بسم الله الرحمن الرحيم

مدرسة إربد الثانوية للبنين

الامتحان النهائي لمبحث الرياضيات   الصف الثاني ثانوي العلمي

---

(١) $\underset{س \to ٠}{\text{نها}} \dfrac{\text{ظا}\,٣س^{٢} + \text{جا}^{٢}\,٣س}{٢س^{٢}}$ تساوي

أ) ٣   ب) ٦   جـ) ٩   د) ١٢

---

(٢) $\underset{س \to ٣}{\text{نها}} \left([٧ - س] + \dfrac{\sqrt{س^{٢} - ٦س + ٩}}{س^{٢} - ٤س + ٣} \right)$ تساوي

أ) $\dfrac{١}{٢}$ ب) $\dfrac{٣}{٢}$ جـ) $\dfrac{٧}{٢}$ د) غير موجودة

---

(٣) $\underset{س \to ٠}{\text{نها}} \left(\dfrac{\text{جتا}س}{١ - \text{جتا}س} - \dfrac{٢}{\text{جا}^{٢}س} \right)$ تساوي

أ) $\dfrac{١}{٢}$ ب) $\dfrac{-١}{٢}$ جـ) $\dfrac{٣}{٢}$ د) $\dfrac{-٣}{٢}$

---

(٤) $\underset{س \to ٠}{\text{نها}} \dfrac{\text{جا}^{٢}س + ٢\,\text{جتا}^{٢}س - ٢\,\text{جتا}س}{س^{٤}}$ تساوي

أ) صفر   ب) $\dfrac{١}{٢}$ جـ) $\dfrac{١}{٤}$ د) غير موجودة

---

(٥) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} أس^{٢} + ١ & ، [س] = أ \\ أس + ٥ & ، |س| < أ \end{cases}$

جد قيمة أ التي تجعل ق(س) متصلاً على مجاله، حيث أ ∈ ص

أ) ١   ب) صفر   جـ) −١   د) ٢

---

(٦) إذا كانت $\underset{س \to هـ}{\text{نها}} \dfrac{أ\,\text{جا}س - ١}{س - هـ} = ١$ ، حيث هـ ∈ $[٠ ، \frac{\pi}{٢}]$

فإن قيمة هـ تساوي

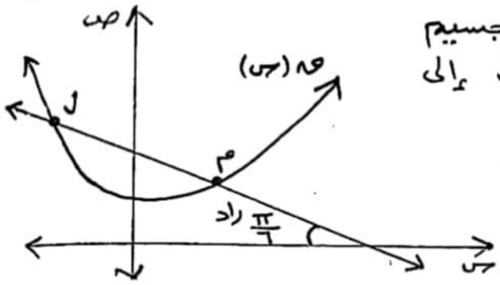
أ) $\dfrac{\pi}{٦}$ ب) $\dfrac{\pi}{٤}$ جـ) $\dfrac{\pi}{٣}$ د) $\dfrac{\pi}{٢}$

---

(٧) إذا كان $ق(س) = (أس - ٢)^{[س]}$ ، جد قيم أ التي تجعل $\underset{س \to ٤}{\text{نها}}$ ق(س) موجودة.

أ) $\{١ ، \frac{١}{٢}\}$ ب) $\{\frac{١}{٢} ، \frac{١}{٤}\}$ جـ) $\{\frac{١}{٤} ، \frac{٣}{٤}\}$ د) $\{\frac{١}{٢} ، \frac{٣}{٤}\}$

(٨) يتحرك جسيم على منحنى ق(س) المرسوم في الشكل أدناه.
أحسب السرعة المتوسطة للجسيم عندما يتحرك من النقطة ل إلى النقطة م .



أ) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ ب) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

ج) $-\sqrt{3}$ د) $\sqrt{3}$

---

(٩) إذا كان معدل التغير في ق(س) = $\sqrt{\text{٢س}+1}$ عندما تتغير س من ٤ إلى ب يساوي $\frac{2}{5}$ ، جد قيمة الثابت ب .

أ) $\frac{1}{2}$ ب) $\frac{3}{2}$ ج) ٨ د) ١٢

---

(١٠) إذا كان مقدار التغير في ق(س) في الفترة [-١ ، -١+هـ] يساوي $\left(\frac{\text{هـ}-4}{\text{هـ}+1}+4\right)$ ، جد ق′(-١) .

أ) -٣ ب) صفر ج) ٤ د) ٥

---

(١١) إذا علمت أن ق(٣) = ٤ ، ق′(٣) = -٤ ، فإن $\lim\limits_{\text{س}\to 3} \frac{\text{س ق(س)} - 12}{\text{س} - 3}$ تساوي

أ) -٨ ب) ٨ ج) صفر د) -١٦

---

(١٢) إذا كان ق(س) = $\sqrt[3]{\text{٢س}-9}$ ، فإن $\lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \frac{\text{ق}(5+7\text{هـ}) - \text{ق}(5-2\text{هـ})}{3\text{هـ}} =$

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٦ د) ٩

---

(١٣) إذا كان ق(س) = $\frac{\text{س}+\text{أ}}{\text{س}+\text{ب}}$ ، وكانت $\lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \frac{4 - \text{ق}(3+\text{هـ})}{\text{هـ}} = 3$
جد قيمة أ×ب . (حيث ب ≠ -٣)

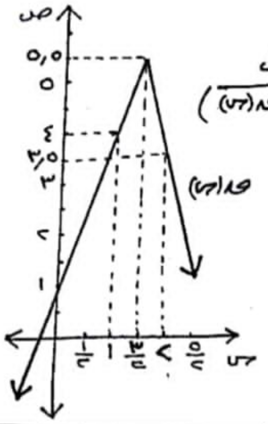
أ) -٢ ب) -٥ ج) ٦ د) ٩

---

(١٤) إذا كانت $\lim\limits_{\text{س}\to \frac{1}{2}} \frac{\text{ق(س)} - 8}{\text{٢س} - 1} = 2$ ، ق(س) كثير حدود ،
فإن $\frac{d}{d\text{س}}\left(\text{ق}^2\left(\frac{1}{\sqrt{\text{س}}}\right)\right)$ عندما س = ٤ تساوي

أ) -٤ ب) ٤ ج) $-\frac{1}{2}$ د) $\frac{1}{2}$

(١٥) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) ، إذا كانت ص = ق($\sqrt{ق(س)}$) فإن $\frac{دص}{دس}\Big|_{س=١}$ تساوي



أ) −٣
ب) −٤
جـ) $\frac{٣}{٤}$
د) $\frac{٣}{٢}$

---

(١٦) ق(س) = $\sqrt{س}\left(س + \frac{١}{\sqrt{س}}\right)$ ، جد قيمة $\frac{د}{دس}\left(\frac{\sqrt{س}}{ق(س^٢)}\right)\Big|_{س=١}$ ؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٤}$ جـ) $-\frac{١}{٢}$ د) $-\frac{١}{٤}$

---

(١٧) إذا كان ق اقتران قابل للاشتقاق وكان ق(ظا π س^٢) = $\frac{\pi}{س^٢}$ حيث س $\in$ (٠، ١] ، جد قيمة ق$'$(١) .

أ) ٤ ب) −١٦ جـ) −٨ د) ١٦

---

(١٨) إذا كان ص = $\frac{ن-١}{ن+١}$ ، س = $\frac{(ن+١)^٢}{ن^٢-١}$ ،

جد $\frac{د^٢ص}{دس^٢}$ عندما س = ٢

أ) $\frac{١}{٨}$ ب) $\frac{١}{٢\sqrt{٢}}$ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{١}{٤}$

---

(١٩) إذا كان ص^٢ = $\frac{س}{س+٢}$ ، فإن س^٢ ص$'$ تساوي

أ) ص ب) −ص جـ) −ص^٣ د) ص^٣

---

(٢٠) إذا كان ل(س) = جاس ، و كان ق$'$ اقتران قابل للاشتقاق و $\lim\limits_{هـ \to ٠} \frac{ق'(٠) - ق'(٢هـ)}{هـ} = ٦$.

جد قيمة (ق∘ل$'$)$''$($\frac{\pi}{٢}$) ؟

أ) صفر ب) −٣ جـ) −١ د) ٣

(٢١) إذا كان $ع(س) = جا^{٢}(\frac{\pi س}{٤م})$ ، حيث $م \neq$ صفر .
وكان هـ اقتران قابل للاشتقاق يحقق $هـ(١) = م$ ، $هـ'(١) = ٢$.
وكان $(ع \circ هـ)(س) = م س^{٢} + \frac{١}{س} - \frac{جا(\pi س)}{٢م}$.
جد قيمة الثابت م .

أ) ٤ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\frac{١}{٤}$

---

(٢٢) إذا كان $ص = ل(س)$ وكانت $ل(٢) = ١$.
ع اقتران قابل للاشتقاق حيث $ع(س ص) = ع(س) + ع(ص)$ ،
وكانت $ع'(١) = -١ = ع'(٢)$. فإن $ل'(٢)$ تساوي

أ) صفر ب) ٢ ج) -٢ د) -١

---

(٢٣) أي الاقترانات التالية قابل للاشتقاق عند س = صفر .

أ) $ع(س) = |س^{٣}|$ ب) $هـ(س) = [س]$
ج) $ق(س) = \frac{جاس}{س}$ د) $ل(س) = |س|$

---

(٢٤) إذا كانت $ص = \frac{١}{١ + س^{٢}}$ ، $س ظاهـ = ١$ ،
فإن $\frac{دص}{دهـ}$ تساوي

أ) ظا٢هـ ب) جا٢هـ ج) ظتاهـ د) جتا٢هـ

---

(٢٥) ليكن $س = ظا(س + ص)$ ، ما قيمة س التي
يكون عندها $صَ قا^{٤}(س+ص) = ٤$ ؟

أ) ٢ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) $-\frac{١}{٢}$ د) -٢

انتهت الأسئلة

معلمو ثانوية اربد للبنين

عاطف الزميلي نائل أبو لبده
محمد طعامنة محمود القرم
عماد أبو الخيل عبداللطيف يوسف

الاجابات النموذجية

١) $\underset{س \to 0}{\text{نها}} \left(\frac{\text{ظا}\, ٣س^2}{٢س^2} + \frac{\text{جا}^2 ٣س}{٢س^2} \right) = \frac{٣}{٢} + \frac{٩}{٢} = \frac{١٢}{٢} = ٦$ (ب)

٢) $\underset{س \to ٣^+}{\text{نها}} \frac{\cancel{(س-٣)}}{\cancel{(س-٣)}(س-١)} + ٣ = \frac{١}{٢} + ٣ = \frac{٧}{٢}$

$\underset{س \to ٣^-}{\text{نها}} \frac{-\cancel{(س-٣)}}{\cancel{(س-٣)}(س-١)} + ٤ = \frac{-١}{٢} + ٤ = \frac{٧}{٢}$ (ج)

٣) $\underset{س \to 0}{\text{نها}} \frac{\text{جتا}^2 س + \text{جتا}\, س}{\text{جا}^2 س} - \frac{٢}{\text{جا}^2 س} = \underset{س \to 0}{\text{نها}} \frac{\text{جتا}^2 س + \text{جتا}\, س - ٢}{\text{جا}^2 س} = \underset{س \to 0}{\text{نها}} \frac{(\text{جتا}\, س - ١)}{\text{جا}^2 س} \times (\text{جتا}\, س + ٢)$

$= \underset{س \to 0}{\text{نها}} \frac{-٢\,\text{جا}^2 (\frac{س}{٢})}{\text{جا}^2 س} \times ٣ = \frac{-١}{٢} \times ٣ = \frac{-٣}{٢}$ (د)

٤) $\underset{س \to 0}{\text{نها}} \frac{\text{جتا}^2 س - ٢\,\text{جتا}\, س + ١}{س^4} = \underset{س \to 0}{\text{نها}} \left(\frac{\text{جتا}\, س - ١}{س^2} \right)^2 = \left(\frac{-١}{٢} \right)^2 = \frac{١}{٤}$ (ج)

٥) $\underset{س \to أ^+}{\text{نها}}\, ق(س) = أ^3 + ١$

$\underset{س \to أ^-}{\text{نها}}\, ق(س) = أ^2 + ٥$

$\Leftarrow \quad أ^3 + ١ = أ^2 + ٥$

$أ^3 - أ^2 - ٤ = 0$

$أ = ٢$ (د)

٦) $أ\,\text{جا}\, هـ - ١ = 0 \Leftarrow أ = \frac{١}{\text{جا}\, هـ}$

$\underset{س \to هـ}{\text{نها}} \frac{١ - \frac{\text{جا}\, س}{\text{جا}\, هـ}}{س - هـ} = \underset{س \to هـ}{\text{نها}} \frac{\text{جا}\, هـ - \text{جا}\, س}{(س - هـ)\,\text{جا}\, هـ} = \underset{س \to هـ}{\text{نها}} \frac{\boxed{٢\,\text{جا}(\frac{هـ-س}{٢})}\,\text{جتا}(\frac{س+هـ}{٢})}{\boxed{(س-هـ)}\,\text{جا}\, هـ}$

$= \cancel{٢} \times \frac{١}{\cancel{٢}} \times \frac{\text{جتا}\, هـ}{\text{جا}\, هـ}$

$= \text{ظتا}\, هـ$

$\text{ظتا}\, هـ = ١$

$هـ = \frac{\pi}{٤}$ (ب)

٧) $\underset{س \to ٤^+}{\text{نها}}\, ق(س) = (٤أ - ٢)^4$

$\underset{س \to ٤^-}{\text{نها}}\, ق(س) = (٤أ - ٢)^3$

$\Leftarrow \quad (٤أ - ٢)^4 = (٤أ - ٢)^3$

$أ = \frac{١}{٢} \text{ ، } \frac{٣}{٤}$ (د)

٨) $ع = \text{ظا}\, \frac{٥\pi}{٦} = \frac{-١}{\sqrt{٣}}$ (أ)

٩) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(٤) - ق(ب)}{٤ - ب} = \frac{\sqrt{٢ب+١} - ٣}{٤ - ب} = \frac{٢}{٥}$

$٥\sqrt{٢ب+١} = ٢ب + ٧$

$ب = \frac{٣}{٢}$ (ب)

(٢١) ق'(س) = ٢ جا$\left(\frac{\pi س}{٤م}\right)$ جتا$\left(\frac{\pi س}{٤م}\right)$ × $\frac{\pi}{٤م}$ = $\frac{\pi}{٤م}$ جا$\left(\frac{\pi س}{٢م}\right)$

هـ'(س) × ق'(هـ(س)) = ٢م س − $\frac{١}{س^٢}$ − $\frac{\pi}{٢م}$ جتا(π س)

$\boxed{س = ١}$ ⇐ ق'(م) = ٢م − ١ + $\frac{\pi}{٢م}$

$\cancel{\frac{\pi}{٢م}}$ = ٢م − ١ + $\cancel{\frac{\pi}{٢م}}$

م = $\frac{١}{٢}$ (ب)

---

(٢٢) ق'(س ص)(س ص' + ص) = ق'(س) + ق'(ص) × ص'

$\boxed{س = ٢}$

ق'(٢ × ل(٢)) × (٢ ل'(٢) + ل(٢)) = ق'(٢) + ق'(ل(٢)) × ل'(٢)

ق'(٢) × (٢ ل'(٢) + ١) = ق'(٢) + ق'(١) × ل'(٢)

−١ × (٢ ل'(٢) + ١) = −١ + − ل'(٢)

−٢ ل'(٢) $\cancel{−١}$ = $\cancel{−١}$ − ل'(٢)

ل'(٢) = ٠ (أ)

---

(٢٣) (أ) متصل و ق'$_+$(٠) = ق'$_-$(٠) (أ)

---

(٢٤) ص = $\frac{١}{١ + ظتا^٢ هـ}$ = $\frac{١}{قتا^٢ هـ}$ = جا²هـ

$\frac{دص}{دهـ}$ = ٢ جاهـ جتاهـ = جا٢هـ (ب)

---

(٢٥) ⇐ ١ = قا²(س + ص) × (١ + ص')

⇐ ٠ = $\cancel{قا^٢(س+ص)}$ × ص'' + (١ + ص')² × ٢ $\cancel{قا^٢(س+ص)}$ ظا(س + ص)

٠ = ص'' + $\frac{١}{قا^٤(س+ص)}$ × ٢س

٠ = قا⁴(س + ص) ص'' + ٢س

ص'' قا⁴(س + ص) = −٢س

٤ = −٢س

س = −٢ (د)

(16) $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}\sqrt{\text{س}} + 1 = \text{س}^{\frac{3}{2}} + 1$

$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{3}{2}\sqrt{\text{س}}$

$\frac{d}{d\text{س}}\left(\frac{\sqrt{\text{س}}}{\text{ق}(\text{س}^2)}\right)\Bigg|_{\text{س}=1} = \frac{\text{ق}(\text{س}^2) \times \frac{1}{2\sqrt{\text{س}}} - \sqrt{\text{س}} \times \text{ق}'(\text{س}^2) \times 2\text{س}}{(\text{ق}(\text{س}^2))^2}\Bigg|_{\text{س}=1}$

$= \frac{\text{ق}(1) \times \frac{1}{2} - \text{ق}'(1) \times 2}{(\text{ق}(1))^2} = \frac{2 \times \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \times 2}{(2)^2}$

$= \frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2}$ (ج)

---

(17) $\text{ق}'(\text{ظا}\,\pi\text{س}) \times \text{قا}^2\,\pi\text{س} \times \pi = \frac{-2\pi}{\text{س}^3}$

$\boxed{\text{س} = \frac{1}{4}}$ $\text{ق}'(1) \times 2 \times \pi = -16\pi$

$\text{ق}'(1) = \frac{-16\pi}{2\pi} = -8$ (ج)

---

(18) $\text{ص} \times \text{س} = 1 \Leftarrow \text{ص} = \frac{1}{\text{س}} \Leftarrow \text{ص}' = \frac{-1}{\text{س}^2}$

$\frac{d^2\text{ص}}{d\text{س}^2}\Bigg|_{\text{س}=2} = \frac{2}{\text{س}^3}\Bigg|_{\text{س}=2} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ (د)

---

(19) $2\text{ص}\,\text{ص}' = \frac{2}{(\text{س}+2)^2} \Leftarrow \text{ص}\,\text{ص}' = \frac{1}{(\text{س}+2)^2}$

$\text{س}^2\,\text{ص}\,\text{ص}' = \left(\frac{\text{س}}{\text{س}+2}\right)^2$

$\Leftarrow \text{س}^2\,\text{ص}\,\text{ص}' = \text{ص}^4 \Leftarrow \text{س}^2\,\text{ص}' = \text{ص}^3$ (د)

---

(20) $\text{ل}(\text{س}) = \text{جاس} \Leftarrow \text{ل}'(\text{س}) = \text{جتاس} \Leftarrow \text{ل}''(\text{س}) = -\text{جاس} \Leftarrow \text{ل}'''(\text{س}) = -\text{جتاس}$

$\text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{\text{ق}'(0) - \text{ق}'(0+2\text{هـ})}{\text{هـ}} = -2\text{ق}''(0) = 6 \Leftarrow \text{ق}''(0) = -3$

$(\text{ق} \circ \text{ل}')'(\text{س}) = \text{ق}'(\text{ل}'(\text{س})) \times \text{ل}''(\text{س})$

$(\text{ق} \circ \text{ل}')''(\text{س}) = \text{ق}'(\text{ل}'(\text{س})) \times \text{ل}'''(\text{س}) + \text{ل}''(\text{س}) \times \text{ق}''(\text{ل}'(\text{س})) \times \text{ل}''(\text{س})$

$(\text{ق} \circ \text{ل}')''(\frac{\pi}{2}) = \text{ق}'(0) \times 0 + \left(\text{ل}''(\frac{\pi}{2})\right)^2 \times \text{ق}''(0)$

$= (-1)^2 \times \text{ق}''(0)$

$= 1 \times -3$

$= -3$ (ب)

(١٠) $ق'(-1) = \lim_{هـ \to 0} \frac{\frac{هـ - 4}{هـ + 1} + 4}{هـ} = 5$ (د)

---

(١١) $\lim_{س \to 3} \frac{س\,ق(س) - 3ق(س) + 3ق(3) - 12}{س - 3} = \lim_{س \to 3} ق(س) + 3 \lim_{س \to 3} \frac{ق(س) - 4}{س - 3}$

$= ق(3) + 3\,ق'(3)$

$= 4 + 3 \times -4 = 4 + -12 = -8$

(أ)

---

(١٢) $ق'(س) = \frac{1}{3}(2س - 9)^{-\frac{2}{3}} \times 2 = \frac{2}{3\sqrt[3]{(2س-9)^2}}$

$3\,ق'(5) = 3 \times \frac{2}{3} = 2$ (أ)

---

(١٣) $ق(3) = 4$ ، $ق'(3) = -3$

$ق'(س) = \frac{ب - أ}{(س + ب)^2}$ $\Leftarrow$ $\frac{3 + أ}{3 + ب} = 4$

$\boxed{أ = 4ب + 9}$

$\frac{ب - أ}{(3 + ب)^2} = \frac{ب - 4ب - 9}{(3 + ب)^2} = \frac{-3ب - 9}{(3 + ب)^2} = \frac{-3}{3 + ب} = -3$

$(ب \neq -3)$

$3 + ب = 1$

$ب = -2$

$أ = -8 + 9 = 1$

$أ \times ب = 1 \times -2 = -2$ (أ)

---

(١٤) $\lim_{س \to \frac{1}{2}} \frac{ق(س) - 8}{س - \frac{1}{2}} = ق'(\frac{1}{2}) = 4$

$ق(\frac{1}{2}) = 8$

$\frac{دص}{دس} = ق^2{}'(\frac{1}{\sqrt{س}}) = \cancel{2}\,ق(\frac{1}{\sqrt{س}}) \times ق'(\frac{1}{\sqrt{س}}) \times \frac{-1}{\cancel{2}} \times \frac{1}{س\sqrt{س}} \Big|_{س=4}$

$= -ق(\frac{1}{2}) \times ق'(\frac{1}{2}) \times \frac{1}{8}$

$= -\cancel{8} \times 4 \times \frac{1}{\cancel{8}} = -4$ (أ)

---

(١٥) $\frac{دص}{دس} = ق'(\sqrt{ق(س)}) \times \frac{ق'(س)}{2\sqrt{ق(س)}} \Big|_{س=1}$

$= ق'(2) \times \frac{ق'(1)}{4}$

$= -4 \times \frac{3}{4}$

$= -3$ (أ)

$ق'(1) = \frac{4 - 1}{1 - 0} = 3$

$ق'(2) = \frac{9.5 - 3.5}{\frac{1}{2} - 2} = -4$