الرياضيات

10

الصف العاشر

الفصل الدراسي الثاني

كتاب التمارين

National Center for Curriculum Development

المركز الوطني لتطوير المناهج

المملكة الأردنية الهاشمية

وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الفصل الدراسي الثاني

كتاب التمارين

10

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

يوسف سليمان جرادات   نور محمد حسان   إبراهيم عقله القادري

إضافة إلى جهود فريق التأليف، فقد جاء هذا الكتاب ثمرة جهود وطنية مشتركة من لجان مراجعة وتقييم علمية وتربوية ولغوية، ومجموعات مُركَّزة من المعلِّمين والمشرفين التربويين، وملاحظات مجتمعية من وسائل التواصل الاجتماعي، وإسهامات أساسية دقيقة من اللجنة الاستشارية والمجلس التنفيذي والمجلس الأعلى في المركز، ومجلس التربية والتعليم ولجانه المتخصِّصة.

الناشر

المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج، ووزارة التربية والتعليم – إدارة المناهج والكتب المدرسية، استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية: هاتف: 8-4617304/5، فاكس: 4637569، ص. ب: 1930، الرمز البريدي: 11118، أو بوساطة البريد الإلكتروني: scientific.division@moe.gov.jo

قـرَّرت وزارة التربيـة والتعليـم تدريـس هذا الكتـاب في مدارس المملكـة الأردنية الهاشـمية جميعها، بنـاءً على قـرار المجلس الأعلى للمركـز الوطنـي لتطوير المناهج في جلسـته رقـم (2020/7)، تاريخ 2020/12/1 م، وقـرار مجلس التربية والتعليـم رقم (2020/176)، تاريـخ 2020/12/17 م، بـدءًا من العام الـدراسي 2020 / 2021 م.

- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan
- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 041 - 7

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية:
(2020/8/2973)

373,19

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

الرياضيات: كتاب التمارين (الصف العاشر)/ المركز الوطني لتطوير المناهج.– عمان: المركز، 2020،

ج2 (**29**) ص.

ر.إ.: 2020/8/2973

الواصفات: / الرياضيات/ / التعليم الإعدادي/ / المناهج/

يتحمَّل المُؤلِّف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مُصنَّفه، ولا يُعبِّر هذا المُصنَّف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

British Library Cataloguing -in- Publication Data
A catalogue record for this publication is available from the Library.

الطبعة الأولى (التجريبية)

1441 هـ / 2020 م

قائمةُ المحتوياتِ

الوحدةُ 5 الاقترانات

الوحدةُ 6 المشتقاتُ

قائمةُ المحتوياتِ

الوحدةُ 7 المتجهاتُ

الوحدةُ 8 الإحصاءُ والاحتمالاتُ

الوحدةُ 5: الاقتراناتُ

أختبرُ معلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ أستعينُ بالمراجعةِ.

إيجادُ صورةِ عددٍ في الاقترانِ.

إذا كانَ $f(x) = 3x-2$، وَ $g(x) = x^2 - 2x - 3$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

1. $g(0)$
2. $f(2)$
3. $f(-3)$
4. $g(-4)$

مثالٌ: إذا كانَ $g(x) = 2x^2 + 5x + 4$، فأَجِدُ $g(-2)$

قاعدةُ الاقترانِ	$g(x) = 2x^2 + 5x + 4$
بتعويضِ $x = -2$	$g(-2) = 2(-2)^2 + 5(-2) + 4$
بالتبسيطِ	$= 8 - 10 + 4 = 2$

تبسيطُ المقاديرِ الجبريةِ.

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1. $-3(2x - 2y - 4)$
2. $(4a + b) + 2(a - 3b)$
3. $5x^2(2x - 5)$
4. $(x - 3)^2 + 11x$

مثالٌ: أكتبُ $-2a(3a - 2b - 5) + 5a^2$ في أبسطِ صورةٍ.

المقدارُ الأصليُّ	$-2a(3a - 2b - 5) + 5a^2$
خاصيةُ التوزيعِ	$= -2a(3a) - 2a(-2b) - 2a(-5) + 5a^2$
بالتبسيطِ	$= -6a^2 + 4ab + 10a + 5a^2$
بجمعِ الحدودِ المتشابهةِ	$= -a^2 + 4ab + 10a$

التعبيرُ عنْ مُتغيِّرٍ بدلالةِ الآخرِ.

أَجِدُ قيمةَ x بدلالةِ y في كلٍّ ممّا يأتي:

1. $y = 4x - 7$
2. $y = 3 - 5x$
3. $y = x^2 - 5$
4. $y = \frac{1}{2x - 1}$

تُستعمَلُ الصيغةُ: $F = \frac{9}{5}C + 32$ لتحويلِ درجةِ الحرارةِ منْ مقياسِ سيلسيوس C إلى مقياسِ فهرنهايت F.

5 أُحوِّلُ $40°\ C$ إلى مقياسِ فهرنهايت F.

6 أُحوِّلُ $86°\ F$ إلى مقياسِ سيلسيوس C.

مثالٌ: أَجِدُ قيمةَ x بدلالةِ y في كلٍّ ممّا يأتي:

a) $y = 3x - 8$

المعادلةُ الأصليةُ	$y = 3x - 8$
بإضافةِ 8 إلى الطرفيْنِ	$y + 8 = 3x$
بقسمةِ الطرفيْنِ على 3	$\frac{y+8}{3} = x$

b) $y = \frac{3}{2 - x}$

المعادلةُ الأصليةُ	$y = \frac{3}{2 - x}$
بضربِ الطرفيْنِ في $(2-x)$	$y\,(2-x) = 3$
	$2y - yx = 3$
بطرحِ $2y$ منَ الطرفيْنِ، وضربِ الطرفيْنِ في -1	$yx = 2y - 3$
بقسمةِ الطرفيْنِ على y	$x = \frac{2y-3}{y}$

إيجادُ حدودٍ متتاليةٍ.

أَجِدُ الحدَّيْنِ التالييْنِ للمتتالياتِ الآتيةِ:

1 4, 7, 10, 13, ….

2 100, 94, 88,82, ….

3 3, 6, 11, 18, ….

مثالٌ: أَجِدُ الحدَّيْنِ التالييْنِ للمتتاليةِ: **2, 7, 12, 17, …**

أُلاحِظُ أنَّ كلَّ حدٍّ يزيدُ على الحدِّ الذي يسبقُهُ بمقدارٍ ثابتٍ هوَ 5:

$$7-2 = 12 - 7 = 17 - 12 = 5$$

إذنْ، الحدّانِ التاليانِ هما: $17 + 5 = 22\ ,\ 22 + 5 = 27$

اقترانات كثيراتِ الحدودِ

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا، مُحدِّدًا الدرجةَ والمعاملَ الرئيسَ والحدَّ الثابتَ لكلِّ كثيرِ حدودٍ، ثمَّ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ:

1 $h(x) = 3x^2 + 2x^{-1} + 5$

2 $g(x) = 3\frac{1}{5}x^2 - 5x^3 + 7x - 1$

3 $f(x) = \frac{8(3 - 2x)}{5}$

4 $j(x) = \sqrt{x^2 + 16} - 4x$

أُمثِّلُ بيانيًّا كلًّا ممّا يأتي، مُحدِّدًا مجالَهُ ومداهُ:

5 $f(x) = 2x^3 - 5, -2 \leq x \leq 3$

6 $r(x) = -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 5, -2 \leq x \leq 2$

7 $g(x) = 12 - 4x - x^2$

8 $h(x) = (2x - 5)^2 - 10$

إذا كانَ $f(x) = 2x^2 - 4x^3 + 5x - 1$، وَ $g(x) = x^3 + 5x^2 - 7$، وَ $h(x) = 2x - 4$، فأَجِدُ ناتجَ ما يأتي:

9 $f(x) + g(x)$

10 $f(x) - g(x)$

11 $g(x) - x(h(x))$

12 $h(x) \cdot f(x)$

13 $(h(x))^2 + f(x)$

14 $f(x) \cdot g(x)$

15 هلِ العددُ -2 صفرٌ للاقترانِ $h(x) = -x^4 - 5x^3 + 7x - 10$؟ أُبرِّرُ إجابتي.

16 أَجِدُ أصفارَ الاقترانِ $g(x) = (x-1)^3 - 3(x-1)^2$

17 لدى مُزارعٍ 24 m منَ السياجِ، أرادَ أنْ يُسيِّجَ بهِ حظيرةً مستطيلةً لدواجنِهِ؛ على أنْ يجعلَ جدارَ مخزنٍ في مزرعتِهِ أحدَ جوانبِ الحظيرةِ منْ دونِ سياجٍ. ما أكبرُ مِساحةٍ ممكنةٍ للحظيرةِ التي يُمكِنُ تسييجُها بهذا السياجِ؟

18 يزيدُ ارتفاعُ أسطوانةٍ 3 وحداتٍ على طولِ نصفِ قُطْرِ قاعدتِها. أكتبُ اقترانًا يُعبِّرُ عنْ حجمِ الأسطوانةِ بدلالةِ x إذا كانَ طولُ نصفِ قُطْرِ قاعدتِها $(2x + 1)$ وحدةً.

(حجمُ الأسطوانةِ التي نصفُ قُطْرِ قاعدتِها r، وارتفاعُها h، هوَ $V = \pi r^2 h$).

قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتِ النسبيةِ

أَجِدُ ناتجَ قسمةِ $f(x)$ على $h(x)$ وباقيها في كلٍّ ممّا يأتي:

1. $f(x) = 2x^3 - 4x^2 - 12x + 5;\ h(x) = x + 4$

2. $f(x) = 4x^4 - 6x^3 - 9x + 12;\ h(x) = 2x^2 - 5x + 2$

3. أَجِدُ قيمةَ k بحيثُ يكونُ باقي قسمةِ $f(x) = 4x^3 - 8x^2 + 7x + k$ على $h(x) = 2x + 1$ هوَ 8

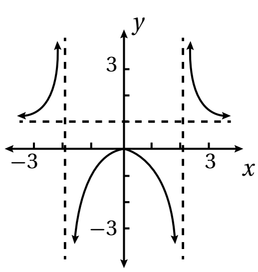
4. أَجِدُ قيمةَ c بحيثُ يكونُ $h(x) = x - 3$ أحدَ عواملِ $g(x) = 2x^4 - 5x^3 + cx - 18$

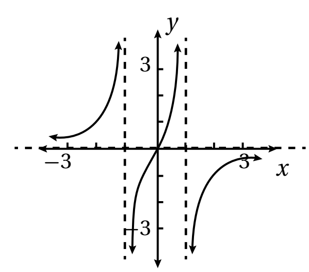
أَجِدُ خطوطَ التقاربِ لكلِّ اقترانٍ ممّا يأتي، وأُمثِّلُهُ بيانيًّا، ثمَّ أَجِدُ مجالَهُ ومداهُ:

5. $f(x) = 4 + \dfrac{2}{x-1}$

6. $h(x) = -\dfrac{3}{x+2} + 5$

أَجِدُ المجالَ والمدى وخطوطَ التقاربِ لكلٍّ منَ الاقترانيْنِ المُمثَّليْنِ بيانيًّا في ما يأتي:

7. 

8. 

أَجِدُ المجالَ والمدى لكلٍّ ممّا يأتي:

9. $g(x) = \dfrac{1}{(x-3)^2} + 5$

10. $j(x) = \dfrac{4}{(x+2)^2} + 3$

يُعطى تركيزُ مضادٍّ حيويٍّ (بالميليغرام لكلِّ ديسيلترٍ) في دمِ مريضٍ بعدَ t ساعةً منْ تناولِهِ بالاقترانِ: $C(t) = \dfrac{50t}{t^2 + 25}$:

11. أَجِدُ تركيزَ هذا المضادِّ بعدَ 5 ساعاتٍ منْ تناولِهِ.

12. متى يكونُ تركيزُ هذا المضادِّ $4\ \mathrm{mg/dL}$؟

نُقِلَتْ فصيلةٌ نادرةٌ منَ الحشراتِ إلى محميةٍ خاصةٍ لمنعِ انقراضِها. وقدْ بلغَ عددُ أفرادِ هذهِ الفصيلةِ بعدَ t شهرًا منْ نقلِها $P(t) = \dfrac{72(1+0.6t)}{3+0.02t}$:

13. كمْ كانَ عددُ الحشراتِ عندَ نقلِها إلى المحميةِ؟

14. كمْ سيبلغُ عددُها بعدَ 30 شهرًا منْ نقلِها؟

15. بعدَ كمْ شهرٍ سيصلُ عددُها إلى 558 حشرةً؟

تركيبُ الاقتراناتِ

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي، مُستعمِلًا القيمَ المُبيَّنةَ في الجدوليْنِ الآتيينِ:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$	8	3	0	-1	0	3	8

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-7	-5	-3	-1	3	5	7

1 $(f\circ g)(1)$
2 $(f\circ g)(-2)$
3 $(g\circ f)(1)$
4 $(g\circ f)(0)$
5 $(g\circ g)(-1)$
6 $(f\circ f)(-1)$

إذا كانَ $f(x) = 2x + 1$، وَ $g(x) = 3x - 4$، فأَجِدُ:

7 $(f\circ g)(2)$
8 $(f\circ g)(0)$
9 $(f\circ g)(8)$
10 $(g\circ f)(1)$
11 $(f\circ g)(x)$
12 $(g\circ f)(x)$

إذا كانَ $k(x) = \dfrac{1}{x+1}$، وَ $h(x) = \dfrac{2}{x}$، فأَجِدُ:

13 $(h\circ k)(3)$
14 $(k\circ h)(3)$
15 $(h\circ h)(6)$
16 $(k\circ k)(-3)$
17 $(k\circ h)(x)$
18 $(h\circ k)(x)$

أَجِدُ اقترانيْنِ $f(x)$، وَ $g(x)$، بحيثُ يكونُ $h(x) = (g \circ f)(x)$ في كلٍّ ممّا يأتي:

19 $h(x) = x^6 + 1$
20 $h(x) = 4(x+1)^2$
21 $h(x) = 2x^2 - 20x + 50$
22 $h(x) = \sqrt{2x^2 - 4} + 7$

23 يرتبطُ سعرُ سلعةٍ مُعيَّنةٍ وعددُ الوحداتِ المبيعةِ منْها بالعلاقةِ $p = 100 - \frac{x}{4}$ ، $0 \le x \le 400$، حيثُ p السعرُ بالدينارِ، وَ x عددُ الوحداتِ المبيعةِ. إذا كانَتِ التكلفةُ C بالدنانيرِ لإنتاجِ x وحدةً هيَ $C = \frac{4\sqrt{x}}{0.5} + 600$، فأَجِدُ التكلفةَ C في صورةِ اقترانٍ نسبةً إلى السعرِ p، ثمَّ أَجِدُ التكلفةَ إذا كانَ سعرُ الوحدةِ الواحدةِ 19 دينارًا.

الاقترانُ العكسيُّ

إذا كانَ $g(x) = 80 - \frac{100}{1+x}$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

1. $g(9)$
2. $g(4)$
3. $g^{-1}(70)$
4. $g^{-1}(60)$

5. إذا كانَ $f(x)$ اقترانَ واحدٍ لواحدٍ، وَ $f(3) = 8$، فماذا يُستنتَجُ منْ هذهِ المعطياتِ؟

6. إذا كانَ $f(x)$ يُمثِّلُ عددَ الوحداتِ المُنتَجةِ في x ساعةَ عملٍ لمُنتَجٍ مُعيَّنٍ، فماذا يُمثِّلُ المقدارُ $f^{-1}(2540)$؟

أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ $f^{-1}(x)$ لكلٍّ ممّا يأتي، مُحدِّدًا مجالَهُ ومداهُ:

7. $f(x) = 3x - 5$
8. $f(x) = 4 - 7x$
9. $f(x) = x^2 + 3, x \geq 0$
10. $f(x) = 5 - 9x^2, x \geq 0$
11. $f(x) = \frac{x}{2x+6}$
12. $f(x) = \frac{x}{8-4x}$
13. $f(x) = \sqrt{2x-1} + 3$
14. $f(x) = \sqrt{3x+2} - 5$
15. $f(x) = \sqrt[3]{3x-2} - 1$
16. $f(x) = \sqrt[3]{3-4x} + 1$

أُبيِّنُ إذا كانَ كلٌّ منَ الاقترانينِ $f(x)$، وَ $h(x)$ اقترانًا عكسيًّا للآخرِ أمْ لا:

17. $f(x) = 2x - 5, h(x) = 5x + 2$
18. $f(x) = \frac{2x}{3x+5}, \quad h(x) = \frac{5x}{2-3x}$

19. أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ للاقترانِ $f(x) = \sqrt{6+3x}$، ثمَّ أُمثِّلُ $f(x)$، وَ $f^{-1}(x)$ في المستوى الإحداثيِّ نفسِهِ.

20. **هندســةٌ:** تُعطى مِساحةُ الدائرةِ بالاقترانِ $A(r) = \pi r^2$، حيثُ A المِساحةُ، وَ r نصفُ القُطْرِ. أُعبِّرُ عنْ r في صورةِ اقترانٍ نسبةً إلى المِساحةِ A، ثمَّ أَجِدُ طولَ نصفِ قُطْرِ دائرةٍ مِساحتُها $250\ \text{cm}^2$

21. **فيزياءُ:** يُعطى زمنُ الدورةِ T ثانيةً لبندولٍ بســيطٍ بالاقترانِ $T(\ell) = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{9.8}}$، حيثُ ℓ طولُ البندولِ بالأمتارِ. أُعبِّرُ عنْ ℓ في صورةِ اقترانٍ نسبةً إلى الزمنِ T، ثمَّ أَجِدُ طولَ بندولٍ زمنُ دورتِهِ $3\ \text{s}$

المتتالياتُ

أكتبُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

1. $4, 6, 8, 10, \ldots$
2. $3, 30, 300, 3000, \ldots$
3. $1, 4, 9, 16, \ldots$
4. $2, 4, 8, 16, \ldots$
5. $3, 10, 17, 24, \ldots$
6. $0, 4, 18, 48, \ldots$

أُصنِّفُ المتتالياتِ الآتيةَ إلى خطِّيةٍ، وتربيعيةٍ، وتكعيبيةٍ، وأُسِّيةٍ، ثمَّ أَجِدُ الحدودَ الثلاثةَ الأولى والحدَّ العشرينَ لكلٍّ منْها:

7. $\mathrm{T}(n) = 3n + 1$
8. $\mathrm{T}(n) = 2n^2 + 1$
9. $\mathrm{T}(n) = 3(2)^n - 5$
10. $\mathrm{T}(n) = n(n^2 + 1)$

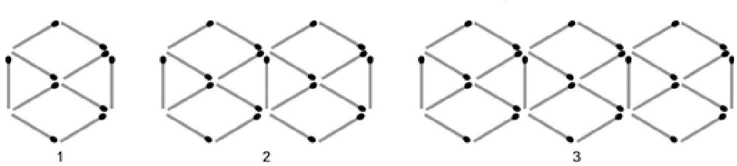
أَجِدُ الحدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

11. $6, 11, 16, 21, 26, \ldots$
12. $-4, 3, 22, 59, 120, \ldots$
13. $5, 15, 45, 135, \ldots$
14. $5, 11, 21, 35, 53, \ldots$

استثمرَ خالدٌ 20000 دينارٍ في مشروعٍ تجاريٍّ، وتوقَّعَ أنْ تبلغَ نسبةُ الربحِ منْهُ 15% سنويًّا:

15. أكتبُ مقدارًا جبريًّا يُمثِّلُ قيمةَ استثمارِ خالدٍ بعدَ n منَ السنواتِ.
16. أَجِدُ قيمةَ استثمارِ خالدٍ بعدَ 12 سنةً.

في ما يأتي نمطٌ هندسيٌّ يُمثِّلُ فيهِ عددُ أعوادِ الثقابِ متتاليةً:



17. أرسمُ النموذجَ الرابعَ في هذا النمطِ.
18. أَجِدُ عددَ أعوادِ الثقابِ اللازمةِ لبناءِ النموذجِ رقمِ 20 في هذا النمطِ.
19. ما أكبرُ مجموعةٍ منَ الأشكالِ السداسيةِ يُمكِنُ بناؤُها باستعمالِ 100 عودٍ منَ الثقابِ؟

الوحدةُ 6: المشتقاتُ

أختبرُ معلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ أستعينُ بالمراجعةِ.

إيجادُ ميلِ المستقيمِ.

أَجِدُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتيْنِ في كلٍّ ممّا يأتي:

2) $(3, 6), (-2, 6)$

1) $(4, 2), (5, 6)$

مثالٌ: أَجِدُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بالنقطتيْنِ: $(1, 2)$، وَ$(3, 4)$.

صيغةُ ميلِ المستقيمِ m $\qquad m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$(x_1, y_1) = (1, 2), (x_2, y_2) = (3, 4)$ $\qquad m = \dfrac{4-2}{3-1} = 1$

حَلُّ المعادلاتِ الخطِّيةِ.

أَحُلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الخطِّيةِ الآتيةِ:

3) $3(4x - 2) = 8(x + 6)$

2) $2(1 - 2x) = 8x - 3$

1) $5x + 5 = 4 - 7x$

مثالٌ: أَحُلُّ المعادلةَ الخطِّيةَ $3x + 5 = x - 3$

المعادلةُ الأصليةُ $\qquad 3x + 5 = x - 3$

بطرحِ x منَ الطرفيْنِ $\qquad 2x + 5 = -3$

بطرحِ 5 منَ الطرفيْنِ $\qquad 2x = -8$

بقسمةِ الطرفيْنِ على 2 $\qquad x = -4$

حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ.

أَحُلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ:

3) $x^2 - 4x + 7 = 0$

2) $x^2 + 6x + 9 = 0$

1) $x^2 - 3x + 2 = 0$

مثالٌ: أَحُلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $x^2 + x - 6 = 0$

أَحُلُّ هذهِ المعادلةَ باستعمالِ التحليلِ إلى العواملِ:

$x^2 + x - 6 = 0$

بالتحليلِ إلى العواملِ $\qquad (x + 3)(x - 2) = 0$

خاصيةُ الضربِ الصفريِّ $\qquad x + 3 = 0, x - 2 = 0$

بحَلِّ المعادلتيْنِ الناتجتيْنِ $\qquad x = -3, \quad x = 2$

إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ: $x_1 = -3, x_2 = 2$

يُمكِنُ أيضًا حَلُّ المعادلةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ.

أَجِدُ قيمَ المعاملاتِ: $a = 1, b = 1, c = -6$

القانونُ العامُّ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويضِ، والتبسيطِ

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1-5}{2}, x_2 = \frac{-1+5}{2}$$

إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ: $x_1 = -3, x_2 = 2$

- **إيجادُ ناتجِ ضربِ المقاديرِ الجبريةِ.**

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1) $8x(3x - 2)$
2) $(x - 6)\ (x + 4)$
3) $(x - 7)\ (x + 7)$

مثالٌ: أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1) $(x - 3)\ (x + 4)$

بتوزيعِ الضربِ

$$(x - 3)(x + 4) = x^2 - 3x + 4x - 12$$

بالتبسيطِ

$$= x^2 + x - 12$$

2) $(x + 1)\ (x - 1)$

بتوزيعِ الضربِ على الجمعِ

$$(x + 1)(x - 1) = x(x - 1) + 1 \times (x - 1)$$

بتوزيعِ الضربِ على الطرحِ

$$= x^2 - x + x - 1$$

بجمعِ الحدودِ المتشابهةِ

$$= x^2 - 1$$

- **حسابُ محيطِ الدائرةِ ومِساحتِها.**

أَجِدُ المحيطَ والمِساحةَ للدائرةِ المُعطى نصفُ قُطْرِها في كلٍّ ممّا يأتي:

1) $r = 5\,\text{cm}$
2) $r = 7\,\text{cm}$
3) $r = 8\,\text{cm}$

مثالٌ: أَجِدُ المحيطَ والمِساحةَ للدائرةِ التي نصفُ قُطْرِها **3 cm**:

صيغةُ محيطِ الدائرةِ

$$C = 2\pi r$$

بتعويضِ طولِ نصفِ القُطْرِ، والتبسيطِ

$$= 2\,\pi\,(3) = 6\,\pi\ \text{cm}$$

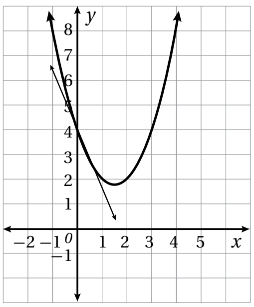
صيغةُ مِساحةِ الدائرةِ

$$A = \pi r^2$$

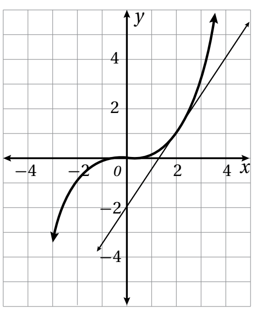
بتعويضِ طولِ نصفِ القُطْرِ، والتبسيطِ

$$= \pi\,(3)^2 = 9\,\pi\ \text{cm}^2$$

تقديرُ ميلِ المنحنى



1 يُمثِّلُ المستقيمُ في الشكلِ المجاورِ مماسًّا لمنحنى الاقترانِ $y = x^2 - 3x + 4$ عندَ النقطةِ $A(0, 4)$. أُقدِّرُ ميلَ منحنى الاقترانِ عندَ النقطةِ A.



2 يُمثِّلُ المستقيمُ في الشكلِ المجاورِ مماسًّا لمنحنى الاقترانِ $y = \frac{1}{8}x^3$ عندَ النقطةِ $A(2, 1)$. أُقدِّرُ ميلَ منحنى الاقترانِ عندَ النقطةِ A.

3 أُقدِّرُ ميلَ منحنى الاقترانِ $y = x^3 - 3x + 1$ عندَ النقطةِ $(2, 3)$.

4 أُقدِّرُ ميلَ منحنى الاقترانِ $y = 4x - 3x^2$ عندَ النقطةِ $(2, -4)$.

5 يُمثِّلُ الاقترانُ $d(t) = 40t - 16t^2$ المسافةَ التي يقطعُها جسمٌ مُتحرِّكٌ، حيثُ d المسافةُ المقطوعةُ بالمترِ، وَ t الزمنُ بالثواني. أُقدِّرُ سرعةَ الجسمِ اللحظيةَ بعدَ ثانيتيْنِ.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-7	-2	1	2	1

أرسمُ منحنى الاقترانِ $f(x)$ في الفترةِ $-2 \leq x \leq 2$ باستعمالِ جدولِ القيمِ المجاورِ:

6 أرسمُ مماسًّا لمنحنى الاقترانِ عندَ النقطةِ $(2, 1)$.

7 أُقدِّرُ ميلَ منحنى الاقترانِ عندَ النقطةِ $(2, 1)$.

8 ما إحداثياتُ النقطةِ التي يكونُ ميلُ المنحنى عندَها صفرًا؟

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	4	1	0	1	4

أرسمُ منحنى الاقترانِ $f(x)$ في الفترةِ $-1 \leq x \leq 3$ باستعمالِ جدولِ القيمِ المجاورِ:

9 أرسمُ مماسًّا لمنحنى الاقترانِ عندَ النقطةِ $(2, 1)$.

10 أُقدِّرُ ميلَ منحنى الاقترانِ عندَ النقطةِ $(2, 1)$.

11 ما إحداثياتُ النقطةِ التي يكونُ ميلُ المنحنى عندَها صفرًا؟

الاشتقاقُ

أَجِدُ مشتقةَ كلِّ اقترانٍ ممّا يأتي:

1 $f(x) = -\frac{7}{3}$

2 $f(x) = \frac{8}{5}$

3 $f(x) = -6x$

4 $f(x) = 3.2x$

5 $f(x) = 3x^{41}$

6 $f(x) = -x^{64}$

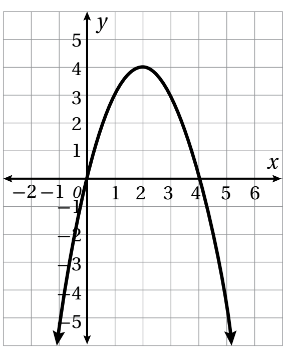
7 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$

8 $f(x) = 7x^3 + 6x^2 - x$

9 $f(x) = (x+4)(x-2)$

10 $f(x) = (x-5)^2$

أستعملُ التمثيلَ البيانيَّ لمنحنى الاقترانِ $f(x) = 4x - x^2$ في الشكلِ المجاورِ للإجابةِ عنِ الأسئلةِ الآتيةِ:



11 أَجِدُ $f'(x)$.

12 أَجِدُ ميلَ منحنى الاقترانِ عندَ نقطتَيْ تقاطعِهِ معَ محورِ x

13 أُحدِّدُ على المنحنى النقطةَ التي يكونُ عندَها الميلُ 1

14 أُحدِّدُ على المنحنى النقطةَ التي يكونُ عندَها الميلُ -2

أَجِدُ قيمةَ $f'(-1)$ في كلٍّ ممّا يأتي:

15 $f(x) = x^2 - 3x + 1$

16 $f(x) = x^3 - x^2 - 2$

17 أَجِدُ النقطةَ التي يكونُ عندَها ميلُ منحنى $f(x) = x^2 - 5x + 6$ يساوي -9

إذا كانَ $f(x) = x^2 + 5x + 7$، فأستعملُ المشتقةَ لإيجادِ كلٍّ ممّا يأتي:

18 ميلُ المنحنى $f(x)$ عندَما $x = 2$

19 قيمةُ x التي يكونُ عندَها ميلُ منحنى $f(x)$ يساوي 0

20 تُمثِّلُ العلاقةُ $d(t) = 2t^3 - 5t^2 + 3t + 4$ المسافةَ (بالمترِ) التي يقطعُها جسمٌ مُتحرِّكٌ، حيثُ t الزمنُ بالثواني. أَجِدُ سرعةَ الجسمِ عندَما $t = 2$

21 إذا كانَ $f(x) = a\,x^n + b$، حيثُ a، وَ b عددانِ حقيقيانِ، وَ n عددٌ صحيحٌ غيرُ سالبٍ، فأَجِدُ $f'(x)$

القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى

أَجِدُ القيمَ العظمى والقيمَ الصغرى لكلٍّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ (إنْ وُجِدَتْ):

1) $f(x) = 2$

2) $f(x) = -3$

3) $f(x) = 2x - 1$

4) $f(x) = 5x + 3$

5) $f(x) = x^2 + 2x + 1$

6) $f(x) = x^2 - 8x + 7$

7) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$

8) $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x$

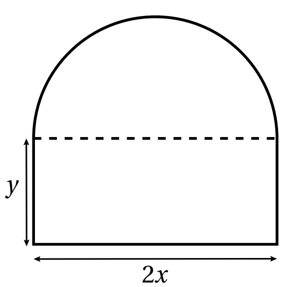
9) $f(x) = x^3(4 - x)$

10) $f(x) = (x + 1)(x - 2)$

11) أَجِدُ قيمةَ الثابتِ k، علمًا بأنَّ للاقترانِ $f(x) = kx^2 + x$ قيمةً حرجةً عندَما $x = 1$

12) أَجِدُ العدديْنِ الموجبيْنِ اللذيْنِ مجموعُهُما 150، وحاصلُ ضربِهِما أكبرُ ما يُمكِنُ.

13) يُمثِّلُ الاقترانُ $A(x) = x(9 - x)$ مِساحةَ غرفةٍ مستطيلةٍ في مُخطَّطٍ أَعدَّتْهُ المهندسةُ شفاءُ، حيثُ x الطولُ بالمترِ. أَجِدُ أكبرَ مِساحةٍ ممكنةٍ للغرفةِ.



يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ حديقةً محيطُها 80 m، وهيَ على شكلِ مستطيلٍ طولُهُ $2x$ مترًا، وعرضُهُ y مترًا، وبجانبِهِ نصفُ دائرةٍ:

14) أُبيِّنُ أنَّ الاقترانَ $A(x) = 80x - (2 + \frac{\pi}{2})x^2$ يُمثِّلُ مِساحةَ الحديقةِ.

15) أستعملُ المشتقةَ لإيجادِ قيمةِ x التي تجعلُ مِساحةَ الحديقةِ أكبرَ ما يُمكِنُ.

16) أَجِدُ أكبرَ مِساحةٍ ممكنةٍ للحديقةِ.

17) أَجِدُ قيمتَي الثابتيْنِ a, b إذا كانَ للاقترانِ $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + ax + b$ قيمةٌ حرجةٌ عندَ النقطةِ $(-4, -3)$، ثمَّ أُحدِّدُ نوعَ القيمةِ الحرجةِ، مُبرِّرًا إجابتي.

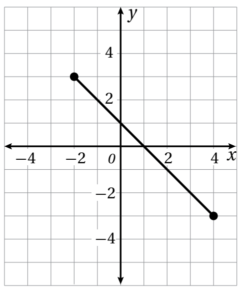
الوحدةُ 7: المتجهاتُ

أختبرُ معلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ أستعينُ بالمراجعةِ.

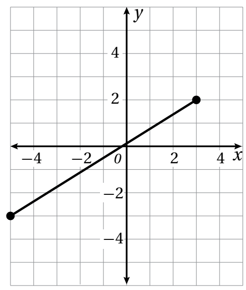
إيجادُ المسافةِ بينَ نقطتيْنِ.

أَجِدُ المسافةَ بينَ النقطتيْنِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1



2



3 $(-5, -7), (2, -3)$

4 $(8, 0), (-4, -5)$

5 $(-4, 7), (-3, 6)$

مثالٌ: أَجِدُ المسافةَ بينَ النقطتيْنِ: $(-2, -8)$، وَ $(-6, -5)$.

قانونُ المسافةِ بينَ نقطتيْنِ

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

بتعويضِ إحداثياتِ النقطتيْنِ

$$= \sqrt{(-6 - (-2))^2 + (-5 - (-8))^2}$$

بالتبسيطِ

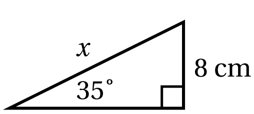
$$= \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

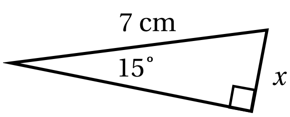
إذنْ، المسافةُ بينَ النقطتيْنِ: $(-2, -8)$، وَ $(-6, -5)$ هيَ 5 وحداتِ طولٍ.

استعمالُ النسبِ المثلثيةِ في إيجادِ أطوالِ أضلاعٍ في مثلثٍ.

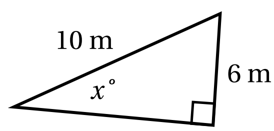
أستعملُ النسبةَ المثلثيةَ المناسبةَ لإيجادِ قيمةِ x في كلٍّ منَ المثلثاتِ الآتيةِ، ثمَّ أَجِدُ النسبَ المثلثيةَ الأساسيةَ للزاويةِ الحادةِ الكبرى:

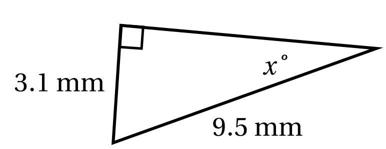
6



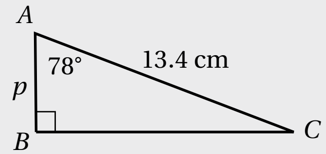


7





مثالٌ: أستعملُ النسبةَ المثلثيةَ المناسبةَ لإيجادِ طولِ $\overline{AB}$ في المثلثِ الآتي، ثمَّ أَجِدُ النسبَ المثلثيةَ للزاويةِ A:



الضلعُ المجهولُ $\overline{AB}$ مجاورٌ للزاويةِ A؛ لذا أستعملُ نسبةَ جيبِ التمامِ للزاويةِ A:

$\cos A = \frac{\text{المجاورَ}}{\text{الوترِ}}$ تعريفُ نسبةِ جيبِ التمامِ

$\cos 78° = \frac{p}{13.4}$ بتعويضِ القياساتِ المعلومةِ

$0.21 = \frac{p}{13.4}$ بتعويضِ قيمةِ $\cos 78°$

$p = (0.21)\,(13.4)$ بالضربِ التبادليِّ

$p = 2.81$ بالتبسيطِ

لحسابِ نسبتَي الجيبِ والظلِّ للزاويةِ A، يجبُ معرفةُ طولِ الضلعِ المقابلِ لها. وبما أنَّ المثلثَ قائمُ الزاويةِ، فإنَّني أستعملُ نظريةَ فيثاغورس:

$(AC)^2 = (BC)^2 + (AB)^2$ نظريةُ فيثاغورس

$(13.4)^2 = (BC)^2 + (2.81)^2$ بالتعويضِ

$179.56 = (BC)^2 + 7.90$ بالتبسيطِ

$179.56 - 7.90 = BC^2$ بطرحِ 7.90

$171.66 = BC^2$ بالتبسيطِ

$13.10 = BC$ بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفيْنِ

أستطيعُ الآنَ حسابَ نسبتَيِ الجيبِ والظلِّ للزاويةِ A:

$\sin A = \frac{\text{المقابلَ}}{\text{الوترِ}}$ تعريفُ نسبةِ الجيبِ

$\sin 78° = \frac{13.10}{13.4}$ بالتعويضِ

$\sin 78° \approx 0.98$ بالتبسيطِ

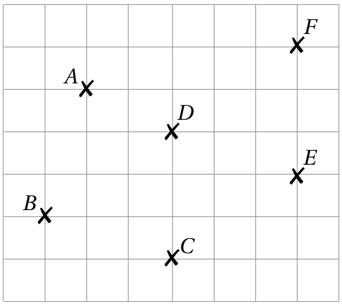
$\tan A = \frac{\text{المقابلَ}}{\text{المجاورِ}}$ تعريفُ نسبةِ الظلِّ

$\tan 78° = \frac{13.10}{2.79}$ بتعويضِ القياساتِ المعلومةِ

$\tan 78° \approx 4.7$ بالتبسيطِ

المتجهاتُ في المستوى الإحداثيِّ

إذا كانَ $\overrightarrow{AD} = \langle 2, -1 \rangle$، فأكتبُ كلًّا ممّا يأتي بالصورةِ الإحداثيةِ، ثمَّ أَجِدُ مقدارَهُ:



2 $\overrightarrow{AB}$

1 $\overrightarrow{AF}$

4 $\overrightarrow{EB}$

3 $\overrightarrow{CA}$

6 $\overrightarrow{DC}$

5 $\overrightarrow{EF}$

7 أكتبُ كلًّا منْ $\overrightarrow{BD}$، وَ $\overrightarrow{BF}$ بالصورةِ الإحداثيةِ. ماذا أستنتجُ منْ موقعِ B، وَD، وَ F؟

أستعملُ إحداثيَّي النقطةِ $A(6, 3)$ للإجابةِ عنِ المسائلِ الآتيةِ:

8 إذا كانَ $\overrightarrow{AB} = \langle 2, -5 \rangle$، فأَجِدُ إحداثيَّي النقطةِ B.

9 إذا كانَ $\overrightarrow{AC} = \langle -3, 4 \rangle$، فأَجِدُ إحداثيَّي النقطةِ C.

10 إذا كانَ $\overrightarrow{AD} = \langle 6, 0 \rangle$، فأَجِدُ إحداثيَّي النقطةِ D.

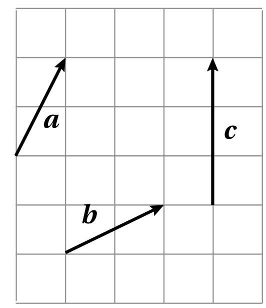
11 **شاحناتٌ:** أكتبُ بالصورةِ الإحداثيةِ السرعةَ المتجهةَ لشاحنةٍ تسيرُ على طريقٍ مُنحدِرٍ، علمًا بأنَّ سرعتَها الأفقيةَ $v_x = 58 \text{ km}/h$، وسرعتَها الرأسيةَ $v_y = 37 \text{ km}/h$.

12 يدفعُ صالحٌ مكنسةً كهربائيةً بقوةٍ مقدارُها 272 N، وبزاويةٍ قياسُها $51°$ معَ المحورِ الأفقيِّ. أكتبُ متجهَ القوةِ بالصورةِ الإحداثيةِ.

13 إذا كانَ $|AB| = 7$، حيثُ $A(-1, 4)$ هيَ نقطةُ بدايتِهِ، والنقطةُ $B(x, 2)$ هيَ نقطةُ نهايتِهِ، فأَجِدُ قيمةَ x، مُبرِّرًا إجابتي.

جمعُ المتجهاتِ وطرحُها

أُمثِّلُ بيانيًّا كلًّا منَ المتجهاتِ الآتيةِ اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ:



1 $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$

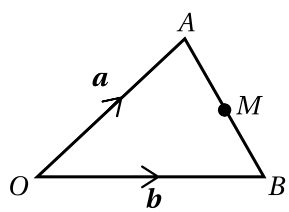
2 $-\boldsymbol{a}$

3 $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{c}$

4 $\boldsymbol{b} - \boldsymbol{a}$

5 $-\boldsymbol{c}$

6 $-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$



في الشكلِ المجاورِ، M هيَ نقطةُ منتصفِ $\overline{AB}$

أكتبُ كلًّا منَ المتجهاتِ الآتيةِ بدلالةِ المتجهيْنِ $\boldsymbol{a}$، وَ$\boldsymbol{b}$:

7 $\overrightarrow{AB}$

8 $\overrightarrow{BO}$

9 $\overrightarrow{AM}$

10 $\overrightarrow{OM}$

11 أُحدِّدُ على الشكلِ موقعَي النقطتيْنِ X، وَ Y، بحيثُ يكونَ $\overrightarrow{OX} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}, \overrightarrow{OY} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{b}$.

12 أكتبُ $\overrightarrow{XY}$ بدلالةِ $\boldsymbol{a}$، وَ$\boldsymbol{b}$

13 ما المتجهاتُ الأُخرى المكافئةُ لـ $\overrightarrow{XY}$؟

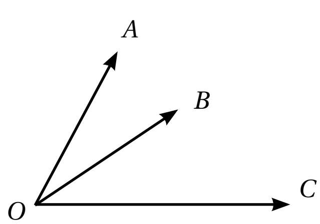
إذا كانَ $\boldsymbol{a} = \langle 27, -15\rangle, \boldsymbol{b} = \langle 9, -21\rangle, \boldsymbol{c} = \langle -12, 0\rangle$ ، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

14 $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{c}$

15 $\boldsymbol{b} - 2\boldsymbol{a}$

16 $3\boldsymbol{c} - \boldsymbol{b}$

17 $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} - \boldsymbol{c}$



يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ المتجهاتِ الآتيةَ، علمًا بأنَّ $\boldsymbol{O}$ هيَ نقطةُ الأصلِ:

$$\overline{OA} = \langle 2, 2\rangle \quad \overline{OB} = \langle 4, 1\rangle \quad \overline{OC} = \langle 6, 0\rangle$$

أكتبُ كلًّا منَ المتجهاتِ الآتيةِ بالصورةِ الإحداثيةِ، ثمَّ أرسمُهُ على الشكلِ:

18 $\overrightarrow{AB}$

19 $\overrightarrow{AC}$

20 $\overrightarrow{BC}$

21 هلْ إجاباتُ المسائلِ السابقةِ كافيةٌ لإثباتِ أنَّ ABC مستقيمٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الدرسُ 3

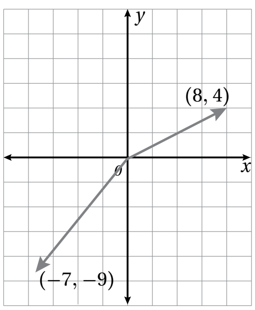
الضربُ القياسيُّ

أَجِدُ ناتجَ الضربِ القياسيِّ للمتجهيْنِ في كلٍّ ممّا يأتي:

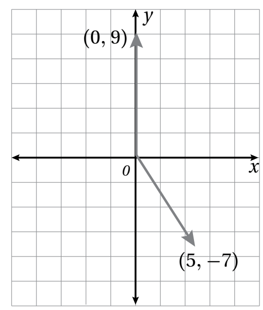
1 $a = \langle -1, 5 \rangle$, $b = \langle -6, -2 \rangle$

2 $u = \langle 3, 9 \rangle$, $v = \langle 6, 5 \rangle$

3



4



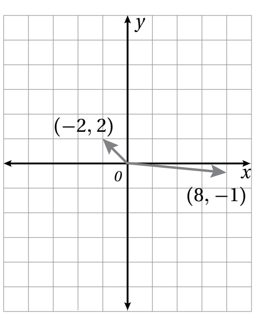
أُحدِّدُ إذا كانَ المتجهانِ u وَ v متوازييْنِ، أوْ متعامديْنِ، أوْ غيرَ ذلكَ في كلٍّ ممّا يأتي:

5 $u = \langle 4,-9 \rangle$, $v = \langle -9,4 \rangle$

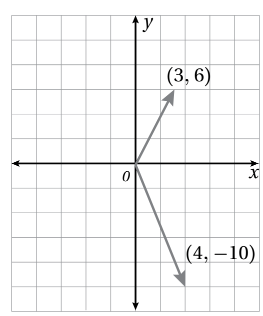
6 $u = \langle -5, 2 \rangle$, $v = \langle -10, 25 \rangle$

أَجِدُ قياسَ الزاويةِ بينَ المتجهيْنِ في كلٍّ ممّا يأتي:

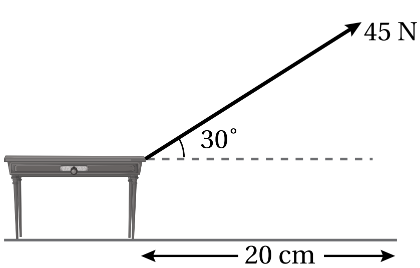
7



8



9 يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ سحبَ طاولةٍ بقوةٍ مقدارُها 45 N، وزاويةٍ قياسُها 30° معَ الأفقيِّ. إذا سُحِبَتِ الطاولةُ مسافةَ 20 cm، فأَجِدُ مقدارَ الشغلِ الذي بُذِلَ.



الوحدةُ 8: الإحصاءُ والاحتمالاتُ

أختبرُ معلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ أستعينُ بالمراجعةِ.

إيجادُ المدى، والانحرافِ المعياريِّ، والتباينِ للبياناتِ.

1 أَجِدُ المدى، والانحرافَ المعياريَّ، والتباينَ للبياناتِ في الجدولِ التكراريِّ الآتي:

التكرارُ	القيمةُ
3	5
5	6
8	7
4	8

مثالٌ: أَجِدُ المدى، والانحرافَ المعياريَّ، والتباينَ للبياناتِ في الجدولِ التكراريِّ المجاورِ:

القيمةُ x	10	12	15	17
التكرارُ f	1	3	4	2

أُضيفُ إلى الجدولِ أعمدةً لأحسُبَ فيها القيمَ الآتيةَ:

$$x \cdot f,\ x-\bar{x},\ (x-\bar{x})^2,\ (x-\bar{x})^2 f$$

القيمةُ x	التكرارُ f	$x \cdot f$	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$	$(x-\bar{x})^2 f$
10	1	10	−4	16	16
12	3	36	−2	4	12
15	4	60	1	1	4
17	2	34	3	9	18
المجموعُ	10	140			50

المدى هوَ الفرقُ بينَ أكبرِ قيمةٍ وأصغرِ قيمةٍ $\quad R = 17 - 10 = 7$

الوسطُ الحسابيُّ $\quad \bar{x} = \dfrac{\Sigma xf}{\Sigma f}$

بالتعويضِ والتبسيطِ $\quad = \dfrac{140}{10} = 14$

التباينُ $\quad \sigma^2 = \dfrac{\Sigma(x-\bar{x})^2 \cdot f}{(\Sigma f)}$

بالتعويضِ والتبسيطِ $\quad = \dfrac{50}{10} = 5$

الانحرافُ المعياريُّ $\quad \sigma = \sqrt{5} = 2.24$

إيجادُ احتمالِ وقوعِ حادثٍ في تجربةٍ عشوائيةٍ.

يحتــوي كيسٌ على 6 كراتٍ حمراءَ، وَ5 كراتٍ زرقاءَ، وَ4 كراتٍ خضراءَ، علمًا بأنَّ جميعَ الكراتِ مُتماثِلةٌ. ســحبَتْ هندُ كرةً واحدةً عشوائيًّا، ما احتمالُ سحبِ كرةٍ:

1 حمراءَ؟

2 ليسَتْ زرقاءَ؟

3 صفراءَ؟

مثال 1: رُمِيَتْ قطعةُ نقدٍ منتظمةٌ عشوائيًّا مرَّتيْنِ. أَجِدُ احتمالَ ظهورِ وجهِ الكتابةِ (T) مرَّتيْنِ.

عناصرُ الحادثِ A، وعددُها $A = \{(T, T)\}\ ,\ n(A) = 1$

عناصرُ فضاءِ العيِّنةِ، وعددُها $\Omega = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}\ ,\ n(\Omega) = 4$

احتمالُ الحادثِ A $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{4}$

مثال 2: رمى خليلٌ حجرَ نردٍ منتظمٍ مرَّةً واحدةً. أَجِدُ احتمالَ وقوعِ كلٍّ منَ الحادثيْنِ الآتييْنِ:

1) ظهورُ عددٍ أقلَّ منْ 3

إذا افترضْتُ أنَّ A هوَ حادثُ ظهورِ عددٍ أقلَّ منْ 3، فإنَّ:

عناصرَ الحادثِ A، وعددَها $A = \{1, 2\}\ ,\ n(A) = 2$

عناصرَ فضاءِ العيِّنةِ، وعددَها $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\ ,\ n(\Omega) = 6$

احتمالَ الحادثِ A $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

2) ظهورُ عددٍ أكبرَ منْ 6

إذا افترضْتُ أنَّ B هوَ حادثُ ظهورِ عددٍ أكبرَ منْ 6، فإنَّ:

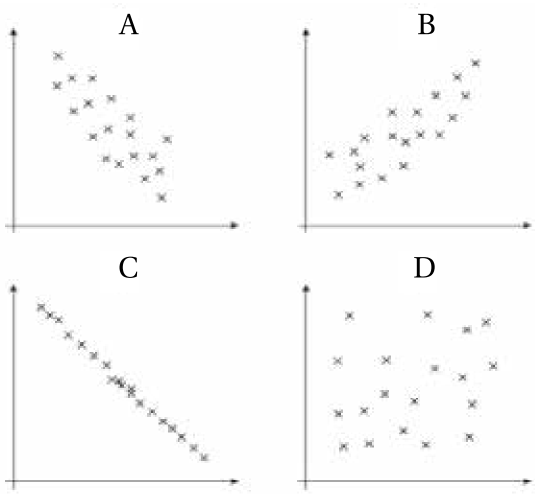
عناصرَ الحادثِ B، وعددَها $B = \varnothing\ ,\ n(B) = 0$

احتمالَ الحادثِ B $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega)} = \dfrac{0}{6} = 0$

الدرسُ 1

أشكالُ الانتشارِ

مستعينًا بالأشكالِ المجاورةِ، أكتبُ في الفراغِ الآتي رمزَ شكلِ الانتشارِ المناسبِ:



1 يدلُّ شكلُ الانتشارِ .... على عدمِ وجودِ ارتباطٍ بينَ المُتغيِّرَيْنِ.

2 يدلُّ شكلُ الانتشارِ .... على وجودِ ارتباطٍ موجبٍ بينَ المُتغيِّرَيْنِ.

3 يدلُّ شكلُ الانتشارِ .... على وجودِ ارتباطٍ سالبٍ وقويٍّ بينَ المُتغيِّرَيْنِ.

يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ الكتلَ والأطوالَ لـِ 12 طالبةً في الصفِّ السابعِ:

الاسمُ	الكتلةُ (kg)	الطولُ (cm)
مريمُ	41	123
شيماءُ	48	125
نانسي	47.5	127
خلودُ	52	128
أسيلُ	49.5	129
لانا	55	129
يقينُ	55	133
لورا	55.5	135
هيا	61	137
بيانُ	65.5	140
ياسمينُ	60	143
تمارا	68	145

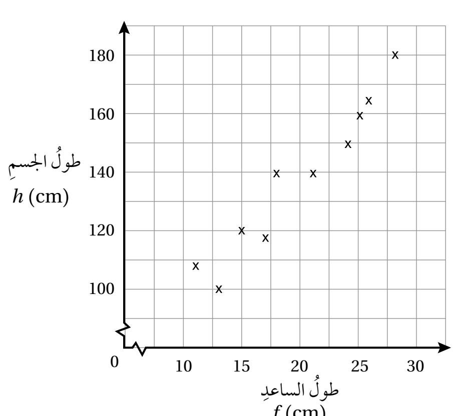
4 أرسمُ شكلَ الانتشارِ لبياناتِ الجدولِ، واصفًا الارتباطَ بينَ الكتلةِ والطولِ.

5 أرسمُ المستقيمَ الأفضلَ مطابقةً للبياناتِ المُمثَّلةِ في شكلِ الانتشارِ.

6 صفاءُ إحدى طالباتِ الصفِّ السابعِ، وطولُها 132 cm أستعملُ المستقيمَ الأفضلَ مطابقةً لتقديرِ كتلتِها.

7 انتقلَتْ طالبةٌ في الصفِّ السابعِ منْ مدرسةٍ أُخرى إلى مدرسةِ هؤلاءِ الطالباتِ. أُقدِّرُ طولَ الطالبةِ الجديدةِ، علمًا بأنَّ كتلتَها 45 kg

يُمثِّلُ شكلُ الانتشارِ المجاورِ العلاقةَ بينَ طولِ الساعدِ f بالسنتيمترِ، وطولِ الجسمِ h بالسنتيمترِ لعشرةِ أشخاصٍ:



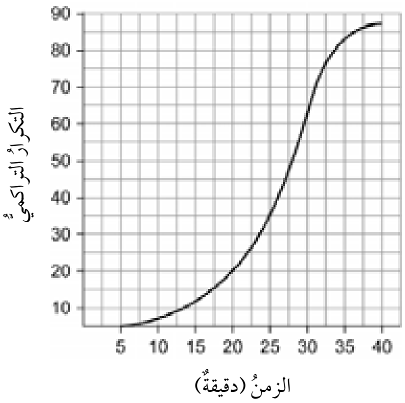
8 أَصِفُ الارتباطَ بينَ طولِ الجسمِ وطولِ الساعدِ.

9 أرسمُ المستقيمَ الأفضلَ مطابقةً، ثمَّ أكتبُ معادلتَهُ.

10 أستعملُ المستقيمَ الأفضلَ مطابقةً لتقديرِ طولِ شخصٍ، طولُ ساعدِهِ 27 cm

الدرسُ 2

المنحنى التكراريُّ التراكميُّ



سُجِّلَ الزمنُ الذي استغرقَتْهُ سيّارةُ الإسعافِ لنقلِ مريضٍ منْ مكانِهِ إلى المستشفى في عددٍ منَ الحالاتِ. مستعينًا بالمنحنى التكراريِّ التراكميِّ المجاورِ الذي يُمثِّلُ البياناتِ المُتعلِّقةَ بذلكَ:

1. أُقدِّرُ وسيطَ البياناتِ.
2. أَجِدُ المدى الربيعيَّ.
3. أَجِدُ المئينَ 40، مُفسِّرًا معناهُ.
4. مثَّلَتْ مُعلِّمةُ اللغةِ الإنجليزيةِ علاماتِ الطالباتِ في اختبارِ الإملاءِ باستعمالِ منحنًى تكراريٍّ تراكميٍّ، ثمَّ عرضَتْهُ أمامَ الطالباتِ، قائلةً إنَّ 77% منهُنَّ نجحْنَ في الاختبارِ. هلْ يُمكِنُ للطالباتِ تقديرُ علامةِ النجاحِ في هذا الاختبارِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

نشرَ موقعٌ إخباريٌّ 177 خبرًا في أحدِ الأيامِ. وقدْ رصدَ القائمونَ على الموقعِ عددَ الأشخاصِ الذينَ قرؤوا كلَّ خبرٍ، ثمَّ نظَّموا البياناتِ في الجدولِ التكراريِّ المجاورِ:

الفئاتُ (عددُ القُرّاءِ)	التكرارُ (عددُ الأخبارِ)
$0 \le x < 50$	6
$50 \le x < 100$	9
$100 \le x < 150$	15
$150 \le x < 200$	25
$200 \le x < 250$	31
$250 \le x < 300$	37
$300 \le x < 350$	32
$350 \le x < 400$	17
$400 \le x \le 450$	5

5. أُكمِلُ جدولَ التكرارِ التراكميِّ.
6. أرسمُ المنحنى التكراريَّ التراكميَّ.
7. أُقدِّرُ وسيطَ البياناتِ، والمدى الربيعيَّ.
8. إذا قرَّرَ القائمونَ على هذا الموقعِ حذفَ الأخبارِ التي قرأَها أقلُّ منْ 60 شخصًا، فما عددُ الأخبارِ التي ستُحذَفُ؟

خضعَتْ مجموعتانِ لاختبارِ حسابٍ ذهنيٍّ. وقدْ رُصِدَ عددُ الإجاباتِ الصحيحةِ لكلِّ مجموعةٍ في الجدولِ الآتي:

عددُ الإجاباتِ الصحيحةِ	$0 \le x < 4$	$4 \le x < 8$	$8 \le x < 12$	$12 \le x < 16$	$16 \le x < 20$
A: الفتيانُ	5	9	23	28	17
B: الفتياتُ	6	10	19	25	22

9. أرسمُ المنحنى التكراريَّ التراكميَّ لكلٍّ منَ الفتيانِ والفتياتِ على ورقةِ الرسمِ البيانيِّ نفسِها.
10. أُقدِّرُ وسيطَ البياناتِ، والمدى الربيعيَّ لكلٍّ منْهُما.
11. أيُّ المجموعتيْنِ أداؤُها أفضلُ في الاختبارِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ

يُبيِّنُ الجدولُ التكراريُّ الآتي توزيعًا لأطوالِ بعضِ النباتاتِ على مدارِ أسبوعٍ في تجربةٍ زراعيةٍ:

الطولُ (cm)	(f)	(x)	$f.x$	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$f \times (x-\bar{x})^2$
$25 \le t < 29$	2					
$30 \le t < 34$	4					
$35 \le t < 39$	7					
$40 \le t < 44$	10					
$45 \le t < 49$	8					
$50 \le t < 54$	6					
$55 \le t \le 59$	3					
المجموعُ						

1 أملأُ الفراغَ بما هوَ مناسبٌ في الجدولِ.

2 أُقدِّرُ كلًّا منَ الوسطِ الحسابيِّ، والتباينِ.

يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ توزيعَ مدَّةِ الانتظـــارِ t بالدقيقةِ لعددٍ منْ مُراجِعي دائرةٍ حكوميـــةٍ منْ لحظةِ أخْذِ المُراجِـــعِ بطاقةَ المراجعةِ إلى لحظةِ اســـتدعائِهِ منَ الموظفِ المعنيِّ:

التكرارُ	الزمنُ (min)
4	$0 \le t < 5$
9	$5 \le t < 10$
20	$10 \le t < 15$
7	$15 \le t < 20$
5	$20 \le t \le 25$

3 أُقدِّرُ الوسطَ الحسابيَّ.

4 أُقدِّرُ التباينَ، والانحرافَ المعياريَّ.

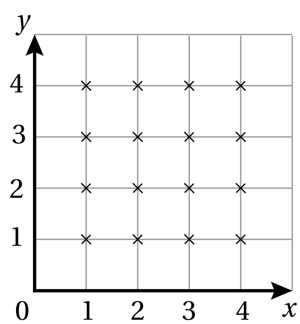
5 مسألةٌ مفتوحةٌ: أجمعُ بياناتٍ لـ 20 مشاهدةً، وأُنظِّمُها في جدولٍ تكراريٍّ ذي فئاتٍ، ثمَّ أُقدِّرُ الوسطَ الحسابيَّ والتباينَ.

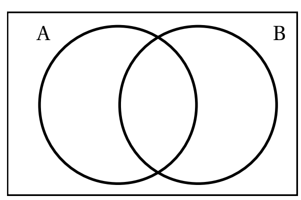
احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ

فـي تجربةِ اختيارِ عددٍ عشـوائيًّا منْ بينِ الأعـدادِ: 10 , 9 , 8 , 7 , 6 ، 5 , 4 , 3 , 2 , 1، إذا كانَ (A) حادثَ اختيارِ عددٍ أكبرَ منْ 4، و(B) حادثَ اختيارِ عددٍ يقبلُ القسمةَ على 3 منْ دونِ باقٍ، فأَجِدُ:

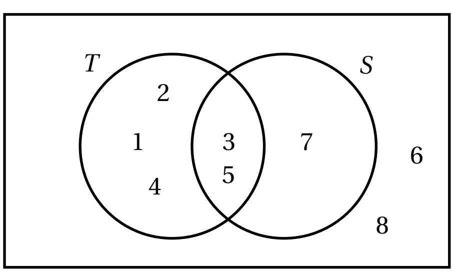
1. احتمالَ اختيارِ عددٍ أقلَّ منْ 4، ويقبلُ القسمةَ على 5
2. احتمالَ اختيارِ عددٍ أقلَّ منْ 4، أوْ يقبلُ القسمةَ على 5

يُبيِّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ فضاءَ العيِّنةِ Ω لتجربةٍ عشوائيةٍ. إذا كانَ (A) يُمثِّلُ النقاطَ الواقعةَ على المستقيمِ $x = 3$، وكانَ (B) يُمثِّلُ النقاطَ الواقعةَ على المستقيمِ $y = 5 - x$:





3. أُمثِّلُ التجربةَ في شكلِ ڤنْ المجاورِ.
4. إذا اختيرَتْ نقطةٌ عشوائيًّا، فما احتمالُ أنْ تقعَ على كلا المستقيمَيْنِ: $x = 3$، وَ $y = 5 - x$؟



يُبيِّنُ شكلُ ڤنْ المجاورُ عددَ عناصرِ الحادثَيْنِ (T) وَ(S) في تجربةٍ عشوائيةٍ.

أستعملُ الشكلَ لإيجادِ احتمالِ كلٍّ منَ الحوادثِ الآتيةِ:

5. $P(T)$
6. $P(\overline{T})$
7. $P(S \cap T)$
8. $P(S \cup T)$

سُئِلَتْ 516 مهندسةً كهربائيةً وكيميائيةً وميكانيكيةً عنِ المبحثِ المُفضَّلِ لكلٍّ منهُنَّ عندَما كُنَّ في الصفِّ العاشرِ، وقدْ نُظِّمَتْ إجاباتُهُنَّ في الجدولِ المجاورِ.

المبحثُ المُفضَّل	العلومُ	الرياضياتُ	المجموعُ
مهندسةٌ كهربائيةٌ:	90	85	175
مهندسةٌ كيميائيةٌ:	91	80	171
مهندسةٌ ميكانيكيةٌ:	81	89	170
المجموعُ:	262	254	516

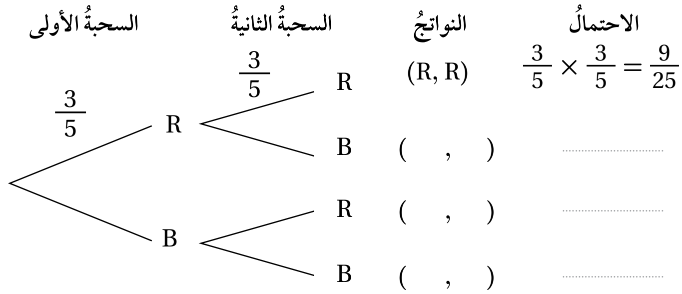
إذا اختيرَتْ مهندسةٌ عشوائيًّا منْ هذهِ العيِّنةِ، فما احتمالُ:

9. اختيارِ مهندسةٍ كهربائيةٍ تُفضِّلُ مبحثَ العلومِ؟
10. اختيارِ مهندسةٍ ميكانيكيةٍ تُفضِّلُ مبحثَ الرياضياتِ؟
11. اختيارِ مهندسةٍ ميكانيكيةٍ، أوْ مهندسةٍ تُفضِّلُ مبحثَ الرياضياتِ؟
12. اختيارِ مهندسةٍ لا تُفضِّلُ مبحثَ الرياضياتِ، لكنَّها ليسَتْ مهندسةً كيميائيةً؟

الدرسُ 5

احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ

يحتوي كيسٌ على 3 كراتٍ زجاجيةٍ حمراءَ (R)، وَكرتيْنِ زجاجيتيْنِ زرقاويْنِ (B)، علمًا بأنَّ جميعَ الكراتِ مُتماثِلةٌ. إذا سُحِبَتْ منَ الكيسِ كرتانِ على التوالي معَ الإرجاعِ:



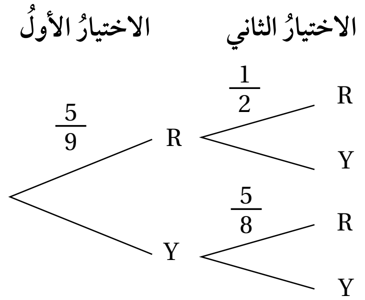
1 أُكمِلُ الشجرةَ الاحتماليةَ المجاورةَ.

2 أَجِدُ احتمالَ أنْ تكونَ الكرتانِ المسحوبتانِ منَ اللونِ نفسِهِ.

3 أَجِدُ احتمالَ أنْ تكونَ واحدةٌ على الأقلِّ منَ الكراتِ المسحوبةِ حمراءَ اللونِ.

4 أَجِدُ احتمالَ ألّا تكونَ الكرتانِ المسحوبتانِ حمراويْنِ.

يحتوي كيسٌ على 5 حبّاتٍ حلوى بنكهةِ النعناعِ (R)، وَ4 حبّاتٍ أُخرى بنكهةِ الكراميلِ (Y)، علمًا بأنَّ جميعَ الحبّاتِ مُتماثِلةٌ. اختارَ طفلٌ منَ الكيسِ حبَّةَ حلوى عشوائيًّا وأكلَها، ثمَّ اختارَ حبَّةً أُخرى عشوائيًّا وأكلَها:



5 أُكمِلُ الشجرةَ الاحتماليةَ المجاورةَ.

6 ما احتمالُ أنْ يكونَ الطفلُ قدَ أكلَ حبَّتَيْ حلوى بنكهةِ الكراميلِ؟

7 مــا احتمالُ أنْ يكونَ الطفلُ قدْ أكلَ حبَّةَ حلوى بنكهةِ النعناعِ في المرَّةِ الثانيةِ، علمًا بأنَّهُ أكلَ حبَّةً بنكهةِ الكراميلِ في المرَّةِ الأولى؟

إذا كانَ $P(A) = 0.5, P(B) = 0.7, P(A \cup B) = 0.8$، فأَجِدُ:

10 $P(A \mid B)$

9 $P(B \mid A)$

8 $P(A \cap B)$

11 أُلقِيَ حجرُ نردٍ منتظمٍ عشــوائيًّا مرَّتيْنِ متتاليتيْــنِ، وجُمِعَ الرقمانِ الظاهرانِ على الوجهِ العلــويِّ. أَجِدُ احتمالَ أنْ يكونَ المجموعُ 8 إذا ظهرَ الرقمُ 5 مرَّةً واحدةً على الأقلِّ.