧)	امتحان شهري	التاسع

السؤال (١) : ضع دائرة :-

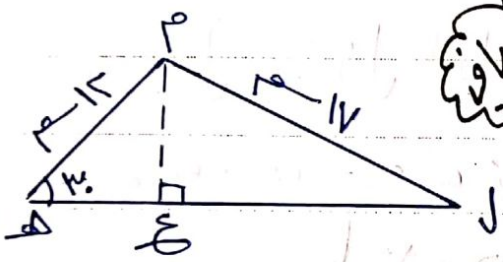
١) في ∆ل م ن إذا كان ل م = ل ن فإن طا ن =

أ) $\frac{٤}{٣}$ ب) $\frac{٣}{٤}$ ج) $\frac{٥}{٦}$ د) $\frac{٦}{٥}$

٢) ∆ ع م ل مثلث قائم الزاوية في ع ، فيه ل ع = ٧ سم ، طا ل = ٣
فإن طول ع م :-

أ) ١٢ سم ب) ٧ سم ج) ١٤ سم د) ٢١ سم

٣) في ∆ ل م ن القائم الزاوية في م ، فإن طا ل =



أ) $\frac{٥١}{٦٥}$ ب) $\frac{٦}{١٢}$

ج) $\frac{٢١}{٨}$ د) $\frac{١٧}{٦}$

٤) جتا س = ٠٫٥٣ فإن طا (٩٠ - س) :-

أ) ٠٫٥٣ ب) ٠٫٤٧ ج) ١ د) $\frac{١}{٢}$

٥) طا ٦س = جتا ٣س فإن قيمة (س) حيث ٠ < س < ١٥

أ) ٩ ب) ٨ ج) ١٠ د) ١٢

٦) س : زاوية حادة ، جتا س = ٣ طا س فإن طا س :

أ) ٥ ب) ٢ ج) ٣ د) $\frac{١}{٣}$

٧) ∆ ب ح د مثلث قائم الزاوية في ب ، ق (∠ ح) = ٣٠° ، ب د = ١٠ سم فإن طول ب ح

أ) ٩ ب) ٥ ج) ٢ د) ٨

٨) القيمة العددية للمقدار جتا ٣١° - طا ٥٩° :-

أ) ١ ب) صفراً ج) ٩٠ د) ٢٨

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٩) القيمة العددية للمقدار $٤ \text{ ظا } ٤٥^\circ + \frac{\text{جتا } ٦٠}{\text{ظا } ٣٠}$:-

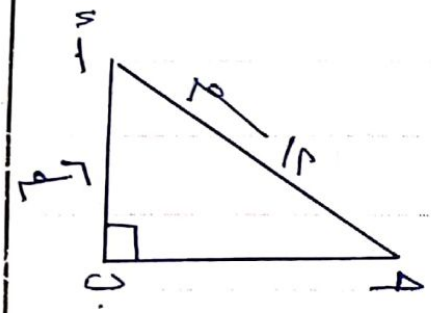
أ) ٢ ب) ٣ ج) ٤ د) ٥

١٠) س : زاوية حادة ، $٤ \text{ جتا}^٢ س = ١$ فإن قيمة س :-

أ) ٥٠ ب) ٣٠ ج) ٣٠ د) ٦٠

١١) ظا س = ٤ فإن ظا (٩٠ - س) :-

أ) ٨ ب) $\frac{١}{٤}$ ج) ٥ د) ٤



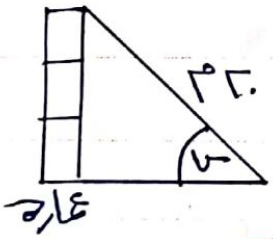
١٢) قياس الزاوية هـ في الشكل المجاور

أ) ٣٠ ب) ٦٠

ج) ٥٠ د) ٤٥

١٣) س زاوية حادة ، جتا س = جا س فإن قيمة س :-

أ) ٤٥° ب) ٦٠ ج) ٣٠ د) ٨٩



١٤) اعتماداً على الشكل المجاور ، جا س = ٥٠ ،
فإن ارتفاع العارة

أ) ١٤ م ب) ٨ م ج) ١٥ م د) ١٠ م

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

١٥) جا ٥٥ = ٨٢٠ ، فإن جتا ٣٥ :-

أ) ٨٢٠ ب) ٨٠ ج) ١١٧ د) ٤٢

السؤال (٣) :-

أ ب هـ مثلث قائم الزاوية في ب ، فيه أ ب = ١٢ سم

أ هـ = ١٣ سم ، جد :-

١) جا أ ٢) جتا هـ ٣) ظا أ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال (٣) :-

(س) زاوية حادة ، وكان جتا(٩٠-س) = ٣و٠ جد :-

١) جتاس ٢) جاس ٣) ظاس

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

السؤال (٤) :-

جد (المتقة العددية لـ :-

١) جتا٢٠ + جتا٨٠ ٢) $\frac{\text{جا}٣٥}{\text{جتا}٥٥}$ ٣) ظا٢١ × ظا٦٩

السؤال (٥) :-

(س) زاوية حادة ، جاس = $\frac{٤}{٥}$ جد جتاس ، ظاس

السؤال (٦) :-

(س) زاوية حادة ، ظاس = ٤ جد جاس ، جتاس

السؤال (٧) :- حل المثلث القائم الزاوية في كل مما يلي :-

١) أ ب جـ مثلث قائم في ب ، فيه أجـ = ٥ سم ، أ ب = ٣ سم

٢) س ص ع قائم الزاوية في ص ، فيه س ع = ٨ سم ، وقياس الزاوية ع يساوي ٦٠°

٣) أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، فيه جاجـ = $\frac{١}{٢}$ ، أ ب = ٧ سم

السؤال (٨) :-

١) يبعد رجل ٣٠ م عن قاعدة عمود نحل صباحاً ، قام الرجل بقياس زاوية ارتفاع الصباح فكانت ٤٥° ، جد ارتفاع الصباح عن الأرض .

٢) رصد علي من قمة جبل ارتفاعه ٥٠٠ م هارف بزاوية انخفاض ٦٠° ، ما المسافة بين قاعدة الجبل وموقع الهارف

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال (٩) :-

س زاوية حادة ، ٧ جتا س = ١٠ جا س جد :-

١) ظا س ٢) قتا س ٣) قتا الزاوية س

السؤال (١٠) :-

شاهد شخص يركب طائرة عمودية ارتفاعها ٦٠٠ م عن سطح البحر سفينتين أ ، ب (كما في الشكل) فإذا كانت زاويتا انخفاضهما ٤٥ ، ٣٧ على الترتيب

١) جد المسافة بين أ ، ب

٢) جد المسافة بين الطائرة والسفينة ب . علمًا بأن :-

ظا ٣٧ = ٠,٧٥ ، جا ٣٧ = ٠,٦ ، جتا ٣٧ = ٠,٨

ظا ٤٥ = ١ ، جا ٤٥ = ٠,٧ ، جتا ٤٥ = ٠,٧

السؤال (١١) :-

أ ب ﻫ قائم الزاوية في ب منه $\overline{أب} = ٩$ سم ، $\overline{أﻫ} = ١٥$ سم جد :-

١) جا^{٢} أ + جتا^{٢} أ ٢) جتا^{٢} (٩٠ - أ) ٣) جا (٩٠ - أ)

السؤال (١٢) : أي الجمل الآتية صحيحة :-

١) قانون ظا الزاوية الحادة هو المقابل / المجاور

٢) القيمة العددية للمقدار ظا ٣٥ × ظا ٥٥ هو (١)

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

السؤال (١٣) :- أ ب ﻫ متطابق الضلعين أ ب = أ ﻫ = ١٣ سم ، ب ﻫ = ٢٤ سم جد :-

١) جا ب ٢) جتا ب ٣) ظا ﻫ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال (١٤) :-

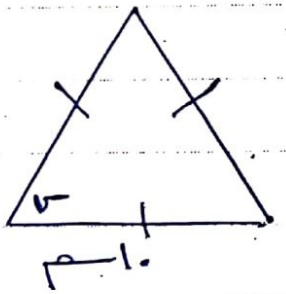
١) $ABCD$ بـ متوازي مستطيل فيه $AB = ٤$ سم ، $AD = ٣$ سم
جد $m(\angle BAC)$ ، $m(\angle BDC)$

٢) ABC مثلث قائم الزاوية في B فيه $AB = BC$
اثبت ان $\tan(\angle BAC) = \frac{١}{٢}$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

٣) $m(\angle A) = ٤٣^\circ$ ، $\tan ٧٠ = ٢٫٧٤٣$
جد قيمة $٣ \tan ٥٠ + ٢ \tan ٢٠$

السؤال (١٥) :-

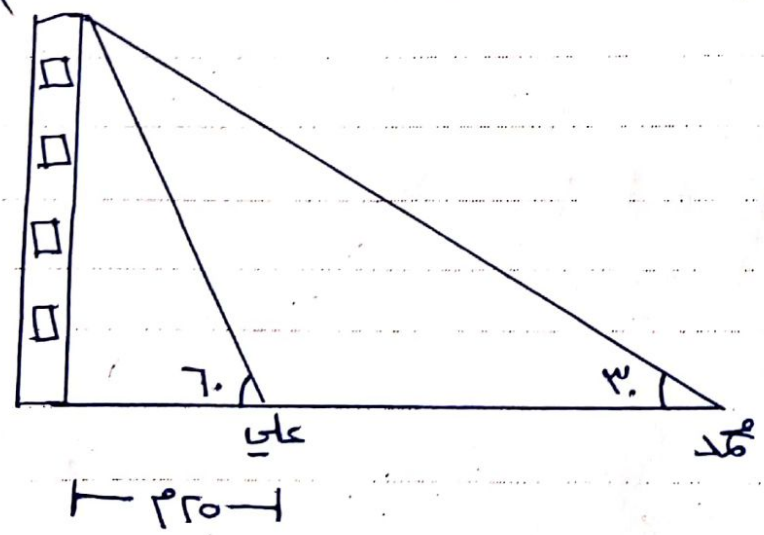


١) بالاعتماد على المثلث المجاور
جد $\tan س$ ، $\tan س$ ، $\sin س$

٢) جد قيمة $\sin^٢ ٢٠ - \tan ٧٠$

٣) حل المثلث $ل م ن$ القائم الزاوية في $م$ فيه $م ن = ٥$ سم
قياس الزاوية $ن = ٤٠^\circ$ ($\sin ٤٠ = ٠٫٦٤٣$ ، $\tan ٤٠ = ٠٫٨٣٩$ ، $\sin ٤٠ = ٠٫٧٧$)

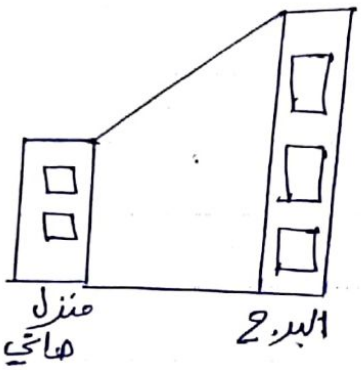
٤) جد المسافة بين علي ومحمد



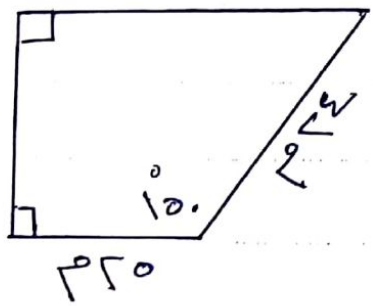
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال (١٦) :-

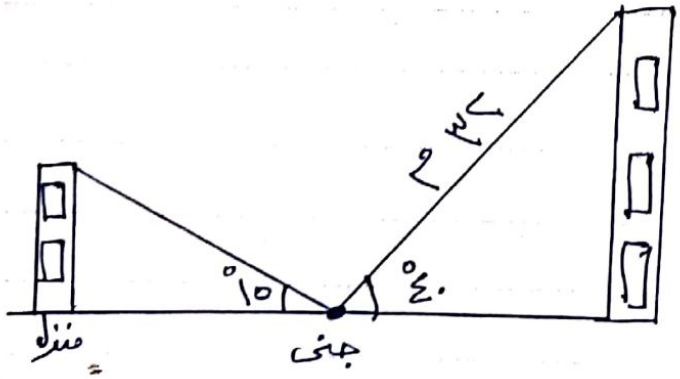
١) رصد هاني قمة برج ارتفاعه ٣٠ م من فوق منزل الذي يبعد عن البرج ٢٠ م فكانت زاوية ارتفاعه ٤٠° جد ارتفاع منزل هاني



٢) يمثل الشكل المجاور قطعة ارض على شكل شبه منحرف احسب محيط قطعة الارض.



٣) رصدت جنى قمة برج من منتصف المسافة بين البرج ومنزلها بزاوية ارتفاع ٤٠° واعلى منزلها بزاوية ١٥° اذا كانت المسافة بين جنى وقمة البرج ٣٢ م جد ارتفاع منزل جنى.



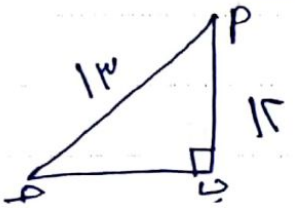
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الاجابات

السؤال (١) :-

١) أ ٢) د ٣) ب ٤) أ ٥) جـ ٦) د ٧) ب
٨) ب ٩) د ١٠) د ١١) ب ١٢) أ ١٣) أ ١٤) د ١٥) أ

السؤال (٢) :-



$(١٣)^{٢} = (١٢)^{٢} + (ب ص)^{٢}$

$١٦٩ = ١٤٤ + (ب ص)^{٢}$

$-١٤٤ \quad -١٤٤$

$٢٥ = (ب ص)^{٢} \leftarrow ب ص = ٥$

$ما P = \frac{٥}{١٣}$ ، $متا هـ = \frac{٥}{١٣}$ ، $ظا P = \frac{٥}{١٢}$

السؤال (٣) :-

رأفت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

$متا(٩٠ - ر) = ما ر = ٠,٣$

$ما^{٢}ر + متا^{٢}ر = ١$

$٠,٠٩ + متا^{٢}ر = ١$

$-٠,٠٩ \quad -٠,٠٩$

$متا^{٢}ر = ٠,٩١ \leftarrow متا ر = \sqrt{٠,٩١} = \frac{\sqrt{٩١}}{١٠}$

$ظا ر = \frac{ما ر}{متا ر} = \frac{٠,٣}{\frac{\sqrt{٩١}}{١٠}} = \frac{٣}{\sqrt{٩١}}$

السؤال (٤) :-

١) $متا^{٢}١٠ = ما^{٢}(٩٠ - ١٠) = ما^{٢}٨٠$

$ما^{٢}٨٠ + متا^{٢}٨٠ = ١$

٢) $\frac{متا(٩٠ - ٣٥)}{متا٥٥} = \frac{متا٥٥}{متا٥٥} = ١$

٣) $\frac{ما٢١}{متا٢١} \times \frac{ما٦٩}{متا٦٩}$

$= \frac{متا(٩٠ - ٢١)}{ما(٩٠ - ٢١)} \times \frac{ما٦٩}{متا٦٩}$

$= \frac{متا٦٩}{ما٦٩} \times \frac{ما٦٩}{متا٦٩} = ١$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال (٥)

$$\text{جا}^2 س + \text{جتا}^2 س = 1$$

$$\frac{16}{25} + \text{جتا}^2 س = 1$$

$$\text{جتا}^2 س = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

$$\text{جتا} س = \frac{3}{5}$$

$$\text{طا} س = \frac{\text{جا} س}{\text{جتا} س} \div \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$$

السؤال (٦)

$$\text{طا} س = 4 = \frac{\text{جا} س}{\text{جتا} س} \quad \text{بالقسمة}$$

$$\text{جا} س = 4 \text{ جتا} س \quad \text{ومنها :-}$$

$$\text{جا}^2 س + \text{جتا}^2 س = 1$$

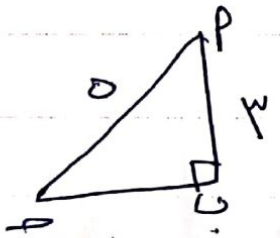
$$16 \text{ جتا}^2 س + \text{جتا}^2 س = 1$$

$$17 \text{ جتا}^2 س = 1$$

$$\text{جتا}^2 س = \frac{1}{17} \rightarrow \text{جتا} س = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\text{جا} س = 4 \times \frac{1}{\sqrt{17}} = \frac{4}{\sqrt{17}}$$

السؤال (٧) :-



١) $(\text{أ جـ})^2 = 9 + (\text{ب جـ})^2$

$$-9 \quad -9$$

$$(\text{ب جـ})^2 = 16$$

ب جـ = ٤ سم

$$\text{جا} \theta = \frac{3}{5} = 0.6 \quad \text{باستخدام الآلة الحاسبة}$$

$$\theta = 36.87^\circ$$

$$\text{ق}(\angle \text{أ}) = 180 - (90 + 36.87)$$

$$= 53^\circ$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢) $\text{ظا}٦٠ = \frac{\text{ص ع}}{٨} = \frac{١}{٢}$ بالضرب

$٢ \times \text{ص ع} = ٨$

$\text{ص ع} = ٤$ سم

$(\text{ص ع})^٢ + (\text{ع ب})^٢ = (\text{ص ب})^٢$

$١٦ + ٤٨ = (\text{ص ب})^٢$

$(\text{ص ب})^٢ = ٦٤ \leftarrow \text{ص ب} = \sqrt{٦٤}$

$\text{ق}(\angle \text{ص}) = ١٨٠ - (٩٠ + ٦٠) = ٣٠°$

٣) $\text{ظا}\theta = \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ب}}$

$\frac{١}{٢} = \frac{٧}{\text{أ ب}}$ بالضرب

$\text{أ ب} = ١٤$

فيثاغورس $\leftarrow (\text{أ ح})^٢ = (\text{أ ب})^٢ + (\text{ب ح})^٢$

$١٩٦ = ٤٩ + (\text{أ ب})^٢$

$(\text{أ ب})^٢ = ١٤٧ \leftarrow \text{أ ب} = \sqrt{١٤٧}$

$\text{ظا}\theta = \frac{١}{\sqrt{٣}} \leftarrow \theta = ٣٠°$

$\text{ق}(\angle \text{ح}) = ١٨٠ - (٩٠ + ٣٠) = ٦٠°$

السؤال (٨) :-

١) $\text{جتا}٥٤ = \frac{\text{س}}{٣٠}$

$\frac{\text{س}}{٣٠} = ١$ بالضرب

$\text{س} = ٣٠$ م

٢) $\text{ظا}٦٠ = \frac{٥٠}{\text{س}}$

$\sqrt{٣} = \frac{٥٠}{\text{س}}$ بالضرب

$\sqrt{٣} \times \text{س} = ٥٠$

$\text{س} = \frac{٥٠}{\sqrt{٣}}$ م

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال (9) :

$\frac{\text{ظا}\theta}{\text{جتا}\theta} = \frac{\text{جا}\theta}{\frac{7}{10}\text{جا}\theta} = \frac{\text{جا}\theta}{\frac{10}{7}\text{جا}\theta} = \frac{7}{10}$

$\text{جتا}\theta = \frac{7}{10}\text{جا}\theta \leftarrow \text{ظا}\theta = \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$

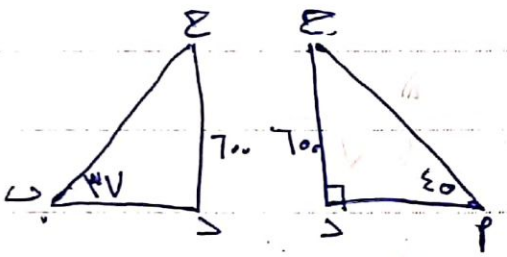
$\text{جا}^2\theta + \text{جتا}^2\theta = 1$

$\text{جا}^2\theta + \frac{100}{49}\text{جا}^2\theta = 1$

$\frac{149}{100}\text{جا}^2\theta = 1 \leftarrow \text{جا}^2\theta = \frac{100}{149} \leftarrow \text{جا}\theta = \frac{10}{\sqrt{149}}$

$\text{جتا}\theta = \frac{7}{10} \times \frac{10}{\sqrt{149}}$

السؤال (10) :



1) $\text{ظا}45° = \frac{600}{\text{ف د}} \leftarrow \text{ف د} = 600$

$\text{ظا}37° = \frac{600}{\text{د ب}}$ بالمثل

$0.75 \times \text{د ب} = 600$

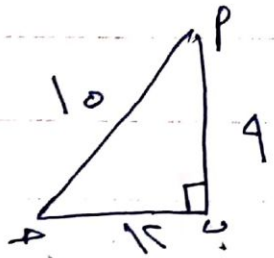
$\text{د ب} = \frac{600}{0.75} = 800$

البعد بين الطائرتان $= 600 + 800 = 1400$ م

2) $\text{ظا}37° = \frac{600}{\text{ه ب}} \leftarrow \text{ه ب} \times 0.75 = 600$

$\text{ه ب} = \frac{600}{0.75} = 1000$ م

السؤال (11) :



$(\text{ب ص})^2 + 81 = 225$

$(\text{ب ص})^2 = 225 - 81 = 144$

$\text{ب ص} = 12$ سم

1) $\text{جا}^2\text{ف} + \text{جا}^2\text{ه} = \frac{144}{225} + \frac{81}{225} = \frac{225}{225} = 1$

2) $\text{جتا}^2\text{ه} = \frac{144}{225}$

3) $\text{جا ه} = \frac{9}{10}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال (١٢) :-

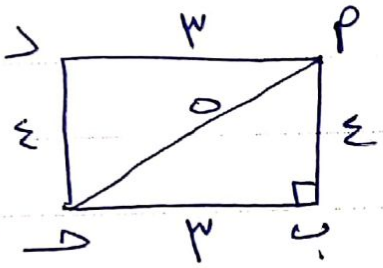
١) ✗ ٢) ✓

السؤال (١٣) :-

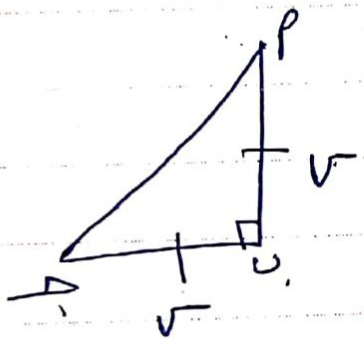
ق(∠ب) = $\frac{٥}{١٣}$ ، ق(∠ب) = $\frac{١٢}{١٣}$

ظا د = $\frac{٥}{١٢}$

السؤال (١٤) :-



① ق(∠م) = $\frac{٤}{٥}$ ، ق(∠د) = $\frac{٣}{٥}$



② (م د)^{٢} = (م ب)^{٢} + (ب د)^{٢} = ٢ ب^{٢}

م د = ب $\sqrt{٢}$

ق(∠د) = $\frac{\text{ب}}{\text{ب}\sqrt{٢}}$ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

③ ق(∠٤٠) = ٠٫٦٤٣

ق(∠٥٠) = ٠٫٦٤٣

ق(∠٧٠) = ٠٫٣٤٢

ق(∠٢٠) = ٠٫٣٤٢

∴ ٣ ق(∠٥٠) + ٢ ق(∠٢٠)

٣ × ٠٫٦٤٣ + ٢ × ٠٫٣٤٢

١٫٩٢٩ + ٠٫٦٨٤ = ٢٫٦١٣

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner