الرياضيات

الصف العاشر - كتاب الطالب

الفصل الدراسي الأول

10

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

يوسف سليمان جرادات   إبراهيم عقله القادري   هيثم زهير مرشود

نفين أحمد جوهر (منسقًا)

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

06-5376262 / 237   06-5376266   P.O.Box: 2088 Amman 11941

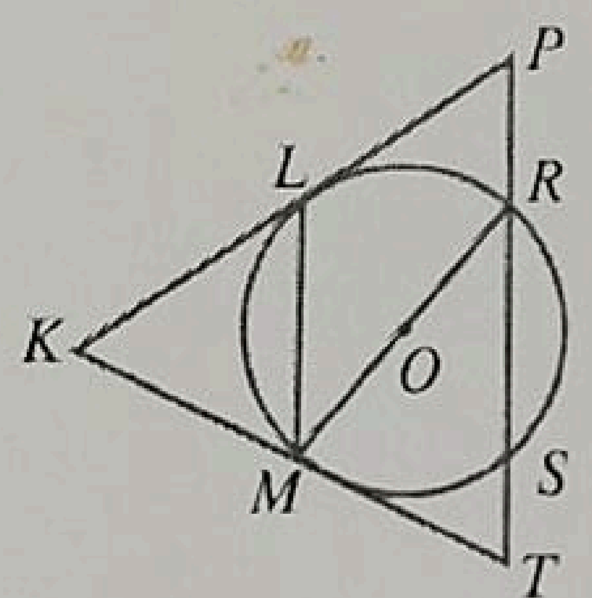
@nccdjor   feedback@nccd.gov.jo   www.nccd.gov.jo

الصف العاشر الوحدة الثانية الدائرة	الدرس الاول : 1 اوتار الدائرة واقطارها ومماساتها	الاستاذ هاني العليمات 0791591071 Hani olimat Tch hani olimat

كتاب الطالب صفحة 42 + 43 + 44

أتدرّب وأحلّ المسائل

يُمثّلُ الشكلُ المجاورُ دائرةً مركزُها O. أُسمّي:

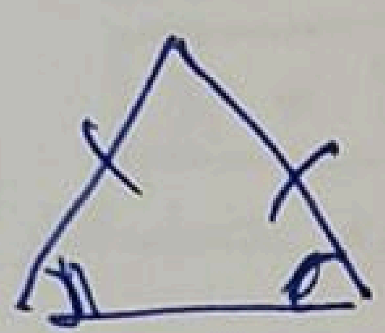


1 نصفَيْ قُطْرَيْنِ. $\overline{OM}, \overline{OR}$

2 وترَيْنِ. $\overline{LM}, \overline{RS}$

3 مماسَّيْنِ. $\overline{KP}, \overline{KT}$

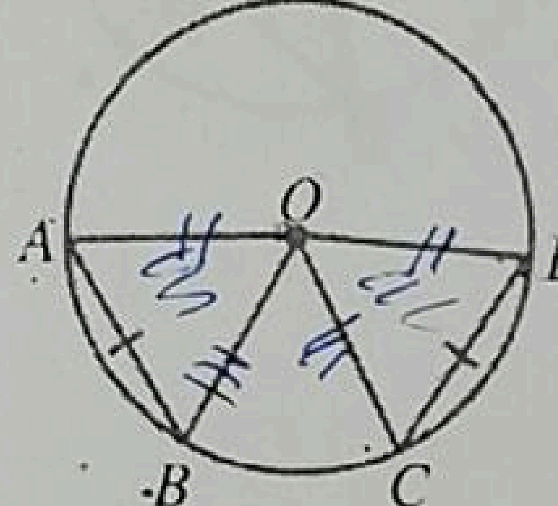
4 قاطعًا. $\overline{PT}$



$\overline{AB}$ وَ $\overline{CD}$ وترانِ لهُما الطولُ نفسُهُ في دائرةٍ مركزُها O:

5 ما نوعُ المثلثِ AOB؟ أُبرِّرُ إجابتي.

مثلث متطابق الضلعان ($OB \equiv OA$ انصاف اقطار



6 هلِ المثلثانِ AOB وَ COD مُتطابِقانِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

نعم متطابقان

الاثبات : $AO \equiv OD$ انصاف اقطار

$OC \equiv OB$ انصاف اقطار

$AB \equiv DC$ معطيات ⟸ يتطابق المثلثان بثلاثة اضلاع

7 إذا كانَ قياسُ الزاويةِ OAB هوَ 65°، فما قياسُ الزاويةِ COD؟

$M\angle CoD = M\angle OBA = 65$

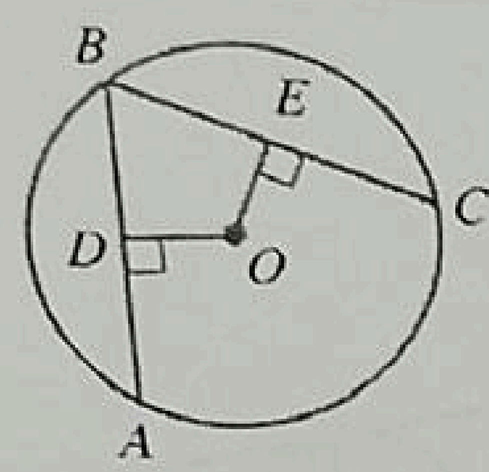
$\Rightarrow M\angle BoA = 180 - (65+65)$

$= 180 - 130 = 50$

وبما ان المثلثان متطابقان ⟸

$M\angle CoD = 50^\circ$

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat



8 جَبْرٌ: في الشكلِ المجاورِ، $\overline{AB}$ وَ $\overline{CB}$ وترانِ مُتطابِقانِ في دائرةٍ مركزُها O.
إذا كانَ $OE = x + 9$ ، وَ $OD = 3x - 7$ ، فما قيمةُ x؟

$\overline{OD} = \overline{OE}$ (نظرية ١ صفحة 37)

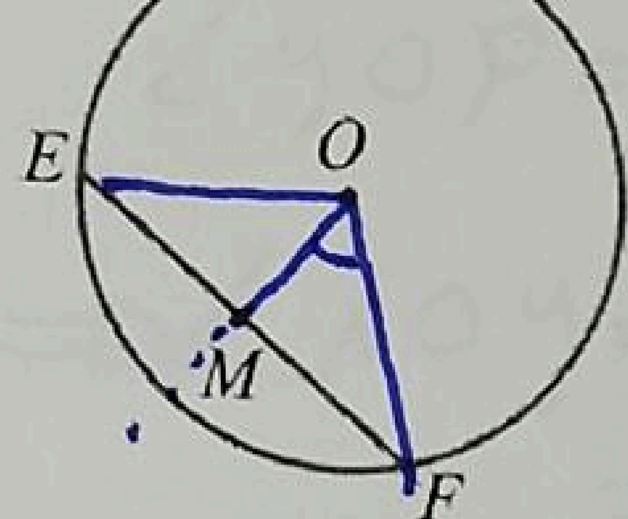
$\Rightarrow 3x - 7 = x + 9$

$3x - x = 9 + 7$

$2x = 16$

$\boxed{x = 8}$

في الشكلِ المجاورِ، $\overline{EF}$ وترٌ في دائرةٍ مركزُها O، والنقطةُ M هيَ منتصفُ الوترِ $\overline{EF}$:



9 هلِ المثلثانِ EOM، وَ FOM مُتطابِقانِ؟ أُبرِّرُ إجابتي. نعم متطابقان

نبحث التطابق ⇐ $OE \equiv OF$ انصاف اقطار

$EM \equiv MF$ معطيات

$OM \equiv OM$ ضلع مشترك

⇐ يتطابق المثلثان بثلاثة اضلاع

10 هلِ الزاويةُ EMO قائمةٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي. نعم قائمة

حسب النظرية (3) نصف قطر عمود منتصف وتر.

⇐ $\angle EMO$ قائمة

11 إذا كانَ قياسُ الزاويةِ MOF هوَ $72°$، فما قياسُ الزاويةِ MEO؟ أُبرِّرُ إجابتي.

$\triangle MOF \equiv \triangle MOE$

$\Rightarrow \angle MOF = \angle MOE = 72$

$\Rightarrow \angle FOE = 72 + 72 = 144$

$\triangle$ ~~MOF~~ $\triangle EFO$ متطابق الضلعان

$\Rightarrow \angle E + \angle F + \angle O = 180$

$x + x + 144 = 180$

$2x + 144 = 180 \Rightarrow 2x = 180 - 144$

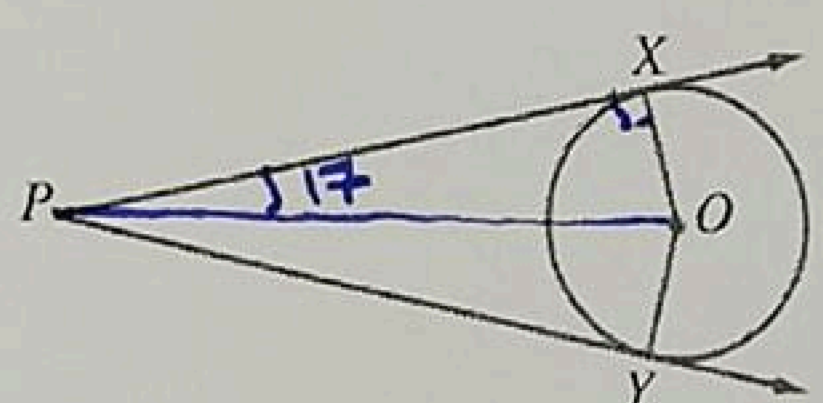
$2x = 36 \Rightarrow \boxed{x = 18} \Rightarrow \boxed{\angle MEO = 18°}$

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

في الشكلِ المجاورِ، $\overrightarrow{PX}$ وَ $\overrightarrow{PY}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها O:

12 هلْ قياسُ الزاويةِ PXO هوَ $90°$؟ أُبرِّرُ إجابتي. نعم قائمة

((المماس يكون عمودي على نصف القطر المار في نقطة التماس



13 أُبيِّنُ أنَّ المثلثَيْنِ XPO وَ YPO مُتطابِقانِ.

نبحث التطابق :

$PX \equiv PY$ (مماسين من نقطة خارجية)
$OX \equiv OY$ انصاف اقطار
$PO \equiv PO$ ضلع مشترك

$\Rightarrow \Delta YPO \equiv \Delta PXO$

14 إذا كانَ قياسُ الزاويةِ XPO هوَ $17°$، فما قياسُ الزاويةِ XOY؟

في ΔPXO مجموع الزوايا $= 180°$

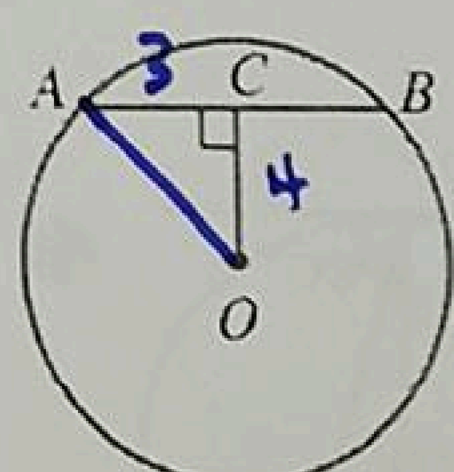
$90 + 17 + \angle XOP = 180$

$\Rightarrow \angle XOP = 73$

$\Delta YPO \equiv \Delta PXO$

$\angle YOP = \angle XOP = 73°$

$\Rightarrow \angle XOY = 73 + 73$
$= 146°$



15 في الشكلِ المجاورِ، $\overline{AB}$ وترٌ طولُهُ 6 cm في دائرةٍ مركزُها O. إذا كانَ قياسُ الزاويةِ ACO هوَ $90°$، وَ $OC = 4$ cm، فما طولُ نصفِ قُطرِ الدائرةِ؟

ندرس ΔACO نصف قطر بحيث يكون

$AC = 3$ cm (نصف قطر قائم على وتر)

حسب فيثاغورس .

$(OA)^2 = (OC)^2 + (CA)^2$
$= (4)^2 + (3)^2$
$= 16 + 9$

$\sqrt{(OA)^2} = \sqrt{25} \Rightarrow OA = 5$ cm

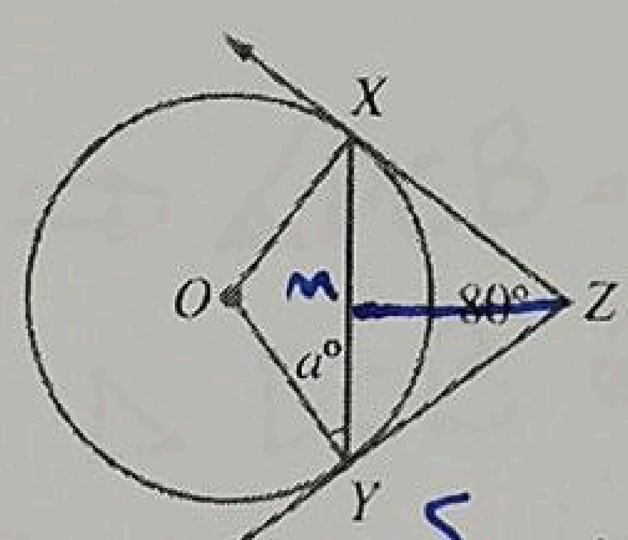
نصف قطر الدائرة = 5 cm

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

38 ص

16 أَحُلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.

① رسم وتر على الطاولة واقامة عمود عليه
② رسم وتر اخر على الطاولة واقامة عمود عليه.
③ نقطة تقاطع العمودين هي مركز الدائرة



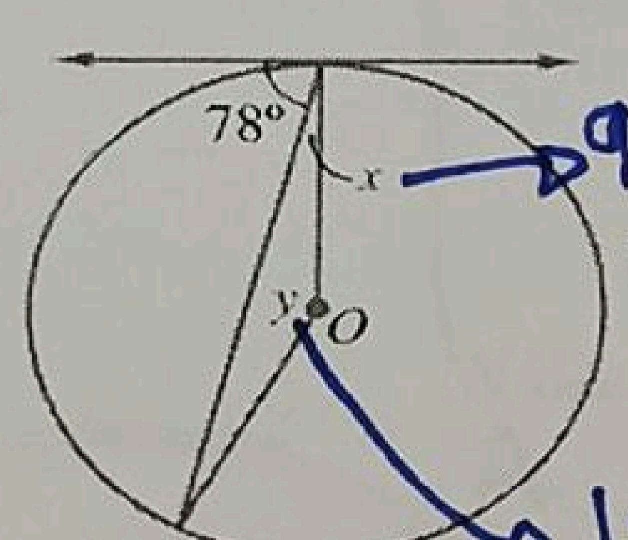
17 في الشكلِ المجاورِ، $\overrightarrow{ZX}$ وَ $\overrightarrow{ZY}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها O. أجِدُ قيمةَ a.

⇐ OXZY تشكل رباعي مجموع زواياه = 360°
الزاوية OXZ والزاوية OYZ زوايا قائمة
$90 + 90 + 80 + \angle O = 360$
$\Rightarrow \angle O = 100°$

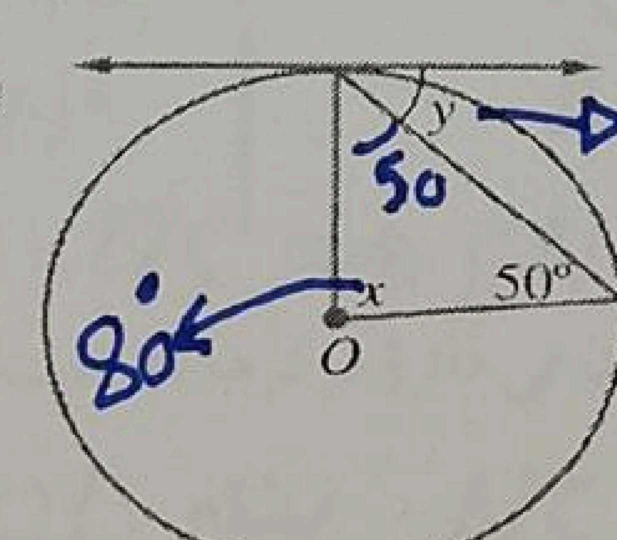
المثلث ΔOXY متطابق الضلعين
$\Rightarrow \angle OYX = \angle OXY$
$\angle YOX = 100$
$\Rightarrow a° = 40$

ملاحظة
يوجد طريقة أخرى لإيجاد قياس الزاوية a وذلك بعد خط مستقيم من O الى Z
~~......~~
ونستغل المثلث القائم MZY

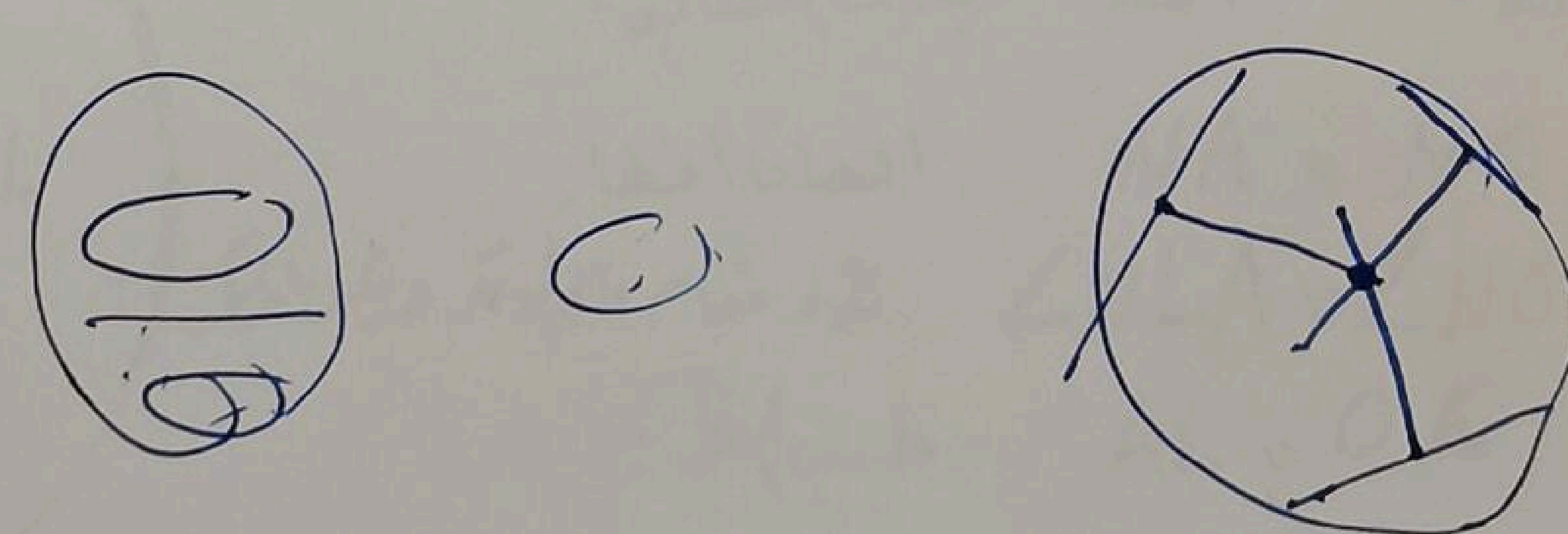
يَظهرُ في كلٍّ منَ الشكلينِ الآتيينِ مماسٌّ لدائرةٍ مركزُها O. أجِدُ قيمةَ x وَ y في كلِّ حالةٍ.

18


x → 90 - 78 = 12
y → 156

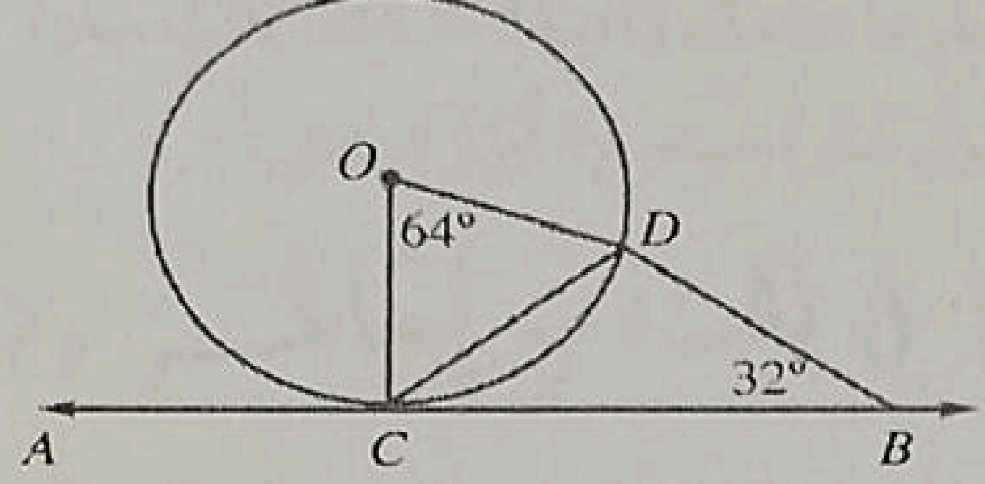
19


y → 40
x → 80°



الصف العاشر الوحدة الثانية الدائرة	الدرس الاول : 1 اوتار الدائرة واقطارها ومماساتها	الاستاذ هاني العليمات 0791591071 Hani olimat Tch hani olimat

20 في الشكلِ المجاورِ، $\overleftrightarrow{AB}$ مماسٌّ لدائرةٍ مركزُها O في النقطةِ C.
لماذا يُعَدُّ المثلثُ BCD مُتطابِقَ الضلعيْنِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.



$\triangle ODC$ مثلث متطابق الضلعين

$\Leftarrow \angle OCD = \angle ODC = 58^\circ$

$\Rightarrow \angle OCB$ قائمة (نقطة تماس)

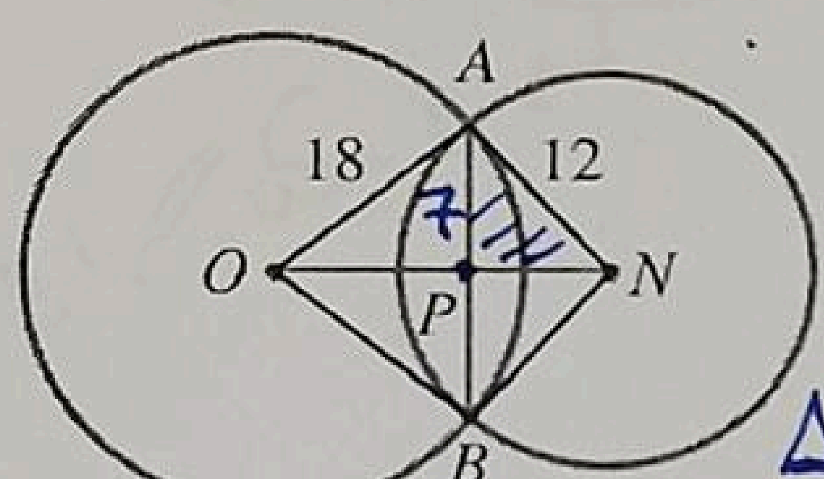
$\Rightarrow \angle DCB = 90 - 58 = 32^\circ$

$\Rightarrow \angle DCB = \angle DBC$

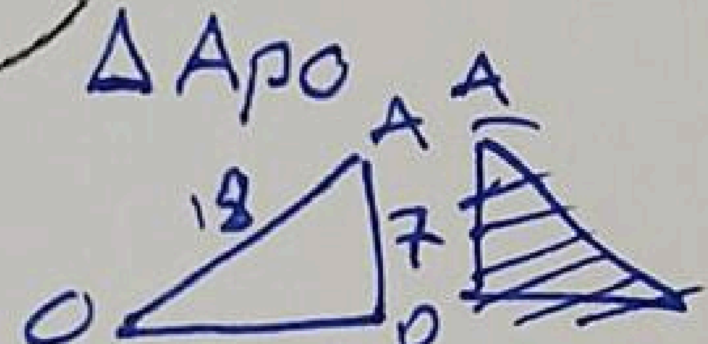
$\Leftarrow \triangle DCB$ متطابق الضلعين

مهارات التفكير العليا

21 تحدٍّ: $\overline{AB}$ وترٌ مشتركٌ بينَ دائرتيْنِ متقاطعتيْنِ، وهوَ عموديٌّ على القطعةِ المستقيمةِ $\overline{ON}$ الواصلةِ بينَ مركزيْهِما. إذا كانَ $AB = 14$ cm، فما طولُ $\overline{ON}$؟ أُبرِّرُ إجابتي.



$\triangle APO$



$(AO)^2 = (AP)^2 + (OP)^2$

$(OP)^2 = (AO)^2 - (AP)^2$

$= (18)^2 - (7)^2$

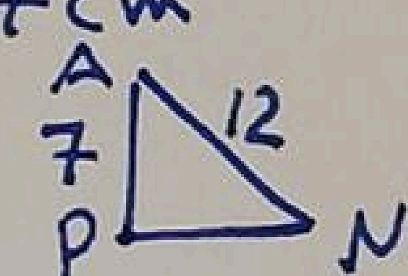
$= 324 - 49 = 275$

$\Rightarrow OP = 16.6$

$\Rightarrow ON = 9.8 + 16.6$

$\simeq 26.4$

$\triangle APN \quad AP = 7\text{cm}$



$(AN)^2 = (AP)^2 + (PN)^2$

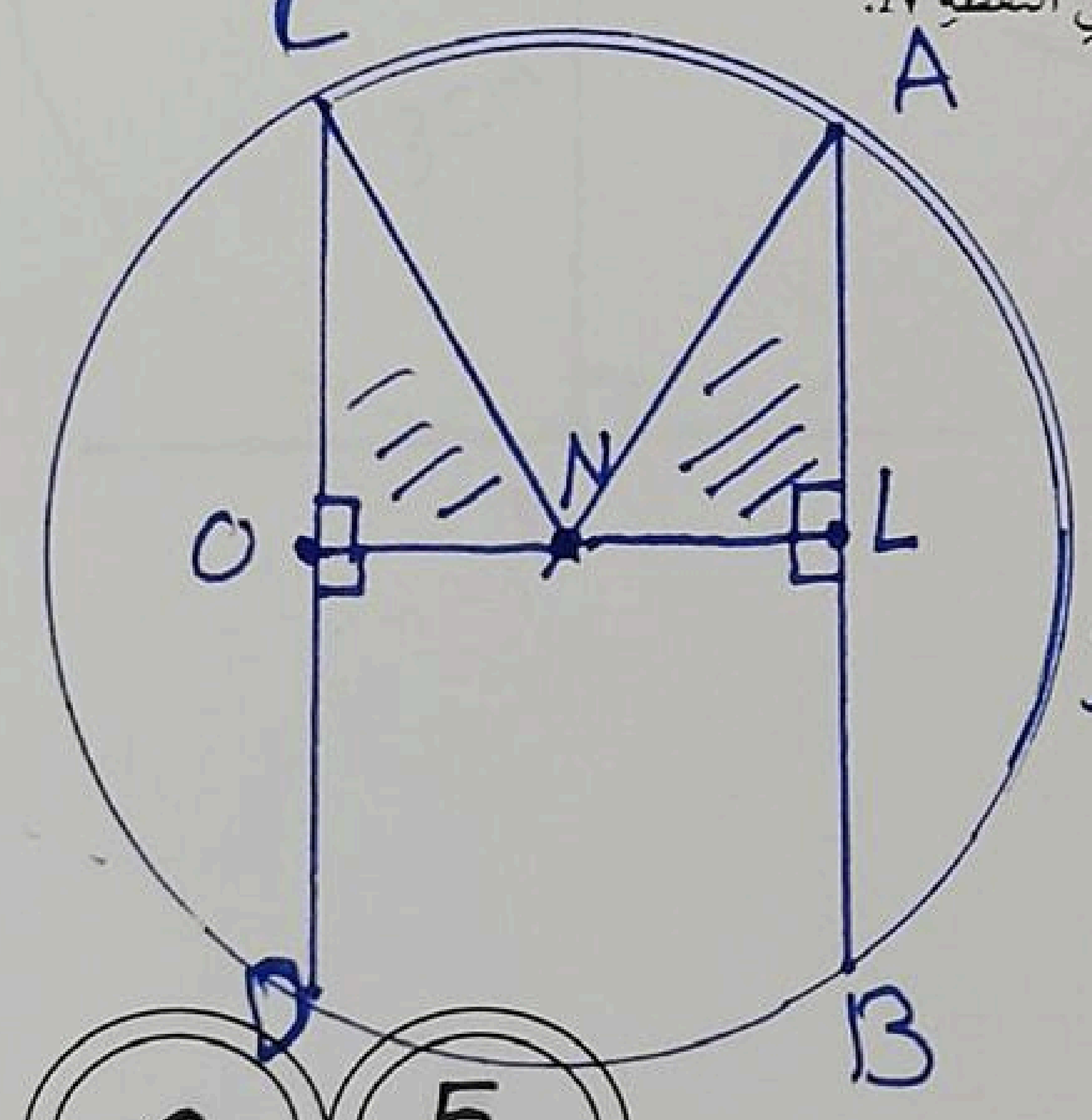
$\Rightarrow (PN)^2 = (AN)^2 - (AP)^2$

$= (12)^2 - (7)^2 = 144 - 49$

$= 95$

$\Rightarrow PN = 9.8$

22 برهانٌ: $\overline{AB}$، وَ $\overline{CD}$ وترانِ متساويانِ في دائرةٍ مركزُها N. أُثبِتُ أنَّ لهُما البُعْدَ نفسَهُ عنِ النقطةِ N.



نصل خط بين NA و NC ينتج المثلثان

$\triangle ANL, \triangle CON$ نبحث التطابق.

$NA = NC$ انصاف اقطار

$\angle NLA = \angle NOC$ عمود مقام على الوتر وعمودي عليه

$AL = OC$ حسب النظرية

$\Leftarrow$ يتطابق المثلثان لضلعان وزاوية

$\Rightarrow ON = NL$ #

0 5

الدرس الاول : 1
اوتار الدائرة واقطارها ومماساتها

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

23 تبريرٌ: $\overleftrightarrow{AB}$ مماسٌ لدائرةٍ مركزُها N في النقطةِ A، وطولُ نصفِ قُطرِها 3 cm، وَ $BA = 5$ cm. قالَتْ سارةُ إنَّ $BN = 4$ cm؛ لأنَّ $(BN)^2 = (BA)^2 - (AN)^2 = 16$. هلْ قولُ سارةَ صحيحٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

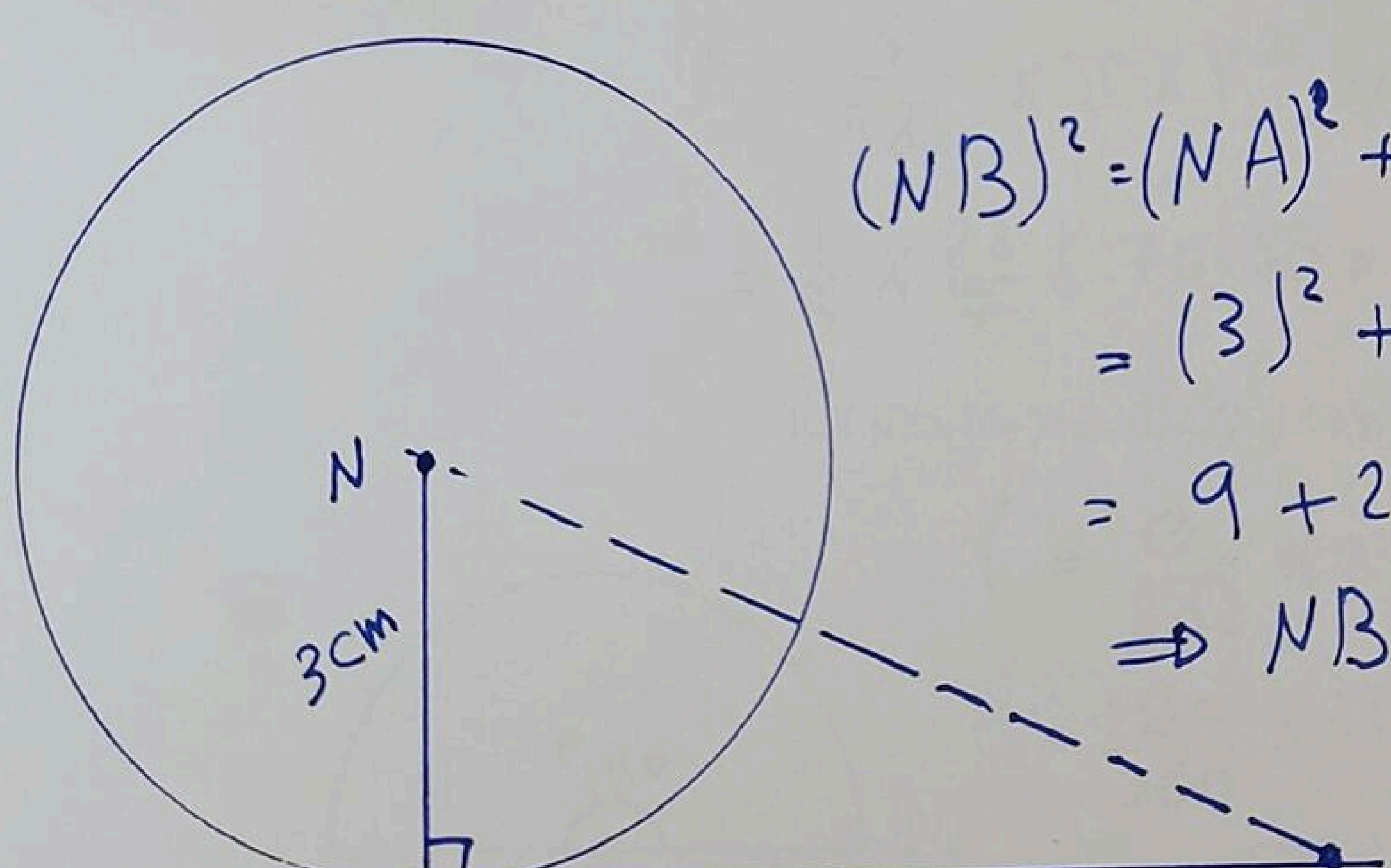
لا ليس صحيح لان الوتر هو المقابل للزاوية القائمة وهو NB ويساوي مجموع مربعي الضلعين الاخرين والتبرير اسفل الصفحة

24 أكتبُ: كمْ مماسًا يُمكِنُ أنْ يُرسَمَ للدائرةِ منْ نقطةٍ عليْها، ومنْ نقطةٍ خارجَها، ومنْ نقطةٍ داخلَها؟ أُبرِّرُ إجابتي.

مماس واحد

مماسين

لا يمكن رسم اي مماس



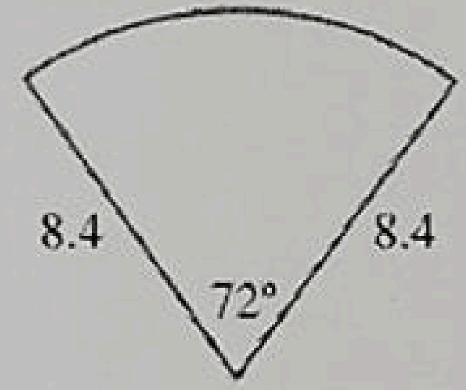
$$(NB)^2 = (NA)^2 + (AB)^2$$
$$= (3)^2 + (5)^2$$
$$= 9 + 25 = 34$$
$$\Rightarrow NB = \sqrt{34} = 5.8\text{ cm}$$

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

أتدرب وأحل المسائل

كتاب الطالب صفحة 48 + 49 + 50

يُمثّلُ الشكلُ المجاورُ قطاعًا دائريًا:



1 أُعبّرُ بكسرٍ عنِ الجزءِ الذي يُمثّلُهُ هذا القطاعُ منَ الدائرةِ.

$$\frac{\theta}{360} = \frac{72}{360} = \frac{1}{5}$$

2 أجِدُ طولَ القوسِ، مُقرّبًا إجابتي إلى أقربِ منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ.

$$l = \frac{72}{360} \times 2\pi \times (8.4)$$

$$= \frac{1}{5} \times 2 \times (8.4)\pi = 10.5$$

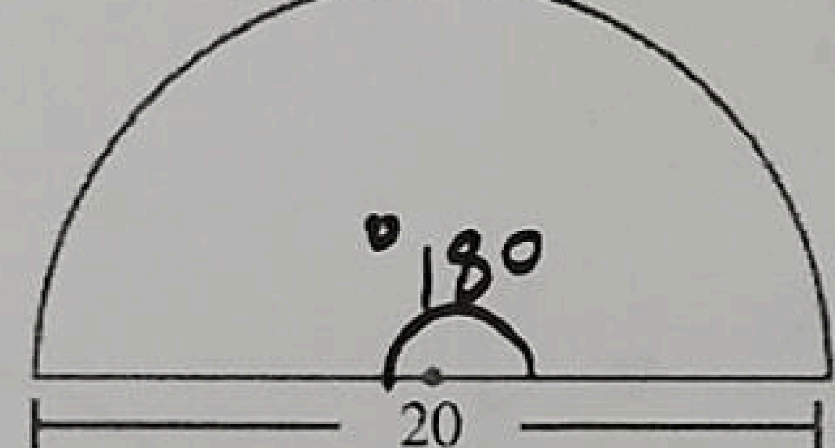
3 أجِدُ مساحةَ القطاعِ، مُقرّبًا إجابتي إلى أقربِ منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ.

$$A = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2 = \frac{72}{360} \times \pi \times (8.4)^2$$

$$= \frac{1}{5} \times \frac{22}{7} \times 70.56 = 44.3$$

أجِدُ طولَ القوسِ ومساحةَ القطاعِ في كلٍّ منَ الأشكالِ الآتيةِ (أكتبُ الإجابةَ بدلالةِ π):

4



$$l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi \times r$$

$$= \frac{180}{360} \times 2\pi \times 10 = \frac{1}{2}(2\pi)10$$

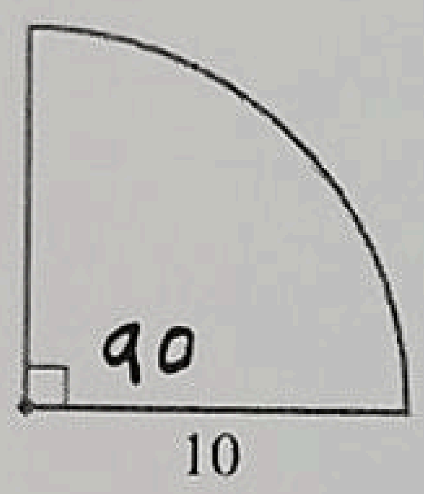
$$= 10\pi$$

$$A = \frac{180}{360} \times \pi \times r^2 = \frac{1}{2}(\pi)(100)$$

$$= 50\pi$$

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

5



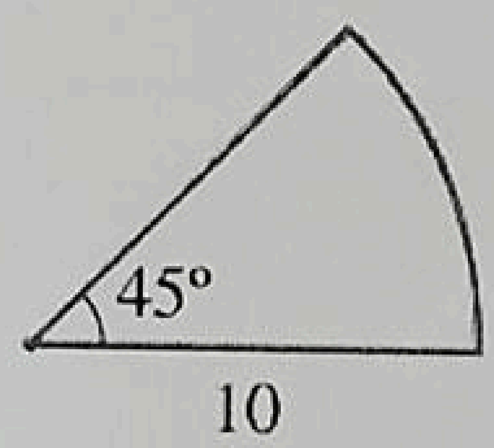
$$l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r = \frac{90}{360} \times 2\pi \times 10$$

$$= \frac{1}{4} \times 2 \times 10 \times \pi = 5\pi$$

$$A = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 = \frac{90}{360} \times 100 \times \pi$$

$$= \frac{1}{4} \times 100 \times \pi = 25\pi$$

6



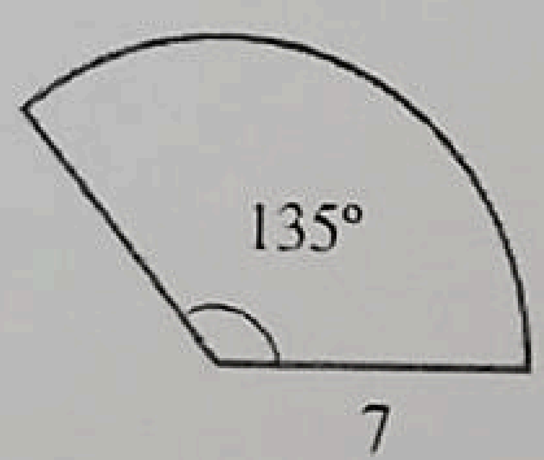
$$l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r = \frac{45}{360} \times 2\pi \times 10$$

$$= \frac{1}{8} \times 2\pi \times 10 = \frac{5\pi}{2}$$

$$A = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2 = \frac{45}{360} \times \pi \times 100$$

$$= \frac{1}{8} \times 100 \times \pi = 12.5\pi$$

7



$$l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r = \frac{135}{360} \times 2 \times 7 \times \pi$$

$$= \frac{3}{8} \times 14 \times \pi = 5.25\pi$$

$$A = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2 = \frac{135}{360} \times \pi \times 49$$

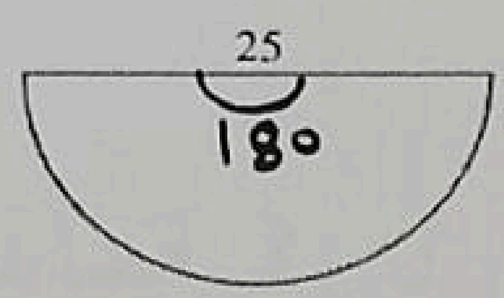
$$= \frac{3}{8} \times 49 \times \pi = 18.3\pi$$

الاستاذ هاني العليمات

0791591071

Hani olimat

Tch hani olimat



8 أَجِدُ مساحةَ نصفِ الدائرةِ المجاورةِ، ثمَّ أَجِدُ محيطَها.

$$\text{مساحة القطاع} = \text{مساحة نصف الدائرة} = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2$$

$$= \frac{1}{2}(12.5)^2 \pi = 245.4$$

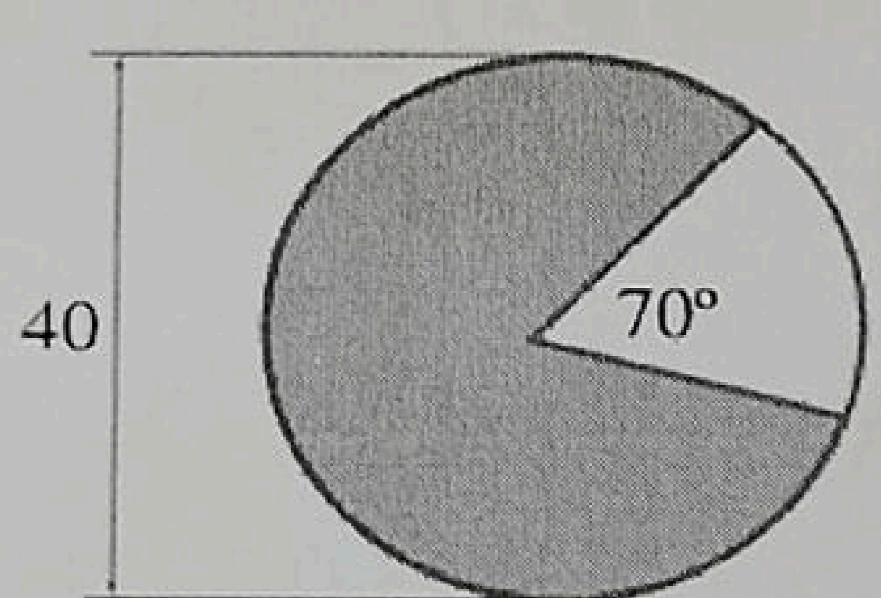
$$L = \frac{1}{2} \times 2\pi(12.5) + 2(12.5)$$

$$= 39.2 + 25 = 64.2$$

9 أَجِدُ مساحةَ الجزءِ المُظلَّلِ في الشكلِ المجاورِ (أكتبُ الإجابةَ بدلالةِ π). أُبرِّرُ إجابتي.

مساحة الشكل المظلل = مساحة الدائرة - مساحة القطاع

$$\text{مساحة الدائرة} = r^2 \pi = (20)^2 \pi = 400\pi$$



$$\text{مساحة القطاع} = \frac{70}{360} r^2 \pi = 77.7\pi$$

$$\text{مساحة الشكل المظلل} = 400\pi - 77.7\pi$$

$$\simeq 322.3$$

10 أَحُلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ. قطعة 45 قطر 24cm زاوية القطاع 45

$$A = \frac{\theta}{360} \times r^2 \times \pi$$

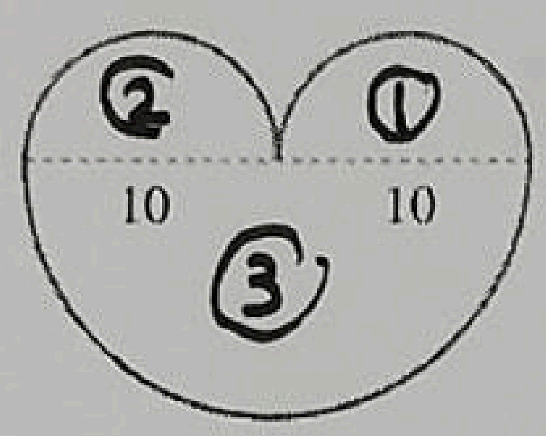
$$= \frac{45}{360} \times (12)^2 \times \pi = \frac{1}{8}(144)\pi$$

$$= 18\pi \simeq 56.5 \text{ cm}^2$$

الصف العاشر الوحدة الثانية الدائرة	الدرس الثاني : 2 الأقواس والقطاعات الدائرية	الاستاذ هاني العليمات 0791591071 Hani olimat Tch hani olimat

يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ 3 أنصافِ دوائرَ:

11 أجِدُ محيطَ الشكلِ (أكتبُ الإجابةَ بدلالةِ π). نقسم الشكل الى 3 قطاعات .



$$l_1 = \frac{180}{360} \times 2\pi \times 5 = \frac{1}{2}(2)(\pi)5 = 5\pi$$

$$l_2 = \frac{180}{360} \times 2\pi \times 5 = \frac{1}{2}(2)(\pi)(5) = 5\pi$$

$$l_3 = \frac{180}{360} \times 2\pi \times 10 = 10\pi$$

محيط الشكل $= 5\pi + 5\pi + 10\pi = 20\pi$

12 أجِدُ مساحةَ الشكلِ (أكتبُ الإجابةَ بدلالةِ π). نقسم الشكل الى 3 قطاعات ونجد المساحة

$$A_1 = \frac{180}{360} \times \pi \times (5)^2 = \frac{1}{2}(25)\pi = 12.5\pi$$

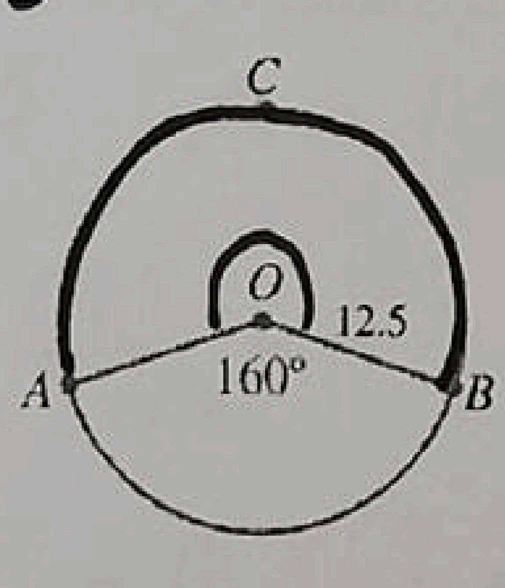
$$A_2 = \frac{180}{360} \times \pi \times (5)^2 = \frac{1}{2}(25)\pi = 12.5\pi$$

$$A_3 = \frac{180}{360} \times \pi \times (10)^2 = \frac{1}{2}(100)\pi = 50\pi$$

مساحة الشكل $= 12.5\pi + 12.5\pi + 50\pi = 75\pi$

13 تُمثِّلُ النقطةُ O مركزَ دائرةٍ، طولُ نصفِ قُطْرِها 12.5 وحدةَ طولٍ.

أجِدُ طولَ القوسِ ACB.



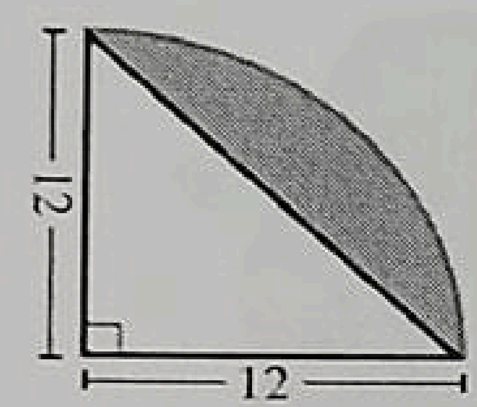
$$\angle AOB = 360 - 160$$
$$= 200$$

$$l = \frac{200}{360} \times 2\pi \times 12.5$$

$$\approx 43.1$$

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

14 يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ ربعَ دائرةٍ. أَجِدُ مساحةَ الجزءِ المُظلَّلِ في الشكلِ (أكتبُ الإجابةَ بدلالةِ π).



مساحة الجزء المظلل = مساحة ربع الدائرة - مساحة المثلث

مساحة ربع الدائرة $A = \frac{90}{360} \times \pi \times (12)^2 = \frac{144}{4}\pi = 36\pi$

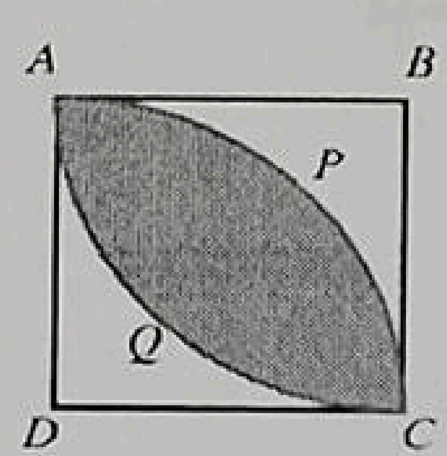
$\simeq 113.09$

مساحة المثلث $= \frac{1}{2}(12)(12) = 72$

مساحة الشكل المظلل $= 113.09 - 72 \simeq 41.09$

$= 36\pi - 72$

15 يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ المربَّعَ $ABCD$ الذي طولُ ضلعِهِ 8 cm، ويُمثِّلُ APC وَ AQC قوسينِ منْ دائرتيْنِ مركزاهُما D وَ B على التوالي. أَجِدُ مساحةَ الجزءِ المُظلَّلِ (أكتبُ الإجابةَ بدلالةِ π).



16 صمَّمَ مهندسٌ مِرَشَّ مياهٍ لريِّ منطقةٍ مساحتُها $100\ m^2$ على هيئةِ قطاعٍ دائريٍّ طولُ نصفِ قُطرِهِ 15 m. ما زاويةُ دورانِ هذا المِرَشِّ؟

$r = 15 \quad A = 100 \quad \theta = ?$

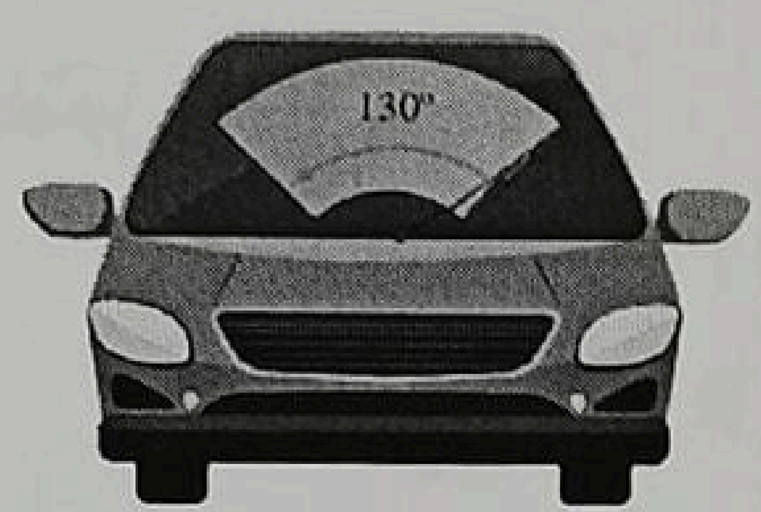
$A = \frac{\theta}{360} \times r^2 \times \pi \Rightarrow 100 = \frac{\theta}{360} \times (15)^2 \times \pi$

$\Rightarrow \frac{100}{1} = \frac{\theta \times (225) \times \pi}{360} \Rightarrow \theta = \frac{100 \times 360}{225(\pi)}$

$\theta = 50.9 \simeq 51^\circ$

1 1

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat



17 سيارات: يُبيِّنُ الشكلُ المجاورُ ماسحةَ الزجاجِ الأماميِّ لسيارةٍ. إذا كانَ طولُ شفرةِ الماسحةِ 40 cm، وطولُ شفرةِ الماسحةِ معَ ذراعِها 66 cm، فما مساحةُ الزجاجِ التي تُنظِّفُها الماسحةُ، مُقرَّبةً إلى أقربِ منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ؟

$A_1 \to r=66$ نجد مساحة القطاع
$r=40$ نجد مساحة القطاع

$\vec{A_1 - A_2}$ = مساحة الزجاج الذي تنظفه الماسحة

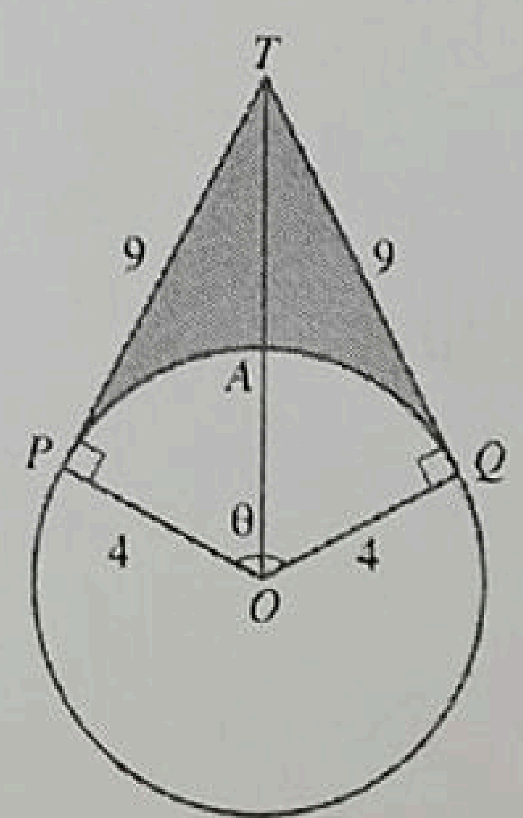
المساحة التي تنظفها الماسحة $\Rightarrow A_1 - A_2 = 4941.7 - $ [redacted] 766.8
$=$ [redacted] cm^2
4174.9

$A_1 = \frac{130}{360} \times (66)^2 \times \pi = 4941.7$

$A_2 = \frac{130}{360}(26$ [redacted]$)^2 \times \pi =$ [redacted] 766.8

مهارات التفكير العليا

تحدٍّ: يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ دائرةً مركزُها O، وطولُ نصفِ قُطْرِها 4 cm. إذا كانَ $TP = TQ = 9$ cm، فأَجِدُ:



18 قياسَ الزاويةِ θ. $\Leftarrow \Delta TOQ$

$\tan\angle TOQ = \frac{TQ}{OQ} = \frac{9}{4}$

$\Rightarrow \tan^{-1}(\frac{9}{4}) \approx 66$

$\Rightarrow \theta = 2 \times (66) = 132°$

19 طولَ القوسِ PAQ.

$l = \frac{132}{360} \times 2\pi r =$ [redacted]

$= \frac{132}{360} \times 2\pi \times 4 = \frac{1056\pi}{360}$

≈ 9.1 cm

الاستاذ هاني العليمات 0791591071 Hani olimat Tch hani olimat	الدرس الثاني : 2 الأقواس والقطاعات الدائرية	الصف العاشر الوحدة الثانية الدائرة

مساحة المنطقة المظللة = مساحة الشكل الرباعي TPOQ

20 مساحةَ المنطقةِ المُظلَّلةِ في الشكلِ.

- مساحة القطاع

مساحة الشكل الرباعي = مساحة المثلث TOQ + مساحة المثلث TOP

$= \left(\frac{1}{2}(4)(9)\right) + \left(\frac{1}{2}(4)(9)\right)$

$= 18 + 18 = 36\ Cm^2$

مساحة القطاع $A = \frac{132}{360} \times \pi \times (4)^2 = 18.4$

$\Rightarrow$ مساحة الشكل المظلل $= 36 - 18.4 = 17.6\ Cm^2$

21 مســألةٌ مفتوحةٌ: أرسمُ دائرتَيْنِ، نصفُ قُطرِ الأولى مختلفٌ عنْ نصفِ قُطرِ الثانيةِ، ثمَّ أرسمُ قطاعًا دائريًا في كلِّ دائرةٍ، بحيثُ يكونُ للقطاعيْنِ المساحةُ نفسُها.

الدائرة 1 ⟵ $r = 24$ $\theta = 15^\circ$

الدائرة 2 ⟵ $r = 6$ $\theta = 240^\circ$

22 تحدٍّ: اشــترى سعيدٌ فطيرةَ بيتزا دائريةَ الشــكلِ طولُ قُطرِها 36 cm، ثمَّ قسَّمَها إلى قطعٍ متساويةٍ. بعدَ ذلكَ أكلَ منْها قطعتيْنِ تُمثِّلانِ معًا $180\ cm^2$ منْها. أجِدُ قياسَ الزاويةِ لقطعةِ البيتزا الواحدةِ، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ عددٍ كليٍّ.

مساحة القطعة الواحدة $= \frac{180}{2} = 90$

$\Rightarrow A = 90\ Cm^2 \ ; \ r = 18 \ , \ \theta = ?$

$A = \frac{\theta}{360} \times r^2 \times \pi$

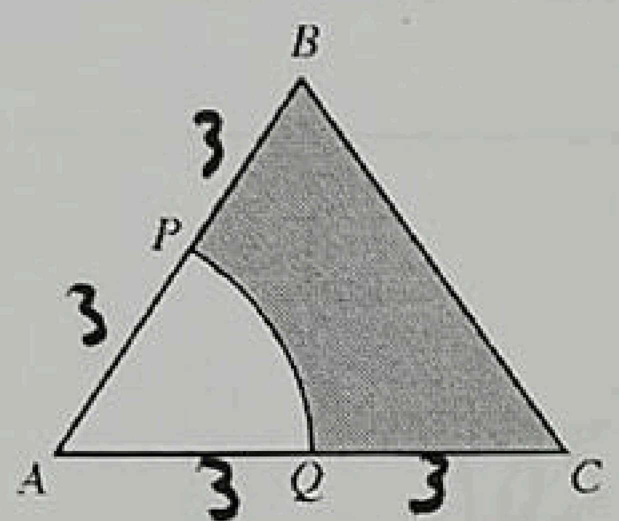
$90 = \frac{\theta}{360} \times (18)^2 \times \pi \Rightarrow \frac{90}{1} \times \frac{\theta \times (324) \times \pi}{360}$

$\Rightarrow \theta = \frac{90 \times 360}{(324) \times \pi} = \frac{32400}{324\pi} = \frac{100}{\pi}$

$\simeq 31.8^\circ \simeq 32^\circ$

الصف العاشر الوحدة الثانية الدائرة	الدرس الثاني : 2 الأقواس والقطاعات الدائرية	الاستاذ هاني العليمات 0791591071 Hani olimat Tch hani olimat

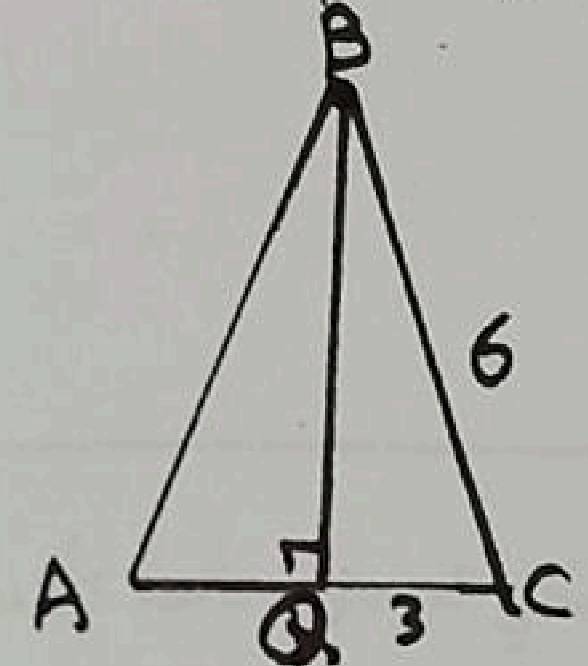
23 تحدٍّ: يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ مثلثًا مُتطابِقَ الأضلاعِ، طولُ ضلعِهِ 6 cm. إذا كانَتِ النقطتانِ P وَ Q تُنصِّفانِ الضلعيْنِ $\overline{AB}$ وَ $\overline{AC}$ على التوالي، وكانَ APQ قطاعًا دائريًّا منْ دائرةٍ مركزُها A، فأَجِدُ مساحةَ الجزءِ المُظلَّلِ.



مساحة الجزء المظلل = مساحة المثلث - مساحة القطاع

$\boxed{1}$ مساحة المثلث ABC

ⓐ ننزل عمود من من رأس الزاوية على القاعدة فينصف القاعدة AC



نجد ارتفاع المثلث BQ ونستخدم نظرية فيثاغورس.

$$(BC)^2 = (QC)^2 + (BQ)^2$$

$$(6)^2 = (3)^2 + (BQ)^2$$

$$\Rightarrow (BQ)^2 = (6)^2 - (3)^2$$

$$= 36 - 9 = 27$$

$$\Rightarrow BQ = \sqrt{27}$$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع

$$\Rightarrow = \frac{1}{2}(AC).(BQ)$$

$$= \frac{1}{2}(6)(\sqrt{27})$$

$$= 3\sqrt{27} = 9\sqrt{3}$$

$\boxed{2}$ مساحة القطاع APQ

$$A = \frac{\theta}{360} \times r^2 \times \pi$$

$$= \frac{60}{360} \times (3)^2 \times \pi = \frac{9}{6}\pi$$

$$= 1.5\pi$$

مساحة الجزء المظلل = مساحة المثلث - مساحة القطاع

$$= 9\sqrt{3} - 1.5\pi$$

$$= 10.9 \text{ cm}^2$$

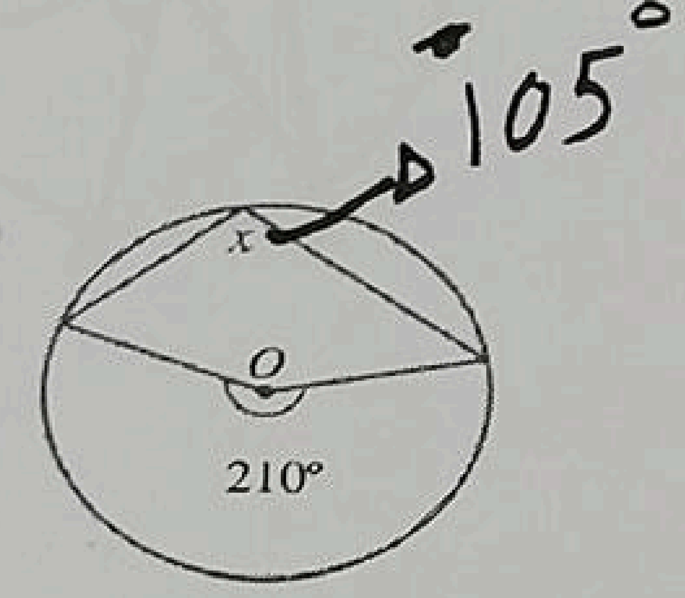
الدرس الثالث : 3
الزوايا في الدائرة

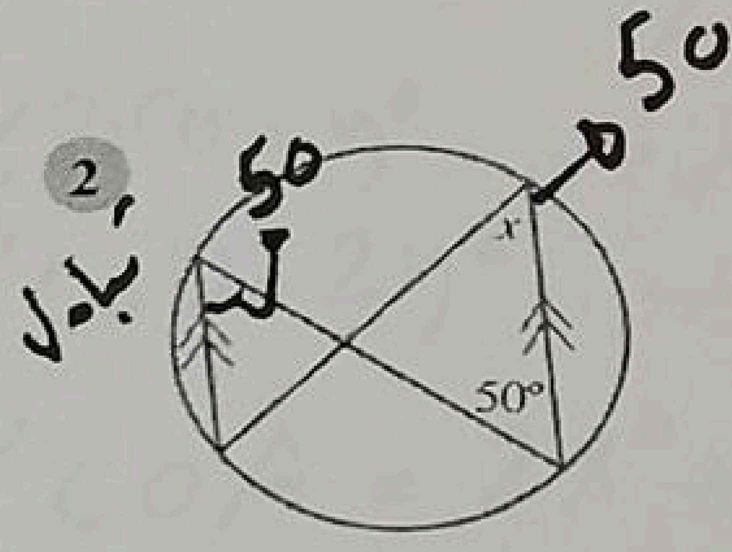
الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

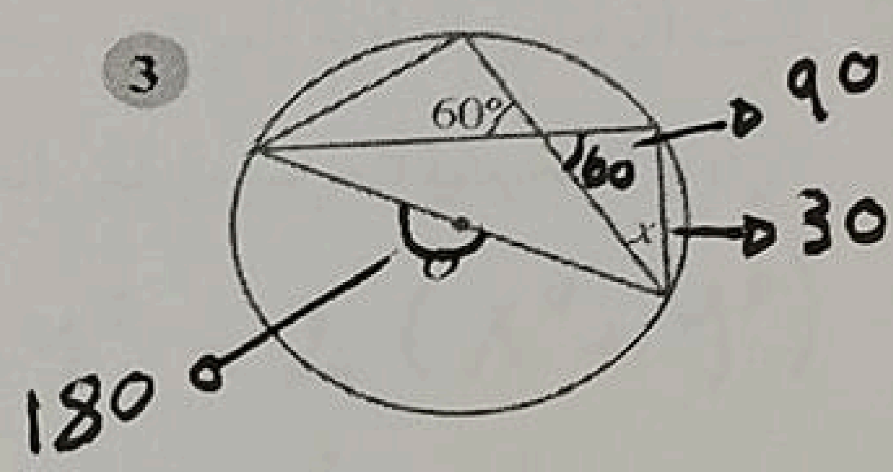
كتاب الطالب صفحة 55 + 56 + 57

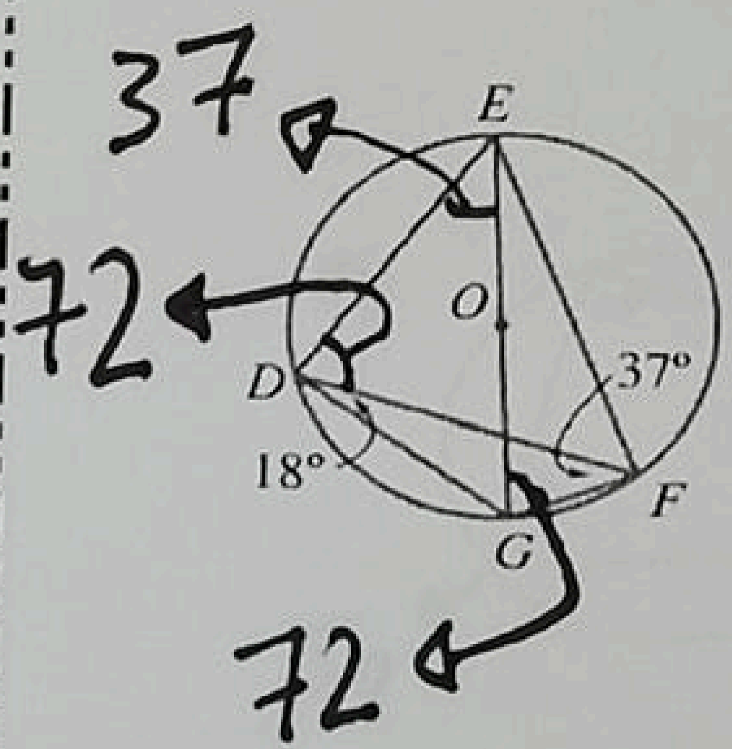
أتدرب وأحلّ المسائلَ

أَجِدُ قيمةَ x في كلٍّ ممّا يأتي:

1 

2 

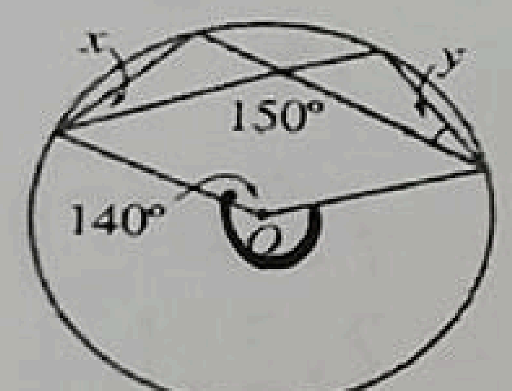
3 

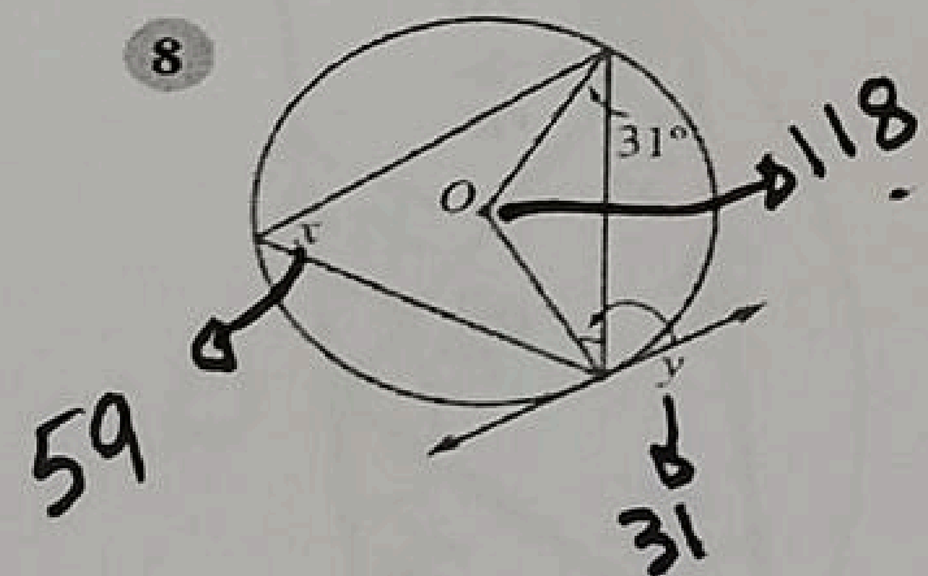


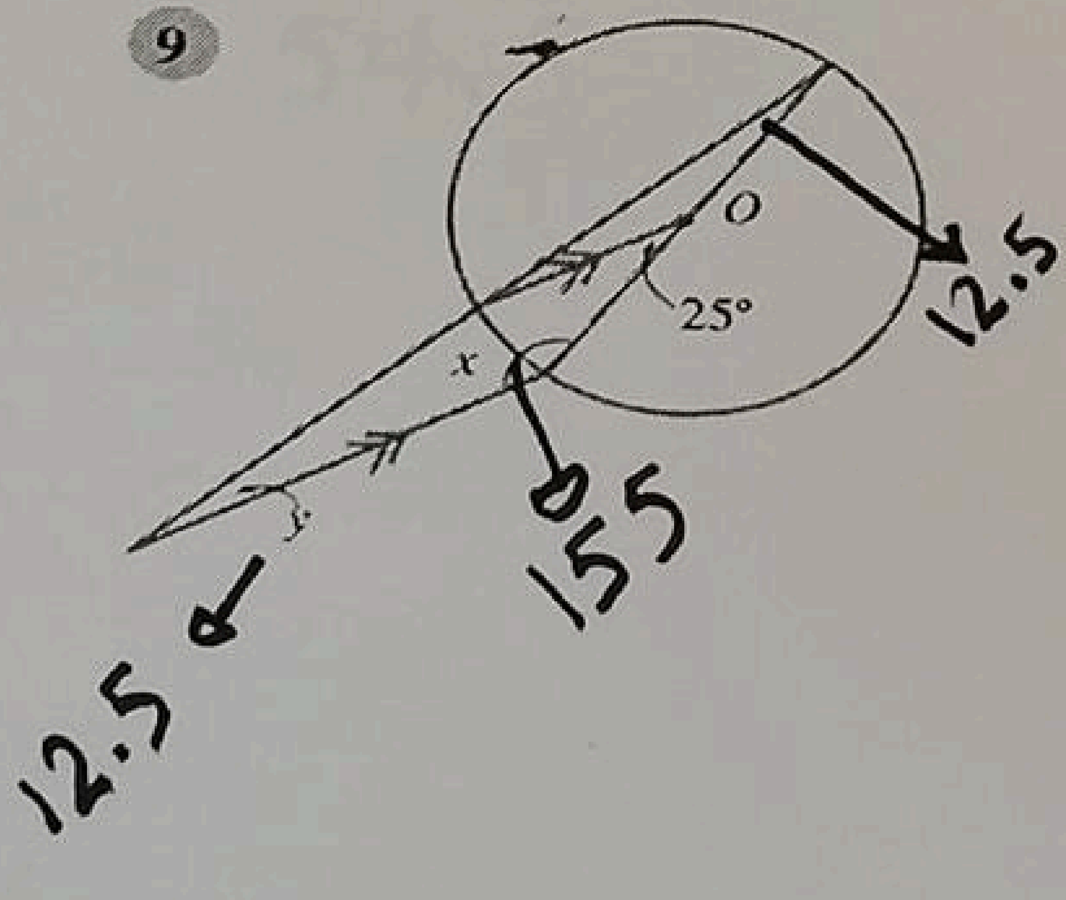
إذا كانَتِ النقطةُ O هيَ مركزَ الدائرةِ في الشكلِ المجاورِ، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

6 $m\angle EDF$.
5 $m\angle DEG$.
4 $m\angle EGF$.

إذا كانَتِ النقطةُ O هيَ مركزَ الدائرةِ، فأَجِدُ قياسَ الزوايا المشارِ إليْها بالحرفيْنِ x وَ y في كلٍّ منَ الدوائرِ الآتيةِ:

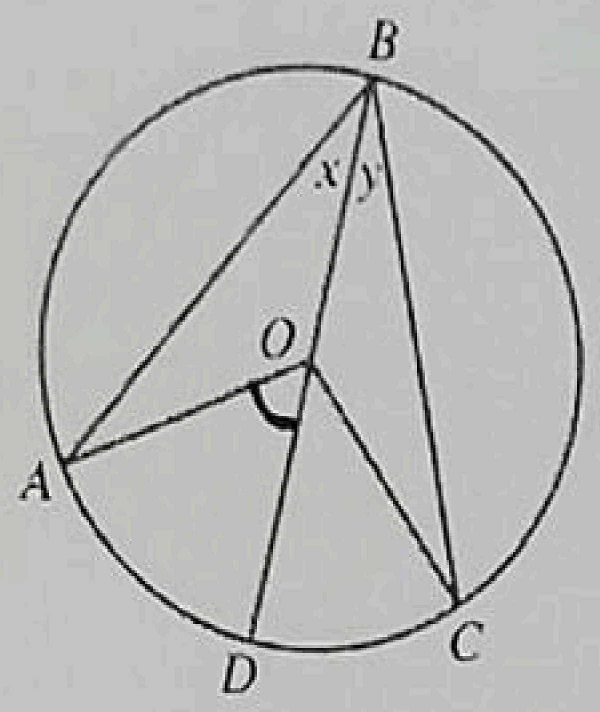
7 

8 

9 

الاستاذ هاني العليمات 0791591071 Hani olimat Tch hani olimat	الدرس الثالث : 3 الزوايا في الدائرة	الصف العاشر الوحدة الثانية الدائرة

في الشكلِ المجاورِ دائرةٌ مركزُها O، وقياسُ الزاويةِ ABO هوَ $x°$، وقياسُ الزاويةِ CBO هوَ $y°$:



10 أجِدُ قياسَ الزاويةِ BAO. ← $x°$

11 أجِدُ قياسَ الزاويةِ AOD. ← $2x°$

12 أُثبِتُ أنَّ قياسَ الزاويةِ المركزيةِ يساوي مِثْلَيْ قياسِ الزاويةِ المحيطيةِ المرسومةِ على القوسِ نفسِهِ.

$\angle BCO = y°$

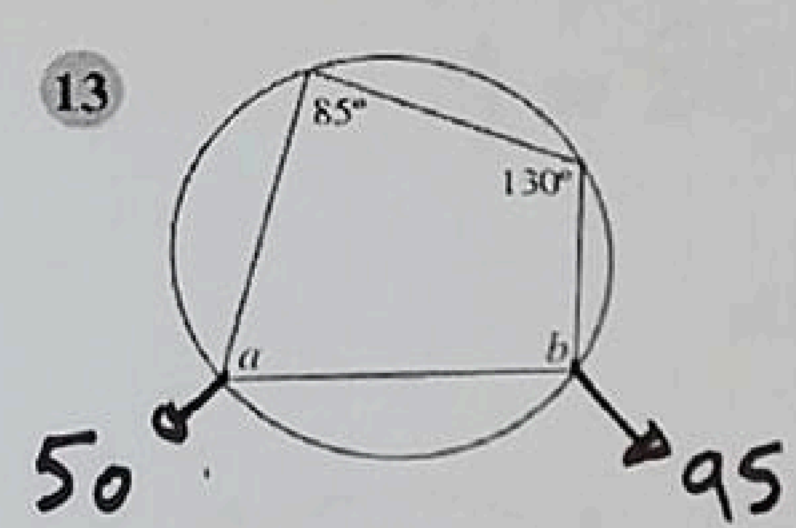
$\angle COD = 2y°$

$\angle COA = 2x° + 2y° = 2(x° + y°)$

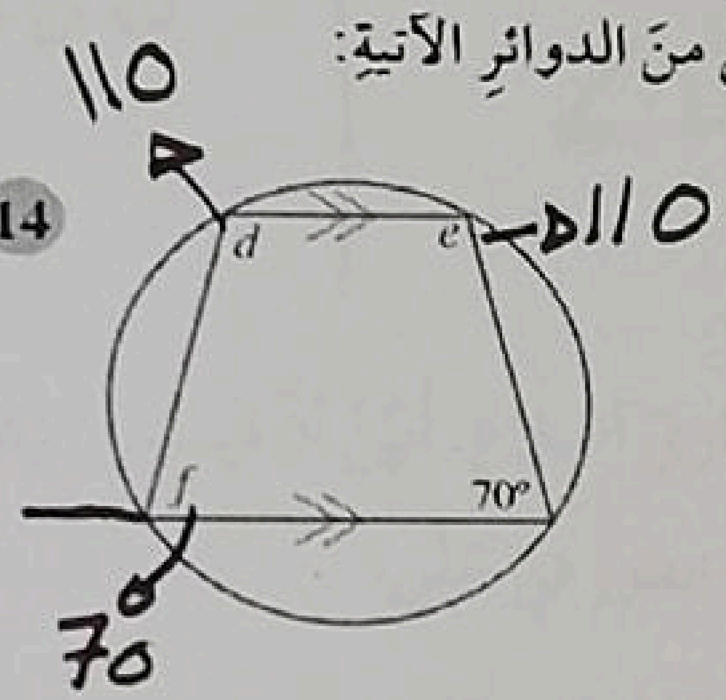
$= 2(\angle CBA)$

أجِدُ قياسَ الزوايا المشارِ إليْها بأحرفٍ في كلٍّ منَ الدوائرِ الآتيةِ:

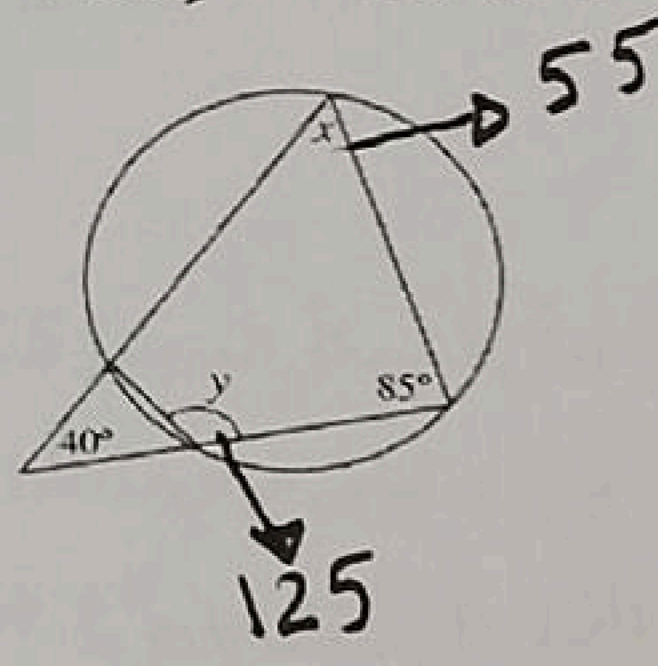
13



14



15

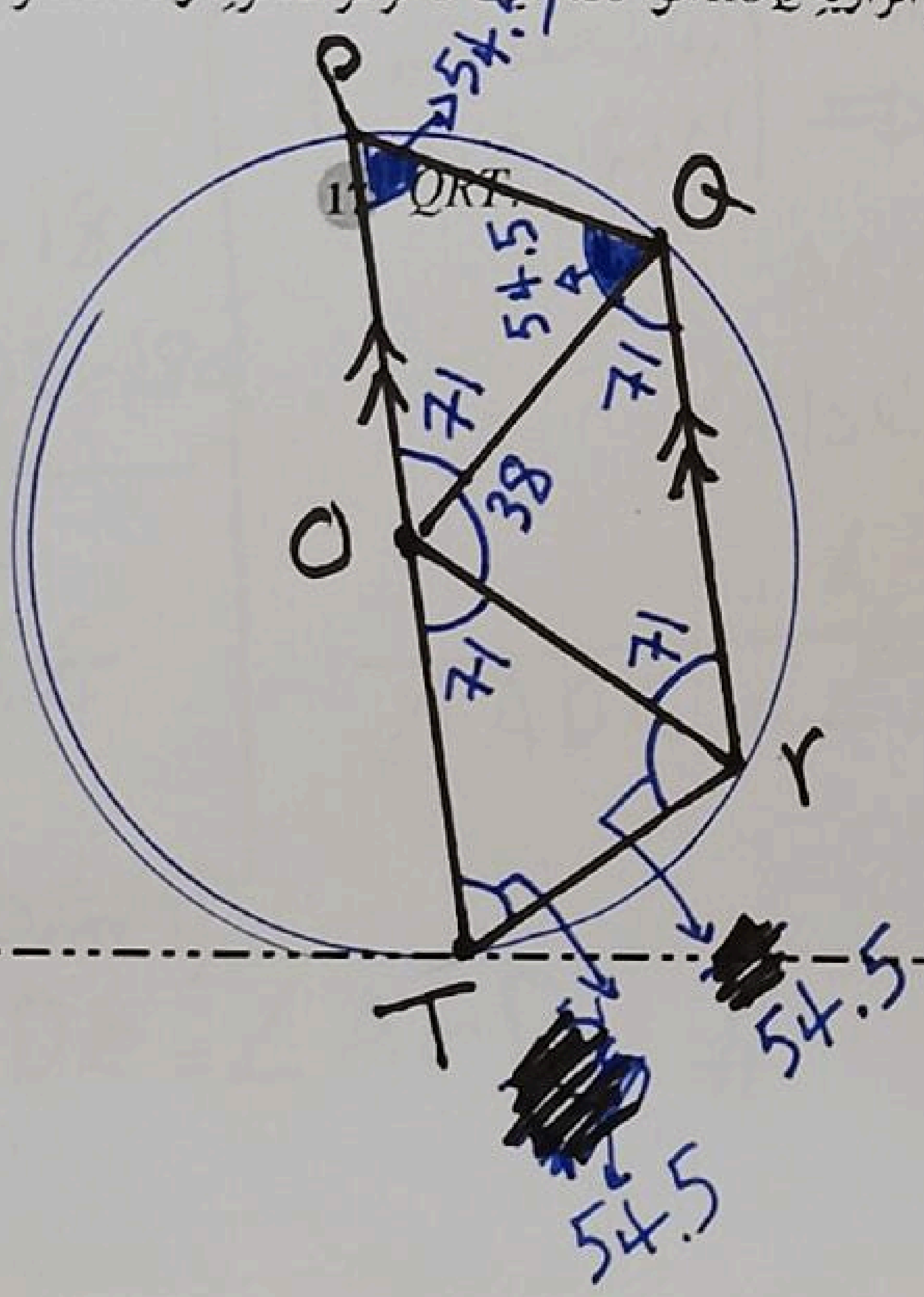


في الشكلِ الرباعيِّ الدائريِّ $PQRT$، قياسُ الزاويةِ ROQ هوَ $38°$، حيثُ O مركزُ الدائرةِ، وَPOT قُطْرٌ فيها يوازي QR. أجِدُ قياسَ كلٍّ منَ الزوايا الآتيةِ:

16 ROT.
71

17 QRT.
17 QRT
125.5

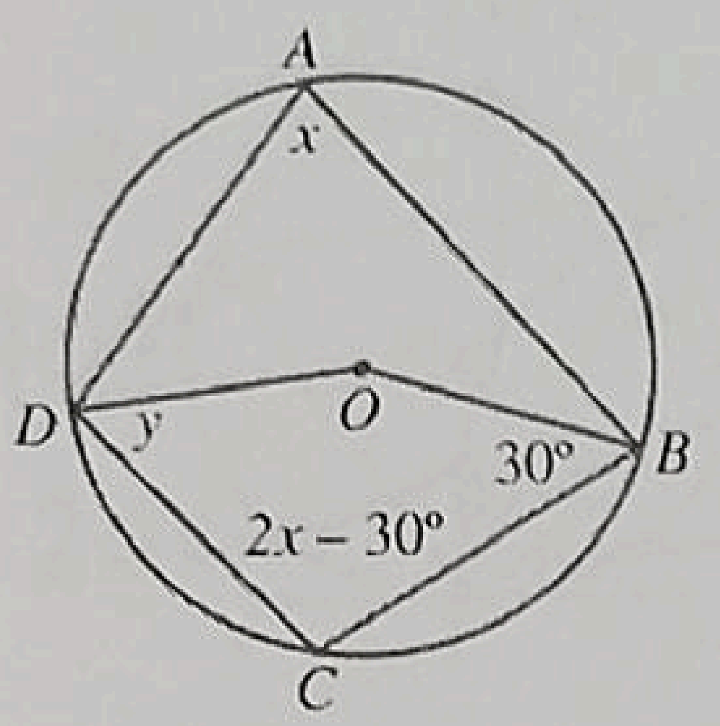
18 QPT.
54.5



1 6

الصف العاشر الوحدة الثانية الدائرة	الدرس الثالث : 3 الزوايا في الدائرة	الاستاذ هاني العليمات 0791591071 Hani olimat Tch hani olimat

يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ دائرةً مركزُها O:



19 لماذا $3x - 30° = 180°$؟

كل زاويتين متقابلتين في الرباعي الدائري $= 180°$

$\angle BAD + \angle BCD = 180$

$x + 2x - 30 = 180$

$3x - 30 = 180°$

20 أجدُ قياسَ الزاويةِ CDO المشارِ إليها بالحرفِ y، مُبرِّرًا كلَّ خطوةٍ في حلّي.

نجد قيمة x من الخطوة السابقة

$3x - 30 = 180$

$3x = 210$

$x = 70$

$\angle BCD = 2(70) - 30 = 110°$

$\angle BOD = 2x = 140°$

مجموع زوايا الشكل الرباعي $DOBC = 360°$

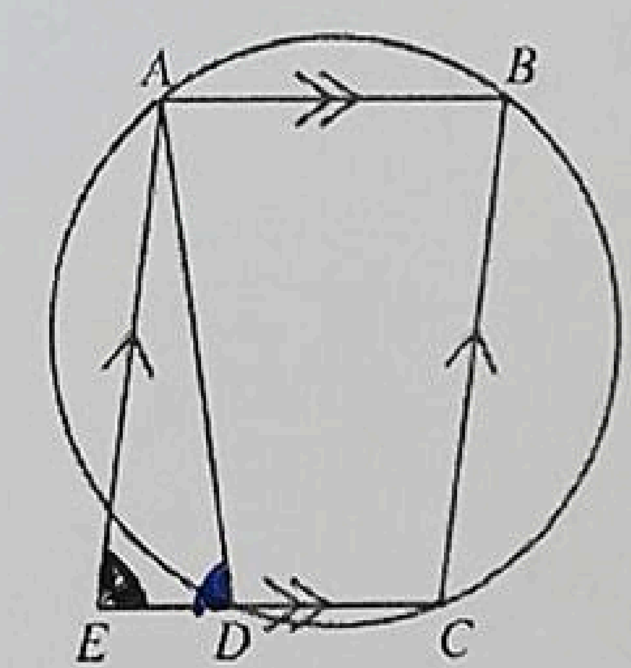
$\Rightarrow 140 + 30 + 110 + y = 360$

$280 + y = 360$

$y = 360 - 280$

$y = 80$

21 يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ $ABCE$ متوازيَ أضلاعٍ. أُبيِّنُ أنَّ قياسَ الزاويةِ AED يساوي قياسَ الزاويةِ ADE، مُبرِّرًا كلَّ خطوةٍ في حلّي.



* الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متساوية
* كل زاويتين متقابلتين في الرباعي الدائري $= 180$

افرض ان $x = \angle AED$

(زوايا متقابلة في متوازي اضلاع) $\Rightarrow \angle ABC = x$

في الرباعي الدائري $ADCB$

$\angle ABC + \angle ADC = 180$

$x + \angle ADC = 180 \ldots (1)$

$\angle ADC + \angle ADE = 180 \ldots (2)$ زاوية مستقيمة

(1) − (2)

$\Rightarrow x + \angle ADC = 180$

$-\angle ADC + \angle ADE = 180$

$x - \angle ADE = 0$

$\Rightarrow x = \angle ADE$

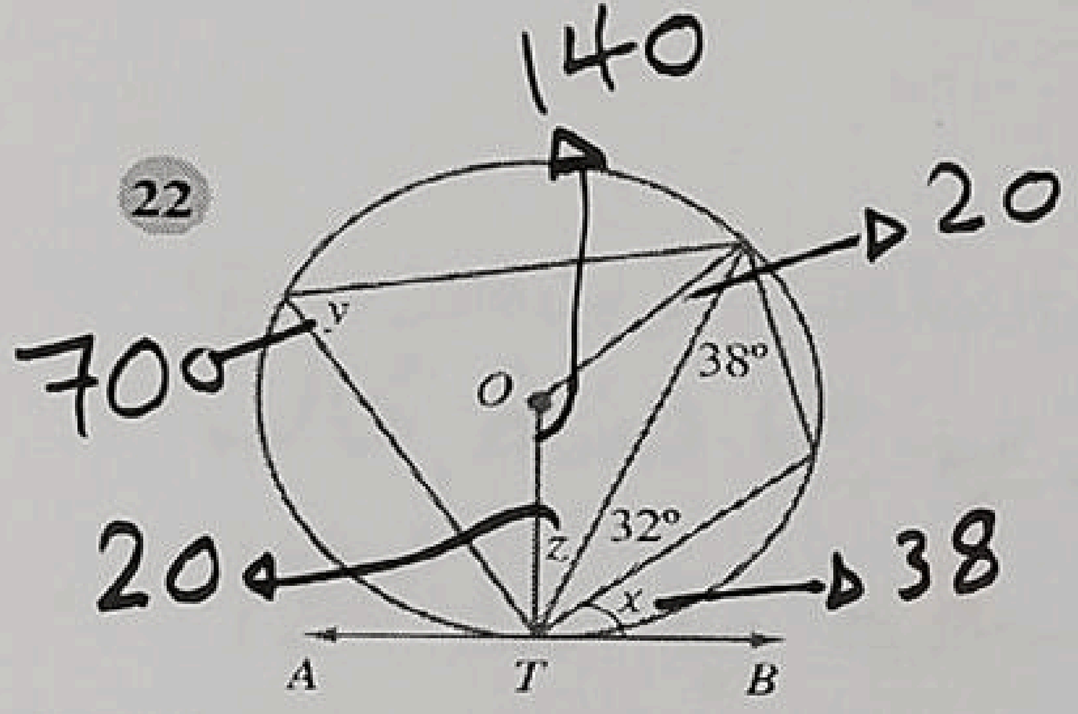
1 7

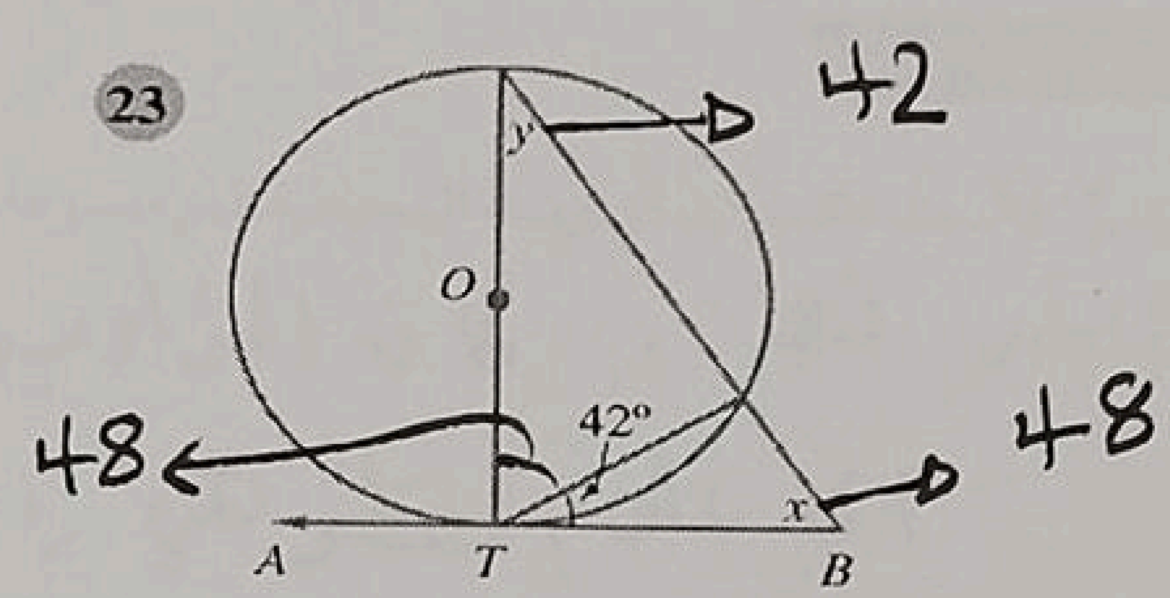
~~ΔA~~

$\Rightarrow \angle ADE = \angle AED$ #

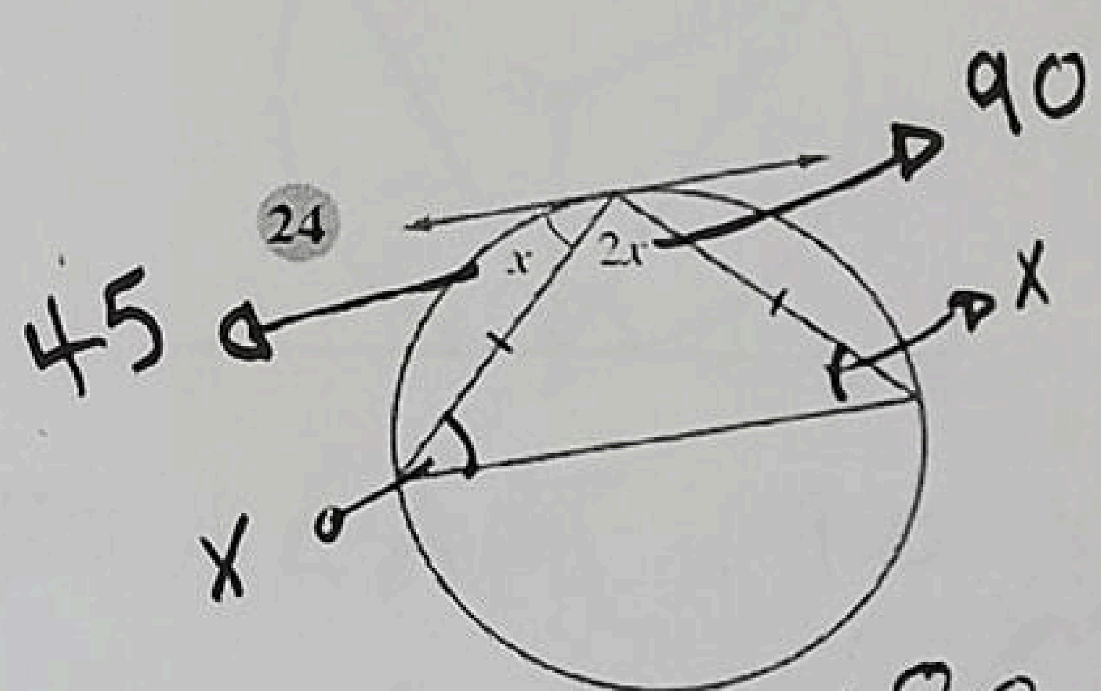
الاستاذ هاني العليمات 0791591071 Hani olimat Tch hani olimat	الدرس الثالث : 3 الزوايا في الدائرة	الصف العاشر الوحدة الثانية الدائرة

أَجِدُ قياسَ الزوايا المشارِ إليْها بأحرفٍ في كلٍّ منَ الدوائرِ الآتيةِ:

22


23


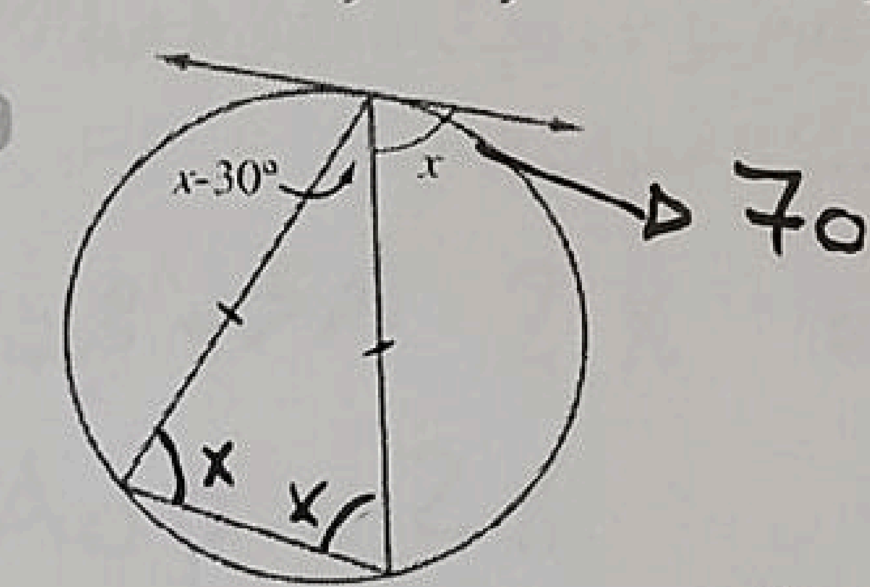
أَجِدُ قيمةَ x في كلٍّ منَ الشكليْنِ الآتييْنِ:

24


$2x + x + x = 180$

$4x = 180$

$x = 45$

25


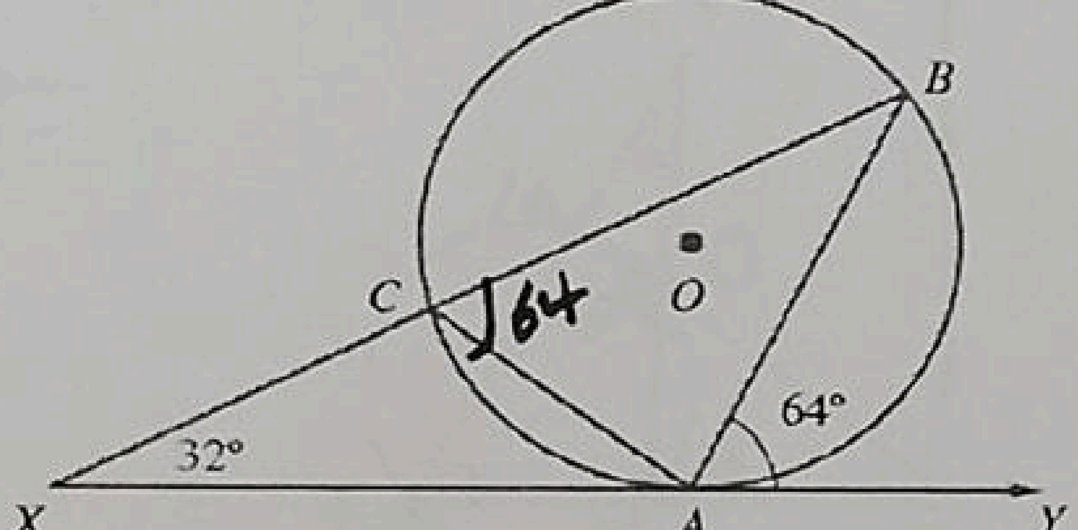
$x - 30 + x + x = 180$

$3x - 30 = 180$

$3x = 210$

$x = 70$

26 تُمثّلُ النقطةُ O مركزَ الدائرةِ في الشكلِ الآتي، ويُمثّلُ $\overleftrightarrow{XY}$ مماسًا للدائرةِ عندَ A. إذا كانَتِ النقاطُ B وَ C وَ X تُمثّلُ خطًّا على استقامةٍ واحدةٍ، فأُثبِتُ أنَّ المثلثَ ACX مُتطابقُ الضلعيْنِ، مُبرِّرًا إجابتي.



$\angle BCA = 64$ (نظير)

$\angle ACX = 180 - 64 = 116$

$\angle ACX + \angle CXA + \angle CAX = 180$

$116 + 32 + \angle CAX = 180$

$\Rightarrow \angle CAX = 32$

$\because \angle CXA = \angle CAX = 32$

$\Leftarrow \triangle CXA$

مثلث متساوي الساقين

1 8

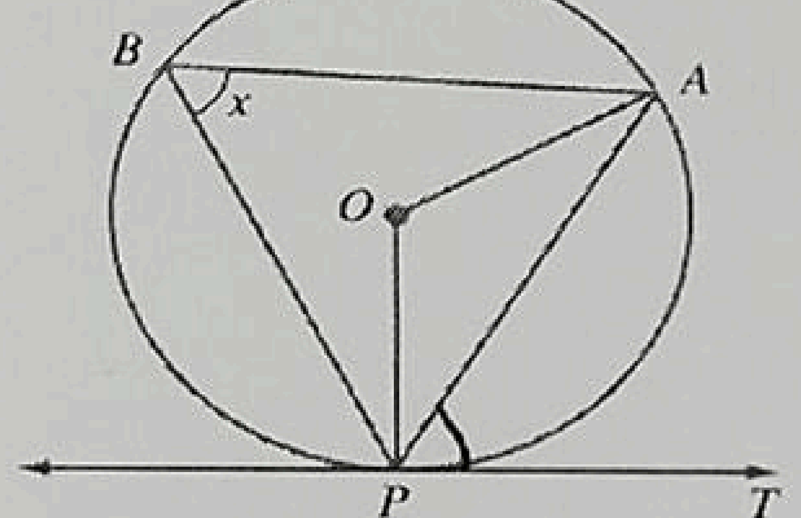
الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

مهارات التفكير العليا

27 تبريرٌ: قالَتْ فاتنُ إنَّ الزاويةَ المحيطيةَ المرسومةَ على قُطرِ الدائرةِ زاويةٌ قائمةٌ. هلْ قولُ فاتنَ صحيحٌ؟ أبرِّرُ إجابتي. نعم ، لان الزاويه المركزيه في هذه الحاله

اي على القطر هي زاويه مستقيمة قياسها $180°$

والمحيطيه = نصف المركزيه $= 90°$



28 تبريرٌ: في الشكلِ المجاورِ، $\overleftrightarrow{PT}$ مماسٌّ لدائرةٍ مركزُها O. إذا كانَ قياسُ الزاويةِ PBA هوَ x^o، فأُثبتُ أنَّ قياسَ الزاويةِ APT يساوي قياسَ الزاويةِ ABP، مُبرِّرًا خطواتِ الحَلِّ.

$2x = \angle AOP$ (مركزيه محيطيه)

$\angle AOP = 2x$

في المثلث $\triangle AOP$ متطابق الضلعين

$\angle APO = \frac{180 - 2x}{2} = \frac{180}{2} - \frac{2x}{2}$

$\angle APO = 90 - x$

مماس ⊥ نصف القطر

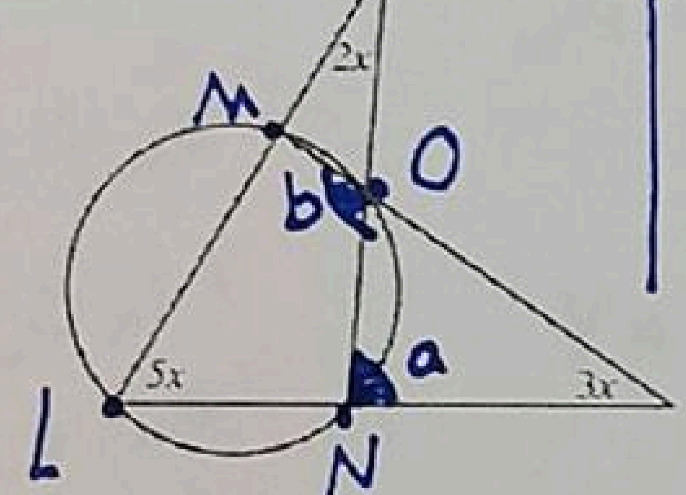
$\angle APO + \angle APT = 90$

$\Rightarrow 90 - x + \angle APT = 90$

$\angle APT = 90 - 90 + x$

$\angle APT = x = \angle ABP$

#



29 تحدٍّ: أجِدُ قيمةَ x في الشكلِ المجاورِ.

$a = 2x + 5x$
$= 7x$
زاويه خارجه عن مثلث

$b = a + 3x$
$= 7x + 3x = 10x$
زاويه خارجه عن مثلث

MONL رباعي دائري

$\Rightarrow b + 5x = 180$

$10x + 5x = 180$

$15x = 180$

$\boxed{x = 12}$

كتاب الطالب صفحة 63 + 64

أتدرب وأحلُّ المسائلَ

أَكتبُ معادلةَ الدائرةِ في كلٍّ منَ الحالاتِ الآتيةِ:

1) المركزُ هوَ نقطةُ الأصلِ، وطولُ نصفِ قُطْرِها 7 وحداتٍ.

$x^2 + y^2 = 49$

2) المركزُ هوَ النقطةُ (3 ,1−)، وطولُ نصفِ قُطْرِها 5 وحداتٍ.

$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$

3) المركزُ هوَ النقطةُ (2− ,3−)، وطولُ قُطْرِها 10 وحداتٍ.

$r = 5$

$(x+3)^2 + (y+2)^2 = 25$

أَجِدُ معادلةَ الدائرةِ المُعطى مركزُها وإحداثيا نقطةٍ تمرُّ بها في كلٍّ ممّا يأتي:

4) المركزُ (2 ,1−)، وتمرُّ بالنقطةِ (3, 5).

$A\ (x_1, y_1)$ ، $B\ (x_2, y_2)$

$r = \overline{AB} = \sqrt{(3+1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{16 + 9}$

$= \sqrt{25} = 5$

$\Rightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$

نجد مسافة بين المركز والنقطة التي بها الدائرة وهي نصف القطر

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

5 المركزُ نقطةُ الأصلِ، وتمرُّ بالنقطةِ $(-9, -4)$.

A $(-9, -4)$, B $(0, 0)$

$r = \overline{AB} = \sqrt{(0+9)^2 + (0+4)^2}$

$= \sqrt{(81) + (16)} = \sqrt{97}$

$\Rightarrow (x)^2 + (y)^2 = 97$

أَجِدُ إحداثيَّي المركزِ، وطولَ نصفِ القُطْرِ لكلٍّ منَ الدوائرِ الآتيةِ:

6 $(x+5)^2 + (y-8)^2 = 36$

المركز $(-5, 8)$

نصف القطر 6

7 $(x-19)^2 + (y-33)^2 = 400$

المركز $(19, 33)$

نصف القطر 20

8 $x^2 + (y+4)^2 = 45$

المركز $(0, -4)$

نصف القطر $\sqrt{45}$

الصف العاشر

الوحدة الثانية

الدائرة

الدرس الرابع

معادلة الدائرة

الاستاذ هاني العليمات

0791591071

Hani olimat

Tch hani olimat

$x^2+y^2+ax+by+c=0$

الصيغة العامة لمعادلة الدائرة

نستخدم القاعدة التالية لإيجاد المركز ونصف ...

$(-\frac{1}{2} a, -\frac{1}{2} b)$

معامل ما y

نصف القطر $r=\sqrt{(\text{الاحداثي السيني للمركز})^2+(\text{الاحداثي الصادي للمركز})^2-c}$

$r=\sqrt{(x_1)^2+(y_1)^2-c}$

9 $(x-3)^2+(y+10)^2=28$

المركز $(3,-10)$

نصف القطر $\sqrt{28}$

10 $x^2+y^2-18x+14y=14$

$(-\frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}b)$

$(-\frac{1}{2}(-18), -\frac{1}{2}(14)) \rightarrow (9,-7)$

$r=\sqrt{(9)^2+(-7)^2-(-14)}$

$=\sqrt{81+49+14}=\sqrt{144}=12$

$(-\frac{1}{2}(8), -\frac{1}{2}(0))$

$(-4, 0)$

$r=\sqrt{(4)^2+(0)^2-9}=\sqrt{16+9}$

$=\sqrt{25}=5$

12 $2x^2+2y^2+20x+36y+158=0$

$x^2+y^2+10x+18y+79=0$

$(-\frac{1}{2}(10), -\frac{1}{2}(18))$

$(-5,-9)$

$r=\sqrt{(5)^2+(-9)^2-79}=\sqrt{25+81-79}$

$=\sqrt{27}$

13 $4x^2+4y^2+120x+855=24y$

$x^2+y^2+30x-6y+\frac{855}{4}=0$

$(-\frac{1}{2}(30), -\frac{1}{2}(-6))$

$(-15, 3)$

$r=\sqrt{(-15)^2+(3)^2-(\frac{855}{4})}=$

$=\sqrt{\frac{234\times4}{1\times4}-\frac{855}{4}}$

$=\sqrt{\frac{936-855}{4}}=\sqrt{\frac{81}{4}}=\frac{9}{2}$

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

أكتبُ معادلةَ الدائرةِ بالصورتيْنِ: $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$, $x^2+y^2+2fx+2gy+c=0$، حيثُ: f، وَ g، وَ c أعدادٌ صحيحةٌ في الحالاتِ الآتيةِ:

14 المركزُ $(-11, -1)$، وطولُ القُطْرِ 26 وحدةً.

القياسية $(x+11)^2+(y+1)^2=169$

العام $\Rightarrow x^2+22x+121+y^2+2y+1-169=0$

$x^2+y^2+22x+2y-47=0$

15 المركزُ $(3, 0)$، وطولُ نصفِ القُطْرِ $4\sqrt{3}$ وحداتٍ.

القياسية $(x-3)^2+y^2=48$

العام $\Rightarrow x^2-6x+9+y^2-48=0$

$x^2+y^2-6x-39=0$

16 المركزُ $(-4, 7)$، وتمرُّ بالنقطةِ $(1, 3)$.

A x_1 y_1 B x_2 y_2

$r=AB=\sqrt{(1+4)^2+(3-7)^2}$

$=\sqrt{25+16}=\sqrt{41}$

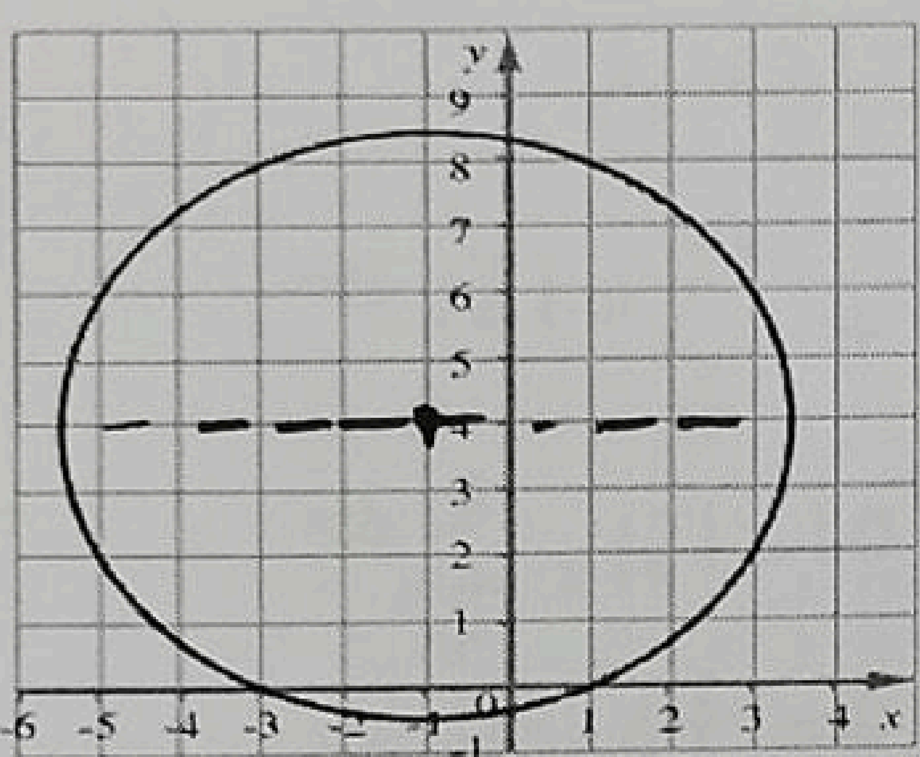
القياسية $\Rightarrow (x+4)^2+(y-7)^2=41$

العام $\Rightarrow x^2+8x+16+y^2-14y+49-41=0$

$x^2+y^2+8x-14y+24=0$

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

17 أَجِدُ معادلةَ الدائرةِ المُبيَّنةِ في الرسمِ البيانيِّ المجاورِ.



$r = 4.5$

المركز $(-1, 4)$

$\Rightarrow (x+1)^2+(y-4)^2=20.25$

18 أَحُلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ. موقع المحطة $(7,4)$

$(x-7)^2+(y-4)^2=(224)^2$

موقع البيت $(-75,95)$ عوض في معادلة الدائرة

$(-75-7)^2+(95-4)^2=50176$

$42928704 \neq 50176$

$>$

منزل فواز خارج دائرة البث.

19 أجدُ إحداثيَّي المركزِ وطولَ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ التي معادلتُها: $(2x-4)^2+(2y+6)^2=100$.

$(2(x-2))^2+(2(y+3))^2=100$

$4(x-2)^2+4(y+3)^2=100$ اقسم 4

$(x-2)^2+(y+3)^2=25$

المركز $(2,-3)$

نصف القطر 5

الصف العاشر
الوحدة الثانية
الدائرة

الدرس الرابع
معادلة الدائرة

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

20 دائرةٌ معادلتُها $x^2+y^2+px+6y=96$، وطولُ نصفِ قُطرِها 11 وحدةً، وَ p عددٌ ثابتٌ موجبٌ. أجِدُ بُعْدَ مركزِ الدائرةِ عنْ نقطةِ الأصلِ.

نجد المركز

$(-\frac{1}{2}p, -\frac{1}{2}6) \to (\frac{-p}{2}, -3)$

$r=\sqrt{(\frac{-p}{2})^2+(-3)^2 - -96}$

$11=\sqrt{\frac{p^2}{4}+9+96}=\sqrt{\frac{p^2}{4}+105}$

بتربيع الطرفين

$\Rightarrow 121=\frac{p^2}{4}+105$

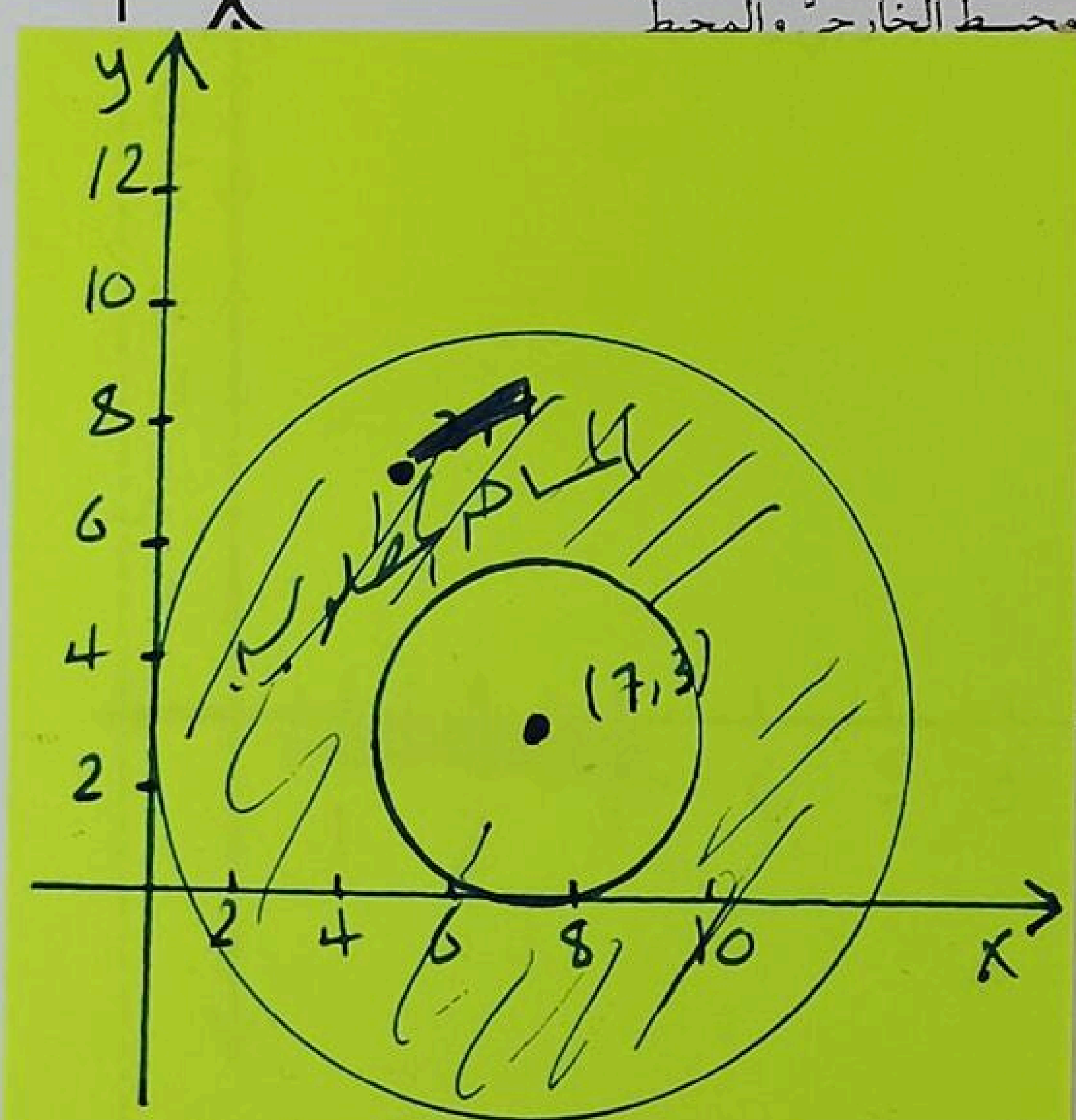
$\Rightarrow \frac{p^2}{4}=121-105=16$

$\Rightarrow p^2=64 \Rightarrow p=8$ ← عدد موجب

$\Rightarrow (-4,-3)$ ← مركز الدائرة

بعد المركز عن نقطة الاصل $=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=\underline{5}$

21 ممرٌّ: ممرٌّ دائريٌّ محصورٌ بينَ دائرتيْنِ لهُما المركزُ نفسُهُ، وهوَ النقطةُ (7, 3). إذا كانَتِ الدائرةُ الكبرى تمسُّ المحورَ y، والصغرى تمسُّ المحورَ x، فأكتبُ معادلتَي الدائرتيْنِ اللتيْنِ تُشكِّلانِ المحيطَ الخارجيَّ والمحيطَ الداخليَّ للممرِّ، ثمَّ أجِدُ مساحةَ الممرِّ بالوحداتِ المربَّعةِ.



$\to 7$

$(x-7)^2+(y-3)^2=49$ ← الدائرة الكبيرة

$(x-7)^2+(y-3)^2=9$ ← الدائرة الصغرى

مساحة الدائرة الكبيرة ← $A_1=r^2\pi=49\pi$

مساحة الدائرة الصغيرة ← $A_2=r^2\pi=9\pi$

مساحة الممر ← A_1-A_2

$=49\pi-9\pi=\underline{40\pi}$

مساحة الممر

تُمثِّلُ النقطتانِ D (2, 9)، وَ E (14, −7) نهايتَيْ قُطرٍ لدائرةٍ مركزُها C:

22 أجِدُ إحداثيَّي المركزِ C. ← نقطة المنتصف DE $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$

$(\frac{14+2}{2}, \frac{-7+9}{2})$

المركز $C\ (8, 1)$

الدرس الرابع
معادلة الدائرة

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

23 أَجِدُ طولَ نصفِ القُطْرِ.

المركز ← $C(8,1)$ $D(2,9)$

$r = \overline{CD} = \sqrt{(2-8)^2 + (9-1)^2}$

$= \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$

24 أَكتبُ معادلةَ الدائرةِ.

$C(8,1)$ $r = 10$

$(x-8)^2 + (y-1)^2 = 100$

25 أُثبِتُ أنَّ المستقيمَ $y = 3x - 2$ هوَ مماسٌّ للدائرةِ التي معادلتُها: $x^2 + y^2 + 4x - 24y + 108 = 0$.

لاثبات ذلك نحل نظام المعادلات ويجب ان يكون هناك حل واحد اي ان الدائرة والمستقيم يشتركان في نقطة واحدة فقط حتى نثبت انه مماس

$x^2 + y^2 + 4x - 24y + 108 = 0 \quad \cdots (1)$

$y = 3x - 2 \quad \cdots (2)$

$\Rightarrow x^2 + (3x-2)^2 + 4x - 24(3x-2) + 108 = 0$

$x^2 + 9x^2 - 12x + 4 + 4x - 72x + 48 + 108 = 0$

$10x^2 - 80x + 160 = 0$

$x^2 - 8x + 16 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4(1)(16)$

$= 64 - 64 = 0$

بما ان Δ = صفر ⇐ المستقيم يشترك مع الدائرة في نقطة واحدة فقط ⇐ المستقيم هو مماس للدائرة

ولايجاد نقطة التماس نكمل الحل.

$x^2 - 8x + 16 = 0$

$(x-4)(x-4) = 0$

$(x-4)^2 = 0$

$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

$\Rightarrow y = 10$

$(4, 10)$ نقطة التماس

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

26 رُسِمَ مماسٌّ منَ النقطةِ $P(8,5)$ للدائرةِ التي معادلتُها: $x^2+y^2+8x-6y-75=0$. أجِدُ طولَ القطعةِ المستقيمةِ التي تصلُ النقطةَ P بنقطةِ التَّماسِّ.

* نرسم الشكل
من معادلة الدائرة نجد مركزها ونصف قطرها

$x^2+y^2+8x-6y-75=0$

مركز $\left(-\frac{1}{2}(8)\ ;\ -\frac{1}{2}(-6)\right)$

المركز $\Rightarrow (-4,3)$

$r=\sqrt{(-4^2)+(3)^2--75}=\sqrt{100}=10$

نجد طول القطعة CP

$CP=\sqrt{(8-{}^-4)^2+(5-3)^2}$

$=\sqrt{(12)^2+(2)^2}=\sqrt{148}$

ΔCaP قائم
نطبق فيثاغورس

$(CP)^2=(Ca)^2+(aP)^2$

$\Rightarrow (aP)^2=(CP)^2-(Ca)^2$

$=148-100=48$

$\Rightarrow aP=\sqrt{48}$ وهو المطلوب

مهارات التفكير العليا

27 تبريرٌ: قالَ عبدُ الرحمنِ إنَّ $x^2+y^2-14x+6y+59=0$ ليسَتْ معادلةَ دائرةٍ. هلْ قولُ عبدِ الرحمنِ صحيحٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

نعم ، ليست معادلة دائرة
التبرير $\Leftarrow$
المركز:
$\left(-\frac{1}{2}(-14)\ ;\ -\frac{1}{2}(6)\right)$
المركز $\rightarrow (7,-3)$

$r=\sqrt{(7)^2+(-3)^2-59}$

$=\sqrt{49+9-59}=\sqrt{58-59}$

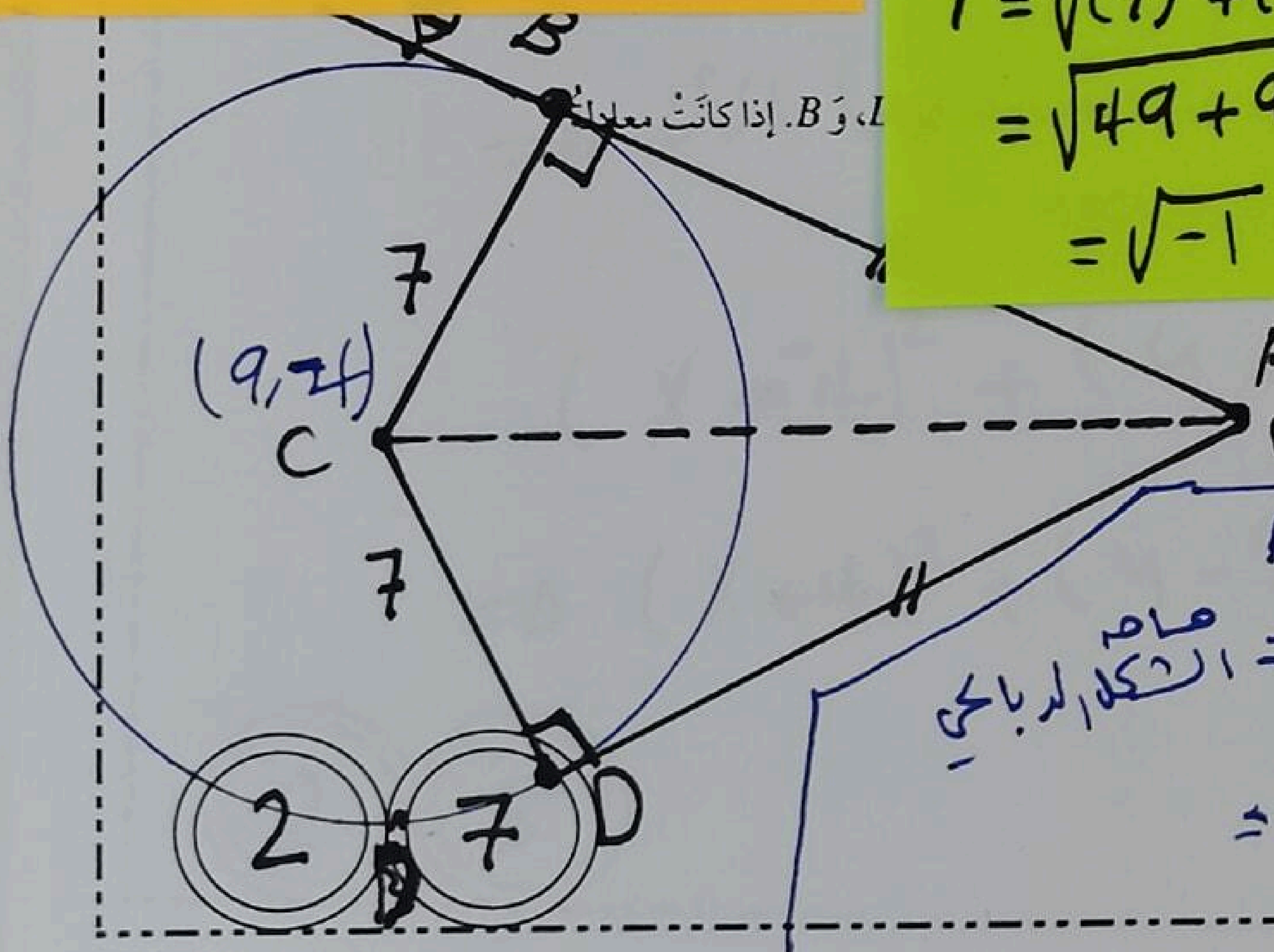
$=\sqrt{-1}$ عدد غير حقيقي
ليست معادلة دائرة

② مساحة المثلث $=\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع

$=\frac{1}{2}(7)(22.9)$

$=78.75$

28 تحدٍّ: رُسِمَ منَ النقط... ، وَ B. إذا كانَتْ معادلةُ ... الدائرةِ هيَ $49=$ ...^{2}



المركز $(9,-4)$

$r=7$

نجد مساحة المثلث ABC والمثلث ADB

متطابقان

مساحة الشكل الرباعي $=$ مساحة ΔABC $+$ مساحة ΔADB

$=2$ مساحة ΔABC $=2(78.75)$

$=157.5$

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

29 تحدٍّ: أكتبُ الصورةَ القياسيةَ لمعادلةِ الدائرةِ $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 24 = 0$ منْ دونِ استعمالِ طريقةِ إكمالِ المربَّعِ.

نستعمل القاعدة التالية لايجاد المركز ونصف القطر.

القاعدة

المركز $\rightarrow \left(-\frac{1}{2}(\text{معامل } x) \,،\, -\frac{1}{2}(\text{معامل } y)\right)$

$\left(-\frac{1}{2}(8), -\frac{1}{2}(-10)\right) \rightarrow (-4, 5)$

نصف القطر $r = \sqrt{(x \text{ احداثي المركز})^2 + (y \text{ احداثي المركز})^2 - \text{الثابت}}$

$= \sqrt{(-4)^2 + (5)^2 - 24}$

$r = \sqrt{16 + 25 - 24} = \sqrt{17}$

$\Rightarrow$ المركز $(-4, 5)$ $\quad r = \sqrt{17}$

$(x - -4)^2 + (y - 5)^2 = (\sqrt{17})^2$

$\Rightarrow (x+4)^2 + (y-5)^2 = 17$

الاستاذ هاني العليمات

0791591071

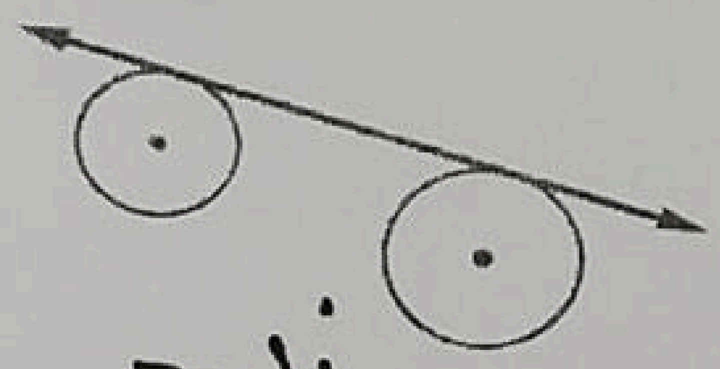
Hani olimat

Tch hani olimat

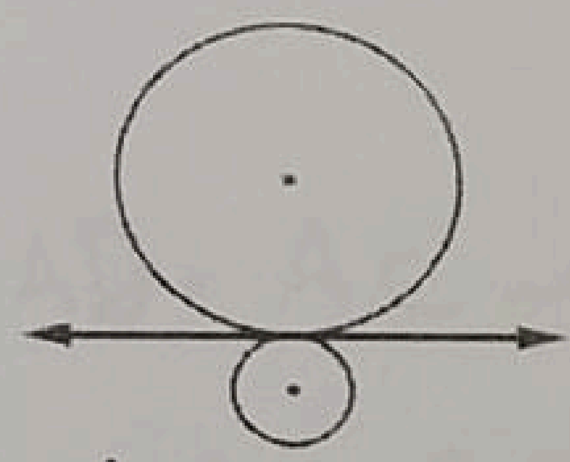
أتدرب وأحلُّ المسائلَ

كتاب الطالب صفحة 71 + 72

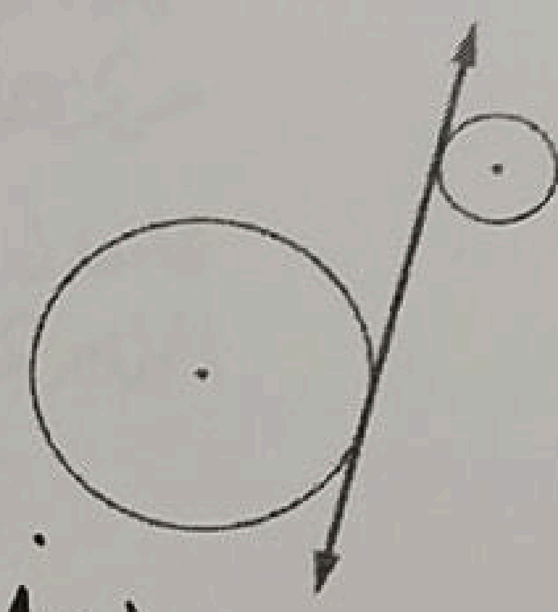
أُحدِّدُ إذا كانَ المماسُّ داخليًا أمْ خارجيًا في كلٍّ ممّا يأتي:

1 

خارجي

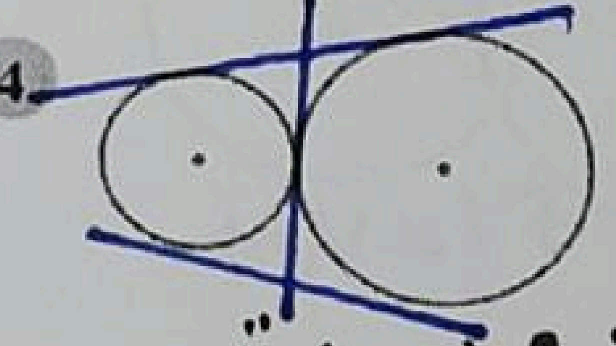
2 

داخلي

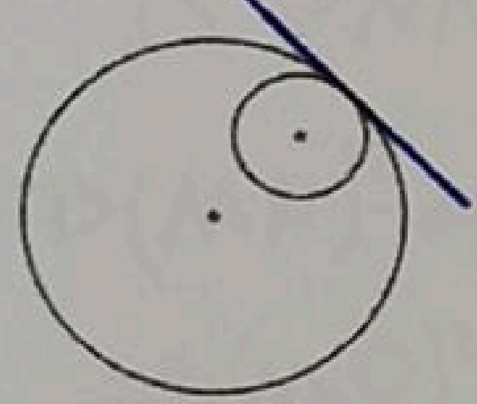
3 

داخلي

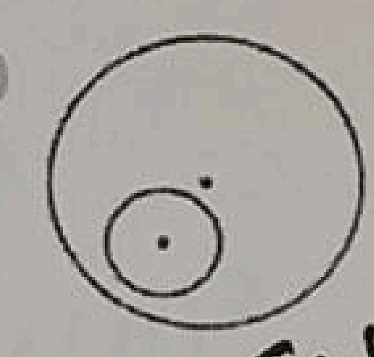
كمْ مماسًّا مشتركًا يُمكِنُ رسمُهُ لكلٍّ منْ أزواجِ الدوائرِ الآتيةِ؟ أرسمُها، ثمَّ أُصنِّفُها إلى خارجيةٍ وداخليةٍ.

4 

3 مماسات
2 خارجي
1 داخلي

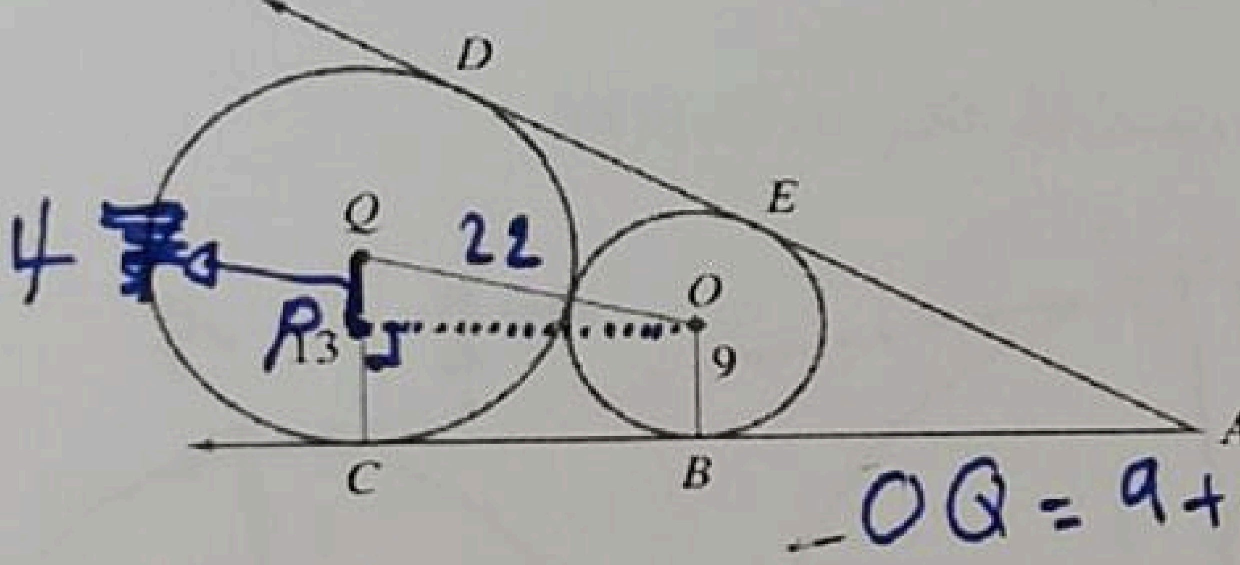
5 

مماس واحد
خارجي

6 

لا يمكن رسم
مماس مشترك

7 يُبيِّنُ الشكلُ المجاورُ مماسَّيْنِ منَ النقطةِ A لدائرتيْنِ متماسَّتيْنِ منَ الخارجِ. أجِدُ طولَ $\overline{CB}$ باستعمالِ القياساتِ المُبيَّنةِ في الشكلِ.



$OQ = 9 + 13 = 22$

$(QO)^2 = (QP)^2 + (PO)^2$

$(PO)^2 = (QO)^2 - (QP)^2$

$= (22)^2 - (4)^2$

$= 484 - 16 = 468$

$\Rightarrow PO = \sqrt{468} = 21.6$

$PO = CB$

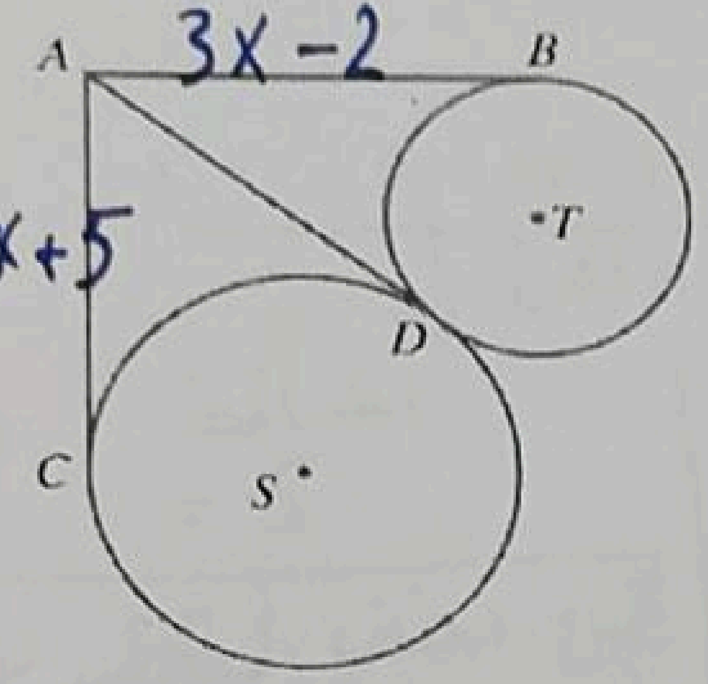
$\Rightarrow CB = 21.6$

الاستاذ هاني العليمات

0791591071

Hani olimat

Tch hani olimat



8 يُبيّنُ الشكلُ المجاورُ دائرتيْنِ متماسّتيْنِ منَ الخارجِ، والمماسّاتِ: $\overline{AB}$، وَ $\overline{AC}$، وَ $\overline{AD}$. إذا كانَ $AB = 3x - 2$، وَ $AC = 2x + 5$، فما قيمةُ x؟

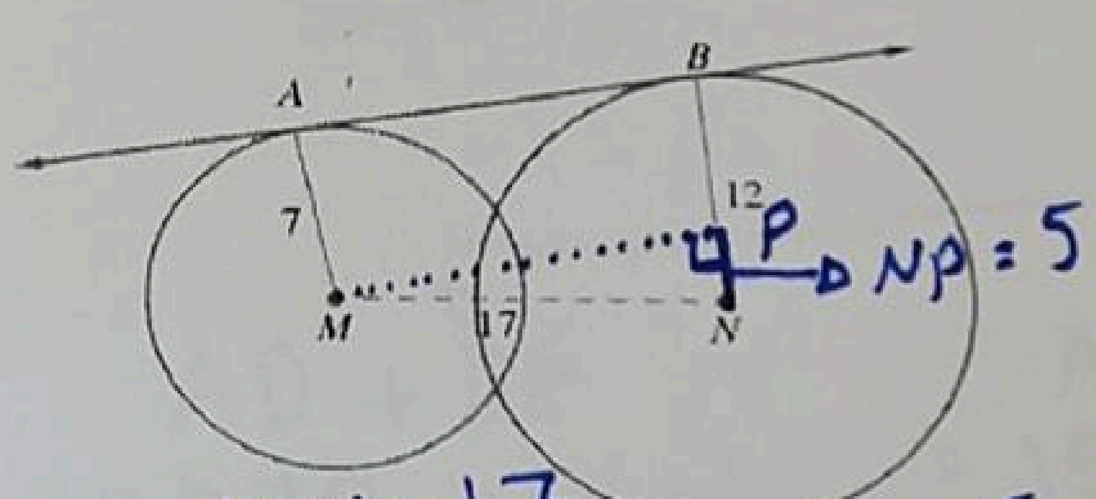
$AB = AD \rightarrow$ مماسان للدائرة التي مركزها T

$AD = AC \rightarrow$ مماسان للدائرة التي مركزها S

$\Rightarrow 3x - 2 = 2x + 5$

$3x - 2x = 5 + 2$

$\boxed{x = 7}$



9 أجدُ طولَ $\overline{AB}$ باستعمالِ القياساتِ المُبيَّنةِ في الشكلِ المجاورِ.

ΔPNM قائم

$\Rightarrow (MN)^2 = (NP)^2 + (MP)^2$

$\Rightarrow (MP)^2 = (MN)^2 - (NP)^2$

$= (17)^2 - (5)^2$

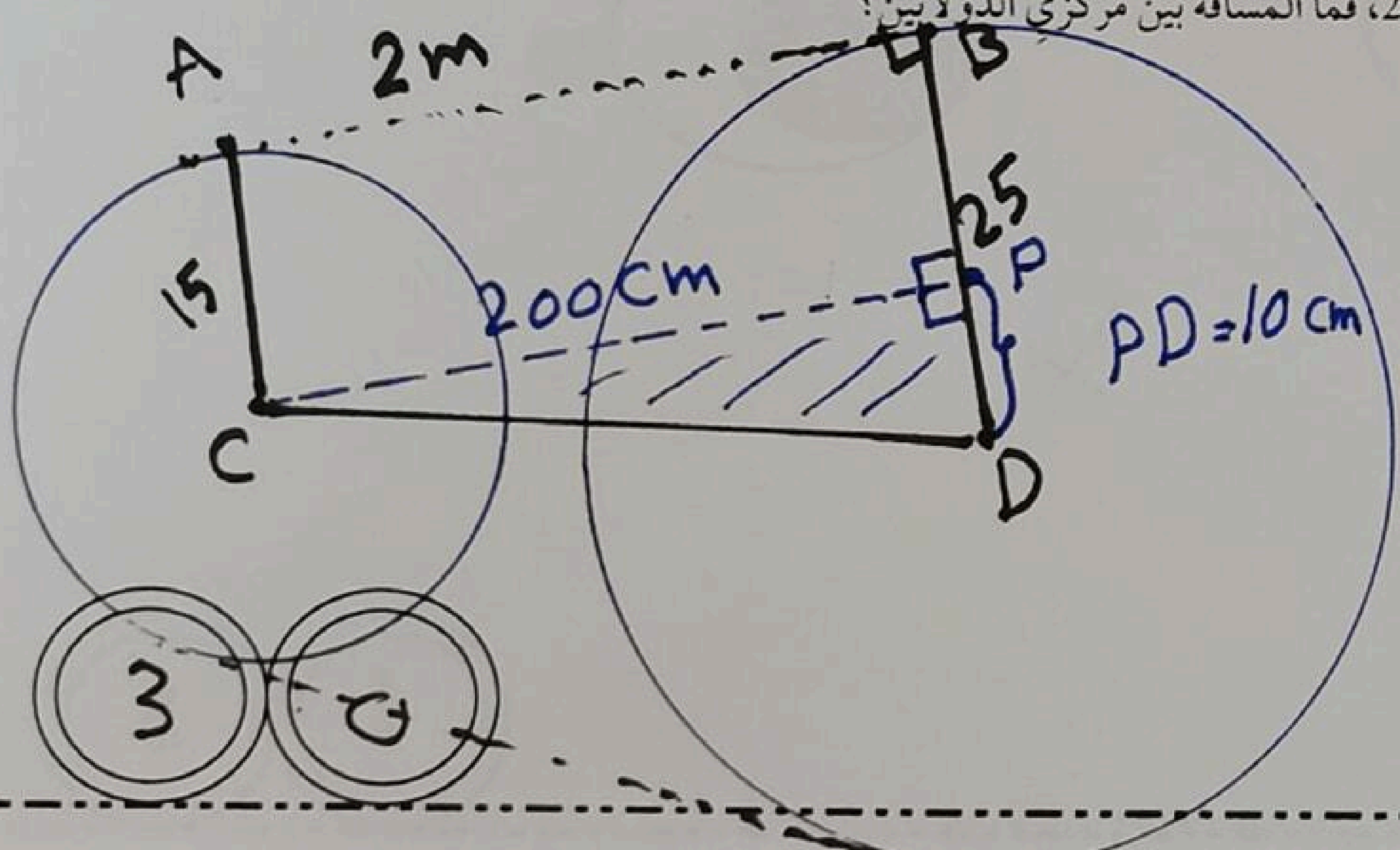
$= 289 - 25 = 264$

$MP = \sqrt{264} = 16.2$

$\Rightarrow MP = AB$

$\Rightarrow AB = 16.2$

10 حزامٌ ناقلٌ: يمرُّ حزامٌ حولَ دولابيْنِ دائريّيْنِ، نصفُ قُطرِ الصغيرِ منهُما 15 cm، ونصفُ قُطرِ الكبيرِ 25 cm. إذا كانَ طولُ الحزامِ بينَ نقطتَي التّماسِّ معَ الدولابيْنِ 2 m، فما المسافةُ بينَ مركزَيِ الدولابيْنِ؟



ΔPDC مثلث قائم

$\Rightarrow (CD)^2 = (PD)^2 + (CP)^2$

$= (10)^2 + (200)^2$

$= 100 + 40000$

$= 40100$

$\Rightarrow CD = \sqrt{40100}$

$= 200.2\ cm$

الاستاذ هاني العليمات

0791591071

Hani olimat

Tch hani olimat

11 أُحدِّدُ وضعَ الدائرتَيْنِ بالنسبةِ إلى بعضِهِما إذا كانَتْ معادلتاهُما: $x^2 + y^2 = 25$, $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 11 = 0$.

دائرة 1 ، دائرة 2

دائرة 1

$x^2 + y^2 - 6x + 8y - 11 = 0$

$\left(-\frac{1}{2}(-6) , -\frac{1}{2}(8)\right)$

المركز $(3 , -4)$

$r = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2 - 11}$

$= \sqrt{36} = 6$

دائرة 2

$(x^2) + y^2 = 25$

المركز $(0 , 0)$

$r = 5$

المسافة بين المركزين

$= \sqrt{(3-0)^2 + (-4-0)^2}$

$= \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$

$= 5$

$\Rightarrow$ المسافة $= 5$

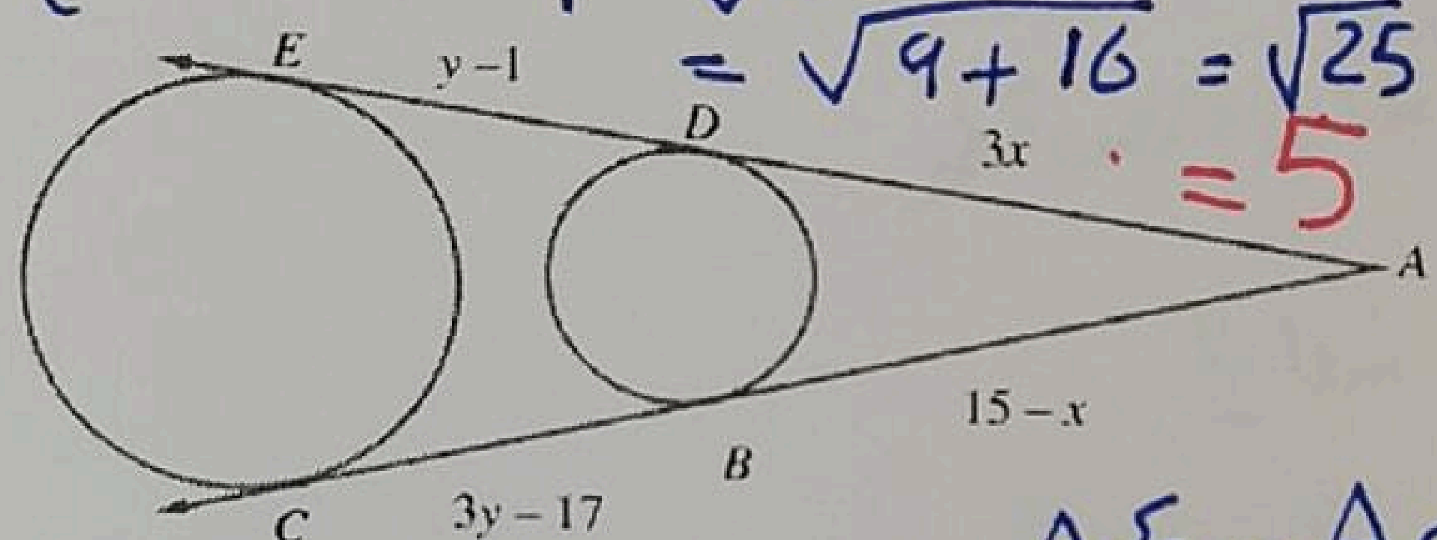
مجموع نصفي القطرين

$6 + 5 = 11$

والفرق $= 1$

$\Rightarrow$ يوجد تقاطع

تقاطع



12 أجِدُ قيمةَ كلٍّ منَ x وَ y في الشكلِ المجاورِ.

$AD = AB$

$3x = 15 - x$

$\Rightarrow 4x = 15$

$\boxed{x = 3.75}$

$AE = AC$

$AD + DE = AB + BC$

$3(3.75) + y - 1 = 15 - (3.75) + 3y - 17$

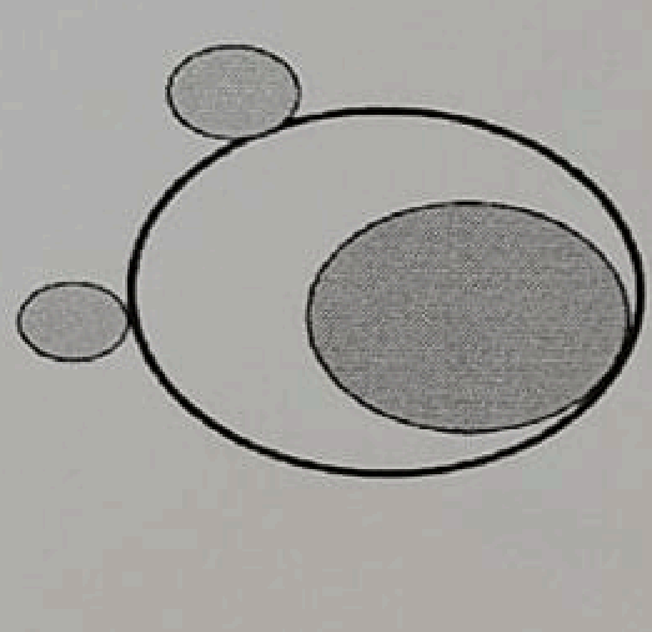
$\cancel{11.25} + y - 1 = \cancel{11.25} + 3y - 17$

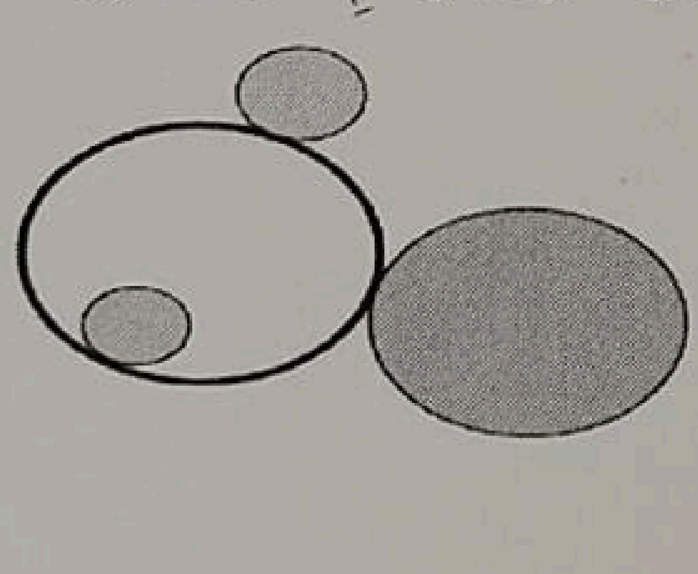
$y - 1 = 3y - 17 \Rightarrow y - 3y = 1 + -17$

$-2y = -16 \Rightarrow \boxed{y = 8}$

مهارات التفكير العليا

13 تحدٍّ: يُمثِّلُ الشكلانِ الآتيانِ طريقتَيْنِ لرسمِ دائرةٍ تُلامِسُ كلًّا منَ الدائرةِ الزرقاءِ، والخضراءِ، والحمراءِ.
أجِدُ 6 طرائقَ أُخرى لرسمِ هذهِ الدائرةِ.



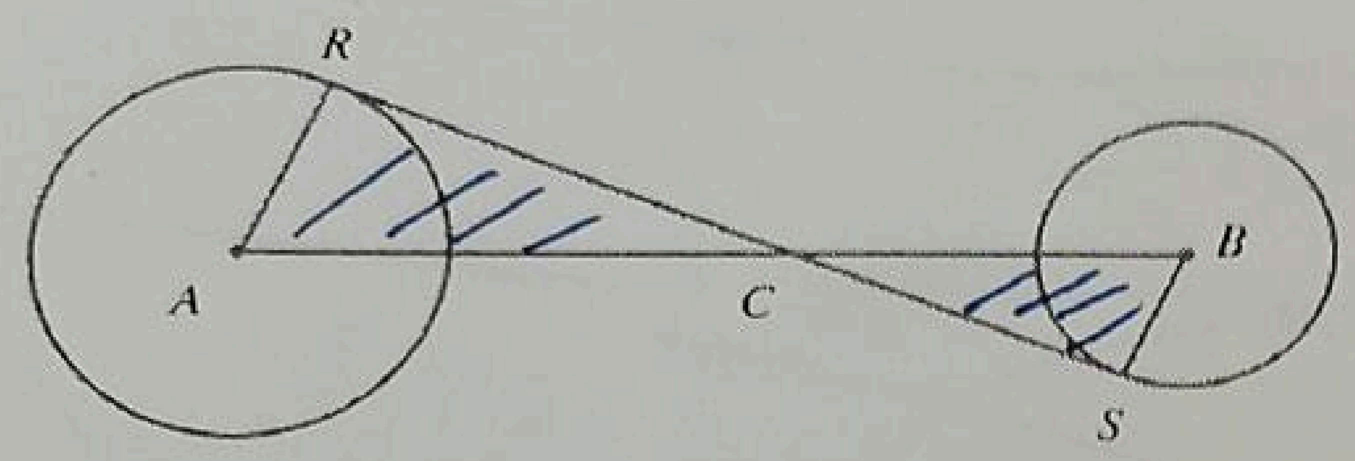


الدرس الخامس

الدوائر المتماسة

الاستاذ هاني العليمات
0791591071
Hani olimat
Tch hani olimat

14 برهانٌ: تُمثِّلُ $\overline{RS}$ في الشكلِ المجاورِ مماسًّا داخليًا مشتركًا لدائرتيْنِ مركزاهُما A، وَ B على التوالي. أُثبِتُ أنَّ: $\frac{RC}{SC}=\frac{AC}{BC}$.



نبحث في تشابه المثلثان

ΔCBS ΔRAC.

متقابلات بالرأس $\angle RCA = \angle BCS$

نقطة تماس ونصف قطر $\angle BSC = \angle ARC = 90$

∴ يتشابه المثلثان بثلاثة زوايا.

$\Rightarrow \frac{RA}{BS} = \boxed{\frac{AC}{BC} = \frac{RC}{SC}}$

#